

Міністерство освіти і науки України
Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича

**Теорія ймовірностей та
математична статистика
Частина 2.
Математична статистика**

**Методичні вказівки та
завдання для модульно-рейтингового контролю**

Чернівці
Чернівецький національний університет
2024

Т-134

УДК 519.2(076) + 519.22(076)

Рекомендовано до друку Вченою радою факультету математики та інформатики

Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича

(протокол № 8 від « 24 » квітня 2024 року)

Укладачі:

Готинчан Тетяна Іванівна, кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри математичного моделювання;

Дорошенко Ірина Вікторівна, кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри математичного моделювання;

Івасюк Галина Петрівна, кандидат фізико-математичних наук,
доцент

кафедри математичного моделювання;

Фратавчан Тоня Михайлівна, кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри математичного моделювання;

Т-134 Теорія ймовірностей та математична статистика. Частина 2. Математична статистика: методичні вказівки та завдання для модульно-рейтингового контролю. Укл.: Готинчан Т.І., Дорошенко І.В., Івасюк Г.П., Фратавчан Т.М. – Чернівці: Чернівецький національний університет, 2024. – 72 с.

Видання містить силабус та завдання з дисципліни “Теорія ймовірностей та математична статистика”, які охоплюють основні розділи теорії ймовірностей та математичної статистики.

Для студентів економічних спеціальностей.

УДК 519.2(076) + 519.22(076)

Варіант 2

1. Запис вибірки 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 7, 7, 7, 10, 10 називається:
- а) дискретним статистичним рядом;
 - б) варіаційним рядом;
 - в) інтервальним статистичним рядом;
 - г) інша відповідь.
2. Обсяг вибірки 15, 7, 10, 10, 15, 9, 6, 14, 13, 9, 11, 12, 5, 7, 13, 12, 8, 6, 15 дорівнює:
- а) 11;
 - б) 19;
 - в) 15;
 - г) інша відповідь.
3. Для інтервального статистичного ряду

I_i	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20]
n_i	2	2	3	4	3

знайти медіану. Варіанти відповіді:

- а) $Me = 12$;
- б) $Me = 9$;
- в) $Me = 10$;
- г) інша відповідь.

Варіант 3

1. Графічно дискретні статистичні ряди зображують у вигляді:
- а) полігону частот;
 - б) гістограми частот;
 - в) варіаційного ряду;
 - г) інша відповідь.
2. Вибірку 12, 15, 7, 10, 10, 15, 9, 6, 14, 13, 9, 11, 12, 5, 7, 13, 12, 8, 6, 15 можна записати у вигляді варіаційного ряду так:
- а) 5, 6, 6, 7, 7, 8, 9, 9, 10, 10, 11, 12, 12, 12, 13, 13, 14, 15, 15, 15;
 - б) 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15;
 - в)

x_i	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
n_i	1	2	2	1	2	2	1	3	2	1	3

г) інша відповідь.

3. Для інтервального статистичного розподілу

I_i	[0;3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15]
n_i	2	1	3	4	3

знайти моду. Варіанти відповіді:

- а) $Mo = 9$;
- б) $Mo = 10,5$;
- в) $Mo = 15$;
- г) інша відповідь.

Варіант 4

1. Якщо у вибірці елемент x_i зустрічається n_i разів, то число n_i називають:
- а) частотою елемента x_i ; б) розмахом елемента x_i ;
в) обсягом елемента x_i ; г) інша відповідь.
2. У результаті дослідження випадкова величина ξ набула значень:
5, 5, 2, 1, 10, 5, 9, 6, 4, 3, 9, 1, 6, 5, 11, 7, 3, 2, 8, 6, 5.
Інтервальний статистичний ряд цієї вибірки з інтервальною довжиною 2 має вигляд:

а)

I_i	[1;3)	[3;5)	[5;7)	[7;9)	[9;11]
n_i	4	3	8	2	4

б)

I_i	[0;3)	[3;5)	[5;7)	[7;9)	[9;10]
n_i	4	3	8	2	4

в)

I_i	[1;3)	[3;5)	[5;7)	[7;9)	[9;11]
n_i	6	8	9	4	4

г) інша відповідь.

3. Знайти вибірккову дисперсію вибірки

x_i	1	4	6
n_i	2	1	2

Варіанти відповіді:

а) $s^2 = 5,04$; б) $s^2 = 18$; в) $s^2 = 3,6$; г) інша відповідь.

Варіант 5

1. Медіаною варіаційного ряду називається варіанта, яка є його...
- а) серединою; б) варіантою з найбільшою частотою;
в) середнім значенням; г) інша відповідь.
2. Розмах вибірки 5, 7, 2, 10, 15, 9, 6, 14, 13, 9, 11, 12, 5, 7, 13, 12, 8, 6, 15 дорівнює:
- а) 13; б) 19; в) 5; г) інша відповідь.

3. Задано дискретний статистичний ряд:

x_i	1	3	5	8	9
n_i	1	2	1	5	1

Середнє вибіркоче для нього дорівнює:

- а) 61; б) 6,1; в) 6,5; г) інша відповідь.

Варіант 6

1. Мода варіаційного ряду знаходиться як ...
а) його середина;
б) середнє арифметичне значення елементів вибірки;
в) варіанта з найбільшою частотою;
г) інша відповідь.
2. Задано дискретний статистичний ряд:

x_i	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
n_i	1	2	2	1	2	2	1	3	2	1	3

Частота елемента $x_i=8$ дорівнює:

- а) 4; б) 1; в) 8; г) інша відповідь.
3. Задано дискретний статистичний ряд:

x_i	1	3	5	8	9
n_i	1	2	1	5	1

Вибіркова дисперсія для нього дорівнює:

- а) 44,7; б) 6,1; в) 7,49; г) інша відповідь.

Варіант 7

1. Формулою $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i$, де n – обсяг вибірки, x_i – значення варіанти вибірки, n_i – частота варіанти x_i , визначається:
а) середнє вибіркоче; б) вибіркоче дисперсія;
в) накопичена частота; г) інша відповідь.

2. Вибірка обсягу $n = 25$ записана у вигляді статистичного ряду

x_i	1	3	4	8	9	10	11	12	13	14	15
n_i	1	2	k	1	2	2	1	3	2	1	3

Знайти k . Варіанти відповіді:

- а) $k = 4$; б) $k = 3$; в) $k = 7$; г) інша відповідь.
3. Вибірка записана у вигляді дискретного статистичного ряду

x_i	5	7	8
n_i	3	4	3

Емпірична функція розподілу для неї має вигляд:

$$\text{а) } F_n(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 5, \\ 0,3, & 5 < x \leq 7, \\ 0,7, & 7 < x \leq 8, \\ 1, & x > 8. \end{cases} \quad \text{б) } F_n(x) = \begin{cases} 0, & x < 5, \\ 0,3, & 5 < x < 7, \\ 0,7, & 7 < x < 8, \\ 1, & x > 8. \end{cases}$$

$$\text{в) } F_n(x) = \begin{cases} 0, & x < 5, \\ 0,3, & 5 \leq x < 7, \\ 0,7, & 7 \leq x < 8, \\ 1, & x \geq 8. \end{cases} \quad \text{г) інша відповідь.}$$

Варіант 8

1. Функцією розподілу вибірки називається функція, яка визначається формулою:

$$\text{а) } F_n(x) = \sum_{i: x_i < x} \frac{n_i}{n}, x \in \square ;$$

$$\text{б) } F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i^2 n_i - \bar{x}^2, x \in \square ;$$

$$\text{в) } F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^l, l \in \square ;$$

г) інша відповідь.

2. Вибірка 1, 15, 3, 13, 3, 12, 4, 8, 9, 9, 1, 12, 14, 15, 13, 15, записана у вигляді дискретного статистичного ряду

x_i	1	3	4	8	9	a	13	14	15
n_i	2	2	1	1	2	2	2	1	3

Знайти a . Варіанти відповіді:

- а) $a=10$; б) $a=11$; в) $a=12$; г) інша відповідь.
3. Знайти вибірккову дисперсію вибірки

x_i	3	4	5
n_i	2	1	2

Варіанти відповіді:

- а) $S^2 = 4$; б) $S^2 = 0,8$; в) $S^2 = 16,8$; г) інша відповідь.

Варіант 9

1. Формулою $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^l n_i, l \in \square$, де n – обсяг вибірки, x_i – значення варіант вибірки, n_i – частота відповідної варіанти x_i , \bar{x} – середнє вибірккове, визначається:
- а) вибіркковий момент l -го порядку;
 б) центральний вибіркковий момент l -го порядку;
 в) коефіцієнт кореляції l -го порядку;
 г) інша відповідь.
2. Задано дискретний статистичний ряд:

x_i	2	3	4	8	9	10	13	14	16
n_i	2	6	1	3	2	9	2	1	3

Нагромаджена частота, що відповідає елементу $x_i=9$ дорівнює:

- а) 2; б) 14; в) 5; г) інша відповідь.

3. Вибірка записана у вигляді дискретного статистичного ряду

x_i	8	10	12
n_i	2	4	6

Емпірична функція розподілу для неї має вигляд:

$$F_n(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 8, \\ a, & 8 < x \leq 10, \\ 0,5, & 10 < x \leq 12, \\ 1, & x > 12. \end{cases}$$

Знайти a . Варіанти відповіді:

- а) $a=1/6$; б) $a=2/6$; в) $a=1/2$; г) інша відповідь.

Варіант 10

1. Вибіркові коефіцієнт асиметрії та ексцес статистичного розподілу визначаються відповідно рівностями:

а) $\alpha = \frac{m_3}{S^3}$, $k = \frac{m_4}{S^4} - 3$, де m_3 і m_4 – вибіркові центральні

моменти, $S = \sqrt{S^2}$ – середнє вибіркове відхилення;

б) $\alpha_l = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^l$, $l \in \mathbb{Z}$, $m_l = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^l$, $l \in \mathbb{Z}$, де n – обсяг вибірки, x_i – значення варіант вибірки, \bar{x} – вибіркове середнє;

в) $\alpha = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n x_i n_i^2$, $k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \bar{x}$, де n – обсяг вибірки, x_i – значення варіант вибірки, n_i – частота відповідної варіанти x_i , \bar{x} – вибіркове середнє;

г) інша відповідь.

2. Задано дискретний статистичний ряд:

x_i	2	3	4	8	9	10	13	14	16
n_i	2	6	2	3	2	1	1	1	2

Відносна частота, що відповідає елементу $x_i=4$ дорівнює:

- а) $1/10$; б) 2 ; в) $1/2$; г) інша відповідь.

3. Вибірка записана у вигляді дискретного статистичного ряду

x_i	4	5	6
n_i	1	2	3

Початковий момент другого порядку для неї дорівнює:

- а) 32/6; б) 32; в) 29; г) інша відповідь.

Варіант 11

1. Формулою $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i$, де n – обсяг вибірки, x_i – значення варіант вибірки, n_i – частота відповідної варіанти x_i , \bar{x} – вибіркове середнє, обчислюється:
- а) поправка Стюдента;
 б) незміщена вибіркова дисперсія;
 в) вибіркове середнє квадратичне відхилення;
 г) інша відповідь.
2. Задано дискретний статистичний ряд:

x_i	2	3	4	8	9	10	13	14	16
n_i	2	2	6	3	2	1	2	1	1

Нагромаджена відносна частота, що відповідає елементу $x_i=13$ дорівнює:

- а) 18; б) 9/10; в) 2; г) інша відповідь.
3. Для інтервального статистичного розподілу

I_i	[10;13)	[13;16)	[16;19)	[19;22)	[22;25]
n_i	1	2	3	4	3

знайти моду. Варіанти відповіді:

- а) $M_o = 19$; б) $M_o = 20,5$; в) $M_o = 19,5$; г) інша відповідь.

Варіант 12

1. Розподілом вибірки називають дискретний розподіл, в якому кожному з чисел x_1, x_2, \dots, x_n відповідає ймовірність:

а) 1; б) $\frac{1}{n^2}$; в) $\frac{1}{n}$; г) інша відповідь.

2. Дискретний статистичний ряд

x_i	1	3	5	8	9	10	11	12	16
n_i	2	4	6	3	2	1	2	1	5

перетворено в інтервальный. Серед заданих варіантів знайти неправильний варіант такого перетворення:

а)

I_i	[1;3)	[3;5)	[5;8)	[8;9)	[9;10)	[10;11)	[11;12)	[12;16]
n_i	2	4	6	3	2	1	2	6

б)

I_i	[1;4)	[4;7)	[7;10)	[10;13)	[13;16]
n_i	6	6	5	5	4

в)

I_i	[1;6)	[6;11)	[11;16]
n_i	12	6	8

- г) Всі наведені варіанти є правильними.

3. Вибірка записана у вигляді дискретного статистичного ряду

x_i	20	26	30
n_i	6	7	7

Емпірична функція розподілу для неї має вигляд:

$$F_n(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a, \\ 0,3, & a < x \leq b, \\ k, & b < x \leq c, \\ 1, & x > c. \end{cases}$$

Знайти a, b, c, k . Варіанти відповіді:

- а) $a=20, b=30, c=26, k=6/20$;
 б) $a=20, b=26, c=30, k=13/20$;
 в) $a=20, b=26, c=30, k=7/20$;
 г) інша відповідь.

Варіант 13

1. Формулою $\frac{1}{2}(x_k + x_{k+1})$, де $n = 2k$, n – обсяг вибірки, обчислюється:
 а) медіана вибірки; б) мода вибірки;
 в) середнє вибіркове; г) інша відповідь.
2. Дискретний статистичний ряд

x_i	1	4	5	8	10	12	14	18	26
n_i	2	4	6	3	2	1	2	1	5

перетворено в інтервальний. Серед заданих варіантів знайти правильний варіант такого перетворення:

а)

I_i	[1;4)	[4;5)	[5;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;18)	[18;26]
n_i	2	4	6	3	2	1	2	6

б)

I_i	[1;6)	[6;11)	[11;16)	[16;21)	[21;26]
n_i	3	2	2	1	5

в)

I_i	[1;9)	[9;17)	[17;26]
n_i	4	3	2

г) Всі наведені варіанти неправильні.

3. Задано дискретний статистичний ряд:

x_i	3	8	10	16	20	30	32	34	35
n_i	3	2	2	2	1	5	1	2	2

Мода і медіана для нього мають значення:

- а) $M_o = 30; Me = 20;$
- б) $M_o = 25; Me = 30;$
- в) $M_o = 30; Me = 25;$
- г) інша відповідь.

Варіант 14

1. Знайдіть неправильне твердження:
 - а) Модою дискретного статистичного розподілу можуть бути кілька варіант.
 - б) Медіаною дискретного статистичного розподілу можуть бути кілька варіант.
 - в) Мода дискретного статистичного розподілу може збігатись з його медіаною;
 - г) Всі наведені твердження правильні.
2. Вибірку 12, 17, 7, 10, 10, 17, 9, 6, 14, 13, 9, 11, 12, 3, 7, 13, 12, 8, 6, 17 можна записати у вигляді варіаційного ряду так:
 - а) 3, 6, 6, 7, 7, 8, 9, 9, 10, 10, 11, 12, 12, 12, 13, 13, 14, 17, 17, 17;
 - б) 17, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 3;
 - в)

x_i	3	6	7	8	9	10	11	12	13	14	17
n_i	1	2	2	1	2	2	1	3	2	1	3

- г) інша відповідь.

3. Задано дискретний статистичний ряд:

x_i	-1	0	1	2	3
n_i	1	2	1	1	1

Середнє вибіркове для нього дорівнює:

- а) 6; б) 5/6; в) 6,5; г) інша відповідь.

Варіант 15

1. Виберіть правильне твердження:
- а) Вибірка 2, 3, 3, 2, 5, 4, 3, 2, 1 має обсяг 10;
 - б) Мода вибірки 2, 3, 3, 2, 5, 4, 3, 2, 1 дорівнює 5;
 - в) Вибірка 2, 3, 3, 2, 5, 4, 3, 2, 1 записана у вигляді статистичного ряду;
 - г) Медіана вибірки 2, 3, 3, 2, 5, 4, 3, 2, 1 дорівнює 3.
2. Кумулятивний ряд для вибірки 21, 20, 24, 22, 23, 25, 24, 23, 22, 20 має вигляд:

а)

x_i	20	21	22	23	24	25
γ_i	2	1	2	2	2	1

б)

x_i	20	21	22	23	24	25
γ_i	2	3	5	7	9	10

в)

x_i	20	21	22	23	24	25
γ_i	2/10	3/10	1/2	7/10	9/10	1

г) інша відповідь.

2. Задано дискретний статистичний ряд:

x_i	-5	-4	-3	-1	0
n_i	8	2	1	5	1

Мода і медіана для нього мають значення:

- а) $Mo = -3$; $Me = -3$;
- б) $Mo = -5$; $Me = -3$; $Me = -1$;
- в) $Mo = -5$; $Me = -4$;
- г) інша відповідь.

Варіант 16

1. Кількість елементів вибірки називається:
- а) частотою вибірки;
 - б) розмахом вибірки;
 - в) обсягом вибірки;
 - г) інша відповідь.
2. Для знаходження деяких числових характеристик від інтервального варіаційного ряду

I_i	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
n_i	3	4	6	3	2	1

перейшли до дискретного. Знайти правильний перехід:

а)

I_i	0	5	10	15	20	25
n_i	3	4	6	3	2	1

б)

I_i	5	10	15	20	25	30
n_i	3	4	6	3	2	1

в)

I_i	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
n_i	3	4	6	3	2	1

г) інша відповідь.

3. Вибірка записана у вигляді дискретного статистичного ряду

x_i	1	3	6
n_i	4	3	3

Центральний момент другого порядку для неї дорівнює:

- а) 3,1; б) 13,9; в) 4,29; г) інша відповідь.

Варіант 17

1. Різниця між найбільшим і найменшим елементами вибірки називається:

- а) розмахом вибірки; б) частотою вибірки;
в) обсягом вибірки; г) інша відповідь.

2. У результаті досліду випадкова величина ξ набула значень:
22, 25, 27, 21, 20, 25, 29, 26, 24, 23, 29, 21, 22, 25, 27, 23, 22,
28, 26, 25.

Дискретний статистичний розподіл цієї вибірки має вигляд:

а)

x_i	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20
n_i	2	1	2	2	4	1	2	3	2	1

б)

x_i	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
n_i	1	2	3	2	1	4	2	2	1	2

в)

x_i	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
n_i	1	2	3	2	1	4	2	1	2	2

г) інша відповідь.

3. Задано дискретний статистичний ряд:

x_i	1	3	5	8	10	12	18	20	25
n_i	7	2	1	5	1	2	7	2	2

Мода і медіана для нього мають значення:

- а) $Mo = 18$; $Me = 8$; $Me = 10$;
б) $Mo = 1$; $Mo = 18$; $Me = 8$;
в) $Mo = 8$; $Me = 18$;
г) інша відповідь.

Варіант 18

1. Запис вибірки 9, 9, 9, 13, 14, 14, 15, 15, 15, 17, 17, 20, 21 називається:
- а) варіаційним рядом;
 - б) дискретним рядом;
 - в) статистичним рядом;
 - г) інша відповідь.
2. Обсяг вибірки 3, 17, 100, 100, 15, 19, 16, 14, 13, 19, 12, 15, 7, 13, 12, 18, 60 дорівнює:
- а) 17; б) 20; в) 97; г) інша відповідь.
3. Для інтервального варіаційного розподілу

I_i	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30]
n_i	3	6	1	4	3

знайти медіану. Варіанти відповіді:

- а) $Me = 14\frac{2}{3}$; б) $Me = 20$; в) $Me = 20\frac{1}{3}$; г) інша відповідь.

Варіант 19

1. Формулою $x_{i_0} + h \frac{\frac{n}{2} - \sum_{j=1}^{i_0-1} n_j}{n_{i_0}}$ обчислюється:
- а) мода інтервального статистичного розподілу;
 - б) медіана інтервального статистичного розподілу;
 - в) центральний момент першого порядку;
 - г) інша відповідь.
2. Вибірку 32, 35, 37, 30, 30, 35, 39, 36, 34, 33, 39, 31, 32, 35, 37, 33, 32, 38 можна записати у вигляді варіаційного ряду так:
- а) 30, 30, 31, 32, 32, 32, 33, 33, 34, 35, 35, 35, 36, 37, 37, 38, 39, 39 ; 40;
 - б) 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39;

в)

x_i	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
n_i	2	1	4	2	1	3	1	2	1	2

г) інша відповідь.

3. Для інтервального статистичного розподілу

I_i	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25]
n_i	9	10	7	10	9

знайти моду.

Варіанти відповіді:

- а) $Mo = 6,25$; б) $Mo = 18,75$; в) $Mo = 6,25$; $Mo = 18,75$;
г) інша відповідь.

Варіант 20

1. Виберіть правильне твердження:

- а) Вибірка 52, 53, 53, 52, 55, 54, 53, 52, 51, 60, 50 має обсяг 10.
б) Медіана вибірки 52, 53, 53, 52, 55, 54, 52, 53, 51, 60, 50 дорівнює 53.
в) Вибірка 52, 53, 53, 52, 55, 54, 53, 52, 51, 60, 50 записана у вигляді варіаційного ряду.
г) Розмах вибірки 52, 53, 53, 52, 55, 54, 52, 53, 51, 60, 50 дорівнює 11.
2. У результаті дослідження випадкова величина ξ набула значень: 5, 15, 32, 10, 10, 45, 39, 26, 36, 43, 39, 55, 26, 45, 41, 47, 23, 22, 18, 26, 55.

Інтервальний статистичний ряд цієї вибірки з інтервальною довжиною 10 має вигляд:

а)

I_i	[5;15)	[15;25)	[25;35)	[35;45)	[45;55]
n_i	3	4	4	5	5

б)

I_i	[5;15)	[15;25)	[25;30)	[30;35)	[35;55]
n_i	3	4	3	1	10

в)

I_i	[5;15)	[15;25)	[25;30)	[30;35)	[35;55]
n_i	3	4	4	5	5

г) інша відповідь.