https://www.modscires.pro/index.php/msr/article/view/msr13-02-004
DOI: 10.30889/2523-4692.2020-13-02-004

УДК 519.21

STOCHASTIC (B,S)-MARKET UNDER THE ACTION OF EXTERNAL DISTURBANCES OF THE RANDOM VALUE TYPE

СТОХАСТИЧНИЙ (B,S)-РИНОК ЦІННИХ ПАПЕРІВ ПІД ДІЄЮ ЗОВНІШНІХ ЗБУРЕНЬ ТИПУ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

Yurchenko I.V. / Юрченко І.В.
cand. of ph.-math. sc., assoc. prof. / к.ф.-м.н., доц.
ORCID: 0000-0001-9929-5758
Yasynskyy V.K. / Ясинський В.К.
doctor of ph.-math. sc., prof. / д.ф.-м.н., проф.
ORCID: 0000-0001-5434-6427
Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University,
Ukraine, Chernivtsi, vul. Universitet'ska, 28, 58000
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,
Україна, Чернівці, вул. Університетська, 28, 58000

Анотація. *Одержано стохастичні лінійні моделі вартості облігацій та акцій у вигляді лінійних дифузійних стохастичних диференціальних рівнянь Гіхмана-Іто. Наведено алгоритми реалізації розв'язків цих рівнянь.*

Ключові слова: *модель вартості, облігація, акція, випадкова величина, стохастичні диференціальні рівняння.*

Вступ. Стохастичному (випадковому) ринку цінних паперів, так званому (B,S)-ринку цінних паперів присвячено багато робіт як вітчизняних, так і закордонних авторів [1–16].

У даній роботі розглянуто (B,S)-ринок цінних паперів під дією зовнішніх збурень типу випадкових величин зі своїми законами розподілу [17, 18]. Ця ситуація є природною, оскільки ринки цінних паперів знаходяться під впливом зовнішніх збурень (ситуація на світових ринках, дія випадкових чинників).

Тому одним з перших кроків було створення спочатку дискретної [10], а потім неперервної [11] математичної моделі (B,S)-ринку цінних паперів, що приводить до розгляду дифузійних стохастичних рівнянь Гіхмана-Іто [17,18].

Стрибкоподібна зміна вартості облігацій та акцій описується у вигляді стохастичних диференціальних рівнянь (СДР), які містять інтеграли за пуассоновою мірою (інтеграли Скорохода [14, 16–20]).

На нашу думку, наступним кроком узагальнення опису (B,S)-ринку цінних паперів є необхідність враховування зовнішніх збурень типу випадкових величин із законами розподілу, що відрізняються від вінерового (броунівського) руху та від пуассонових збурень, які враховують зміну вартостей акцій та облігацій у вигляді стрибків першого роду на скінченну вартість.

У цій роботі розглядається дифузійний випадок СДР з урахуванням зовнішніх збурень типу випадкових величин зі своїми законами розподілу, які відрізняються від вінерового та пуассонового.

Узагальнена формула стохастичної моделі вартості облігацій

Спочатку одержимо формулу складних відсотків у випадку дії зовнішніх випадкових збурень типу випадкових величин.

Теорема 1. Нехай на ймовірнісному базисі $\left(\Omega, F, \left\{F_t, t \geq t_0\right\}, \mathbf{P}\right)$ задано випадковий процес $\varphi_0\left(t,\omega\right):\left(0,T\right]\times\Omega\to\mathbf{R}^1$, для якого

$$\lim_{\Delta t\to 0}\varphi_0\left(t+\Delta t,\omega\right)=\varphi_0\left(\omega\right),\quad \lim_{\Delta t\to 0}\varphi^k\left(t+\Delta t,\omega\right)=\varphi_0\left(\omega\right).$$

Тоді сума грошей на банківському рахунку змінюється за узагальненою формулою складних відсотків

$$B\left(t,\omega\right)=\varphi\left(\omega\right)B_0e^{rt},\quad t>t_0=0, \tag{1}$$

тобто $B\left(t,\omega\right)$ (як випадковий процес, що заданий на ймовірнісному базисі) є розв'язком імовірнісного диференціального рівняння

$$dB\left(t,\omega\right)=\varphi\left(\omega\right)rB\left(t,\omega\right)dt \tag{2}$$

з початковою умовою

$$B\left(t,\omega\right)\Big|_{t=t_0}=B_0,\qquad \lim_{k\to\infty}\varphi^k\left(t,\omega\right)\Big|_{t=t_0}=\varphi_0\left(\omega\right), \tag{3}$$

де $r\geq 0$ – постійний відсоток, що нараховується банком вкладникам.

Доведення. Розглянемо "найпростішу облігацію" як банківський рахунок [21] – випадковий процес $B\left(t,\omega\right):\left(0,T\right]\times\Omega\to\mathbf{R}_+$. Нехай на покладені до банку гроші нараховується постійний відсоток $r>0$, а на початковий капітал B_0 діє зовнішня випадковість $\varphi\left(t,\omega\right):\left(0,T\right]\times\Omega\to\mathbf{R}^1$, тобто початковий капітал дорівнює $\varphi_0\left(\omega\right)B_0$.

У кінці першого розрахункового періоду на рахунку вкладника буде

$$B_1\left(\omega\right)=\varphi_0\left(\omega\right)\left(1+r\right)B_0$$

грошових одиниць.

У кінці другого –

$$B_2\left(\omega\right)=B_1\left(1+r\right)=\varphi_0^2\left(\omega\right)\left(1+r\right)^2B_0.$$

У кінці t-го періоду на рахунку буде

$$B\left(t,\omega\right)=\varphi_0^t\left(\omega\right)\left(1+r\right)^tB_0. \tag{4}$$

Щоб мати формулу для неперервного підрахунку, розіб'ємо кожний розрахунковий період на k частин і далі спрямуємо k до $+\infty$, тобто

$$B\left(t,\omega\right)=B_0\varphi_0^t\left(\omega\right)\left(1+r\right)^t=B_0\lim_{k\to\infty}\varphi_0^{t_k}\left(\omega\right)\lim_{k\to\infty}\left(1+\frac{r}{k}\right)^{t_k}.$$

Оскільки $\lim_{k\to\infty}\left(1+\frac{r}{k}\right)^{t_k}=e^{t_k}$, а $\lim_{k\to\infty}\varphi_0^{t_k}\left(\omega\right)=\varphi_0\left(\omega\right)$ за умовою теореми 1, тоді матимемо формулу (1) розрахунку суми на поточному рахунку вкладника в банк у момент t.

Доведемо, що $B\left(t,\omega\right)$ є розв'язком імовірнісного диференціального рівняння (2), (3).

Приріст суми грошей у момент часу $t\in\left[0,T\right]\subset\left[0,\infty\right)$ на банківському рахунку буде, вочевидь, дорівнювати

$$B\left(t+\Delta t,\omega\right)-B\left(t,\omega\right)=\varphi_0^r\left(\omega\right)B_0\exp\left\{r\left(t+\Delta t\right)\right\}-\varphi_0^r\left(\omega\right)B_0\exp\left\{r\left(t\right)\right\},$$

або

$$\Delta B(t,\omega)=B(t+\Delta t,\omega)-B(t,\omega)=\varphi_0^r(\omega)B_0\left(e^{r(t+\Delta t)}-e^{rt}\right).$$

Поділимо останню формулу на Δt та перейдемо до границі при $\Delta t\to 0$, тоді одержимо, що

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta B(t,\omega)}{\Delta t}=B_0\lim_{\Delta t\to 0}\varphi_0^r(t,\omega)\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}\left(e^{r(t+\Delta t)}-e^{rt}\right)=\varphi_0(\omega)rB_0e^{rt}.$$

Отже, $B(t,\omega)$ є розв'язком імовірнісного диференціального рівняння

$$\frac{dB(t,\omega)}{dt}=\varphi_0(\omega)B_0re^{rt},$$

розв'язком якого є $B(t,\omega)$, що задано формулою (1).

Теорема 1 доведена.

Теорема 2. Нехай:

1) на ймовірнісному базисі заданий банківський рахунок як випадковий процес $B(t,\omega)$, що задовольняє умови (1)–(3);

2) відсоткова банківська ставка змінюється з часом і є функцією, що залежить від t, тобто $r(t)>0$ для $t\geq 0$.

Тоді в момент $T>t$ вартість облігації $B_t(T)$ визначається за формулою

$$B_t(T,\omega)=\varphi_0(\omega)B_0\exp\left\{-\int_t^T r(s)ds\right\}, \tag{5}$$

де B_0– фіксована вартість, яка сплачується в момент T згідно з домовленістю.

Доведення. Позначимо $B_0(t,\omega)\big|_{t=T}=B_T(T,\omega)$ – вартість облігації в кінці останнього розрахункового періоду T; $B_t(T,\omega)$– вартість облігації в момент часу $t<T$ як випадкового процесу. Припустимо спочатку для простоти, що $r>0$ не залежить від часу $t<T$. Маючи вартість $\varphi_0(t_0,\omega)B_0$, можна визначити вартість облігацій на кінець передостаннього періоду:

$$B_{n-1}(t,\omega)=\varphi_0(t_0,\omega)B_0-r\varphi_0(t_0,\omega)B_0=B_0\cdot(1-r)\varphi_0(t_0,\omega).$$

В кінці $(n-2)$- го періоду

$$B_{n-2}(t_0,\omega)=\varphi_0(t_0,\omega)\left(B_{n-1}(t_0,\omega)-B_{n-1}(t_0,\omega)\cdot r\right)=\varphi_0(t_0,\omega)B_0\cdot(1-r)^2.$$

Позначимо вартість облігації в кінці $(n-t_1)$- го періоду через $B_{t_1}(t,T,\omega)$. Тоді $B_{t_1}(t,T,\omega)=\varphi_0^{t_1}(t_0,\omega)B_0(1-r)^{t_1}$. Аналогічно формулі (1) одержуємо:

$$B_{t_1}(t,T,\omega)=\varphi_0(t_0,\omega)B_0\cdot e^{-rt_1}.$$

Далі слід записати приріст вартості $B(t,\omega)$ за час Δt_1, а саме

$$\Delta B_{t_1}(t,T,\omega)=\varphi_0(t_0,\omega)B_0\left(e^{-r(t_1+\Delta t_1)}-e^{-rt_1}\right).$$

Поділимо ліву та праву частини цієї рівності на Δt_1 та перейдемо до границі при $\Delta t_1\to 0$, в результаті матимемо

$$\frac{dB_{t_1}(t,T,\omega)}{dt_1} = -B_0\varphi_0(t_0,\omega)\cdot r\cdot e^{-rt_1}$$

або

$$dB_{t_1}(t,T,\omega) = -\varphi_0(t_0,\omega)r\cdot B_{t_1}(t,T,\omega)dt.$$

Нехай тепер банківський рахунок є детермінованою функцією від часу t, тобто $r(t):[0,T]\to\mathbf{R}^1$. Тоді

$$\frac{dB_{t_1}(T,\omega)}{B_{t_1}(T,\omega)} = -\varphi_0(t_1,\omega)r(t)dt$$

або

$$dB_{t_1}(T,\omega) = -\varphi_0(t_1,\omega)r(t)\cdot B_{t_1}(T,\omega)dt.$$

Якщо проінтегрувати останню рівність від t до T, тоді одержимо, що

$$\ln B_{t_1}(T,\omega) - \ln B_T(T,\omega) = -\int_t^T \varphi_0(s,\omega)r(s)ds.$$

Звідси й одержується формула (5).

Теорема 2 доведена.

Узагальнена стохастична модель Гіхмана-Іто вартості облігації

Розглянемо тепер на ймовірнісному базисі $(\Omega,F,\{F_t,T\ge t\ge 0\},\mathbf{P})$ задано відсоток, який є випадковим процесом $r(t,\omega):[0,T]\times\Omega\to\mathbf{R}^1$, а також зовнішні збурення $\varphi(\omega),\psi(\omega):\Omega\to\mathbf{R}^1$ типу випадкових величин.

Для визначення ціни вартості облігації $B(t,\omega):[0,T]\times\Omega\to\mathbf{R}^1$, як випадкового процесу, використовують прямий та опосередкований підходи.

При прямому підході вартість $B_t(T)\equiv B_t(t,T,\omega)\in\mathbf{R}^1$ облігації під дією зовнішніх збурень $\varphi(\omega),\psi(\omega):\Omega\to\mathbf{R}^1$ є сильним розв'язком стохастичного диференціального рівняння вигляду

$$dB_t(T) = B_t(T)\left[\varphi(\omega)r_t(T)dt + \psi(\omega)\sigma_t(T)dw(t,\omega)\right], \tag{6}$$

за початковою умовою

$$B_T(T) = B_0, \tag{7}$$

де r_t є коефіцієнтом росту (зносу), σ_t – коефіцієнт мінливості (дифузії), $w(t,\omega):[0,T]\times\Omega\to\mathbf{R}^1$ – скалярний вінеровий процес [17]. Під розв'язком СДР (6), (7) розуміємо випадковий процес, який задовольняє інтегральне рівняння Гіхмана-Іто, а саме

$$B_t(T) = \varphi(\omega)\int_t^T B_s(T)r_s(T)ds + \psi(\omega)\int_t^T B_s(T)\sigma_s(T)dw(s,\omega) + B_0. \tag{8}$$

При опосередкованому підході вважається, що значення випадкового процесу $B_t(T)\equiv B(t,T,\omega)$ залежить не тільки від зовнішніх збурень $\varphi(\omega)$ та $\psi(\omega)$, а й від деякого випадкового процесу $r_t\equiv r_t(\omega)$, $t\in[0,T]$, який має таку економічну інтерпретацію: r_t – "миттєве значення випадкової відсоткової ставки”. У найпоширенішій інтерпретації випадковий процес r_t задовольняє СДР марковського типу [9–11, 21]:

$$dr_t = \varphi_1(\omega)\mu(t,r_t)dt + \psi_1(\omega)\beta(t,r_t)dw(t,\omega),$$

де $\varphi_1(\omega),\psi_1(\omega):\Omega\to\mathbf{R}^1$ – зовнішні відомі випадкові збурення, $w(t,\omega):[0,T]\times\Omega\to\mathbf{R}^1$ – скалярний вінеровий процес.

При такому підході маємо, що $B_t(T)\equiv B_t(T,\varphi_1(\omega),\psi_1(\omega),r_t)$ для $t\in[0,T]$. Таким чином, для $B_t(T)$ за формулою Гіхмана-Іто [17] обчислюємо стохастичний диференціал:

$$dB_t(T,r_t,\varphi,\psi) = B_t(T,r_t,\varphi,\psi)\left[\mu_t(T,r_t,\varphi,\psi)dt + \beta_t(T,r_t,\varphi,\psi)dw(t,\omega)\right], \quad (9)$$

за початковою умовою

$$B_t(T,r_t,\varphi,\psi)\Big|_{t=t_0} = B_0. \quad (10)$$

СДР (9), (10) є стохастичною моделлю вартості облігації як випадкового процесу.

Узагальнена стохастична модель акції під дією зовнішніх випадкових величин

Будемо розглядати дію зовнішніх збурень типу випадкових величин на вартість акції як розв’язку СДР. Зупинимося тільки на ймовірнісній моделі вартості акції як випадкового процесу $s(t,\omega)$ [21].

Теорема 3. Вартість акції $s(t,\omega):[0,T]\times\Omega\to\mathbf{R}^1$, яка задана на ймовірнісному базисі $(\Omega,F,\{F_t,T\ge t\ge 0\},\mathbf{P})$, є сильним розв’язком СДР із зовнішніми випадковими збуреннями $\varphi(\omega),\psi(\omega):\Omega\to\mathbf{R}^1$, а саме

$$ds(t,\omega) = s(t,\omega)\left[\varphi(\omega)\mu dt + \psi(\omega)\sigma dw(t,\omega)\right] \quad (11)$$

за початковими умовами

$$s(t,\omega)\Big|_{t=t_0} = s_0; \qquad w(t,\omega)\Big|_{t=t_0} = w_0, \quad (12)$$

де $\varphi(\omega),\psi(\omega)$ – незалежні між собою та від вінерового процесу $w(t,\omega):[0,T]\times\Omega\to\mathbf{R}^1$ випадкові величини, де $\varphi(\omega)\mu$ – випадковий коефіцієнт росту; $\psi(\omega)\sigma$ – випадковий коефіцієнт дифузії (волатильності).

Доведення. Обчислимо в логарифмічній шкалі приріст вартості акцій за одиницю часу

$$R(t,\omega) = \ln s(t+\Delta t,\omega) - \ln s(t,\omega) = \ln\frac{s(t+\Delta t,\omega)}{s(t,\omega)}, \quad (13)$$

де $R(t,\omega)$– випадковий процес, оскільки на акцію діє множина незалежних випадкових факторів. Але дія багатьох незалежних факторів, в силу центральної граничної теореми, приводить до “ефекту $\sqrt{\Delta t}$ ”, характерного для нормального розподілу. Це означатиме, що дисперсія залишку дорівнює $D(R(t,\omega)) = \sigma\sqrt{\Delta t}$, де $\sigma>0$ – деякий коефіцієнт. Якщо врахувати випадковий характер $R(t,\omega)$, то його можна замінити на приріст броунівського руху $\sigma\Delta w(t,\omega)$. Тоді

$$\ln\frac{s(t+\Delta t,\omega)}{s(t,\omega)}=\ln\left(1+\frac{\Delta s(t,\omega)}{s(t,\omega)}\right)\approx\psi(\omega)\sigma\Delta w(t,\omega),$$

де $\Delta s(t,\omega)=s(t+\Delta t,\omega)-s(t,\omega)$. З множини незалежних випадкових факторів виділено "найпотужніший" зовнішній випадковий фактор, який позначимо $\psi(\omega)$ із законом розподілу $F_\psi(x)\equiv\mathbf{P}\{\omega:\psi(\omega)<x\}$, $\forall x\in\mathbf{R}^1$. При малих значеннях x з розкладу $\ln(1+x)$ в ряд випливає, що $\ln(1+x)\approx x$, де доданками x^k, $k\geq 2$ нехтуємо. Отже матимемо, що

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s(t,\omega)}{s(t,\omega)}=\lim_{\Delta t\to 0}\psi(\omega)\sigma\Delta w(t,\omega),$$

тобто $\frac{ds(t,\omega)}{s(t,\omega)}=\psi(\omega)\sigma dw(t,\omega)$, звідки

$$ds(t,\omega)=\psi(\omega)\sigma s(t,\omega)dw(t,\omega). \tag{14}$$

Якщо врахувати поряд з випадковими факторами ще деякий лінійний фактор, наприклад, інфляцію з коефіцієнтом росту $\varphi(\omega)\mu>0$ (тут $\varphi(\omega)$ – зовнішнє збурення із законом розподілу $F_\varphi(x)\equiv\mathbf{P}\{\omega:\varphi(\omega)<x\}$, $\forall x\in\mathbf{R}^1$), тоді

$$\frac{\Delta s(t,\omega)}{s(t,\omega)}\approx\varphi(\omega)\mu\Delta t+\psi(\omega)\sigma\Delta w(t,\omega). \tag{15}$$

При $\Delta t\to 0$ з (15) одержуємо СДР вигляду

$$ds(t,\omega)=s(t,\omega)\left[\varphi(\omega)\mu dt+\psi(\omega)\sigma dw(t,\omega)\right]. \tag{16}$$

Розв'язком СДР (16) є випадковий процес

$$s(t,\omega)=s_0\exp\left\{\psi(\omega)\sigma w(t,\omega)-\psi(\omega)\sigma\frac{t^2}{2}\right\}.$$

Дійсно, зробивши заміну $z(t,\omega)=\ln s(t,\omega)$ та використавши формулу Іто [17, 19, 20] одержуємо, що

$$dz(t,\omega)=\left[\frac{1}{s(t,\omega)}\varphi(\omega)\mu s(t,\omega)-\psi^2(\omega)\sigma^2\frac{1}{2}\frac{s^2(t,\omega)}{s^2(t,\omega)}\right]dt+\frac{\psi(\omega)\sigma}{s(t,\omega)}s(t,\omega)dw(t,\omega).$$

Звідки маємо

$$dz(t,\omega)=\left[\varphi(\omega)\mu-\frac{\psi^2(\omega)\sigma^2}{2}\right]dt+\psi(\omega)\sigma dw(t,\omega),$$

$$z(t,\omega)=z(t_0)+\left[\varphi(\omega)\mu-\frac{1}{2}\psi^2(\omega)\sigma^2\right]t+\psi(\omega)\sigma w(t,\omega)\quad.$$

Повертаючись до змінної $s(t,\omega)=e^{z(t,\omega)}e^{s_0}$, матимемо

$$\ln\frac{s(t,\omega)}{s_0}=\psi(\omega)\sigma w(t,\omega)-\frac{\psi^2(\omega)\sigma^2}{2}t+\varphi(\omega)\mu t.$$

Остаточно маємо формулу обчислення вартості акції

$$s(t,\omega)=s_0\exp\left\{\psi(\omega)\sigma w(t,\omega)-\frac{\sigma^2}{2}\psi^2(\omega)t\right\}\exp\{\varphi(\omega)\mu t\}, \qquad (17)$$

де $\psi(\omega)\sigma dw(t,\omega)$ відповідає швидким змінам (флуктуаціям) у вартості акції, а величину $\varphi(\omega)\mu>0$ можна розглядати як зміну процентних ставок по акціях. Теорема 3 доведена.

Для реалізації обчислення $s(t,\omega)$ за формулою (17), потрібно змоделювати на комп'ютері значення вінерового процесу $w(t,\omega)$ та випадкових величин $\varphi(\omega)$ та $\psi(\omega)$, що діють на вартість акції зовні.

Висновки. У роботі розглянуто (B,S)-ринок цінних паперів під дією зовнішніх збурень типу випадкових величин зі своїми законами розподілу Одержано стохастичні моделі вартості облігацій та акцій у вигляді дифузійних стохастичних диференціальних рівнянь Гіхмана-Іто.

Література:

1. Samuelson P.A. Rational heory of warrant pricing // Industrial Management Review.– 1965.– 6(Spring).– P.13-31.

2. Merton R. Theory of rational option pricing // Bell Journal of Economics and Management Science.– 1973.– 4 (spring).– P.144-183.

3. Vasicek O. An equilibrium characterization of the term structure // Journal of Financial Economics.– 1977.– Vol.5.– P.177-188.

4. Harrison J.M., Pliska S.R. Martingales and stochastic integrals in the theory of continuous trading // Stoch. Processes Appl.– 1981.– Vol.11, № 3.– P.215-260.

5. Shaefer S.,Schwartz E. Time dependent veriance and the pricing of bond options // Journal of France.– 1987.– V.42.– P.113-128.

6. Jensen B.A., Nielsen J.A. The Structure of Binomial Lattice. Modele for Bonds // Working Paper WP 92-17.– Inst. of Finance, Copenhagen Business School, 1992.

7. Jensen B.A., Nielsen J.A. Bond Returns and Financial Index Numbers: Results from an intertamporal Arbitrage Free Model // Working Paper WP 92-18.– Inst. of Finance, Copenhagen Business School, 1992.

8. Miltersen K.R. A Model of the Term Structure of Interest Rates // Udgivelse i serien: Afhandbinger frodet samfundsvidenskabelige fakultet pa Odence Universitet.– Odence,Denmark, 1993.– 189 p.

9. Shiryaev A.N. On some conceptions on stochastic models of financial mathematics // Probabilistic Theory and its applications.– 1994.– Vol.39, № 1.– P.5–22.

10. Ширяев А.Н., Кабанов Ю.М., Крамков Д.О., Мельников А.В. К теории расчетов опционов Европейского и Американского типов. I: Дискретное время // Теория вероятн. и ее примен.– 1994.– Т.39, № 1.– С.23-79.

11. Ширяев А.Н., Кабанов Ю.М., Крамков Д.О., Мельников А.В.К теории расчетов опционов Европейского и Американского типов. II: Непрерывное время // Теория вероятн. и ее примен.– 1994.– Т.39, № 1.– С.80-129.

12. Леоненко М.М., Мішура Ю.С., Пархоменко В.М., Ядренко М.Й. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці.– Київ:Інформтехніка, 1995.– 380 с.

13. Ясинський Є.В. Методи реалізації на комп'ютерах стохастичних моделей вартостей акцій та облігацій // Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки.– Вип.2.– 1998.– С.169-187.

14. Yasinsky V., Yasinska L., Yasinsky Je., Malik I. The theory of the European type options accounts of (B,S) market model with spasmodic of share price // Theory of Stochastic Processes. – 2004. – Vol. 10(26), № 1-2. – P. 193–214.

15. Бондарев Б.В., Баев А.В. О вероятности банкротства страховой компании, которая функционирует на (B,S)-рынке // Теория вероятностей и математ. статистика.– 2006.– Вып.74.– С.10-22.

16. Ясинський В.К., Ясинський Є.В., Юрченко І.В. Стабілізація стрибкоподібних вартостей акцій та облігацій загальної стохастичної моделі (B,S)-ринку цінних паперів із зовнішніми збуреннями // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика: Наук. журнал / Донецький нац. ун-т.– 2012.– №2.– С.30–46.

17. Гихман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения и их применения.– Киев: Наук. думка, 1982.– 612 с.

18. Jacod J., Shiryaev A.N. Limit Theorems for Stochastic Processes.– Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 1987.– 600 p.

19. Царьков Е.Ф. Случайные возмущения дифференциально-функциональных уравнений.– Рига: Зинатне, 1989.– 421 с.

20. Царьков Е.Ф., Ясинский В.К. Квазилинейные стохастические дифференциально-функциональные уравнения.– Рига: Ориентир, 1992.– 328 с.

21. Ясинська Л.І., Ясинський В.К., Ясинський Є.В. Лекції з теорії стохастичного моделювання. Частина 5. Детерміновані та стохастичні моделі фінансової математики / Під заг. ред. проф. Царкова Є.Ф.– Чернівці: Прут, 2003.– 442 с.

22. Юрченко І.В., Ясинський В.К., Ясинська Л.І. Курс комп'ютерного статистичного моделювання.– Чернівці: Вид-во "Прут", 2003.– 416 с.

23. Королюк В.С., Царков Є.Ф., Ясинський В.К. Ймовірність, статистика та випадкові процеси. Теорія та комп’ютерна практика. В 3-х томах. Т.3: Випадкові процеси. Теорія та комп’ютерна практика – Чернівці: Золоті литаври, 2009. – 782 с.

Abstract. *Stochastic linear models of the value of bonds and shares in the form of linear diffusion stochastic Gikhman-Ito differential equations are investigated. Algorithms for implementing the solutions of these equations are given.*

Key words: *value model, bond, stock, random variable, stochastic differential equation.*

Стаття відправлена: 27.08.2020 р.