УДК 519.217

Т.О. ЛУКАШІВ, І.В. ЮРЧЕНКО, В.К. ЯСИНСЬКИЙ

ПРО НЕОБХІДНІ ТА ДОСТАТНІ УМОВИ СТІЙКОСТІ В СЕРЕДНЬОМУ КВАДРАТИЧНОМУ ЛІНІЙНИХ СТОХАСТИЧНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ У ЧАСТИННИХ ПОХІДНИХ ПІД ДІЄЮ ЗОВНІШНІХ ЗБУРЕНЬ ТИПУ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

Анотація. Одержано необхідні та достатні умови стійкості в середньому квадратичному сильних розв'язків стохастичних диференціально-різницевих рівнянь з частинними похідними з попарно незалежними зовнішніми випадковими збуреннями типу випадкових величин.

Ключові слова: стохастичне рівняння в частинних похідних, стійкість в середньому квадратичному, випадкові збурення.

Статтю присвячено світлій пам'яті нашого вчителя Царкова Євгена Федоровича (8.12.1935 – 30.10.2018)

ВСТУП

Після введення поняття стохастичного диференціала та інтеграла, заміни змінних для стохастичного диференціала, визначення сильного розв'язку стохастичного диференціального рівняння та їхнього подальшого поширення на класи стохастичних диференціально-функціональних рівнянь (див., наприклад, [1–5]) стало можливим дослідження асимптотично сильного розв'язку для стохастичних диференціальних рівнянь з частинними похідними.

У праці [6] одержано умови існування сильного розв'язку задачі Коші для стохастичних диференціально-різницевих рівнянь з частинними похідними (СДРРЧП) із заданими зовнішніми випадковими збуреннями типу попарно незалежних випадкових величин, які є незалежними від вінерових процесів, що входять у визначення стохастичних дифузійних рівнянь Іто. Подібні задачі розглянуто у [7].

У цій статті одержано необхідні та достатні умови стійкості в середньому квадратичному сильних розв'язків СДРРЧП з попарно незалежними зовнішніми випадковими збуреннями типу випадкових величин.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай на ймовірнісному базисі $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{F} = \{\mathbf{F}_t, t \ge 0\}, P)$ визначена випадкова функція $u(t, x, \omega)$: $[0, \infty) \times \mathbf{R}^1 \times \Omega \to \mathbf{R}^1$, яка є вимірною з імовірністю одиниця за t і x відносно мінімальної σ-алгебри $\mathcal{B}([0, T], \mathbf{R}^1)$ борельових множин на площині.

Розглянемо на $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{F}, P)$ задачу Коші для СДРРЧП вигляду

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[Q\left(A, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right) u(t, x, \omega)\right] + \sum_{k=0}^{n} \xi_{k1}(\omega) Q\left(B, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right) u(t-\tau_k, x, \omega) =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} \xi_{k2}(\omega) Q\left(C, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right) u(t-\tau_k, x, \omega) \frac{dw_k(t, \omega)}{dt} \tag{1}$$

з початковою умовою

$$Q\left(A, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right) u(t-\tau_k, x, \omega)\Bigg|_{t\in[0,\tau]} = [Q(u)]_0, \tag{2}$$

де $\tau \equiv \sup_k \tau_k$, $0 < \tau_k \le \tau$,

$$Q(A, q, p) \equiv \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} a_{ij} q^i p^j; \tag{3}$$