**Лекція 13**

**Кореляційна функція поля, розсіяного неоднорідним випадковим екраном**

Розглянемо хвильові випадкові процеси і як вони можуть бути використані для розв’язку хвильових задач.

Тобто проходження сигналу через ОЕС описується в більшості випадковими функціями та є випадковим процесом.

Якщо випадковий процес залежить лише від одного аргументу (координати) , то найбільш повне його представлення дає нескінченно великий набір випадкових функцій за допомогою ідеального вимірювального пристрою, що не вносить власних спотворень у результати вимірювань.

На практиці розрахунок систем, які знаходяться під дією випадкових факторів (випадкових сигналів), здійснюється з використанням усереднених характеристик і параметрів, отриманих у результаті статистичної обробки часткових реалізацій випадкових процесів.

**Статистичний опис випадкових сигналів**

Нехай здійснюється багатократне вимірювання деякої випадкової величини , яка залежність від аргументу , причому вимірювана величина може примати довільні значення: при кожному заданому значенні

Оскільки випадкова величина, то за результати багаторазового вимірювання в усіх точках аргументу , можна отримати ряд випадкових функцій що називають частковими реалізаціями.

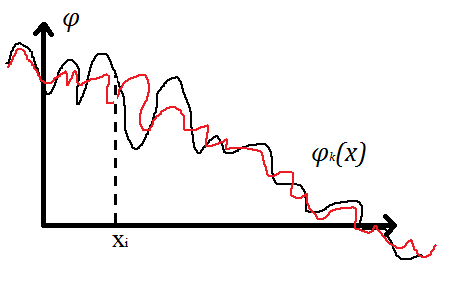


Рис. 37. Часткова реалізація випадкового процесу

Здійснюючи статистичну обробку отримань значень для кожного аргументу можна знайти функцію густини ймовірності , що, згідно з правилом нормування, задовольняє рівності:

При заданому аргументі значень функції знаходиться в інтервалі з ймоврністю, що , а в інтервалі від до - з імовірністю

Для випадкової функції характерне середнє значення мат. очікування та диспепсія визначаються як:

Знайдені в такий спосіб середнє значення та дисперсія в усіх точках аргументу дадуть значення функції та будуть характеристики їх виміри вздовж осі

Введені величини – моменти першого та другого порядків.

Для характеристики випадкової величини є недостатні знання вказаних моментів і доводиться вводити моменти більш високих порядків.

При дослідженні динаміки системи необхідно знати не тільки самі значення та у кожній т. на осі а й як швидко змінюється випадкова функція уздовж усієї осі.

Швидкість зміни функції можна оцінити, якщо буде знайдений середньостатистичний зв’язок між значеннями цієї функції у двох точках аргументу.

Кількісну міру, що характеризує середньостатистичний зв’язок між значеннями та випадкової функції у точках та що рознесені на інтервалах приймемо визначати автокореляційною функцією.

де – двовимірна густина ймовірності, яка показує, що, якщо в т. випадкова величина має значення в інтервалі від до з ймовірностю .

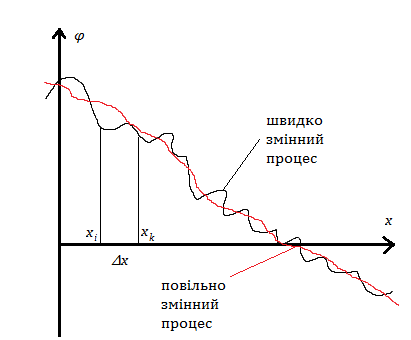


Рис. 38.

При швидко змінних процесах імовірність вірного визначення випадкової величини в т. , яка знаходиться на інтервалі від т. , в який відомі значення функції , практично дорівнює нулю.

Від характеру зміни вздовж уведених седеньоквадратиних характеристик, , випадкові процеси поділяють на стаціонарні та нестаціонарні.

Стаціонарні випадкові процеси – коли вигляд густини імовірності та моментів будь – якого порядку не залежить від початку відліку на осі аргументу.

З визначення маємо:

а) одновимірна густина ймовірності одна й та ж для будь – якого значення та не залежить від самого аргументу, тобто залежить тільки від самого значення сигналу:

б) двомірна густина ймовірності повинна залежити тільки від значення функції та інтервалу вздовж значення осі аргументу :

На основі двох останніх виразів отримаємо:

Для стаціонарних процесів АКФ залежить лише від інтервалу ξ.

Для стаціонарних випадкових процесів характерна ергодичність:

Для стаціонарних процесів середні значення, які отримані по набору випадкових реалізацій, дорівнюють середнім значенням, одержаним у результаті однієї реалізації достатньо великої протяжності (тобто усереднення функції ).

Для математичного очікування та АКФ стаціонарного випадкового процесу, відповідно до властивостей ергодичності, отриманих:

Враховуючи останній вираз, можна записати

АКФ розраховується, розбивши інтервал на частин із кроком вважаючи, що , m – кількість відрізків що вкладається на інтервал кореляції, та змінивши інтеграл сумою значень, що відповідають величинам на відрізках розбиття:

ξ вибирають цілим числом, вважають таким, що дорівнює тобто

**Властивості кореляційної функції**

АКФ (у теорії пристроїв) називають кореляційної функцією.

Кореляційною функцією одномірного випадкового стаціонарного процесу володіє набором властивостей.

1. Автокореляційна функція є парною:

Властивість парності випливає із спектрального представлення кореляційної функції, де усереднення проводиться по нескінченно великому інтервалу шкали , а тому не повинна простежуватись залежність від в той чи іншій бік від довільного початку координат.

2. Значення АКФ при дорівнює середній квадратичний величині випадкової функції:

3. При АКФ набирає значення квадрата середньої величини випадкової функції:

Позначимо

Тоді

- випадкова величина, що характеризує відхилення від середнього значення.

Оскільки при нескінченості величини , не скорельовані, за аналогією

4. З ростом кореляційна функція зменшується, допускається осциляція.

Зменшення пов’язана з послабленням статистичного зв’язку функцій Тому

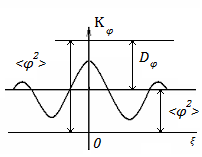


Рис. 39. Хід кореляційної функції

Отримані результати свідчать про те, що кореляційна функція є універсальною характеристикою стаціонарного випадкового процесу та дозволяє визначити всі його числові параметри:

- математичне очікування

;

- середньоквадратичне відхилення

- дисперсію