**Лекція 14**

**Спектральне прдставлення АКФ. Спектр потужностіє**

До випадкової функції також можна застосувати перетворення Фур’є. Враховуючи, що:

автокореляційна функція може бути записана:

де

Функція - спектральна густина потужності стаціонарного випадкового процесу.

Із властивостей автокореляційної функції, випливає - парна, дійсна та додатна функція.

Тому для стаціонарного випадкового процесу дійсна пара спряжених Фур’є-перетворень:

**Проходження випадкових сигналів через лінійні системи**

Припустимо, що на вхід лінійної системи із функцією ваги подається часткова реалізація випадкового сигналу із функцією .

Тоді вихідний сигнал також буде випадковим і визначатиметься інтегралом згортки:

Обчислимо автокореляційну функцію вихідного сигналу, що пов’язує статистичні значення вихідного сигналів та у двох точках та .

Тоді

де - автокореляційна функція вхідного випадкового процесу .

За умови, що процес стаціонарний, автокореляційна функція повинна залежати тільки від різниці аргументів

(\*)

Cпектр потужності стаціонарного випадкового процесу проінтегруємо (\*) відповідно до перетворення Фур’є:

Змінюючи порядок інтегрування, отримаємо:

З урахуванням введених вище позначень, перепишемо:

За визначенням:

Амплітудно-фазова частотна передавальна функція лінійної системи;

комплексно спряжена величина.

Відповідно

Спектр потужності вихідного сигналу дорівнює спектру потужності вхідного помноженого на

**Багатовимірні випадкові процеси**

Поряд з одновимірними випадковими процесами можна ввести багатовимірний випадковий процесс функції, що описує залежність від декількох аргументів:

Усереднені характеристики багатовимірних випадкових процесів:

- - одновимірна функція густини ймовірності випадкового багатовимірного процесу , що характеризує густину ймовірності в деякій точці простору із координатою ;

- - двовимірна густина ймовірності, що характеризує середньо статистичний зв’язок між імовірнісними значеннями функції одночасно у двух точках *п*-вимірного простору, координати якого задаються радіус-векторами та ;

- - спектр потужності випадкового багатовимірного стаціонарного процесу.

Якщо в *п*-вимірному просторі статистичні характеристики залишаються постійними і не залежать від початку відліку в системі, що визначається сукупністю координат , то такий процес буде стаціонарним.

Кореляційна функція в цьому випадку виявляється залежною не від самих координат та , а від розміру та напрямку вектора .

Враховуючи властивість ергодичності стаціонарного випакового процесу автокореляційна функція може бути обчислена:

Наприклад, стаціонарна випадкова функція задана на площині прямокутних координат. Тоді, автокореляційна функція може бути визначена як:

Спектральна густина потужності *п*-вимірного процесу пов’язана з *п*-вимірною автокореляційною функцією парою спряжених перетворень Фур’є:

Стаціонарні *п*-вимірні процеси можуть володіти властивостями ізотропності.

Є поверхня з шорсткістю.

Тоді автокореляційна функція залежить тільки від відстані між точками та і не залежить від напрямку самого вектора (тобто залежить від ):

У цьому випадку, якщо простір аргументів є площиною з прямокутними , чи полярними координатами , то автокреляційна функція з ізотропними властивостями випадкового процесу буде володіти осьовою симетрією:

Тоді, спектр потужності можна знайти з перетворень Ганкеля:

де - відстань у площині зворотних кутових частот, а сама функція також буде мати осьову симетрію.

**Автокореляційна функція вихідного *п*-вимірного сигналу та його спектр потужності**

Нехай на вхід лінійної *п*-вимірної системи, що має функцію ваги і амплітудно частотно передаточну функцію - (*п*- вимірні) подається випадковий сигнал зі статичними характеристиками і . Тоді автокореляційна функція і спектр потужності вихідного сигналу визначається такими рівностями:

**Модуль неоднорідного випадкового екрану**

Нехай є однорідний випадковий екран. Якщо він є безмежний та однорідний, то являє собою (при певному опроміненні) рівну світлу поверхню випромінювання на якій лиш дає інформацію про кутовий розподіл потужності випромінювання.

Нехай на екрані проведена лінія, перетин якої відрізняється від оточуючих точок. Форма лінії може містити інформацію (формула), що має значення.

Тоді вже екран не можна вважати як однорідний.

Виникає питання, як змінюється кореляційна функція при віддалені від такого неоднорідного екрану, чи зберігається та інформація, яка міститься в формі неоднорідності, чи можна їй виділити на значному віддалені від екрану.

Нас цікавить та інформація, яка міститься в неоднорідностях екрану.

Задачу спрощують через вибір кутового розподілу енергії.

Найбільш простими є 2 розподіли:

* рівномірний розподіл по кутах
* зворотний розподіл, коли вся енергія сконцентрована практично в 1 напрямку.

Задача найбільш проста, якщо прийняти два розподіли: одна – для одного напрямку, друга – йому перпендикулярне.

Якщо кутовий розподіл має вигляд то поле не буде залежити від жодної координати.

Таку ідеалізацію не можна приймати дане 2-ох кутових змінних одночасно.

Тому вважаємо рівномірний розподіл енергії по кутових по 2-ій координаті. Це виконується при умові:

Щоб не було залежності від λ, вважаємо, що має місце

Нестаціонарність вводиться шляхом зміни інтенсивності світіння екрану вздовж тої координати, де світіння некорельовано (або ).

Таким чином, приходить до наступної найпростішої моделі статистично неоднорідного екрану:

Нас будуть цікавити перетворення інформації в функції при поширенні хвилі у просторі.

Дана модель – найпростіша модель, що відображає дане явище. Володіє особливостями:

* Функція дійсна
* Описує функцію кореляції: спектральних амплітуд стаціонарних процесу, який є неоднорідним
* Співвідношення задає не спектр, кореляційну функцію

Враховуючи симетрію перетворення Фур’є, можна вважати, що отриманий спектр задовольняє спектру однорідного процесу, але це не так.

Частотна характеристика вільного простору вносить асиметрію, вигляд якого не залежить з перетворенням Фур’є.

Тому використання моделі задає нові результати – інтервал кореляції хвильового процесу може бути що обов’язково зумовлює нерівномірний кутовий спектр. Під різними кутами дошка по різному відсвічує. Можна знайти кут, для якого взагалі не побачимо зображення.

Але модель має зміст, якщо використовувати порівняно незначними кутами.

Кутовий спектр потужності, що розсіюється реальним екраном вказаний на рисунку 40.

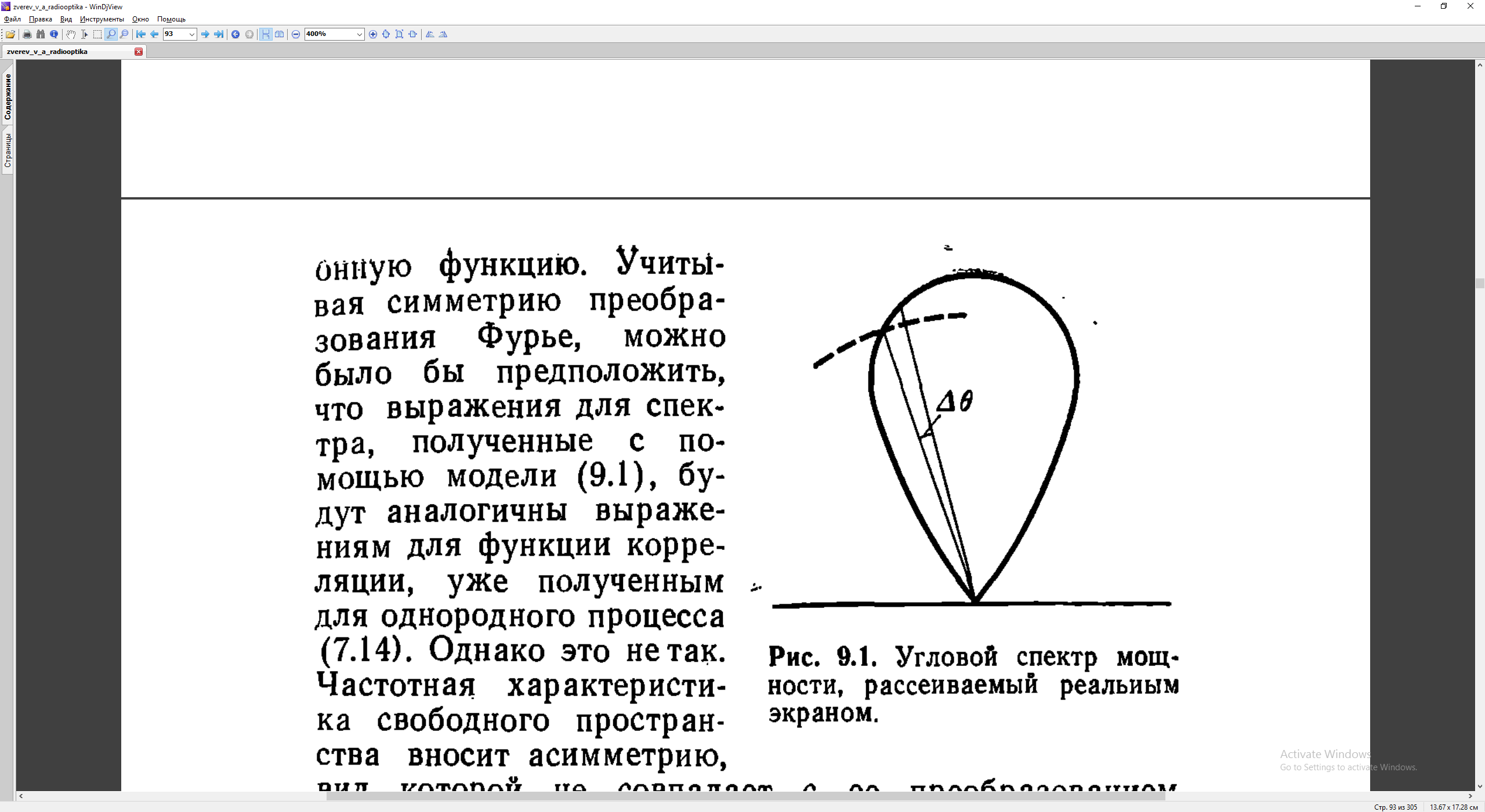


Рис. 40. Реальна діаграма направленості випромінювання (суцільна крива)

Вигляд залежить від кута спостереження. Умова не виконана інтервал кореляції

Нас цікавить випромінювання в межах тих кутів, що бачимо (). При малих кутах відмінності між суцільною та пунктирною лінією малі. Тому далі розглядаємо малі кути, що зберігає ідеалізовану модель при всіх умовах, коли нас цікавить розподіл інтенсивності вздовж площини а не кутовий спектр випромінювання у широкому діапазоні кутів.