**Лекція 15**

**Математичний опис перетворення кореляційної функції у вільному просторі**

Нехай на вході вального простору довжини задана кореляційна функція вигляду:

(1)

Необхідно знайти вигляд кореляційної функції на виході вільного простору.

Кореляційна функція вигляду де - час, - різниця по часу на виході лінійної системи, що володіє імпульсною характеристикою вигляду визначається як:

(\*)

де - кореляційна функція процесу на вході лінійної системи.

Останній вираз легко отримати перемножуючи та усереднюючи відгуки лінійної системи типу:

Для розв’язку хвильової задачі достатню у вираз (\*) підставити характеристики системи.

Будемо вважати, що застосовуються принцип Гюйгенса – Френеля, тобто що дозволяє використовувати для відгука вільного простору виразом:

Підставляючи цей вираз у (\*), отримаємо

(2)

δ- функція, що входить у дозволяє здійснити інтегрування по

Але δ- функція не є обов’язковою.

Необхідно, щоб на інтервалі кореляції за змінною фаза підінтегрального виразу у (2) міняється не істотно.

Позначаючи інтеграл кореляції по ξ через , отримаємо, що де D – найбільший інтервал зміни змінних

Так, можна розширити модель, вводячи в неї кореляційні функції довільного вигляду з інтервалом кореляції що задовільняє останній умові.

Фізично, остання умова визначає рівномірність випромінювання в межах кута

Підставляючи (1) у (\*), інтегруючи по змінних та вводячи замість змінної нову зміну через співвідношення отримаємо:

(3)

Співвідношення (3) зв’язує розподіл інтенсивності випромінювання на поверхні екрана з кореляційною функцією поля, що спостерігається на довільних відстані від площини екрана.

Це співвідношення – математична основа розв’язку всіх задач у довільній зоні.

**Дальня зона**

Для значних відстаней останній вираз приймає більш простий вигляд, якщо при цьому аргументи кореляційної функції міняється у деякому обмеженому інтервалі.

Практично завжди можна виділити деяку область D тому, що всі значення будуть меняти в середині цієї області.

Тоді останній вираз спрощується, якщо виконуються наступні нерівності:

(\*)

При цьому експоненціальний множник перед останнім інтегралом можна вважати рівними 1, що має вигляд:

(9.7)

Ця умова – умова дифракції Фраунгофера для щілини розміру D.

Роль щілини – область, всередині якої визначається значенням кореляційної, функції поля, розсіюваного екраном. Тут щілина знаходиться не на вході, а на виході вільного простору, де цікавить кореляційна функція.

Умова (\*) – умова дальньої зони, хоча на справді виконання умови може бути й не зв’язався з віддаленням площини спостереження на значні відстані.

Ці умови можуть бути виконані при спостереженні функції кореляції у невеликій області D.

У цьому істотна відмінність розглядаємо випадку від дифракції Фраунгофера, виконання умов, якої може бути досягнуто зменшенням зони виміру поля.

Треба бути віддаленими на значні відстані.

Остання умова може бути виконана на довільній відстані від площини

Згідно з останнім виразом, поперечна кореляційна функція однорідна і пов’язана з розподілом перетворення Фур’є

Перетворення Фур’є зворотнє, наслідком такого математичного зв’язку є те, що інформація що міститься в несе кореляційна функція

**Апертурний синтез та інші аналогічні задачі**

- Розсіяння хвилі на випадкових неоднорідностях

Є середовище з випадковими неоднорідностями, функція кореляції якої є однорідною по всіх трьох координатах.

Розглянемо частину цього середовища, що утворює хмарку кінцевих розмірів та помістимо у вальний простір. Якщо обмежити розміри хмари, то получимо середовище, яке володіє неоднорідною функцією кореляції.

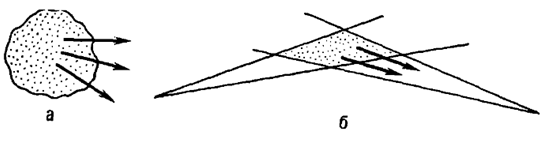


Рис. 41.

Розсіяння хвиль на випадкових неоднорідностях:

а – форма розсіючого об’єма обмежена тою ділянкою, де є неоднорідності,

б – форма розсіючого об’єма, що обмежена область перетину діаграм напрямленості випромінюючої та приймаючої антенами.

Необхідно знайти поле, що розсіюється такою хмарою неоднорідностей на більшій відстані від поля.

Можливий і інший механізм утворення неоднорідностей кореляційної функції

Однорідне середовище опромінюється хвилею лише в деякій частині (Рис. 41), що приводить до утворення хмарки розсіяння кінцевих розмірів.

Тоді поперечна функція кореляції поля, що пройшло через шар однорідностей, буде мати вигляд (однормірна модель):

- функція кореляції однорідного поля, що отримується при опроміненні безмежного поля неоднорідностей плокою хвилею;

- розподіл інтенсивності у падаючій хвилі або розподіл середнього квадрату неоднорідностей.

Нехай функція обмежена розмірами облака а розсіяння спостерігається на більшій відстані z, що задовольняє умові:

Інтервал кореляції неодноріжностей набагато менший за розмір .

З останньої умови => при розрахунку кореляційної функції, можна реальну функцію замінити функцією

Як наслідок, кореляційна функція розсіяного поля на відстані z задовольняє останній умові, якщо області зміни не перевищує розмірів області спостереження розсіювання.

Якщо кореляційна функція однорідна, то можна розрахувати кутовий спектр потужності розсіяного поля.

Тоді

**Апертурний синтез у дальній зоні**

Нехай необхідно визначити вигляд функціїтобто розподіл інтенсивності випромінювання по деякій площині, що віддалена від нас на відстані z.

Є можливість приймати випромінювання від цієї площини через вільний простір, довжиною z та вимірювати кореляційну функцію випромінювання, що приймається на деякій ділянці зміни змінних довжиною D.

В окремому випадку, функція може описувати формулу джерела випромінювання, розподіл джерел випромінювання в просторі і т.п.

Нехай D така, що ми знаходимось у дальній зоні.

Тут виконується рівність:

Тоді

(\*)

Обчислення інтеграла (\*) неможливо, оскільки значення функції кореляції є відомим лише на кінцевій відстані D.

Більше того, значення на інтервалі D можуть бути спотворені як по амплітуді, так і по фазі.

Тоді, замість функції будемо мати функцію де поза інтервалом D, а всередині інтервала D характеризує амплітудні та фазові спотворення справжньої по відношенню до вимірювальної.

Введемо спектр функції

Функція так як і , характеризує спотворення та обмеженість інтервалу, де визначені значення.

Функція - діаграма напрямленості синтезованої апертури.

Оскільки є невідомою то в (\*) підставимо функцію, яка може бути фактично відомою, тобто . Тоді замість функції отримаємо деяку іншу функцію, яку позначимо:

- зображення від 0 оригіналу.

Знайдемо зв’язок та

(\*\*)

Підставимо у (\*\*)

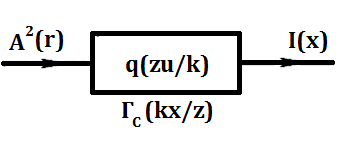


Рис. 42.

В (\*\*) виконаємо інтегрування по u, отримаємо:

(10.8)

Отримаємо послідовності операцій, що спотворюють формулу та переводять функцію у . Така послідовність операцій – спостереження.

Функція згортається з функцією яку ще називають діаграмою напрямленості антени з синтезованою апертурою.

Ця операція записується аналогічно до

оскільки дане співвідношення також описує спотворення вхідної функції при проходженні через лінійну систему з імпульсною характеристикою