2. Знайдемо подальший розподіл, якщо хвиля перетворюються простором довжиною за формою, аналогічною до 14.2, тобто

Об’єднавши співвідношення (14.2), (14.3) та (14.5) в один, отримаємо:

(14.6)

Тут є подвійний інтервал. Один розраховується незалежно від вигляду вхідного розподілу.

Цей інтеграл має вигляд:

Тут використовується принцип Гюйгенса-Френеля, можна використовувати наближений вираз

Підставляючи (3.17) у (4.17), отримаємо:

(14.8)

де вводимо

(14.9)

Для використання методу стаціонарної фази необхідна наявність функції M(x) на інтервалі - щоб під було додатньо - розклад деякої функції.

Тоді

Відстань між відліковими точками >> розміру інтервалу.

Тоді

(14.11)

Згідно з теоремою Котельникова, відстань між відліковими точками функції M(x) може бути представлено через ширину спектра, як:

Тоді можна записати:

При виконанні умови (14.11) інтугрування методом стаціонарної фази дає:

(14.14)

**Поля в ідеальних оптичних системах**

Розглянемо поля в ідеальних системах при різних значеннях параметра який назвемо налаштуванням оптичної системи.

Нехай налаштування системи:

(14.15)

Тоді в (14.8) квадратний член в експерименті під знаком інтеграла затухається.

Маємо модель безмежного ідеального об'єктиву, .

Тоді інтеграл в (14.8) можна вирахувати не використовуючи метод стаціонарної фази:

Підставляючи I в (14.6), отримаємо:

Знак “~” значить, що результат отриманий для ідеальної оптичної системи.

Розподілу комплексних амплітуд, що отримався зв'язаний з вхідним розподілом: кожна точка вхідного розподілу зв'язана з точкою вихідного розподілу.

Якщо у вихідному розподілі змінити амплітуду або фазу окремої точки, то у вихідному розподіли також міняється амплітуда або фаза окремої точки. Самі розповіли (вхідні та вихідні) відрізняється при цьому фазою, амплітудою та просторовим масштабом.

Площини, що знаходяться на відстані від об'єктиву, що задовольняє умові (14.15) є оптичного схрещеними площинами.

Якщо об'єктив ідеальний та безмежний, тобто але

Нехай площини – фокальні.

Нас цікавий розподіл комплексних амплітуд поля у заданій фокальній площині об'єктива.

Налаштування системи наступне:

У випадку ідеального безмежного об’єктиву та умова - виконується.

Використовуємо (14.14) і підставляємо (14.9):

Підставляємо в (14.6), тоді:

(14.21)

Інтеграл в (14.21) – є спектр заданого розподілу комплексна амплітуда, що визначається як:

(1.17)

З врахуванням (1.17) можна записати:

(14.22)

Комплексна амплітуда у заданій фокальній площині ідеального обмеженого об'єктиву знаходиться у відповідності до спектру сигналу.

Зображення сигналу є зображенням спектру.

Дана відповідність не залежить від відстані до об'єктиву. Від цієї відстані залежна лише фазовий множник. Цей множник перетворюється в 1, коли тобто об'єктив знаходиться у передній фокальній площині об'єктива.

Нехай об'єкт знаходиться у передній фокальній площині об'єктива, а спостереження відбуваються на довільний відстані від нього.

Налаштування системи:

Для розрахунку І використовуємо співвідношення (14.14). Тоді:

(14.24)

Підставляємо (14.24) в (14.6), отримаємо:

(14.25)

Тут вже немає однозначності між спостереженням та початковими точками об'єкту або його спектру.

Визначаємо з якою функцією від початкового об'єкту однозначно збігається спостережуваний розподіл в цьому випадку.

Для цього в (14.25) підставляємо вираз спектра об'єкту (1.17):

(14.26)

Інтегрування по x`` дасть:

(14.27)

Порівняємо отриманий вираз з формулою:

(1.18)

яке написано з використанням (3.15) []:

(14.28)

Інтегрування в (14.22) та (14.28) аналогічні та збігаються за умовою, що:

(14.29)

Тоді

Тут також є однозначна відповідність між поле, що спостерігається з перетвореним початковим полем.

Перетворення полягає в тому, що міняється масштаб початкового поля по x в разів і воно приходить шляхом у вільному просторі що визначається як (14.29).

**Отримання зображення реальним об’єктом в в оптично-спряжених площинах**

Визначаємо вплив апертури та спотворень в оптично спряжених площинах за умовою:

(14.15)

Підставляючи цю умову в:

(14.8)

отримуємо:

(14.33)

Введемо спектр функції M(x) у вигляді:

Тоді

Підставимо в (14.6), отримаємо:

(14.37)

У випадку безмежно ідеального об'єктиву в (14.37) замість стала би і інтеграл переходив би у (14.17):

Нехай об'єктив не ідеальний, але наближується до цього, то (14.37) не відрізняється від (14.17)

Для цього будемо вважати, що функція є достатньо вузька порівняно з іншими функціями підінтегрального виразу.

Нехай функція має N відмінних точок і апертура об'єктиву =D. Тоді ширина функції згідно з (14/12) буде , тоді ефективний розмір області інтегрування в (14.37) визначається як:

(\*)

Нехай є настільки гострою, що за її допомогою можна інтегрувати спеціальний множник під знаком інтегралу аналогічно як з функцією.

Для цього допустимо, щоб різниці показників експоненти при підстановці x`` при умові, що функція, що має ширину не перевищувала на краях інтервали інтегрування.

Тоді отримано

Умов виконується, якщо кожний елемент

Для неспотворюючого об'єктиву , тобто апертури в разів.