**Лекція 2**

**1.1.1. Фізичне обґрунтування рівняння згортки**

Розглянемо довільний вхідний сигнал . Розкладемо цей сигнал у послідовність імпульсів довжиною та амплітудою, рівною амплітуді даного сигналу в розглянуті моменти часу.



Рис. 8. Розклад довільного вхідного сигналу у послідовність імпульсів

Нехай - значення в моменти .

- відгук системи на імпульс довжиною і амплітудою (швидкість руху імпульсу). Тоді величина - відгук системи на імпульс довжиною одиничної амплітуди.

Тому відгук системи на імпульс з амплітудою у момент часу буле g(0).

Аналогічно відгук системи на імпульс з амплітудою у момент буде .

Продовжуючи підрахунок відліків системи для імпульсів у моменти часу , отримаємо такий ланцюг рівності:

Повний вихідний сигнал у довільний момент часу від усієї сукупності вхідних сигналів у наслідок лінійності системи визначиться сумою:

(I)

Згідно з принципом причинності відгук фізичної системи повинен дорівнювати 0, для , тому =0, коли (результат наступає після дії). Тому рівняння (I) можна записати у вигляді:

(II)

Послідовність , при відгук імпульсного відгуку тобто .

При суми (II) можна бути замінена на інтеграли, вводячи = та

(III)

Вирази (III) носять назву рівняння згортки. Скорочений запис .

Розглянемо проходження сигналу через лінійну систему гармонійного сигналу. Такий розгляд важливий з точки зору вимірювання динамічних характеристик системи. Сигнал називається гармонічним сигналом, де- амплітуда, - частота, - фаза.

Оскільки для значення частоти амплітуда та фаза можуть мати різні значення, то вхідний гармонічний сигнал можна записати:

(16)

В теорії сигналів використовується комплексна форма представлення сигналу, що полегшує розрахунки:

(17)

комплексна амплітуда, що залежить від амплітуди та фази вхідного сигналу. Відповідно до формули Ейлера, комплексна частина сигналу (17) у точності відповідає гармонічному сигналу (16):

Якщо на вхід подається гармонічний сигнал, то на виході також буде гармонічний (після завершення перехідних процесів у встановленому режимі), з тою ж частотою, але з іншими амплітудними та фазовими значеннями:

(18)

Комплексна амплітуда характеризує одночасно амплітуду та фазу сигналу.



Рис. 9. Реакція системи на гармонійний сигнал

Зміну динамічних характеристик лінійної системи у встановленому режимі при подачі на вхід гармонічного сигналу в залежності від частоти можна вмзначити комплексною функцією

Тут =- - різниця фаз між вхідним і вихідним сигналами для заданої частоти.

(19)

Функція називається амплітудно-фазовою частотною передаточною функцією.

Знайдемо вираз для функціїколи в динаміці зв`язок між вхідним і вихідним сигналами визначається формулою а саме оператори та – операторами диференціювання у вигляді (4).

Тоді для вхідного гармонічного сигналу маємо:

(20)

Проводячи диференціювання та скорочуючи на багаточлен , отримаємо:

(21)

=

Вводимо комплексну амплітуду =, отримаємо:

(22)

Оскільки згідно з (19), (20) функція - комплексна, то її можна зобразити у вигляді:

(23)

де називається амплітудно-частотна характеристика лінійної системи, - фазово-частотна характеристикою.

Відповідно до (19) та (23), ці характеристики будуть такими:

(25)

(24)

=

=

Такі параметри повністю задають динамічні властивості лінійної системи.

Значення амплітудно-фазової частотної передаточної функції та функції ваги дає можливість знайти сигнал на виході лінійної системи по вхідному сигналу довільної форми, а не тільки гармонійний.

Застосовуємо перетворення Фур`є до (15)

(26)

Права частина (26) Фур`є перетворення від згортки двох функцій та

Згідно з властивостями такого перетворення:

(28)

(27)

- спектри Фур`є вихідного та вхідного сигналів:

(29)

- спектри Фур`є функції ваги системи.

Для негармонійного сигналу амплітудо-фазова частотна передаточна функція містить багато спектральних гармонік і являє собою Фур`є-перетворення функції .

Зміст (27) функція - лінійний фільтр, що пропускає вхідні сигнали різних частот (спектральних гармонік) і тим самим характеризує динамічні властивості лінійної системи.

Якщо знайдений комплексний спектр вихідного сигналу згідно з (27) та (28), то перехід до самого сигналу здійснюється на основі зворотного Фур’є перетворення.

**1.1.2. Сигнали з кількома змінними**

При роботі ОЕС вхідні та вихідні сигнали дуже часто залежать від кількох незалежних параметрів. Дослідження динаміки таких лінійних систем здійснюється за допомогою функцій, описаний вище, але залежних від кількох змінних.

Нехай вхідний та вихідний сигнал є функціями незалежних змінних . Сукупність таких змінних позначимо вектором Відповідні сигнали запишуться у вигляді:

(30)

Введемо n- вимірну -функцію:

(32)

(31)

n

(34)

(33)

=

Враховуючи, що при поданні на вхід лінійної системи сигналу відгук системи (сигнал на вході) буде ().

Функція - -вимірною функцією ваги лінійної системи.

Сигнал на виході такої системи визначається через вхідний сигнал та функцію ваги n-вимірним інтегралом згортки:

(35)

n

Частотний зв`язок між n-вимірними спектрами вихідного та вхідного сигналів визначається виразом:

=WG

де- n-вимірна кругова частота, що вводиться при використанні n-вимірного перетворення Фур`є.

(36)

Нехай задана функція -вимірний спектр визначається имірним інтегралом Фур`є:

n

(37)

Відповідно до (37), спектри вхідного та вихідного сигналів визначаються:

(38)

(n)

(39)

(n)

При цьому n-вимірна амплітудно-фазова частотна передаточна функція визначається через функцію ваги:

(40)

(n)