**Лекція 6**

**1. Розв’язок дифракційних задач. Наближення Кіргофа.**

В цілому є можливість визначити поля на даній відстані за значеннями поля, що задано на іншій відстані.

Але найбільш часто зустрічаються т. зв. дифракційні задачі, які формулюються наступним чином:

У полі хвилі (плоскої або сферичної) розташована перешкода, геометричні параметри якої (форма, розміри і т.п.), електричні властивості матеріалу (поглинаючий, прозорий, певного показника заломлення) відомі. Треба визначити поле, яке отримується на значній відстані від перешкоди.

На рис.19 зображено непрозорий екран з отвором, на який падає плоска хвиля, або на деяке прозоре тіло, що відрізняється показником заломлення. Треба визначити поле, яке буде в просторі, якщо тіло внесено у полі початкової хвилі.

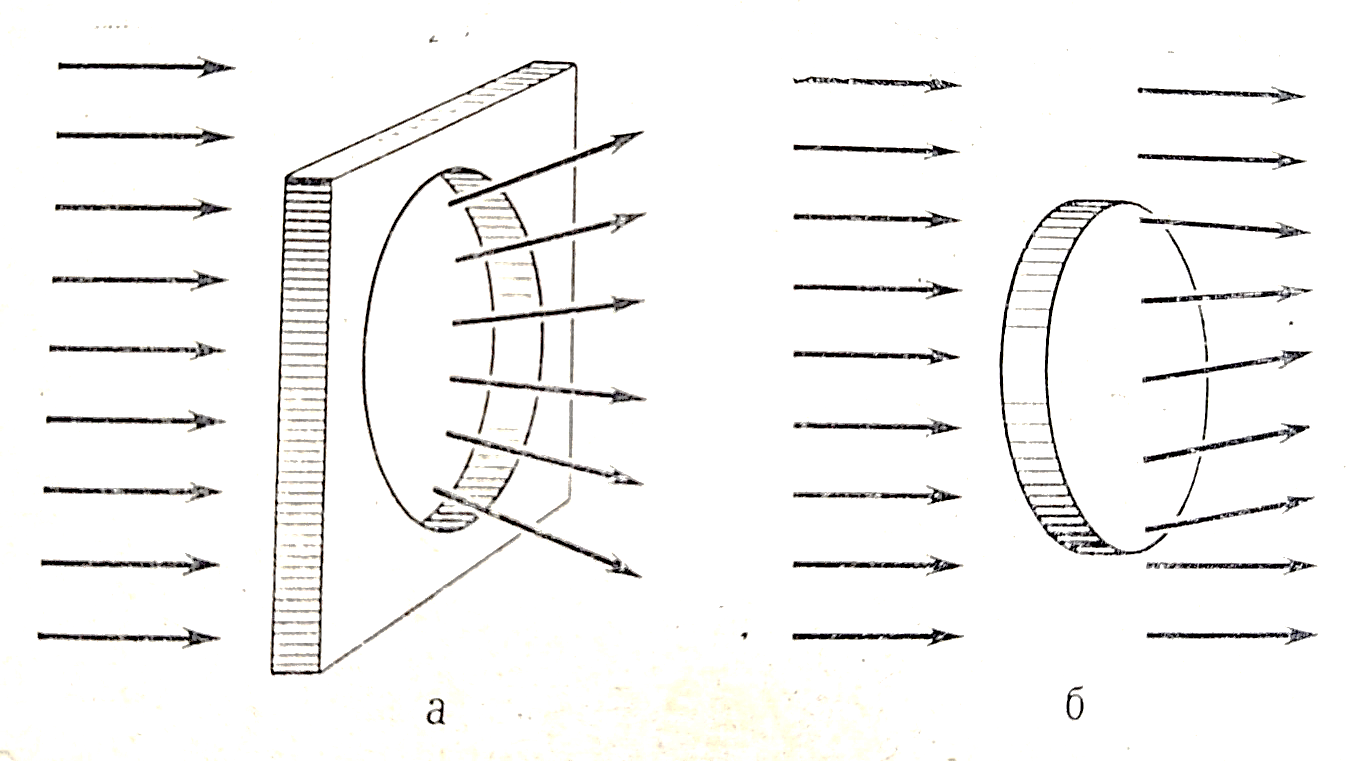


Рис. 19.

При розв’язуванні дифракційних задач використовують наближення Кіргофа, що поле на перешкоді , а поза таке як у випадку відсутності перешкоди. Таке наближення використовують для щілин, граток, інших перешкод.

У другому випадку, що міняє не амплітуду а фазу хвилі, зміна фази всередині структури знаходиться інтегрування фазового набігу в середині фазового екрану вздовж траєкторії процесів, що розраховується за законами геометричної оптики.

Вищі міркування використовують для розв’язку дифракційних задач наступним чином:

На найбільшій відстані від перешкоди проводять площину з боку хвилі, що пройшла. На цій площині, використовуючи наближення Кіргофа, є поле хвилі, що спотворено перешкодою. Ця площина потім приймається за площину Далі, використовуючи вираз для при (\*\*), розв’язують дифракційну задачу, тобто знаходять поле при довільному z. Даний розв’язок є наближеним, хоча формула є точкою. Наближення полягає в тому що замінюючи реальне поле в площині , його наближеним виразом.

Наближення Кіргофа є грубим. Воно повинно описувати хвильове поле, яке обов'язково задовільняє хвильовому рівнянню. Однак отримане поле згідно з правилом Коргофа, хвильовому рівнянню не задовільняє, і тому, не може відповідати реальному хвильовому полю.

Були спроби ввести більш складні правила знаходження полів, які би усували протиріччя з хвильовим рівнянням. Однак для полів на достатньому віддалені, отримані результати узгоджуються з експериментом.

Строгий розв'язок дифракційних задач також узгоджуються з наближенням Кіргофа на достатньо значних відстанях.

У чому проблема і що дає співвідношення (\*\*).

Це співвідношення дозволяє знайти поле при довільому , якщо відомі поля при якомусь Розв’язок (\*\*) робить всі перетини поля рівноправними. Тому поле після перешкоди мала бути таким ж як на відстані, тому розв’язок (\*\*) є рівноправним. Але яке ж поле у перетині (\*\*) відповіді не дає. Тому проблема не в знаходженні поля в залежності від відстані, а у знаходженні правильного значення поля не довільній відстані.

В принципі (\*\*) дає вірний розв’язок, оскільки (\*\*) виконує роль фільтра, який пропускає не всі просторові частоти, а лише ці частоти, які потрапляють у деяку вузьку смугу. Ця властивість тим сильніша, чим більшу відстань проходить поле після перешкоди (фільтр буде мати більш крутий фронт, чим більша відстань ). За допомогою наближення Коргофа задається значення поля на вході фільтра, а за (\*\*) розраховується значення на вході. Виявляється, що істотна відмінність наближення Кіргофа від справжніх значень поля припадає на ту область просторових частот, яку фільтр не пропускає. Таким чином є 2 ефекти:

1. відсікаються частоти у початковому полі, що не відповідає дійсності;
2. там, де наближення відповідає дійсності, відбувається перетворення поле у відповідності до значень відстані

Це все дійсно для скалярного поля. Однак є питання з векторними полями, які володіють поперечною поляризацією. Наведені ефекти працюють, якщо вони не чіпають поляризації хвилі. Це має місце, якщо хвиля дифрагує під малим кутом. При малих кутах дифракції такі підходи використовуються і для векторних полів, якщо не розглядати поляризації.

**Наближені вирази для частотної та імпульсної**

**характеристик вільного простору**

Вільний простір описується властивостями:

* лінійна система (виконується принцип суперпозиції);
* принцип транспозиції, який поляггає в тому що форма вихідного сигналу не залежить від моменту початку вхідної дії, він зсувається у часі на такий же інтервал, на який зсовується момент початку вхідного сигналу.

Можна вважати, що введена функція (v+):

Даний вираз являє собою комплексну амплітуду поля, яке пройшло шлях у вільному просторі. Це є відгук вільного простору на вхідний сигнал, діючий на початку (на вході) ділянки при .

Функція є спектр вхідного сигналу. Змінна інтегрування назвемо просторовою частотою вхідного розподілу .

Функція - частотна характеристика лінійної системи.

Цей вираз (v+) дозволяє встановити основні характеристики вільного простору як лінійної системи.

Вхідний сигнал – комплексна амплітуда при . Сигнал залежить лиш від просторових координат.

Вихідний сигнал – розподіл комплексних амплітуд у деякій площині .

Частотна характеристика еквівалентного фільтра залежить від величини

Залежність виду вхідного розподілу від координати значить залежність сигналу від змін частотної характеристики фільтра.

Знайдемо вирази для та імпульсна характеристика фільтра.

* вирази для та .

Просторово частотна характеристику вільного простору назвемо частотною характеристикою та узагальнюємо на 2 виміри.

Вираз (++) задає відгук вільного простору у загальному вигляді. Одна з функцій, що стоїть під знаком інтегралу, залежить лише від вхідного розподілу, а друга лише від самої системи.

Двумірною частотною характеристикою вільного простору є функція: .

Імпульсна характеристика, як спектр частотних характеристик має вигляд:

або для одномірного випадку:

**Принцип Гюйгенса-Френеля**

1) λ,

2)

Тоді

)

Тоді математичний принцип Гюйгенса-Френеля:

(x’)

Згідно з яким розповсюдження хвиль можна представити як процес сумування хвиль, що випромінюваними фіктивними джерелами, що розташованих на деякій поверхні, амплітуди та фази яких співпадають з амплітудами і фазами хвиль, які проходять через цю поверхню.

У даному випадку цією поверхнею є площина 𝑧=0.

Амплітуди й фази хвиль задаються функцією 𝑝(𝑥,𝑦,0).

Співвідношення (х') можна інтерпретувати як сума сферичних хвиль з амплітудами та фазами, що визначаються функцією , кожна з яких вимірюється джерелом, розташованим в т..

Умова 2) при звичайному формуванні принципа Гюйгенса-Френеля враховується введення фіктивних випромінювачів.

Можна отримати наближений вираз для частотної характеристики, що відповідає умові застосування принципу Гайгенса-Френеля.

Умовою застосування принципу Гюйгенса-Френеля:

Характер похибки при наведеній умові залежить від ширини просторового спектру вхідного розподілу.

Якщо просторовий спектр локалізований в області частот набагато меншою за то величину похибки можна оцінити як відношення середніх квадратів вхідних розподілів де частина вхідного розподілу, спектр якого , тобто лежить в області частот, набагато менших а частина вхідного розподілу, спектр якого лежить вище частоти .

Чим більше , тим більше похибка.

**Наближення геометричної оптики**

Розкладемо в ряд:

Відкидаємо всі члени крім першого, вважаючи, що вони менші .

Тоді

Ця умова – умова застосування наближення геометричної оптики.

Частотна характеристика не залежить від змінних тому поширення хвилі у вільному просторі описується найбільш простим чином.

**Дифракція Френеля**

Виконується умова:

У розкладі зберігаються два перших доданки.

Дана умова визначає вигляд частотної характеристики, за якою справедлива дифракція Френеля. Тоді вигляд для частотної функції має вид:

Дане співвідношення виконується набагато ширше ніж виконання наведеної умови.