**Лекція 7**

В останньому виразі змінні можуть бути роздільним, тобто вираз можна представити як добуток двох доданків кожний з яких залежить від однієї змінної.

Якщо граничні умови задані також з розділяючимися змінними, то двомірна задача заводиться до одномірної.

Тоді вираз для одномірної частотної характеристики може бути записаний:

Імпульсна характеристик може бути записана:

або для одномірного випадку:

Можна схематично зобразити область використання наведених співвідношень.

Поза кола радіуса k наближенні формули не використовуються. Також не використовуються дані співвідношення всередині кола при значеннях .

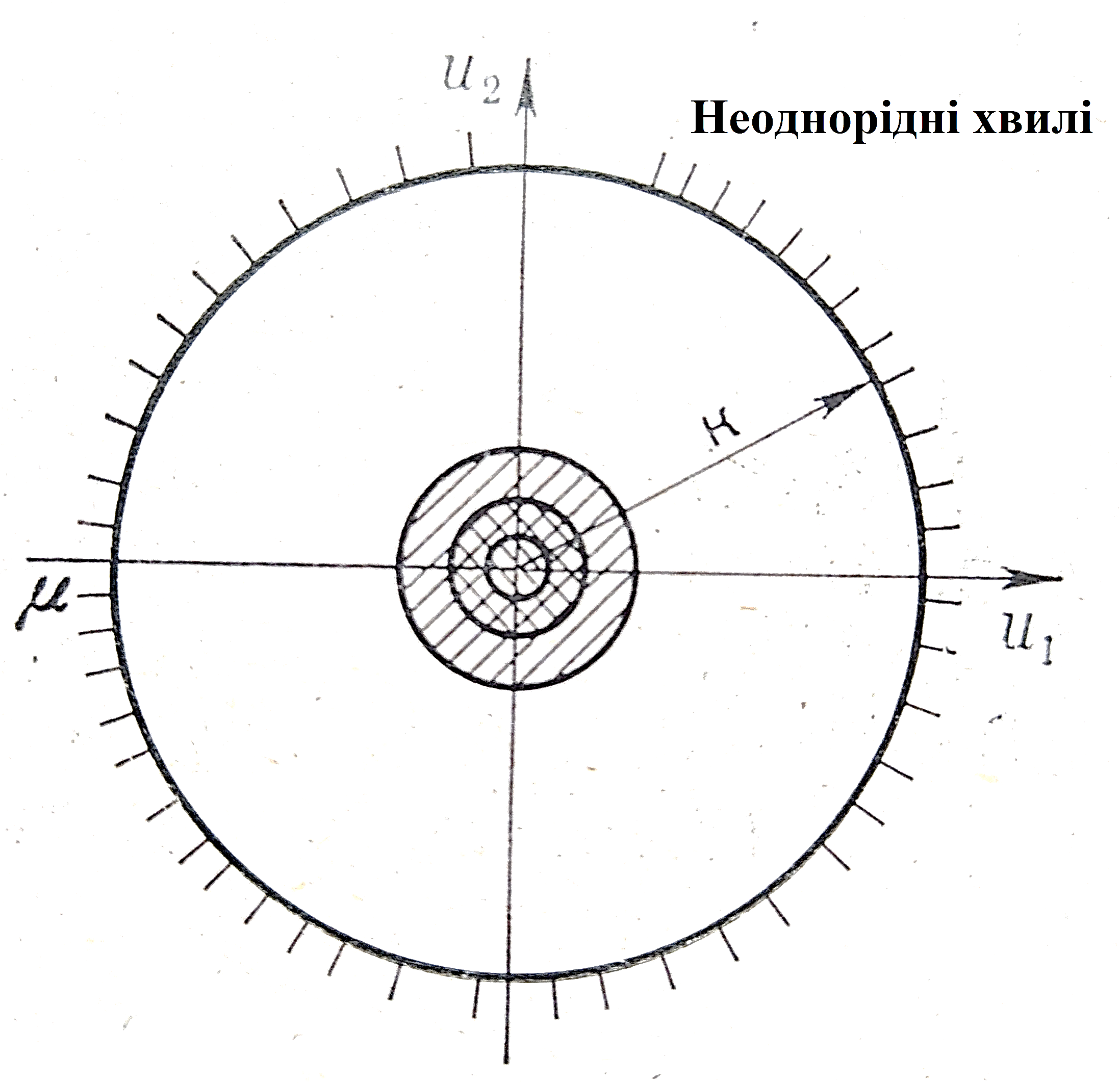


Рис. 20.

 - область виконання принципа Гюйгенса – Френеля,  - область дифракції Френеля,  - область геометричної оптики

Область всередині кола радіуса k – область дійсних значень кутового спектра поля;

коло радіусом набагато меншим за k – область використання принципу Гюйгенса – Френеля ().

Наступне коло, радіус якого є меншим за радіус попереднього кола у разів – область дифракції Френеля.

Коло ще меншого радіуса у - область застосування геометричної оптики.

Вираз для (74) справедливий й за межами області дифракції Френеля. При певних наближеннях цей вираз може бути використаний всередині всієї області, де справедливий принцип Гюйгенса – Френеля. Розмір цієї області не залежить від z, що розширює коло задач, що відносяться до області зміни .

**Дифракція Фраунгофера**

Розв’язок дифракційних задач спрощується не лиш у випадку дифракції Френеля або геометричної оптики, а й при виконанні нерівності, зворотної по знаку умові використання геометричної оптики.

Тобто, умова виглядає:

При цьому повинна виконуватися й умова й принцип Гюйгенса – Френеля є справедливим.

Цей випадок – дифракція Фраунгофера.

Розглянемо відгук вільного простору на прикладі однорідного випадку.

Запишемо:

Використовуємо принцип Гюйгенса – Френеля при відношенні оскільки друга змінна дорівнює 0.

Тоді (\*) перепишемо:

Треба оцінити останні інтеграл при виконанні наведеної умови.

Використовуємо метод стаціонарної фази.

Розглянемо інтеграл виду:

Цей інтеграл векторів з модулями та аргументами, що задається функцією .

При деяких вимогах до функцій та ця сума векторів може бути замінено спіраллю Корню.

Спіраль Корню – сума векторів по модулю, аргументи яких змінюються з ростом номера вектора по квадратному закону.

Нехай то сума векторів під знаком інтеграла, набуває вигляду спіралі Корню.

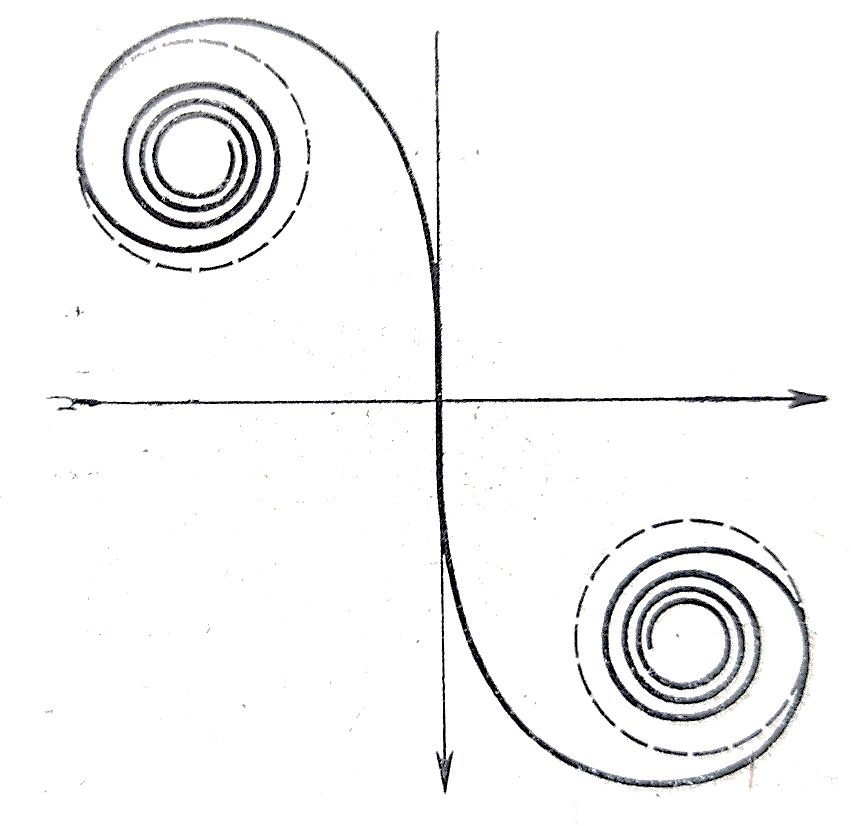


Рис. 21. Спіраль Корню

По взаємно перпендикулярним вісям відложено уявна та дійсна частина суми векторів.

На рис. 21 є 2 області, де спіраль скручується, прямуючи до деяких точок площини, які носять назву фокусів спіралі Корню. У спіралі 2 фокуси у протилежних квадратах. Зміна знаку міняє квадранти фокусів. Значення інтеграла залежить від меж інтегрування

Нехай попадають в області різних фокусів спіралі Корню.

Значення інтеграла можна наближено представити векором, що з’єднує фокуси спіралі. Модуль та аргумент вектора мало змінюється зі зміною меж інтегрування, якщо вони не виходять за межі областей фокуса. Область фокуса на рисунку – коло (пунктирні), починаючи з якого спіраль швидко скручується.

Інший випадок: обидві межі інтегрування попадають в окіл одного з фокусів спіралі. При цьому значення модуля інтеграла не перевищує радіус пунктирного кола, аргумент швидко змінюється зі зміною межі інтегрування.

У цих випадках величина інтегралу мало залежить від довжини шляху інтегрування, що може бути й безмежністю.

може не бути постійним на всьому шляху інтегрування. Якщо мало змінюється на протязі першого початкової ділянки спіралі, то

Зміна величини плавні (на 1 витку) й істотно не впливають на характер скручування.

Найбільшу довжину має перший віток спіралі. Вона визначається зміною , що зумовлює ріст фази від до .

Тоді

Нехай є функція Розкладаємо її в ряд в околі т.

Нехай вибирається так, що тоді - стаціонарна точка.

Якщо то останнім членом нехтують.

Величини міняється в межах інтегрування .

Тоді

Тобто інтеграл оцінюється з властивостей спіралі Корню.

Інтеграл у правій частині – дорівнює відстані між фокусами спіралі Корню.

Враховуючи це і те що результуючий вектор орієнтований під кутом радіан по відношенню до осей координат, отримаємо:

метод розрахунку інтегралів наведеного вигляду за методом стаціонарної фази.

Виходячи з того, що та розкладу в ряд , тоді довжина інтервала:

вибирається знак, щоб під радикалом було додатне величина.

Застосовуємо метод стаціонарної фази для оцінки інтеграла:

С

де

З’ясовуємо за яких умов до функції використовується метод стаціонарної фази.

Тоді

Розкладаємо в ряд, та розглянемо останній член ряду:

Виконується принцип Гюйгенса – Френеля, тобто Нехтуємо порівняно з .

Враховуючи всі наближення, запишемо:

В умовах дифракції Фраунгофера завжди або а

Вимоги до . Ця функція не повинна істотно змінюватися на інтервалі

Введемо точки відліку функції при записі ряда Котельникова. Відстань між цими точками

повна ширина щілини.

Тоді

Враховуючи, що то або

Ці умови – відомі умови дифракції Фраунгофера. До цих умов відносять й спектральні умови:

Нехай є N точок в інтервалі відстані між ними розраховуються як:

тоді в (\*) отримаємо

Це є умова використання дифракції Фраунгофера, плавність зміни функції

Інші умови (з виконанням принципу Гюйгенса - Френеля):

описує дифракцію Фраунгофера.

**Вираз для значних та малих відстаней**

Наближений вираз для частотної характеристики вільного простору виконується лише для дифракції Френеля при обмеженні зверху відстані

Для дифракції Франгофера цей вираз несправедливий.

Замінимо в інтервалі для всього простору:

точні значення (частотної характеристики лінійної системи) є наближеним виразом при умові, що має лише дифракція Фраунгофера й використовуємо метод стаціонарної фази.

Тоді

Розраховуючи, отримаємо:

Розглянемо відмінності по фазі між (\*) та (\*\*).

Ці вирази збігаються за фазою, якщо фаза відрізняється менше ніж на :

й виконується тим краще чим більше π (або ).

При значних в області дифракції Фраунгофера (\* та \*\*) збігаються як за модулем, так і за фазою. У цих областей зміни та (\*) для частотної характеристики вільного простору можна використовувати наближення Гюйгенса – Френеля.