**Лекція 8**

**Властивості частотної характеристики вільного простору**

1. Модуль частотної характеристики.

Нехай

Тоді

Тобто

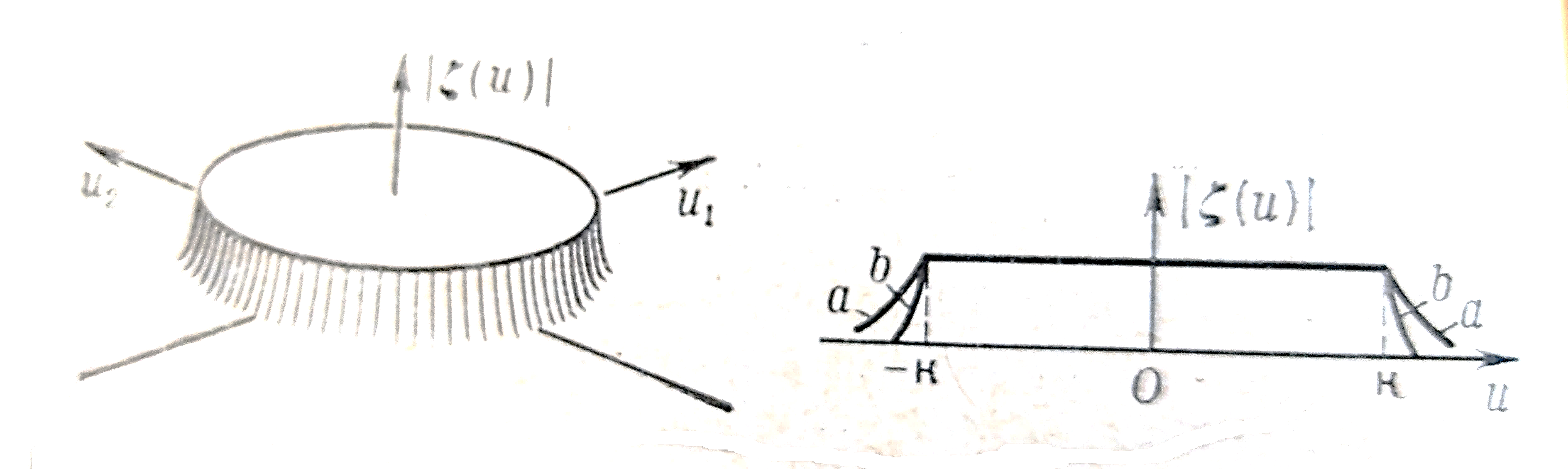


Рис. 22.

По вертикалі – значення , по осям горизонтальної площини – аргументи функції. Нехай визначається відстанню z й різний для різних z.

Збільшення z зумовлює зміну формул до прямокутної.

Умова спадання записується у вигляді:

Величина відраховується від Враховуючи осьову симетрію частотної характеристики, розраховуємо по відношенню до .

Тоді

Величина повинна бути набагато меншою за k, оскільки k задає ширину інтервалу при =1.

Тому можна знехтувати й ми отримаємо рівняння:

що еквівалентно

Модуль частотної характеристики прямокутний, якщо виконуються останні умови, тобто на відстанях довжини хвилі.

Вільний простір при – прямокутний фільтр, який не пропускає частоти Така фільтрація пояснює факт, що грубе наближення Кіргофа для опису поля на перешкоді дозволяє розв’язати дифракційні задачі.

2. Фаза частотної характеристики

Для частотної характеристики:

модуль дорівнює 1, необхідно розглянути лише фазову характеристику.

Частотна характеристика має вигляд:

Фазовий множник не залежить від змінних , будемо його опускати. Поверхні рівної фази являють собою на площині - кола.

Нехай радіус кола постійної фази:

Тоді

Радіуси кіл, де фази дорівнюють цілому числу

Між кільцями, радіуси які описані як останні вирази, знак частотної характеристики не міняється. Кільця визначають так звані зони Френеля для частотної характеристики і їх розміри задовільняють аналогічному рівнянню.

Радіус першого кільця:

Радіуси решти кілець визначаються радіусом першого кільця та числом аналогічно як зон Френеля:

Радіуси перших зон Френеля на частотній характеристиці пов’язані:

- радіуси першої зони Френеля

Через введені зони можна дати наступне формулювання умови використання геометричної оптики:

Область частотної характеристики набагато менша за розміри частотної зони Френеля.

Умова дифракції Фраунгофера формулюється так само, але для звичайних зон Френеля а не за для частотних.

Умова дифракції Френеля:

(\*)

Тут входить величина , що відіграє у частотному представленні роль хвильового параметра або у координатній площині. Таким чином, в область дифракції Френеля може війти декілька частотних зон Френеля. Їх число визначається з (79) як:

Вважаючи, що збігається з радіусом найближчої частотної зони Френеля, можна записати:

При фазова характеристика може включати багато зон Френеля.

Розглянемо часовий фільтр, де визначають запізнення сигналу.

Нехай є фільтр з частотною характеристикою:

Тоді відгук:

Нехай є значним (багато зон Френеля у частотній області).

Розв’язок інтервалу зводиться до визначення стаціонарної точки з рівняння:

Це рівняння зв’язуємо зі змінними . Зміст: час , коли на виході фільтра з’являється сигнал частотою амплітуда і фаза якого визначається спектром вхідного сигналу

Якщо залежить від частоти, то останнє рівняння має розв’язок, а коливання різних частот на виході з’являється у різний час. Тобто в системі є дисперсія, величина якої оцінюється як .

Якщо не залежить від частоти, то існує постійне незалежне від частоти запізнення сигналу. Вивчаючи залежність фази від частоти, вивчаємо дисперсію спектральних компонент, які проходять через фільтр.

**Дисперсійна характеристика вільного простору**

Розглянемо дисперсійну характеристику як функцію параметра

Тоді

тоді

Маємо залежність затримки від частоти, тобто дисперсію. Оскільки розглядаємо функції просторових координат, то така дисперсія – просторова, що еквівалентна часовій затримці. Це є зсув по просторовій координаті.

Дисперсія у вільному просторі прямо пропорційна просторовій частоті, тобто це величина тим більша, чим більший шлях проходить хвиля у вільному просторі й чим більша довжина хвилі.

Використовуючи дисперсійну характеристику, можна описати дифракційні явища: при поширенні хвилі у просторі кожна компонента просторової частоти набуває зсуву у просторі, величина якого пропорційна частоті. Цей зсув тим більший чим більший шлях проходить хвиля й чим більша довжина хвилі. При цьому характер зображення змінюється.

Зсув може бути такий великий, що окремі частотні компоненти не будуть перекриватись у просторі та не будуть розділятись. Це відповідає дифракції Фраунгофера. Розподіл поля у цьому випадку пропорційний спектру початкового сигналу.

При дифракції Френеля частотні компоненти взаємо перемішуються й не розділяються. При виконанні умов геометричної оптики зсувом компонент можна знехтувати через їх малість.

Кожній просторовій частоті відповідає відповідний напрямок поширення хвилі. Нульова частота формує пучок, що поширюється у напрямку осі , частота пучок, що поширюється під кутом Пучки розділяються в просторі після проходження шляху , який дорівнює

Враховуючи, що ширина спектру просторових частот щілини має порядок отримаємо

При відбувається значне розділення спектральних компонент (дифракція Фраунгофера), а при розділення немає (геометрична оптика).

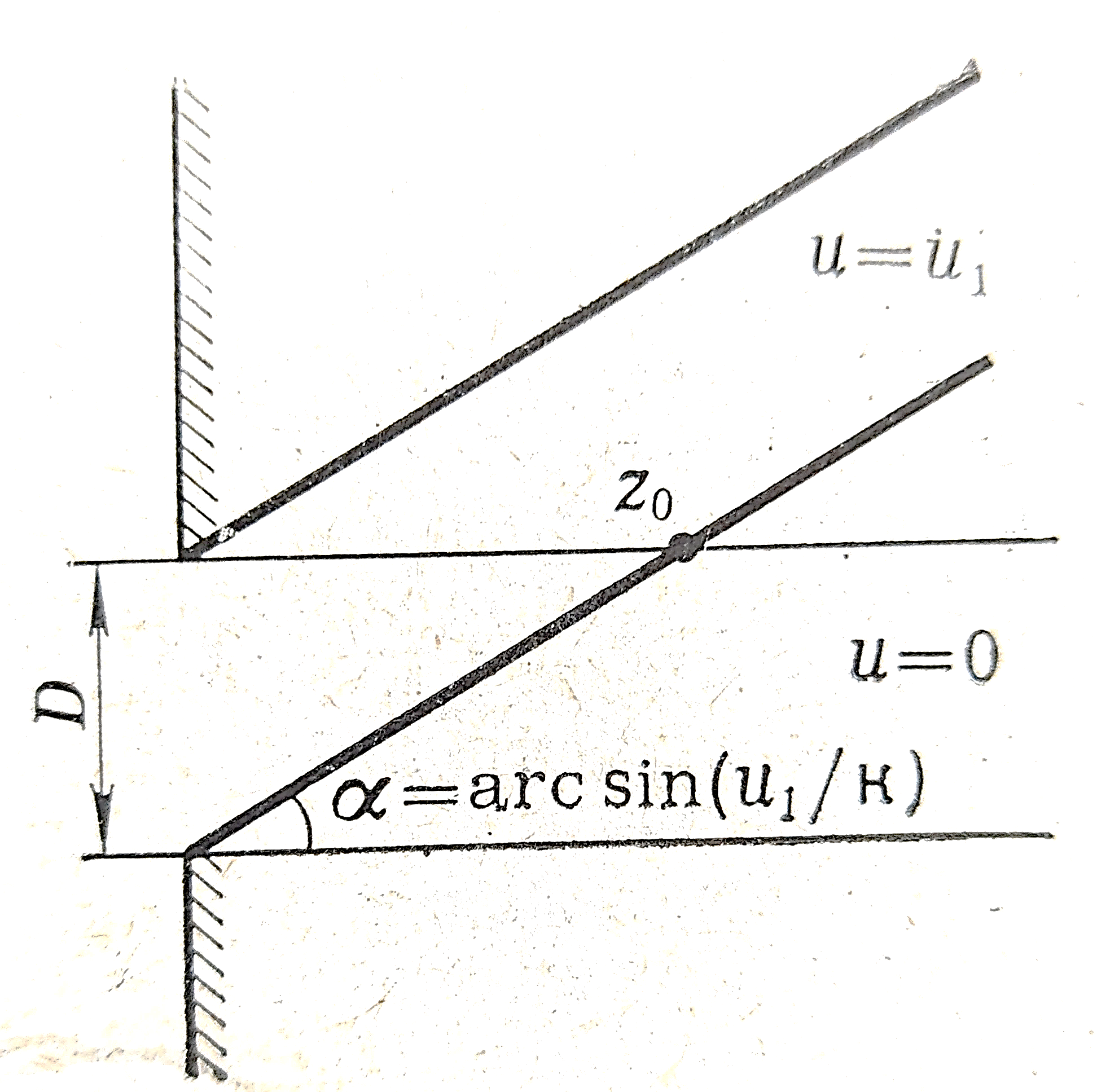


Рис. 23. Розділення просторових спектральних компонент на великих відстанях z.

**2.2. Функція кореляції та кутовий спектр потужності хвильових полів**

1. Визначення функції кореляції

Необхідно розв’язати статистичні задачі, пов’язані з поширенням хвиль.

У лінійних системах статистичні питання розв’язуються в рамках кореляційної теорії, введемо кореляційні функції для хвильових полів. Можуть бути побудовано чимало кореляційних функцій: окремо для амплітуд, фаз хвиль, а також зліплені кореляційні функції фаз та амплітуд.

Необхідно ввести одну кореляційну функцію для опису випадкових полів.

Розподіл комплексних амплітуд хвильових полів у просторі – це аналог вхідного сигналу. Тому будуємо кореляційну функцію комплексних амплітуд.

Для комплексних амплітуд можна побудувати 2 кореляційні функції:

Для статистичного опису поля в рамках кореляційної теорії важливо 2 представлення кореляційної функції.

Але тільки важливим, з точки зору розв’язку задач коливальних процесів є перша функція, яка носить назву кореляційної функцією комплексних амплітуд.

Ми розглядали вільний простір, як фільтр з частотною характеристикою, що залежить від довжини відрізка вільного простору вздовж осі z. Тут три просторові координати були несиметричні. Якщо дві з них (x та y) трансформувати у частотні осі з просторовими частотами у частотні осі з просторовими частотами , то z – параметр, що задає властивість фільтра.

Це ж використовуємо для введення кореляційної функції.

Кореляційна функція – поперечна, якщо 2 координати z рівні, тобто .

Поперечну кореляційну функцію можна вважати кореляційну функцію поля, що проходить через той самий фільтр.

Функція кореляції, в якій попарно збігаються координати та , а відрізняється лише координата – повздовжня. Повздовжня функція кореляції – кореляційна функція однакових сигналів, що проходить через різні фільтри.

Стаціонарні процеси – процеси, для яких кореляційні функції залежить лише від різниці змінних.

Аналогічно для полів, для яких замість “стаціонарні” використовують “однорідний”.