

Міністерство освіти і науки України
Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича

П.П.Максимяк, І.В.Фесів

ОПТИЧНА ДІАГНОСТИКА ВИПАДКОВИХ ОБ'ЄКТІВ

Посібник

ЧЕРНІВЦІ
ЧНУ
2021

УДК 535.41(075.8)
М173

Друкується за ухвалою Вченої ради Навчально-наукового інституту фізико-технічних та комп'ютерних наук Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича (протокол №12 від 16.12.2021)

Максим'як Петро Петрович, Фесів Ігор Васильович

М 173 Оптична діагностика випадкових об'єктів: Посібник /– Чернівці: ЧНУ, 2021. – 188 с.

У посібнику розглянуто статистичний опис випадкових полів та об'єктів; розсіювання когерентного випромінювання фазово-неоднорідними середовищами, шорсткими поверхнями та дисперсними системами; методи корелометрії оптичних полів; розв'язки прямих та обернених задач статистичної оптики; методи оптичної діагностики випадкових об'єктів.

Для студентів спеціальностей метрологія та інформаційно-вимірвальна техніка, телекомунікації, видавничо-поліграфічна справа, аспірантів та наукових працівників у цих галузях.

УДК 535.41(075.8)

@ Максим'як П.П., Фесів І.В., 2021

ВСТУП

При вирішенні цілого ряду наукових, технічних і технологічних задач виникає проблема контролю властивостей та характеристик неоднорідних об'єктів і середовищ (передача інформації по оптичних каналах зв'язку та в атмосфері, вирощування кристалів, контроль якості виробів, визначення дисперсного складу та інше). У більшості випадків розподіл неоднорідностей у таких середовищах має випадковий характер.

Для дослідження випадкових об'єктів та середовищ часто використовують оптичні методи, які вигідно вирізняються своєю безконтактністю, високою точністю та швидкодією. Поява лазерів спричинила якісний стрибок у розвитку оптичних методів діагностики. Стало можливим дослідження як статичних, так і динамічних світлорозсіюючих середовищ. Статистичні характеристики електромагнітних полів, утворених внаслідок інтерференційного складання парціальних хвиль з випадковими амплітудами та фазами, стали предметом інтенсивного дослідження в оптиці та радіофізиці протягом останнього півстоліття. Сформувалися відносно самостійні наукові напрями, такі як статистична оптика і статистична радіофізика. Можна констатувати плідне та взаємовигідне проникнення ідей і методів радіофізики в оптику, і навпаки, саме в цей період. Ряд важливих результатів, отриманих в радіофізиці, з успіхом використані при розгляді аналогічних проблем в оптичному діапазоні: дифракція монохроматичних хвиль на фазово-неоднорідних об'єктах, що описується в рамках моделі випадкового фазового екрану, квантові парамагнітні підсилювачі, розсіювання електромагнітних хвиль шорсткими поверхнями та інші. У той же час, з оптичного в радіодіапазон були перенесені елементи теорії когерентності, світлорозсіювання, дифракції випромінювання на об'єктах з фрактальними властивостями.

Отже, предметом курсу «Оптична діагностика випадкових об'єктів» є застосування підходів статистичної оптики до вимірювання, контролю та

діагностики випадкових об'єктів.

Що означає підходи статистичної оптики? Статистична оптика використовує статистичні методи до розв'язання задач оптики, а вся статистика базується на теорії ймовірності та математичній статистиці. В оптиці використовуються: змішані моменти – кореляційні та автокореляційні функції, функція когерентності; прості та центральні моменти - середні значення, дисперсія, коефіцієнти асиметрії та ексцесу та інші, спектри потужності та амплітудні спектри, функції розподілу, густини ймовірностей та інші.

Курс «Оптична діагностика випадкових об'єктів» базується на розв'язку обернених задач оптики. Всі задачі можна розділити на дві великі групи: прямі та обернені.

Пряма задача полягає у знаходженні параметрів оптичного поля після взаємодії з об'єктом за відомими характеристиками падаючого пучка та об'єкта.

Обернена задача оптики полягає в наступному: маємо оптичний пучок з певними характеристиками, маємо поміряне оптичне поле після взаємодії з об'єктом. Необхідно знайти параметри об'єкту. У статистичній оптиці в загальному випадку така задача дуже складна і математично некоректна. Проте, використання адекватної моделі взаємодії поля і об'єкта та деякої додаткової інформації про об'єкт дозволяє вирішувати і обернену задачу статистичної оптики.

Часто статистична оптика розглядається разом із статистичною радіофізикою, оскільки природа оптичних та радіо- коливань однакова – електромагнітна. Різниця лише у спектрі їх випромінювання. У довжинах хвиль оптичний діапазон: 0.05-100 мкм; радіо діапазон: 0.1 мм - 50 км. (Дуже цікавим є терагерцовий діапазон – 0,3-3 мм. Таке випромінювання сильно поглинається провідними матеріалами та деякими діелектриками. Наприклад, дерево, пластик, кераміка, бетон для цього випромінювання прозорі, а метал і вода - ні. Вже існують скануючі системи та томографи в терагерцовому діапазоні, які використовуються на таможні, для експертизи полотен живопису та інше.)

Отже, моделі, підходи, закони, описи та інше є спільними для статистичної оптики та радіофізики. Тому часто розглядають теоретичну базу для них як спільну, виділяючи, звичайно, особливості кожної з наук.

Ми розглядаємо оптичну діагностику, тому розглянемо перспективи оптики в наш час.

Оптика вже ввійшла у своє друге тисячоліття свого розвитку. Проте не дивлячись на свій вік, оптика інтенсивно розвивається, а 21 століття назвали століттям оптичних технологій. Так, наприкінці 20 століття, зібралися члени Міжнародної комісії з оптики, куди входять визнані у світі фахівці з оптики (OSA, EOS, SPIE) і визначили перспективи розвитку оптики у 21 столітті. Але перед тим вияснили, які ж досягнення було зроблено у 20 столітті.

Було виділено 3 особливо важливі відкриття в оптиці, які було зроблено всередині 20 століття. Це:

1. Введення в оптику понять та методів Фур'є аналізу в кінці 40 на протязі 50-х років (фур'є-перетворення робить лінза, причому, в реальному часі над всім полем одночасно).

2. Відкриття лазера та освоєння лазерної техніки в кінці 50-х, що революційно вплинуло на розвиток всієї оптики.

3. Поява нелінійної оптики в 1960 роках (нові нелінійно-оптичні явища, звичайно ж пов'язані з відкриттям лазера – самофокусування, генерація подвійної гармоніки, оптична бістабільність, фемптосекундна спектроскопія та інше).

Також було виділено основні напрямки, якими оптика розвивається в цьому столітті наступні:

- оптика в науках про життя,
- оптичний зв'язок та
- оптика у промислових та військових задачах.

Це стосується перспектив розвитку оптики. Розглянемо етапи розвитку статистичної оптики.

Оптика була головним джерелом у хвильових статистичних задачах в кінці XIX на початку XX століть. Відкриття ж лазера дозволило розбити етапи розвитку статистичної оптики на долазерний та лазерний період.

Етапи долазерного періоду:

1. В кінці 19 століття Релей застосував принцип аналізу та синтезу до складних полів, як електромагнітних так і акустичних. Це так званий розклад Релея по гармоніках. Релей також розглянув складання сигналів з випадковими фазами та амплітудами.

2. Статистична інтерпретація квантової механіки, запропонована Борном.

3. Введена Вольфом теорія когерентності в 1954 році.

4. Створення Менделем теорія реєстрації світла в кінці 50-х, яка враховує статистичний характер взаємодії випромінювання та речовини.

Це етапи до лазерного розвитку статистичної оптики.

Лазерне ж випромінювання - високо когерентне. Стало можливим дослідження як статичних, так і динамічних оптичних полів (від рухомих об'єктів). Статистичні характеристики електромагнітних полів, утворених внаслідок інтерференційного складання парціальних хвиль з випадковими амплітудами та фазами, стали предметом інтенсивного дослідження в лазерний період.

Історично склалися два напрямки розвитку статистичної оптики в лазерний період:

- дослідження механізмів та особливостей просторової модуляції поля, які стали предметом оптики спеклів, та
- дослідження часових флуктуацій поля, сформованих внаслідок розсіювання світла в динамічних середовищах.

Вивченням часових флуктуацій та можливостей використання отриманої інформації для діагностики динаміки та структури середовищ займається кореляційна або доплерівська спектроскопія.

Першими, статистичні властивості стаціонарних і квазістаціонарних спекл-

полів, почали вивчати Голдфішер, Гудмен, Дейнті та інші дослідники. Цікаво, що тонку структуру розсіяного лазерного випромінювання поля досліджували в 1976 році і на кафедрі оптики ЧНУ Полянський В.К. та Ковальський Л.В. Полянський В.К. та Ковальський Л.В. створили один з перших на Україні лазерів. Пізніше лазери стали випускати промислово.

Дефекти хвильових фронтів у спекл-полях аналізували М.Беррі й Дж.Най, Б.Я.Зельдович, М.С.Соскін із співробітниками та Мохунь І.І..

Дослідження впливу статистичних характеристик спеклів в задачах обробки інформації проводили Г.Р.Локшин, І.С.Клименко й В.П.Рябухо та ряд інших дослідників.

Кореляційні властивості когерентних полів, розсіяних фазово-неоднорідними об'єктами, досліджували О.В.Ангельський, І.А.Попов із співробітниками.

Теоретичні основи методу кореляційної спектроскопії з використанням лазерного випромінювання представлені в роботах Э.Пайка, Г.Каммінса, Э.Джейкмена, Б.С.Ринкевічюса та інших.

М.Л.Гурари, А.А.Магомедов із співробітниками, В.К.Полянський, О.В.Ангельський провели голографічні дослідження часових кореляцій поля випромінювання, розсіяного системою броунівських частинок.

Слід виділити роботи в області адаптивної оптики, що пов'язані з дослідженням впливу випадкової фазової модуляції зондуючих пучків при їхньому поширенні в турбулентній атмосфері (М.А.Воронцов, В.И.Шмальгаузен та ін.).

Отже, бурхливий розвиток оптичних досліджень та революційні відкриття в оптиці стимулювали впровадженню нових методів діагностики випадкових об'єктів. Всі випадкові (або статистичні) об'єкти, по характеру їх взаємодії з оптичним випромінюванням, можна розділити на три великі групи: фазово-неоднорідні, шорсткі поверхні та дисперсні середовища.

Паралельно з розвитком оптики спеклів та кореляційної спектроскопії розвивається підхід, який базується на теорії стохастичних та хаотичних коливань. В

рамках цієї теорії розглядаються процеси та об'єкти, які знаходяться між детермінованими та випадковими. Так, поява в детермінованому процесі нелінійностей і невизначеностей приводить до його хаотизації, а певне впорядкування випадкового процесу робить його стохастичним. Посередині між детермінованими та випадковими процесами знаходяться так звані фрактальні процеси.

В оптиці вивчення проявів часового хаосу в основному стосується:

- процесів в лазерних резонаторах,
- нелінійної оптики, зокрема, оптичної бістабільності,

а просторового хаосу - поля випромінювання, дифрагованого на амплітудних та фазових фрактальних утвореннях.

З часу введення Б.Мандельбротом концепції фракталів, виконано значну кількість теоретичних і експериментальних робіт, присвячених дослідженням взаємодії когерентного випромінювання з фрактальними об'єктами різних типів:

- тримірні фрактальні кластери;
- двомірні амплітудні та фазові фрактали з неперервним пропусканням;
- двомірні бінарні амплітудні і фазові фрактальні об'єкти (масові фрактали);
- апертури, обмежені фрактальними лініями;
- фрактальні шаруваті структури (часто розглядаються багат шарові діелектричні фільтри з структурами типу канторовської множини) та інші.

У цих роботах розглядається самоподібність розподілу параметрів поля дифрагованого випромінювання, оцінюється фрактальна розмірність об'єктів та полів за спектром потужності розподілів інтенсивності поля.

Дослідження динамічних когерентних полів з фрактальними властивостями, отриманих в результаті однократного та багатократного розсіювання пучків з обмеженими апертурами, проведені Асакурою, Йозумі, Джейкманом, Д.А.Зімяковим та іншими.

РОЗДІЛ 1. СТАТИСТИЧНИЙ ОПИС ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ, ПОЛІВ ТА ОБ'ЄКТІВ

1.1. Випадкові процеси

1.1.1. Детермінований та статистичний опис реальних процесів

Розглядаючи будь-який фізичний процес, ми намагаємося описати цей процес математично. Математичний опис може бути детермінованим або статистичними (імовірнісним).

При детермінованому описі передбачається, по суті, що є всі дані, щоб точно передбачити часовий хід процесу x , тобто рішення задачі шукається у вигляді деякої конкретної математичної функції

$$x = f(t). \quad (1.1.1)$$

В основі детермінованого опису фактично лежить припущення, що при повторному відтворенні процесу ми знову отримали б залежність величини x від часу виду (1.1.1).

Прикладом процесу, детермінований опис якого неможливий, є броунівський рух. Вимірюючи траєкторію частинки вздовж вісі x ми отримаємо деяку криву $x_{(1)}(t)$. Якщо повторити спостереження, помістивши частинку в початкову точку, то траєкторія $x_{(2)}(t)$ буде зовсім іншою. Розкид траєкторій пов'язаний з хаотичним тепловим рухом дуже великого числа молекул, і його непередбачуваний характер стає очевидним.

В цьому і інших аналогічних випадках, коли процес x є випадковим, замість детермінованого опису (1.1.1) використовується статистичний опис. Величина $x(t)$ в момент t характеризується при цьому функцією розподілу ймовірностей $w(x, t)$, яка визначає відносну імовірність різних значень x в цей момент часу. Імовірність для x прийняти значення, що лежить в деякому інтервалі, запишеться через $w(x, t)$ як:

$$P(x_1 \leq x \leq x_2, t) = \int_{x_1}^{x_2} w(x, t) dx. \quad (1.1.2)$$

Функції розподілу ймовірностей вводяться для дійсних випадкових функцій x , тобто з імовірністю, рівною одиниці, $-\infty < x < \infty$. Тому згідно (2) функція $w(x, t)$ повинна задовольняти умову нормування

$$\int_{-\infty}^{\infty} w(x, t) dx = 1. \quad (1.1.2a)$$

В радіофізиці і оптиці дуже часто розглядаються і комплексні випадкові процеси виду

$$z(t) = x(t) + iy(t); \quad (1.1.3)$$

ймовірнісні властивості z визначаються спільним розподілом дійсної і уявної компонент $w(x, y, t)$.

1.1.2. Реалізація випадкового процесу; статистичний ансамбль

Повертаючись до розглянутого вище прикладу, припустимо, що одночасно і при ідентичних умовах спостерігається рух великого числа N броунівських частинок. В результаті ми будемо мати N різних кривих $x_{(m)}(t)$ ($m = 1, 2, \dots, N$), які називаються реалізаціями випадкового процесу $x(t)$. Сукупність всіх можливих реалізацій називають статистичним ансамблем або набором реалізацій (див. рисунок 1.1.1, де окремі реалізації і набір багатьох реалізацій приведені для радіофізичного випадкового процесу - електричного шуму на опорі). Маючи досить широку сукупність реалізацій, можна оцінити ймовірність (1.1.2) як

$$P_1 = P(x_1 \leq x \leq x_1 + \Delta x, t) \approx N_1/N, \quad (1.1.4)$$

де N_1 — число реалізацій, значення яких в момент t лежать в інтервалі $x_1 \leq x \leq x_1 + \Delta x$. Статистичний опис можливий лише при умові, що відношення N_1/N стійке, тобто при $N \rightarrow \infty$ воно прямує до певної межі, рівної P_1 .

При достатньо малому Δx співвідношенні (4) дозволяє провести перехід до

густини розподілу ймовірностей. Враховуючи (2), можна написати

$$w(x, t) = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ N \rightarrow \infty}} \frac{1}{\Delta x} \frac{N_1(t)}{N(t)}. \quad (1.1.5)$$

Функцію $w(x, t)$ можна визначити з експериментальних досліджень, користуючись формулами (1.1.4), (1.1.5)). В багатьох випадках в цьому досить громіздкому методі немає необхідності, так як функцію $w(x, t)$ вдається знайти теоретичним шляхом на основі модельних уявлень про випадковий процес.

Функцію $w(x, t)$ називають також одномірним розподілом ймовірностей.

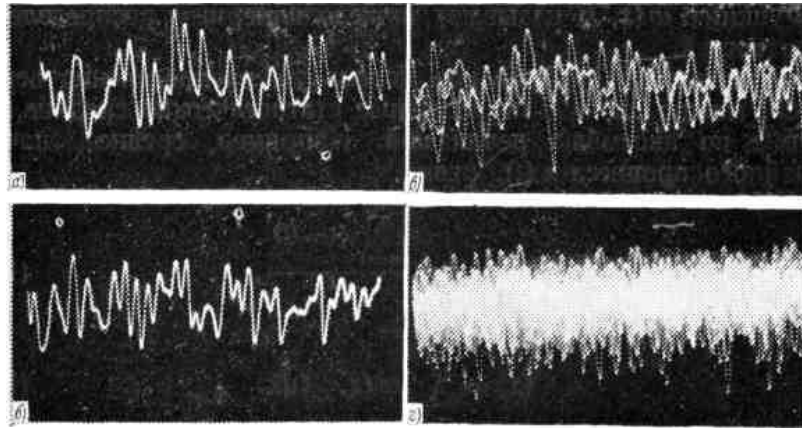


Рисунок 1.1.1 Осцилограми шуму, спектр якого лежить в інтервалі частот від 100 Гц до 20 кГц: а), б) одна реалізація; в) накладання трьох реалізацій; г) накладання приблизно 100 реалізацій; час розгортки 0,5 мс.

1.1.3. Статистичне усереднення

Використовуючи розподіл ймовірностей, можна обчислити різні статистичні середні, тобто середні по ансамблю реалізацій. Наприклад, середнє значення випадкового процесу $x(t)$, рівне

$$\langle x \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sum_{m=1}^N x_{(m)}(t)}{N}, \quad (1.1.6)$$

знаходиться як

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \omega(x, t) dx. \quad (1.1.7)$$

Дійсно, групуючи реалізації $x_m(t)$ в (1.1.6) по інтервалах $x_n \leq x \leq x_n + \Delta x$, отримаємо

$$\langle x \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sum x_n N_n}{N},$$

де N_n — число реалізацій у n -му інтервалі. Помноживши і розділивши на Δx і враховуючи (1.1.5), знайдемо

$$\langle x \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_n \frac{x_n}{\Delta x} \frac{N_n}{N} \Delta x \approx \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_n x_n \dot{\omega}(x_n, t) \Delta x,$$

і в межах при $\Delta x \rightarrow 0$ отримаємо для $\langle x \rangle$ вираз (1.1.7). Крім квадратних дужок, статистичне усереднення надалі позначається рискою зверху:

$$\langle x \rangle \equiv \bar{x}.$$

Для зручності запису формул використовуються обидва символи статистичного усереднення.

Середнє $\langle x \rangle$ має зміст регулярної, тобто цілком передбачуваної характеристики випадкового процесу, який часто буває зручно записувати у вигляді суми регулярної складової $x(t)$ і флуктуаційної компоненти (або просто флуктуації) $\tilde{x}(t)$:

$$x(t) = \bar{x}(t) + \tilde{x}(t). \quad (1.1.8)$$

З (1.1.8) безпосередньо випливає, що середнє значення флуктуації дорівнює нулю: $\langle \tilde{x}(t) \rangle = 0$.

Згідно (1.1.8) різні реалізації випадкового процесу розрізняються лише флуктуаціями, регулярні ж компоненти для всіх реалізацій співпадають:

$$x_{(m)}(t) = \bar{x}(t) + \tilde{x}_{(m)}(t). \quad (1.1.9)$$

Цей запис можна ще уточнити, виділивши постійну і змінну складові флуктуації:

$$\bar{x}_{(m)}(t) = \xi_{0(m)} + \xi_{(m)}(t). \quad (1.1.10)$$

Де $\xi_{0(m)}$ - постійний параметр, який випадково мінється від реалізації до реалізації і рівний в середньому нулю. Відповідно з (1.1.9) і (1.1.10) замість (1.1.8) можна написати

$$x(t) = \bar{x}(t) + \xi_0 + \xi(t). \quad (1.1.11)$$

Середнє значення будь-якої функції $F(x)$ випадкового процесу визначається, аналогічно (1.1.7), як

$$\langle F(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x, t) F(x) dx. \quad (1.1.12)$$

Статистичні середні випадкового процесу в загальному випадку залежать від часу. Надалі ця залежність виділяється у формулах лише в тих випадках, коли вона має суттєве значення для задачі, яка розглядається.

Використовуючи (12), можна записати вираз для різних середніх: моментів

$$m_n = \langle x^n \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^n \omega(x) dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (1.1.13)$$

центральної моментів

$$\mu_n = \langle (x - \bar{x})^n \rangle = \langle \bar{x}^n \rangle, \quad (1.1.14)$$

характеристичної функції

$$\theta(u) = \langle e^{iux} \rangle. \quad (1.1.15)$$

Останню можна також тлумачити як фур'є - образ розподілу ймовірностей:

$$\theta(u) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iux} \omega(x) dx, \quad (1.1.16)$$

Відповідно, знаючи характеристичну функцію, можна знайти розподіл ймовірностей, виконавши зворотне перетворення Фур'є:

$$\omega(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \theta(u) e^{-iux} du. \quad (1.1.17)$$

На відміну від розподілу ймовірностей $w(x)$, характеристична функція комплексна. Вона також обмежена по модулю:

$$|\theta(u)| \leq \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x) |e^{iux}| dx = \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x) dx = 1.$$

Середнє значення (12) довільної функції $F(x)$ можна виразити через $\theta(u)$ і Фур'є-образ функції $F(x)$, а саме:

$$\langle F(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \theta(u) \varphi(u) du, \quad (1.1.18)$$

$$\varphi(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(x) e^{-iux} dx. \quad (1.1.19)$$

Як видно з визначення (1.1.12) оператора статистичного усереднення, цей оператор - лінійний, комутуючий з довільним лінійним оператором L , що не залежить від x , тобто

$$\langle \hat{L}F \rangle = \hat{L} \langle F \rangle.$$

Тобто, середнє значення інтеграла рівне інтегралу від середнього значення, а середнє похідної — похідній від середнього.

1.1.4. Розклад в ряд по моментах.

Характеристична функція $\theta(u)$, розподіл ймовірностей $w(x)$ і статистичне середнє загального вигляду (1.1.12) можуть бути представлені у вигляді рядів, коефіцієнти яких визначаються моментами (1.1.13).

Розкладаючи експоненту в ряд по x , з (1.1.15) знаходимо

$$\theta(u) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(iu)^n}{n!} m_n. \quad (1.1.20)$$

Звідси видно, що моменти можуть бути знайдені диференціюванням характеристичної функції:

$$m_n = \frac{1}{i^n} \left(\frac{d}{du} \right)^n \theta(u) \Big|_{u=0}. \quad (1.1.21)$$

Підставивши розклад (1.1.20) у вираз (1.1.17) для функції розподілу ймовірностей, отримаємо:

$$\omega(x) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m_n}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iux} (iu)^n du.$$

Але

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iux} (iu)^n du = (-1)^n \left(\frac{d}{dx} \right)^n \delta(x), \quad (1.1.22)$$

де $\delta(x)$ - дельта-функція. Співвідношення (1.1.22) можна довести, інтегруючи по частинам вираз для δ -функції

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iux} du.$$

Таким чином, представлення $\omega(x)$ у вигляді ряду по моментам буде мати вигляд:

$$\omega(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} m_n \left(\frac{d}{dx} \right)^n \delta(x). \quad (1.1.23)$$

Підставляючи (1.1.23) в (1.1.12) і враховуючи, що

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(x') \left(\frac{d}{dx'} \right)^n \delta(x' - x) dx' = (-1)^n \left(\frac{d}{dx} \right)^n F(x), \quad (1.1.24)$$

знаходимо також

$$\langle F(x) \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m_n}{n!} \left(\frac{d}{dx} \right)^n F(x) \Big|_{x=0}. \quad (1.1.25)$$

Останнє співвідношення представляє собою просто результат усереднення ряду Тейлора для функції $F(x)$. При $F(x) = e^{iux}$ (1.1.25) переходить в (1.1.20).

1.1.5. Нерівність Чебишева.

Момент другого порядку $m_2 = \overline{x^2}$ визначає середню інтенсивність випадкового процесу. Важливу роль при статистичних оцінках грає центральний момент другого порядку, або дисперсія (див. (1.1.14)),

$$\sigma^2 = \mu_2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 \omega(x) dx. \quad (1.1.26)$$

Цей параметр характеризує середню інтенсивність флуктуацій. Під середньоквадратичним відхиленням випадкової величини (від середнього) розуміють корінь квадратний дисперсії, тобто величину σ .

Неважко отримати нерівність, яка зв'яже величину σ з ймовірністю того, що флуктуація x буде більше, ніж $n\sigma$ (n — деяке додатне число). Підінтегральний вираз в (1.1.26) додатній, і можна написати

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \left(\int_{-\infty}^{\bar{x}-n\sigma} + \int_{\bar{x}-n\sigma}^{\bar{x}+n\sigma} + \int_{\bar{x}+n\sigma}^{\infty} \right) (x - \bar{x})^2 \omega(x) dx \geq \\ &\geq \left(\int_{-\infty}^{\bar{x}-n\sigma} + \int_{\bar{x}+n\sigma}^{\infty} \right) (x - \bar{x})^2 \omega(x) dx. \end{aligned}$$

В останніх інтегралах $(x - \bar{x})^2 \geq n^2\sigma^2$, і, отже

$$\sigma^2 \geq n^2\sigma^2 \left(\int_{-\infty}^{\bar{x}-n\sigma} + \int_{\bar{x}+n\sigma}^{\infty} \right) \omega(x) dx. \quad (1.1.27)$$

Але, згідно (1.1.2)

$$\left(\int_{-\infty}^{\bar{x} - n\sigma} + \int_{\bar{x} + n\sigma}^{\infty} \right) \omega(x) dx = P(|x - \bar{x}| \geq n\sigma). \quad (1.1.28)$$

Підставивши (1.1.28) в (1.1.27), отримаємо шукану нерівність у вигляді

$$P(|x - \bar{x}| \geq n\sigma) = P(|\bar{x}| \geq n\sigma) \leq \frac{1}{n^2} \quad (1.1.29)$$

або

$$P(|x - \bar{x}| \geq \varepsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}. \quad (1.1.30)$$

Більш точна оцінка ймовірності для відхилення від середнього може бути отримана, якщо центральний момент буде високого порядку. Викладки, аналогічні приведеним, приведуть до наступного результату

$$P(|x - \bar{x}| \geq n \sqrt[2m]{\mu_{2m}}) \leq \frac{1}{n^{2m}}. \quad (1.1.31)$$

При $m = 1$ (1.1.31) співпадає з (1.1.30).

1.1.6. Кумулянти

Використовуючи розклад логарифма

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$$

та рахуючи, що $1+x = \theta(u)$, отримаємо

$$\theta(u) = \exp \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(\theta-1)^n}{n}.$$

Підставимо сюди з (1.1.20)

$$0 - 1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(iu)^n}{n!} m_n$$

і збираючи в показниках експоненти члени одного порядку по x , отримаємо для характеристичної функції наступний вираз:

$$\theta(u) = \exp \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(iu)^n}{n!} k_n, \quad (1.1.32)$$

або

$$\ln \theta(u) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(iu)^n}{n!} k_n. \quad (1.1.33)$$

Коефіцієнти k_n називаються кумулянтами. Між моментами і кумулянтами існує однозначний зв'язок, до того ж k_n виражається через моменти до n -го порядку включно. Наприклад,

$$\begin{aligned} k_1 &= m_1, & k_2 &= \mu_2 = \sigma^2, & k_3 &= \mu_3, & k_4 &= \mu_4 - 3\mu_2^2, \\ k_5 &= \mu_5 - 10\mu_2\mu_3, & k_6 &= \mu_6 - 15\mu_2\mu_4 - 10\mu_3^2 - 30\mu_2^3. \end{aligned} \quad (1.1.34)$$

Якщо ввести безрозмірні нормовані кумулянти

$$\kappa_n = k_n / \sigma^n, \quad (1.1.35)$$

то (33) прийме вигляд

$$\ln \theta(u) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(iu\sigma)^n}{n!} \kappa_n.$$

З допомогою кінцевого числа моментів неможливо отримати зручну апроксимацію для розподілу ймовірностей: згідно (1.1.23) функція $w(x)$ визначається при цьому як сума δ -функції і її похідних. А скінчене число кумулянтів визначає $w(x)$ без будь-яких подібних особливостей. Наприклад, знаючи перші два моменти m_1 і m_2 , вважаючи, що решта моментів дорівнюють нулю, і використовуючи (1.1.23), ми отримаємо для розподілу ймовірностей вираз

$$w(x) = \delta(x) - m_1 \delta'(x) + \frac{1}{2} m_2 \delta''(x).$$

Якщо припустити, що відмінні від нуля тільки два перших кумулянта, $k_1 = m_1$ і $k_2 = \sigma^2$, то згідно (1.1.32) характеристична функція буде

$$\theta(u) = \exp\left(ium_1 - \frac{1}{2} u^2 \sigma^2\right). \quad (1.1.36)$$

Підставимо (1.1.36) в (17), отримаємо

$$w(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(x-m_1)^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (1.1.37)$$

Розподіл (1.1.37) має вигляд плавної дзвоноподібної кривої з максимумом в точці $x = m_1$. Цей розподіл називається гаусівським або нормальним.

Цікаво, що випадком (1.1.36) вичерпуються всі можливості представлення $\theta(u)$ з допомогою кінцевого числа кумулянтів: згідно теореми, доведеної Марцинкевичем, перетворюючи по Фур'є функцію

$$\theta(u) = \exp \sum_{n=1}^N \frac{(iu)^n}{n!} k_n, \quad (1.1.38)$$

ми можемо отримати додатній розподіл $w(x) \geq 0$ лише при $N = 1, 2$ або $N = \infty$).

Старші кумулянти k_n ($n = 3, 4, \dots$) дають кількісну оцінку відхилень довільної функції розподілу від симетричної гаусівської кривої (1.1.37); величину

$$\kappa_3 = \frac{k_3}{\sigma^3} = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$

називають коефіцієнтом асиметрії, а

$$\kappa_4 = \frac{k_4}{\sigma^4} = \frac{\mu_4 - 3\mu_2^2}{\sigma^4} = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$$

- коефіцієнтом ексцесу. При $\kappa_4 > 0$ розподіл $w(x)$ в околі $x = \bar{x}$ більш гострий і вузький, а при $\kappa_4 < 0$ навпаки, більш плоский, ніж гаусівський. Цікаво, що

величини x_3 і x_4 не зовсім незалежні, так як повинна виконуватись нерівність $x_4 - x_3^2 + 2 \geq 0$, і, зокрема, $x_4 \geq -2$.

Аналогічні співвідношення можуть бути отримані і для інших кумулянтів.

1.1.7. Багатомірні розподіли ймовірностей

Для опису сукупності кількох випадкових величин x, y, z (зокрема, для з'ясування зв'язку між цими величинами) крім одномірних розподілів

$$\omega(x), \quad \omega(y), \quad \omega(z), \quad \dots \quad (1.1.39)$$

потрібно знати також двомірні розподіли ймовірностей

$$\omega(x, y), \quad \omega(x, z), \quad \omega(y, z), \quad \dots, \quad (1.1.40)$$

трьохмірні

$$\omega(x, y, z), \quad \dots \quad (1.1.41)$$

і т. д.

Багатомірні розподіли задовольняють умовам нормування, наприклад:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x, y) dx dy = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x, y, z) dx dy dz = 1. \quad (1.1.42)$$

Крім того, повинні виконуватись умови відповідності типу

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x, y, z) dy dz = \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x, y) dy = \omega(x), \quad \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x, z) dx = \omega(z), \quad (1.1.43)$$

тобто, проінтегрувавши багатомірний розподіл по одній або декільком випадковим змінним, ми повинні отримати розподіл ймовірностей для решти випадкових змінних.

1.1.8. Умовні розподіли ймовірностей; статистична незалежність

Розглянемо дві випадкові величини x і y . Будемо говорити про подію A , якщо $\bar{a} \leq x \leq a + \Delta x$, і про подію B , якщо $\bar{b} \leq y \leq b + \Delta y$. Нехай при N випробуваннях подія A відбувалась N_A разів, подія B - N_B разів, а в N_{AB} випадках з N мали місце

одразу обидві події A і B . Тоді при $N, N_A, N_B, N_{AB} \rightarrow \infty$ можна написати вираз для ймовірностей:

$$P(A) = N_A/N, \quad P(B) = N_B/N, \quad P(A, B) = N_{AB}/N;$$

Останній вираз визначає ймовірність спільної реалізації подій A і B .

Відношення N_{AB}/N_A також можна трактувати як ймовірність, а саме як умовну ймовірність здійснення події B при умові, що подія A обов'язково має місце:

$$N_{AB}/N_A = P(B | A).$$

Аналогічну умовну ймовірність можна написати і для A :

$$N_{AB}/N_B = P(A | B).$$

Оскільки

$$\frac{N_{AB}}{N} = \frac{N_{AB}}{N_A} \frac{N_A}{N} = \frac{N_{AB}}{N_B} \frac{N_B}{N},$$

то між умовними і звичайними (або безумовними) ймовірностями має місце наступне співвідношення:

$$P(A, B) = P(A | B) P(B) = P(B | A) P(A). \quad (1.1.44)$$

Якщо перейти до щільності розподілу ймовірностей, то отримаємо

$$w(x, y) = w(x | y) w(y) = w(y | x) w(x). \quad (1.1.45)$$

Таким чином, спільний розподіл двох випадкових величин (тобто двомірний розподіл) може бути знайдений, якщо відомий одномірний розподіл для однієї з цих величин і відповідний умовний розподіл.

Потрібно мати на увазі, що, наприклад, в умовному розподілі $w(x | y)$ величина y грає роль параметра і нормування для $w(x | y)$ має звичайний вигляд:

$$\int_{-\infty}^{\infty} w(x | y) dx = 1.$$

Якщо значення однієї з випадкових величин ніяк не впливає на розподіл

ймовірностей для іншої, то ці величини називають статистично незалежними. В цьому випадку

$$\omega(x|y) = \omega(x), \quad \omega(y|x) = \omega(y). \quad (1.1.46)$$

Підставимо (1.1.45) в (1.1.46), отримаємо

$$\omega(x, y) = \omega(x) \omega(y). \quad (1.1.47)$$

Взагалі, якщо є n незалежних випадкових величин

$$x_1, x_2, \dots, x_n, \quad (1.1.48)$$

то багатомірний розподіл дорівнює добутку одномірних:

$$\omega(x_1, \dots, x_n) = \omega(x_1) \dots \omega(x_n). \quad (1.1.49)$$

Багатомірна характеристична функція сукупності незалежних випадкових величин дорівнює добутку одномірних характеристичних функцій:

$$\theta(u_1, \dots, u_n) = \theta(u_1) \dots \theta(u_n). \quad (1.1.50)$$

1.1.9. Розподіл суми незалежних випадкових величин; центральна гранична теорема

Застосуємо отримані результати до аналізу статистичних властивостей суми

$$y = x_1 + x_2 + \dots + x_n \quad (1.1.51)$$

Незалежних випадкових величин з різними розподілами ймовірностей $\omega_\alpha(x_\alpha)$ і характеристичними функціями $\theta_\alpha(u_\alpha)$ ($\alpha = 1, 2, \dots, n$). Останнє можна записати через кумулянти:

$$\theta_\alpha(u_\alpha) = \exp \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(iu_\alpha)^m}{m!} k_{\alpha, m}. \quad (1.1.52)$$

Характеристичну функцію для y отримаємо, припускаючи $u_1 = u_2 = \dots = u_n = u$. Враховуючи також (1.2.51) і (1.2.52), маємо

$$\theta(u) = \langle \exp \{iu(x_1 + \dots + x_n)\} \rangle = \exp \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(iu)^m}{m!} k_m, \quad (1.1.53)$$

де

$$k_m = \sum_{\alpha=1}^n k_{\alpha,m}. \quad (1.1.54)$$

Формула (1.1.54) виражає властивість адитивності кумулянтів: кумулянт суми (незалежних випадкових величин) дорівнює сумі кумулянтів (однакового порядку). Відмітимо, що моменти суми незалежних випадкових величин властивістю адитивності не володіють (виняток складають моменти першого і центральні моменти другого і третього порядку, які співпадають по величині з кумулянтами).

Пронормуємо кумулянти на дисперсію:

$$k_{\alpha,m} = \sigma_{\alpha}^m \kappa_{\alpha,m}; \quad (1.1.55)$$

(1.2.52) тепер можна переписати як

$$\theta_{\alpha}(u) = \exp \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(iu\sigma_{\alpha})^m}{m!} \kappa_{\alpha,m}. \quad (1.1.56)$$

Такі ж коефіцієнти можна ввести і для кумулянтів суми:

$$k_m = \sigma^m \kappa_m, \quad \sigma^2 = \sum_{\alpha=1}^n \sigma_{\alpha}^2. \quad (1.1.57)$$

В результаті характеристична функція (1.2.53) прийме вигляд

$$\theta(u) = \exp \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(iu\sigma)^m}{m!} \kappa_m. \quad (1.1.58)$$

Із (1.1.54), (1.1.55) і (1.1.57) випливає, що

$$\kappa_m = \frac{\sum_{\alpha=1}^n \sigma_{\alpha}^m \kappa_{\alpha,m}}{\left(\sum_{\alpha=1}^n \sigma_{\alpha}^2 \right)^{m/2}}. \quad (1.1.59)$$

З ростом n чисельник в (1.1.59) росте $\sim n$, а знаменник $\sim n^{m/2}$, тобто

$$x_m \sim \frac{1}{n^{m/2-1}} \quad (n \gg 1).$$

Таким чином, при збільшенні числа доданків в сумі (1.1.51) відносна роль кумулянтів старших порядків ($m \geq 3$) падає. В граничному випадку $n \rightarrow \infty$ залишаються лише кумулянти першого і другого порядків, а вираз (1.1.53) приймає вигляд

$$\begin{aligned} \theta(u) &= \langle \exp(iu(x_1 + \dots + x_n)) \rangle = \\ &= \exp\left(iuk_1 - \frac{1}{2}u^2k_2\right) = \exp\left(iu\bar{y} - \frac{1}{2}u^2\sigma^2\right), \end{aligned} \quad (1.1.60)$$

оскільки

$$k_1 = \sum_{\alpha} \bar{x}_{\alpha} = \bar{y}, \quad k_2 = \sum_{\alpha} \sigma_{\alpha}^2 = \bar{y}^2 - \bar{y}^2 = \sigma^2.$$

Характеристичній функції (1.1.60) відповідає гаусівський розподіл ймовірностей.

Ми приходимо, таким чином, до висновку, що сума великого числа статистично незалежних складових, кожне з яких має довільний розподіл ймовірностей, розподілена по нормальному, або гаусівському, закону. Це твердження носить назву центральної граничної теореми (ЦГТ). ЦГТ має фундаментальне значення для фізики; в силу ЦГТ більшість реальних випадкових процесів виявляються гаусівськими.

1.1.10. Стаціонарні і нестаціонарні випадкові процеси

Користуючись багатомірними розподілами, можна визначити і вичерпаний спосіб задання випадкового процесу $x(t)$. Випадковий процес задано, якщо для будь-якого числа n довільно вибраних моментів часу відома n -мірна функція розподілу

$$\omega(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n). \quad (1.1.61)$$

З допомогою вказаної функції можна визначити і ймовірність того, що

реалізація процесу достатньо близька до заданої траєкторії:

$$dP = w(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, \dots, t_n) dx_1 \dots dx_n. \quad (1.1.62)$$

Формулу (1.62) можна розглядати як «статистичний аналог» запису (1.1.1) регулярної функції часу. Для випадкового процесу (випадкової функції) реалізації зазнають флуктуаційний розкид, але, знаючи $w(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n)$, можна розрахувати ймовірність здійснення даної реалізації (рисунок 1.1.2).

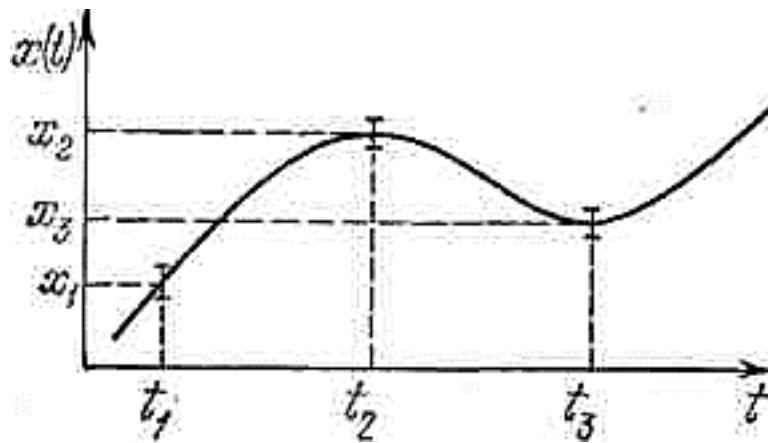


Рисунок 1.1.2. Ймовірна форма реалізацій і оцінка її ймовірностей з допомогою n -мірного розподілу випадкового процесу. Ймовірність послідовного попадання в три заданих інтервали визначається трьохмірним розподілом $w(x_1, x_2, x_3)$.

Узагальнюючи (1.1.43), можна записати

$$w(x_1, \dots, x_m; t_1, \dots, t_m) = \int w(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) dx_{m+1} \dots dx_n \quad (m < n) \quad (1.1.63)$$

- молодші функції розподілу можуть бути визначені із старших. Таким чином, старші функції розподілу несуть в собі всю інформацію про процес, яка міститься в розподілах більш низького порядку, плюс деяка додаткова інформація. На щастя, для більшості практично важливих задач цінність цієї додаткової інформації швидко зменшується з ростом n тому нижче ми не будемо, як правило, мати справу з $n > 5$, а в дуже багатьох випадках взагалі будемо обмежуватись розглядом лише

одномірних і двомірних функцій розподілу. Вибір необхідного опису суттєво залежить від типу випадкового процесу, тобто фактично від умов у фізичній системі, в якій виникає випадковий процес, що розглядається. Далі особливе значення будуть мати так звані стаціонарні випадкові процеси, для яких статистика визначається лише різницею часу $t_i - t_j$ і не залежить від початку відліку часу t_0 . Стаціонарним випадковим процесом є флуктуації деякої фізичної величини, які виникають в системі, яка знаходиться в умовах рівноваги.

Сформулюємо тепер і математичне визначення стаціонарного процесу. Стаціонарним випадковим процесом називають процес, довільна n -мірна функція розподілу якого не змінюється при одночасному зсуві всіх точок t_1, \dots, t_n на осі часу на одну і ту ж величину, інакше кажучи - функція розподілу не змінюється з часом:

$$\omega(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = \omega(x_1, \dots, x_n; t_1 + t, \dots, t_n + t). \quad (1.1.64)$$

У відповідності з (1.1.64) одномірний розподіл ймовірностей стаціонарного процесу не залежить від часу взагалі:

$$\omega(x, t) = \omega(x), \quad (1.1.65)$$

а двомірний - залежить лише від інтервалу $\tau = t_1 - t_2$:

$$\omega[x(t), x(t + \tau); t, t + \tau] = \omega[x, x_\tau, \tau], \quad (1.1.66)$$

Де $x_\tau = x(t + \tau)$. Процеси, для яких виконуються співвідношення (1.1.65) і (1.1.66), іноді називають стаціонарними в широкому розумінні.

В статистичній радіофізиці і оптиці стаціонарні процеси займають особливо важливе місце; умови їх реалізації здійснюються в багатьох експериментальних ситуаціях. Разом з тим, відмітимо, що і нестаціонарні процеси, для яких (1.1.65) не справедливе, також грають важливу роль: наприклад, всі перехідні процеси, що протікають в присутності флуктуації, виявляються фактично нестаціонарними випадковими процесами.

1.2. Випадкові поля

1.2.1. Однорідні та ізотропні випадкові поля

Для опису реальних випадкових об'єктів, середовищ та оптичних полів широко використовують підхід теорії випадкових полів.

Випадковим полем називається випадкова функція більше ніж одного параметра. Так, у просторі параметрів α, β, \dots випадковою буде функція типу $\xi(\alpha, \beta, \dots)$. В оптиці і об'єкти, і поля є випадковими функціями чотирьох параметрів: часу t та координат простору $\vec{r} = (x, y, z)$. Якщо випадкова функція залежить від одного параметра, а саме часу, то ми маємо справу з випадковими процесами. Випадковим процесом може бути зміна певного параметра середовища або об'єкта (показника заломлення, висоти рельєфу, амплітудного пропускання та інше) в одній точці. Для оптичного поля випадковим процесом буде часова зміна певного параметра поля: інтенсивності, амплітуди, фази чи поляризації.

Випадкове поле можна описати не однією, а рядом функцій $\xi^i(t, \vec{r})$, де $i = 1, 2, \dots, N$. Тоді воно називається N -мірним випадковим полем.

Для скорочення запису введемо точку в чотиривимірному просторі $Q = (t, \vec{r})$. Для повного опису одновимірного випадкового поля, $\xi(Q)$, ми повинні знати всі n -мірні густини ймовірності, тобто для довільного числа n довільно вибраних точок Q_ν повинні бути відомі функції:

$$w_n\{\xi_1, \dots, \xi_n\} d\xi_1 \dots d\xi_n = P\{\xi_\nu \leq \xi(Q_\nu) < \xi_\nu + d\xi_\nu (\nu = 1, 2, \dots, n)\}, \quad (1.2.1)$$

де $P\{\xi \leq \xi(Q) < \xi + d\xi\}$ ймовірність того, що випадкова функція $\xi(Q)$ набуде значення, що лежить всередині інтервалу $(\xi, \xi + d\xi)$.

Аналогічно, для повного статистичного опису N -вимірного поля необхідно знати сукупність n N -мірних густин ймовірності:

$$w_{nN} \left(\xi_1^{(1)}, \xi_2^{(1)}, \dots, \xi_n^{(N)} \right) d\xi_1^{(1)} d\xi_2^{(1)} \dots d\xi_n^{(N)} =$$

$$P \left\{ \xi_v^{(i)} \leq \xi^{(i)}(Q_v) < \xi_v^{(i)} + d\xi_v^{(i)} (v = 1, 2, \dots, n, i = 1, 2, \dots, N) \right\}. \quad (1.2.2)$$

Одномірне випадкове поле однорідне (стаціонарне за t та однорідне у просторі x, y, z), якщо всі n -мірні густини ймовірності w_n інваріантні відносно перетворення трансляції $Q \rightarrow Q + \delta Q$:

$$\begin{aligned} P\{\xi_v \leq \xi(Q_n + \delta Q) < \xi_v + d\xi_v (v = 1, 2, \dots, n)\} = \\ P\{\xi_v \leq \xi(Q_v) < \xi_v + d\xi_v (v = 1, 2, \dots, n)\}. \end{aligned} \quad (1.2.3)$$

Статистично однорідне випадкове поле буде ізотропним, якщо w_n залежить тільки від абсолютного значення вектора \vec{r} і не залежить від його напрямку. Знаючи n -мірні густини ймовірностей, можна розрахувати моменти випадкового поля ξ будь-якого порядку. У загальному випадку ці моменти будуть функціями координат: $Q_v = (t_v, \vec{r}_v)$.

Для оптичних полів найбільший інтерес мають моменти першого та другого порядку.

Середнє значення випадкового поля $\xi(Q)$ (момент першого порядку), можна розрахувати, використовуючи одномірну густину ймовірності $w_1(\xi)$:

$$\langle \xi(Q) \rangle = \int \xi w_1(\xi) d\xi, \quad (1.2.4)$$

де кутові дужки вказують на усереднення. Флуктуаційну частину випадкового поля будемо позначати хвилястою рисою зверху:

$$\tilde{\xi} \equiv \xi - \langle \xi \rangle \equiv \xi - \bar{\xi}. \quad (1.2.5)$$

Змішаний момент другого порядку, B_ξ , розраховується за двовимірною густиною ймовірності $w_2(\xi_1, \xi_2)$:

$$B_\xi(Q_1, Q_2) \equiv \langle \xi(Q_1) \xi(Q_2) \rangle = \xi_1 \xi_2 w_2(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2. \quad (1.2.6)$$

Автокореляційна функція $\Psi_\xi(Q_1, Q_2)$ оперує флуктуаційною частиною випадкового поля і також виражається через двомірну густину ймовірності:

$$\begin{aligned} \Psi_\xi(Q_1, Q_2) \equiv \langle \tilde{\xi}(Q_1) \tilde{\xi}(Q_2) \rangle = (\xi_1 - \langle \xi_1 \rangle)(\xi_2 - \langle \xi_2 \rangle) w_2(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 = \\ B_\xi(Q_1, Q_2) - \langle \xi(Q_1) \rangle \langle \xi(Q_2) \rangle. \end{aligned} \quad (1.2.7)$$

Максимальне значення кореляційної функції збігається з дисперсією випадкового поля $D[\xi]$, тобто із середньоквадратичними флуктуаціями, і записується:

$$D[\xi] \equiv \sigma_{\xi}^2(Q) \equiv \langle \tilde{\xi}^2(Q) \rangle = \langle [\xi(Q) - \langle \xi(Q) \rangle]^2 \rangle = \Psi_{\xi}(Q, Q). \quad (1.2.8)$$

У теорії когерентності оптичних полів, момент другого порядку $B_{\xi}(Q_1, Q_2)$ називають функцією когерентності й позначають Γ . На практиці виділяють першу та другу функції когерентності оптичного поля

$$\Gamma_{1,1}(1,2) = \langle u(1)u^*(2) \rangle \equiv \Gamma(1,2), \quad (1.2.9)$$

$$\Gamma_{2,0}(1,2) = \langle u(1)u(2) \rangle \equiv \tilde{\Gamma}(1,2).$$

Останні пов'язані з першою та другою кореляційними функціями такими залежностями:

$$\Psi(1,2) = \langle \tilde{u}(1)\tilde{u}^*(2) \rangle = \Gamma(1,2) - \langle u(1) \rangle \langle u^*(2) \rangle, \quad (1.2.10)$$

$$\tilde{\Psi}(1,2) = \langle \tilde{u}(1)\tilde{u}(2) \rangle = \tilde{\Gamma}(1,2) - \langle u(1) \rangle \langle u(2) \rangle,$$

де $\tilde{u} = u - \langle u \rangle$.

Зручно користуватися комплексним ступенем когерентності, $\gamma(1,2)$, який нормується по функції когерентності для нульового зміщення:

$$\gamma(1,2) = \Gamma(1,2)/\Gamma(0). \quad (1.2.11)$$

Енергетичні оптичні величини, такі як інтенсивність, густина енергії, густина її потоку, є квадратичними по полю і тому їх середнє значення можна виразити через статистичні моменти першого та другого порядків. Серед моментів високого порядку найбільш поширений момент поля четвертого порядку:

$$\Gamma_{2,2}(1,2,3,4) = \langle u(1)u(2)u^*(3)u^*(4) \rangle, \quad (1.2.12)$$

через який можна виразити кореляційну функцію флуктуацій інтенсивності комплексного поля $I = |u|^2$:

$$\Psi_I(1,2) = \langle \tilde{I}(1)\tilde{I}(2) \rangle = \Gamma_{2,2}(1,2; 2,1) - \bar{I}(1)\bar{I}(2), \quad (1.2.12)$$

де $\bar{I}(1) = \langle |u(1)|^2 \rangle = \Gamma(1,1)$.

Поряд із дійсними випадковими полями $\xi(Q)$, в оптиці часто розглядають комплексні оптичні поля:

$$\zeta(Q) = \xi(Q) + i\eta(Q), \quad (1.2.13)$$

де $\xi = \text{Re}\zeta$ і $\eta = \text{Im}\zeta$ є дійсними функціями в Q - просторі. Повний статистичний опис комплексного випадкового поля $\zeta(Q)$ здійснюється заданням $2n$ - мірних густин ймовірностей $w_{2n}(\xi_1, \dots, \xi_n; \eta_1, \dots, \eta_n)$, де $n = 1, 2, \dots$, через які, подібно до (1.2.1) виражаються ймовірності:

$$P\{\xi_\mu \leq \xi(Q_\mu) < \xi_\mu + d\xi_\mu, \eta_\nu \leq \eta(Q_\nu) < \eta_\nu + d\eta_\nu (\mu, \nu = 1, 2, \dots, n)\}. \quad (1.2.14)$$

Функції w_{2n} можна використати для розрахунку моментів випадкового поля ζ будь-якого порядку.

Випадкове комплексне поле $\zeta(\vec{r})$ можна описати структурною функцією, яка є середнім квадратом модуля приросту флуктуаційної компоненти $\tilde{\zeta}(\vec{r})$ поля $\zeta(\vec{r})$:

$$D_\zeta(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle |\tilde{\zeta}(\vec{r}_1) - \tilde{\zeta}(\vec{r}_2)|^2 \rangle. \quad (1.2.15)$$

Важливою властивістю структурної функції є те, що на неї не впливають великомасштабні просторові флуктуації ζ , тобто флуктуації з характерним розміром $l \gg r = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$. Для певного класу досліджуваних оптичних полів, наприклад при дослідженні турбулентностей, такий підхід доцільний.

Важливим частковим випадком випадкових полів є так звані локально-однорідні поля. У цьому випадку структурна функція $D_\zeta(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ та усереднений приріст поля $f_\zeta(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle \zeta(\vec{r}_1) \rangle - \langle \zeta(\vec{r}_2) \rangle$ залежать тільки від різниці координат $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$:

$$D_\zeta(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = D_\zeta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), f_\zeta(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = f_\zeta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2). \quad (1.2.16)$$

Якщо поле характеризується кореляційною функцією типу

$$\Psi_\zeta(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle \tilde{\zeta}(\vec{r}_1) \tilde{\zeta}^*(\vec{r}_2) \rangle, \quad (1.2.17)$$

то, виходячи з (1.2.15), структурна функція буде:

$$D_\zeta(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \Psi_\zeta(\vec{r}_1, \vec{r}_1) + \Psi_\zeta(\vec{r}_2, \vec{r}_2) - \Psi_\zeta(\vec{r}_1, \vec{r}_2) - \Psi_\zeta^*(\vec{r}_1, \vec{r}_2). \quad (1.2.18)$$

У частковому випадку однорідних полів з (1.2.18) отримуємо зв'язок між структурною та кореляційною функціями:

$$D_\zeta(\vec{r}) = 2[\Psi_\zeta(0) - \Psi_\zeta(\vec{r})]. \quad (1.2.19)$$

1.2.2. Спектри однорідних і стаціонарних просторово-часових випадкових оптичних полів

Звернемося тепер до спектральних уявлень для стаціонарних і однорідних випадкових полів. Будемо розглядати оптичні поля, тому і позначення будуть традиційними. Аналогом спектрального розкладу тут може бути розклад по плоским хвилям:

$$E(\mathbf{r}, t) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \xi(\omega, \mathbf{k}) e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} d\omega d^3k, \quad (1.2.20)$$

де \mathbf{k} -хвильовий вектор. Величини $\xi(\omega, \mathbf{k})$ ми будемо називати спектральними амплітудами просторово-часового випадкового поля. Амплітуди $\xi(\omega, \mathbf{k})$ по різному залежать від ω і \mathbf{k} в різних реалізаціях випадкового поля, тобто $\xi(\omega, \mathbf{k})$ випадкові функції ω і \mathbf{k} .

Введемо поняття спектральної густини просторово-часового випадкового оптичного поля і встановимо зв'язок її з кореляційною функцією. Вираз для кореляційної функції $B(\mathbf{s}, \tau)$ однорідного та стаціонарного випадкового поля буде

$$\langle \xi(\omega, \mathbf{k}) \xi^*(\omega', \mathbf{k}') \rangle = G(\omega, \mathbf{k}) \delta(\omega - \omega') \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \quad (1.2.21)$$

де $G(\omega, \mathbf{k})$ має зміст спектральної густини просторово-часового випадкового поля; $G(\omega, \mathbf{k}) \geq 0$. Звідси безпосередньо випливають співвідношення:

$$B(\mathbf{s}, \tau) = \iiint_{-\infty}^{\infty} G(\omega, \mathbf{k}) e^{i(\omega\tau - \mathbf{k}\mathbf{s})} d\omega d^3k, \quad (1.2.22)$$

$$G(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^4} \iiint_{-\infty}^{\infty} B(\tau, \mathbf{s}) e^{-i(\omega\tau - \mathbf{k}\mathbf{s})} d\tau d^3s. \quad (1.2.23)$$

У цих виразах просторово-часова кореляційна функція і спектр випадкового поля записані в загальному вигляді. При цьому часовий хід кореляційної функції залежить від просторової координати \mathbf{s} і, навпаки, просторові кореляції змінюються з часом τ . Разом з тим, існує клас задач статистичної оптики, коли часову залежність поля у всіх точках простору можна рахувати практично однаковою. Тоді можна

записати

$$E(r, t) = F(r)f(t). \quad (1.2.24)$$

Із цього співвідношення безпосередньо випливає, що кореляційна функція (3) приймає вигляд

$$B(\mathbf{s}, \tau) = B_F(\mathbf{s}) B_f(\tau). \quad (1.2.25)$$

Випадкові поля, що задовольняють цій умові, іноді називають спектрально «чистими» полями. Умова (24) слабше, ніж (25).

Крім того, існує спеціальний вигляд полів з так званими «замороженими» неоднорідностями, коли напруженість електричного поля $E(\mathbf{r}, t) = E(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)$, де \mathbf{v} — швидкість переміщення неоднорідностей. В цьому випадку кореляційна функція поля, очевидно, рівна

$$B(\mathbf{s}, \tau) = B(\mathbf{s} - \mathbf{v}\tau), \quad (1.2.26)$$

тобто просторові і часові кореляції поля повністю взаємозв'язані між собою.

1.2.3. Двомірне ізотропне випадкове поле; випадкова хвиля

Для оптики першочерговий інтерес представляє спеціальний вигляд випадкових полів - випадкові хвилі.

Загальні формули, записані вище для випадкових полів, ми конкретизуємо для випадкових хвиль. Розгляд почнемо з хвилі, яка близька до регулярної плоскої монохроматичної хвилі.

Розглянемо випадкову хвилю виду

$$E(\mathbf{r}, z, t) = A(\mathbf{r}) e^{i(\omega_0 t - k_0 z)}. \quad (1.2.27)$$

Мова піде, таким чином, про хвилю, яка розповсюджується вздовж осі z ; будемо вважати, що комплексна амплітуда хвилі $A(\mathbf{r})$ випадковим чином залежить лише від радіуса-вектора \mathbf{r} , який лежить в площині, перпендикулярній осі z . Хвилю типу (1.2.27) можна розглядати як «спотворену» плоску хвилю. Поле такого виду, очевидно, виникає, якщо ідеальну плоску монохроматичну хвилю пропустити через

безмежний плоский екран, прозорість і фазовий набіги якого випадково змінюються від точки до точки.

Хвилю (1.2.27) можна характеризувати поперечною просторовою кореляційною функцією

$$B_{\perp}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = \langle A(\mathbf{r}_1) A^*(\mathbf{r}_2) \rangle. \quad (1.2.28)$$

Для статистично однорідного і ізотропного поля $A(\mathbf{r})$ кореляційна функція (1.2.28) розкладається в двомірний інтеграл Фур'є:

$$B_{\perp}(s = |\bar{\mathbf{r}}_2 - \bar{\mathbf{r}}_1|) = \int_{\tilde{\mathcal{K}}} G(\mathbf{x}) e^{i\mathbf{x}s} d^2\mathbf{x}. \quad (1.2.29)$$

Тут \mathbf{x} — поперечна компонента хвильового вектора \mathbf{k} , $k = (k_0^2 + \mathbf{x}^2)^{1/2}$.

Через ізотропність поля в (1.2.29) $G(\mathbf{x}) = G(x)$; переходячи до полярних координат, вираз (1.2.29) можна представити у вигляді:

$$B_{\perp}(s) = 2\pi \int_{\tilde{\mathcal{K}}} J_0(sx) G(x) x dx; \quad (1.2.30)$$

$J_0(x)$ - функція Бесселя від дійсного аргумента. Формула перетворення (1.2.30) має вигляд

$$G(x) = (2\pi)^{-1} \int_{\tilde{\mathcal{K}}} J_0(xs) B(s) s ds. \quad (1.2.31)$$

1.2.4. Світлові пучки; поперечна і поздовжня кореляція

Хвиля виду (1.2.27) з статистично ізотропною комплексною амплітудою є ідеальною моделлю. Тому звернемося до більш реальної моделі обмеженого в просторі світлового пучка (рисунок 1.2.1).

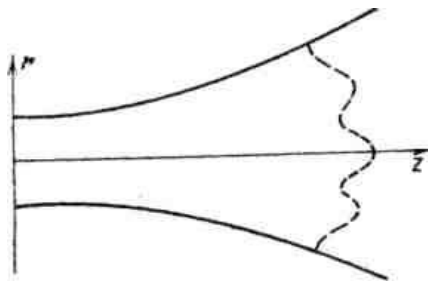


Рисунок 1.2.1. Випадково модульований в просторі світловий пучок. Пунктирна лінія - фазовий фронт пучка.

$$E(r, z, t) = A(r, z, t) \exp \{i[\omega t - k_0 z]\} = \rho(r, z, t) \exp \{i[\omega t - k_0 z + \varphi(r, z, t)]\} \quad (1.2.32)$$

Координата z направлена вздовж осі пучка; вектор \mathbf{r} , як і раніше, розташований в площині, перпендикулярній осі z . Зміни комплексної амплітуди A (або дійсної амплітуди ρ і фази ϕ) вздовж осі пучка набагато повільніші, ніж поперек пучка.

Найбільш суттєві риси просторової статистики поля типу (1.2.32) описуються *поперечною* кореляційною функцією (1.2.28) для деякого перерізу пучка z :

$$B_{\perp}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; z) = \langle E(\mathbf{r}_1, z, t) E^*(\mathbf{r}_2, z, t) \rangle = \langle A(\mathbf{r}_1, z, t) A^*(\mathbf{r}_2, z, t) \rangle. \quad (1.2.33)$$

Крім функції (1.2.33), просторову статистику світлових пучків можна характеризувати *поздовжньою* кореляційною функцією

$$B_{\parallel}(z_1, z_2; \mathbf{r}) = \langle E(\mathbf{r}, z_1) E^*(\mathbf{r}, z_2) \rangle = \langle A(\mathbf{r}, z_1) A^*(\mathbf{r}, z_2) e^{ik_0(z_2 - z_1)} \rangle. \quad (1.2.34)$$

При описі процесу розповсюдження випадково модульованих світлових пучків виявляється зручним введення нових координат:

$$\mathbf{s} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \quad \mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1). \quad (1.2.35)$$

При цьому поперечна кореляційна функція (1.2.33) записується у вигляді:

$$B_{\perp}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; z) = B_{\perp}(\mathbf{s}, \mathbf{R}; z). \quad (1.2.36)$$

Залежність від координати R є наслідком просторового обмеження світлового пучка, розподіл інтенсивності якого в поперечному перерізі задається функцією:

$$I(\mathbf{R}, z) = B_{\perp}(0, \mathbf{R}; z) = |E(\mathbf{r}_1, z, t)|^2.$$

Кореляційна функція B_{\perp} комплексна і від R залежать як її модуль, так і аргумент. Припущення про незалежність B_{\perp} від R означає також її незалежність від z , тобто приводить до ідеалізованої моделі поля.

Із сказаного випливає, що поле реальних випадково модульованих світлових пучків не підкоряється умовам статистичної однорідності і ізотропності. Іншими словами, поля світлових пучків являються суттєво неоднорідними.

Співвідношення між масштабами a і r_k (зміни кореляційної функції B_{\perp}

відповідно вздовж радіус-векторів R і s) може бути довільним. При $r_k \rightarrow \infty$ приходимо до пучка з регулярною просторовою модуляцією. Для виключення з розгляду регулярних або великомасштабних неоднорідностей полів можна використовувати так звану структурну функцію.

1.1.5. Когерентність, повністю і частково когерентні поля, коефіцієнт когерентності пучка

В оптиці з корельованістю випадкових полів пов'язують поняття *когерентності*. Визначимо нормовану кореляційну функцію:

$$\gamma(r_2, r_1, t_2, t_1) = \frac{B(r_2, r_1, t_2, t_1)}{[I(r_1, t_1)I(r_2, t_2)]^{1/2}}. \quad (1.2.37)$$

Для стаціонарних полів

$$\gamma = \gamma(r_2, r_1, \tau = t_2 - t_1) = \frac{B(r_2, r_1, \tau)}{[I(r_1)I(r_2)]^{1/2}}. \quad (1.2.38)$$

Величина γ називається *комплексним ступенем когерентності*, оскільки кореляційна функція в загальному випадку комплексна. Її абсолютну величину називають модулем ступеня когерентності або просто *ступенем когерентності*. Неважко переконатись, що, як і коефіцієнт кореляції, ступінь когерентності задовольняє нерівність

$$|\gamma(r_2, r_1, \tau)| \leq 1. \quad (1.2.39)$$

Модуль величини $|\gamma|$ при $\tau = 0$ дає значення ступеня просторової когерентності, а при $r_1 = r_2$ — значення ступеня часової когерентності.

Відзначимо, що нормування кореляційної функції проводиться не на значення інтенсивності в будь-якій одній просторовій точці, а на середнє геометричне значення інтенсивностей в досліджуваних точках поля. Таке нормування дозволяє в більшості випадків виключити із уклад регулярних змін поля.

Для підтвердження сказаного звернемось до хвильового пучка (27). Ступінь просторової когерентності між точками r_1 і r_2 в поперечному перерізі пучка рівна ($\tau = 0$)

$$|\gamma(r_2, r_1; z)| = \frac{|B_{\perp}(r_2, r_1; z)|}{\sqrt{I(r_1, z)I(r_2, z)}}. \quad (1.2.40)$$

У випадку $r_1 = r_2$

$$B_{\perp}(r_j, r_j; z) = I(r_j, z) \quad (1.2.41)$$

В координатах (1.2.35) ступінь когерентності записується у вигляді

$$|\gamma(s; R, z)| = |B_{\perp}(s, R; z)| \left\{ I\left(R - \frac{s}{2}, z\right) I\left(R + \frac{s}{2}, z\right) \right\}^{1/2}. \quad (1.2.42)$$

1.3. КЛАСИФІКАЦІЯ ОБ'ЄКТІВ СТАТИСТИЧНОЇ ОПТИКИ

Виходячи з механізму взаємодії з оптичним випромінюванням випадкові об'єкти можна розділити на три великі групи: неперервні випадкові неоднорідні середовища, шорсткі поверхні та дисперсні середовища. Такі об'єкти модулюють амплітуду, фазу та поляризацію хвилі, що взаємодіє з ними і в результаті утворюється випадково-неоднорідне поле.

1.5.1. Неперервні випадкові неоднорідні середовища

Під неперервним випадковим середовищем будемо розуміти середовище, діелектрична проникність якого $\varepsilon(\vec{r}, t)$ є неперервною функцією простору та часу. Прикладами неперервних випадкових середовищ є турбулентності в тропо- та іоносфері планет, турбулентності в рідинах, прозорі біологічні середовища, свілі в оптичних деталях та інше.

У випадку слабких флуктуацій діелектричної проникності можна зробити ряд наближень. Розглянемо випадкове середовище одиничного об'єму dV з діелектричною проникністю $\varepsilon(\vec{r}, t)$, що є випадковою функцією часу та координат

простору. Її можна записати як суму середнього значення $\langle \varepsilon \rangle$ та флуктуаційної частини:

$$\varepsilon(\vec{r}, t) = \langle \varepsilon(\vec{r}, t) \rangle [1 + \varepsilon_1(\vec{r}, t)], \quad (1.3.1)$$

де ε_1 - флуктуації з нульовим середнім значенням $\langle \varepsilon_1 \rangle = 0$.

Показник заломлення можна записати як

$$n(\vec{r}, t) = \sqrt{\varepsilon(\vec{r}, t) / \varepsilon_0} = \langle n(\vec{r}, t) \rangle [1 + n_1(\vec{r}, t)], \quad (1.3.2)$$

де ε_0 - діелектрична проникність вакууму, а n_1 - флуктуації показника заломлення.

Для малих флуктуацій приблизно маємо:

$$\varepsilon_1(\vec{r}, t) \approx 2n_1(\vec{r}, t). \quad (1.3.3)$$

Будемо вважати, що діелектрична проникність незмінна впродовж часу спостереження, так що її можна вважати незалежною від часу. Окрім того, нехай середня діелектрична проникність постійна і збігається з діелектричною проникністю вакууму:

$$\begin{aligned} \varepsilon(\vec{r}) &= \varepsilon_0 [1 + \varepsilon_1(\vec{r})], \\ n(\vec{r}) &= 1 + n_1(\vec{r}). \end{aligned} \quad (1.3.4)$$

Для статистичного ізотропного середовища, кореляційна функція $\langle \varepsilon_1(\vec{r}'_1) \varepsilon_1(\vec{r}'_2) \rangle$ залежить тільки від абсолютного значення відстані $r = |\vec{r}| = |\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2|$:

$$\langle \varepsilon_1(\vec{r}'_1) \varepsilon_1(\vec{r}'_2) \rangle = \Psi_\varepsilon(r) = 4\Psi_n(r), \quad \langle n_1(\vec{r}'_1) n_1(\vec{r}'_2) \rangle = \Psi_n(r). \quad (1.3.5)$$

Згідно з теоремою Вінера-Хінчина, Фур'є-перетворення від кореляційної функції $\Psi_n(\vec{r})$ є спектральною густиною випадкового середовища $S_n(\vec{k})$:

$$S_n(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_n(\vec{r}) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) dV. \quad (1.3.6)$$

Для опису неперервного випадкового неоднорідного середовища запропоновано кілька моделей представлення спектральної густини $S_n(\vec{k})$, таких як модель Букера-Гордона, гаусівська модель та модель спектру Колмогорова.

Модель Букера-Гордона базується на експоненційній кореляційній функції середовища:

$$\Psi_n(r) = \langle n_1^2 \rangle \exp(-r/l). \quad (1.3.7)$$

Згідно з цією моделлю випадкове середовище характеризується дисперсією $\langle n_1^2 \rangle$, та радіусом кореляції l , на якому значення кореляційної функції зменшується в e разів у порівнянні з її значенням для $r = 0$. Так радіус кореляції вказує на інтервал, у межах якого властивості середовища скорельовані. Радіус кореляції називають також масштабом турбулентності, оскільки він характеризує певний середній розмір турбулентних утворень. Проте експоненціальний характер кореляційної функції зумовлений більше простотою математичних викладок, ніж фізичними властивостями середовища.

На практиці, для опису випадкового середовища, буває зручною гаусівська апроксимація кореляційної функції :

$$\Psi_n(r) = \langle n_1^2 \rangle \exp(-r^2/l^2), \quad (1.3.8)$$

з якої легко визначити спектральну густину:

$$S_n(k) = \langle n_1^2 \rangle \left(\frac{l}{2\sqrt{\pi}} \right)^3 \exp\left[-\frac{(kl)^2}{4} \right]. \quad (1.3.9)$$

Але ці дві моделі не можуть повністю пояснити особливості явища розсіювання оптичного випромінювання в турбулентній атмосфері чи океані.

А.М. Колмогоров розробив адекватну теорію розвинутої турбулентності. Згідно з Колмогоровим турбулентні вихорі характеризуються зовнішнім L_0 та внутрішнім l_0 масштабами турбулентності. Поділимо всю область зміни масштабу турбулентних вихорів на три інтервали:

а) енергетичний інтервал (розмір вихора більший L_0). Турбулентність у зовнішньому масштабі анізотропна (див. рисунок 1.3.1). Спектр у ньому залежить від умов виникнення турбулентності. Тому немає загальної формули, що описує

турбулентні вихорі в цьому інтервалі.

б) інерційний, або Колмогорівський інтервал (розмір вихора більший за l_0 і менший за L_0). У цьому інтервалі кінетична енергія вихорів переважає енергію дисипації через в'язкість і турбулентність має переважаючий ізотропний характер. Спектр турбулентності пропорційний $K^{-11/3}$, де $K = 2\pi/l$ (вихрове хвильове число).

в) в'язкий інтервал (l_0 більше за розмір вихора). У цьому інтервалі дисипація енергії через в'язкість переважає кінетичну енергію, тому спектр дуже вузький.

Для зручності використаємо структурну функцію флуктуацій середовища, $D_\varepsilon(r) = \langle |\tilde{\varepsilon}(\vec{r}_1) - \tilde{\varepsilon}(\vec{r}_2)|^2 \rangle$, яка для досить великих r описується законом двох третіх Колмогорова-Обухова:

$$D_\varepsilon(r) \approx C_\varepsilon^2 r^{2/3}, \quad r \gg l_0, \quad (1.3.10)$$

де C_ε - структурна константа. Для малих r структурна функція зростає за квадратичним законом:

$$D_\varepsilon(r) \approx C_\varepsilon^2 l_0^{-4/3} r^2, \quad r \ll l_0. \quad (1.3.11)$$

Внутрішній масштаб l_0 входить у формули (1.3.10) та (1.3.11) так, що значення обох виразів однакові для $r = l_0$.

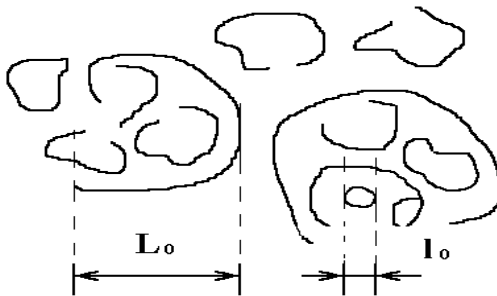


Рисунок 1.3.1. Турбулентні вихори; показані зовнішній та внутрішній масштаби.

Відповідні графіки зображені пунктирними лініями на рисунку 1.3.2, а суцільною лінією подано реальний хід структурної функції $D_\varepsilon(r)$. Отже структурну функцію $D_\varepsilon(r)$ можна апроксимувати на окремих інтервалах r такими функціями:

$$D(r) = \begin{cases} C_\varepsilon^2 l_0^{-4/3} r^2 = 2\sigma_\varepsilon^2 r^2 l_0^{-4/3} L_0^{-2/3}, & r \ll l_0, \\ C_\varepsilon^2 r^{2/3} = 2\sigma_\varepsilon^2 (r/L_0)^{2/3}, & l_0 \ll r \ll L_0, \\ C_\varepsilon^2 L_0^{2/3} = 2\sigma_\varepsilon^2, & L_0 \ll r. \end{cases} \quad (1.3.12)$$

Спектральна густина для будь-яких r буде:

$$S_n(k) = 0.033 C_\varepsilon^2 \left(k^2 + 1/L_0^2 \right)^{-11/6} e^{-k^2/k_m^2}, \quad (1.3.13)$$

де $k_m = 5.92/l_0$. Це співвідношення ще називають спектром Кармана.

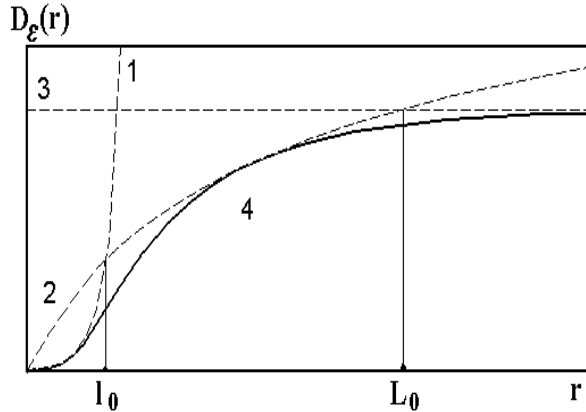


Рисунок 1.3.2. Типова поведінка: $D_\varepsilon(r)$ (крива 4); $C_\varepsilon^2 l_0^{-4/3} \rho^2$ (1); $C_\varepsilon^2 \rho^{2/3}$ (2); $C_\varepsilon^2 L_0^{2/3}$ (3).

Звичайно, поведінка флуктуацій ε в реальному турбулентному середовищі більш складна, ніж наведені апроксимації. Проте співвідношення (1.3.13) досить добре описує просторовий спектр турбулентних флуктуацій в оптиці та радіофізиці.

Наведені вище співвідношення, ми розглянемо пізніше при вирішенні задачі кореляційно-оптичної діагностики турбулентності.

Якщо товщина турбулентного шару досить мала, ми можемо розглянути нескінченно тонкий екран. Падаюча хвиля модулюється таким екраном у залежності від його комплексної функції пропускання:

$$f(\vec{\rho}) = A(\vec{\rho}) \exp[i\Phi(\vec{\rho})], \quad (1.3.14)$$

де $A(\vec{\rho})$ - амплітудна функція пропускання, аргумент експоненційного фактора $\Phi(\vec{\rho})$ визначає фазову модуляцію хвилі.

Коли пропускання екрана має вигляд $f(\vec{\rho}) = \exp[i\Phi(\vec{\rho})]$, де $\Phi(\vec{\rho})$ - випадкова функція, такий екран називають випадковим фазовим екраном (ВФЕ). У площині ВФЕ модулюється тільки фаза хвилі, а за екраном присутня як фазова, так і амплітудна модуляції. Модель ВФЕ часто використовується в оптиці та радіофізиці. Одним із прикладів ВФЕ є шорстка поверхня з однорідним пропусканням або відбиванням. Проходження плоскої хвилі через ВФЕ ми розглянемо пізніше.

1.5.2. Шорсткі поверхні

Розглянемо параметри, якими характеризується шорстка поверхня.

Шорстку поверхню можна зобразити у вигляді двомірного розподілу висоти $z = \zeta(x, y)$. Цей рельєф є найповнішою характеристикою поверхні. З нього можна визначити всі статистичні моменти поверхні, розподіли та спектри. Експериментально побудувати функцію $z = \zeta(x, y)$ можна з комбінацій профілів, отриманих механічними чи оптичними профілометрами. Найчастіше, для кількісної оцінки шорсткої поверхні, використовують наступні параметри: середньоквадратичне та середньоарифметичне відхилення профілю від базової лінії, функцію розподілу висот нерівностей, коефіцієнти асиметрії та ексцесу, спектр потужності, автокореляційну функцію та радіус кореляції.

Середньоквадратичне відхилення профілю від базової лінії

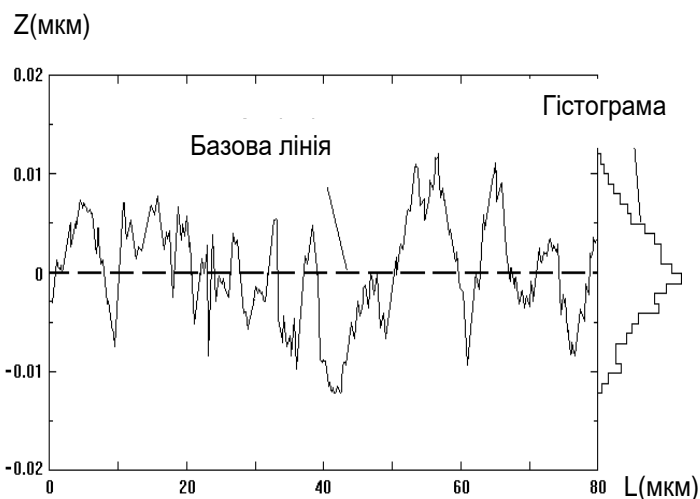


Рисунок 1.3.3. Схематичне представлення шорсткої поверхні і відповідна гістограма висот

Середньоквадратичне відхилення профілю від базової лінії σ_h є найбільш важливим та найуживанішим статистичним параметром шорсткої поверхні. На рисунку 1.3.3 показано поперечний переріз шорсткої поверхні. Цей профіль поміряно вздовж базової лінії L , яка проходить посередині розподілу висот, тобто суми площ під

кривою профілю і під базовою лінією рівні. Математично базова лінія визначається:

$$\sum_{i=1}^N z_i = 0. \quad (1.3.15)$$

Тепер розглянемо N дискретних, рівновіддалених точок вздовж базової лінії L . Середньоквадратичне відхилення профілю від базової лінії σ_h визначимо як:

$$\sigma_h = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N z_i^2}. \quad (1.3.16)$$

Середньоарифметичне відхилення профілю від базової лінії

Для характеристики оптичних поверхонь досить часто використовують середньоарифметичне відхилення профілю від базової лінії R_a :

$$R_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |z_i|. \quad (1.3.17)$$

Деколи корисний параметр R_z . Він розраховується по усередненій різниці між п'ятьма найвищими і п'ятьма найнижчими точками на базовій довжині.

Функція розподілу висот, асиметрія та ексцес

Найбільш повну інформацію про поверхню можна отримати з аналізу її функції розподілу висот. Функція розподілу висот показує долю висот, що лежать у певному інтервалі. Дискретна функція розподілу називається гістограмою. Приклад гістограми наведений на рисунку 1.3.4.

Коефіцієнт асиметрії є мірою асиметрії профілю відносно базової лінії. Наприклад, якщо на практично гладкій поверхні є порівняно глибокі ями, то функція розподілу не буде симетричною і коефіцієнт асиметрії буде значним. Коефіцієнт ексцесу характеризує переважну концентрацію висот біля базової лінії, чи навпаки.

Асиметрію розподілу, приклад якого наведено на рисунку 1.3.4, можна математично визначити як:

$$K_S = \frac{1}{\sigma_h^3} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i^3. \quad (1.3.18)$$

Знак коефіцієнта асиметрії визначає більшу (плюс) чи меншу (мінус) частину висот вище базової лінії.

Коефіцієнт ексцесу визначається як:

$$K_K = \frac{1}{\sigma_h^2} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i^4. \quad (1.3.19)$$

Профілі, зі значною кількістю ям та частинок на поверхні мають пропорційно більшу частку висот на хвостах функції розподілу (рисунок 1.3.4, нижній лівий). Це дасть коефіцієнт ексцесу більше 3. Якщо профілі мають більшу частку висот коло

базової лінії, то коефіцієнт ексцесу менший 3. Для гаусівського розподілу коефіцієнт ексцесу дорівнює 3.

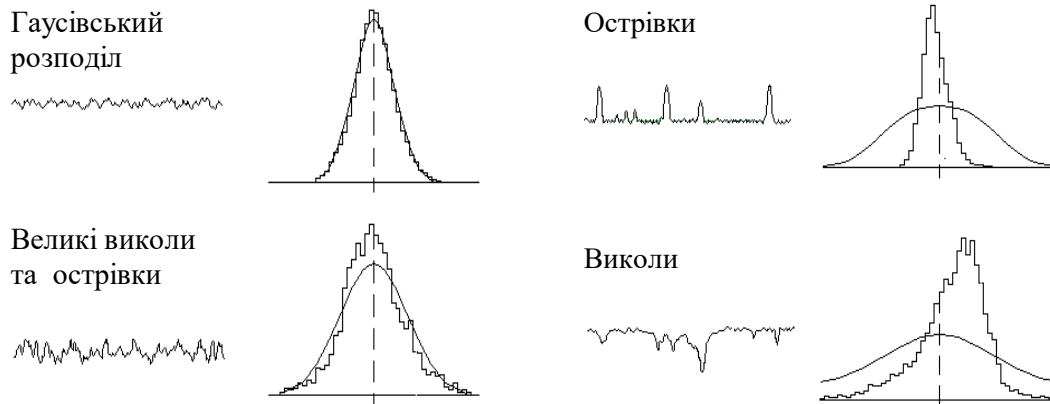


Рисунок 1.3.4. Функція розподілу по висотах та еквівалентний гаусівський розподіл для різних поверхонь.

Автокореляційна функція та радіус кореляції

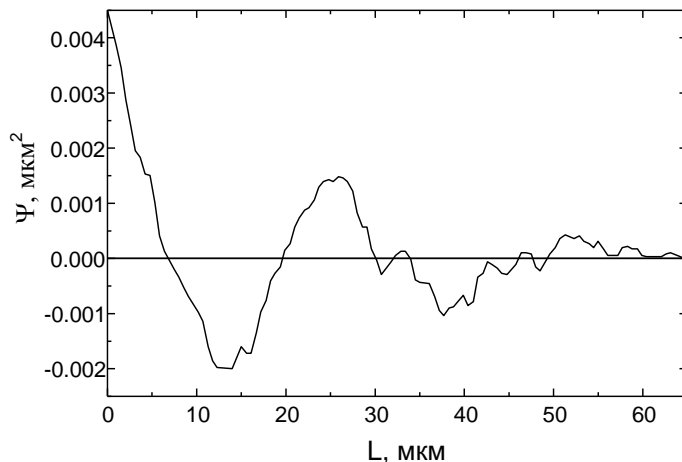


Рисунок 1.3.5. Автокореляційна функція профілю поверхні

Автокореляційна функція профілю поверхні на обмеженій довжині, отримана з дискретного набору даних, записується як:

$$\Psi(l) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-l} z_i \cdot z_{i+l}, \quad (1.3.20)$$

$$l = 0, 1, 2, \dots, N - 1.$$

Приклад автокореляційної функції наведено на рисунку 1.3.5.

Фур'є - перетворення від автокореляційної функції дає

спектральну густину профілю поверхні, який використовується для розрахунку кутового розсіювання шорсткою поверхнею.

Радіус кореляції шорсткої поверхні оцінюється за автокореляційною функцією на рівні $1/e$ (0.368) її максимального значення. І хоч радіус кореляції можна отримати

з коректних експериментальних даних, він може не відповідати істинному радіусу кореляції поверхні. Це можливе, коли не достатня довжина профілю. У цьому випадку говорять про обмежену область даних.

Рельєф традиційно полірованої поверхні ізотропний та випадковий. Ізотропність означає, що профілі поверхні в різних напрямках подібні. Випадковість шорсткої поверхні означає, що її профіль еквівалентний суперпозиції ряду періодичних структур із випадковою амплітудою, періодом та орієнтацією.

Спектр потужності профілю поверхні

Спектр потужності є частотним спектром шорсткої поверхні, поданим в обернених довжинах періоду. Він використовується при розрахунку кутового розсіяння шорсткою поверхнею. Фур'є - перетворення спектра потужності дає автокореляційну функцію поверхні. Однак профіль поверхні отримати неможливо, оскільки втрачено фазові співвідношення між складовими профілю.

1.3.3. Дисперсні середовища

Природні об'єкти, такі як дощ, дим, град, аерозолі, червоні кров'яні тільця та інші, містять світлорозсіюючі частинки з випадковим розподілом по розмірах. Розмір сферичної частинки задається її діаметром. Якщо форма частинки відмінна від сферичної, то її діаметр може бути визначений як відстань між точками перетину поверхні частинки лінією, що проходить через центр гравітації частинки. Звичайно, що таких ліній можна провести безліч. Розміром несферичної частинки буде результат статистичного усереднення всіх вихідних діаметрів частинки. Числове значення розміру буде залежати від способу усереднення діаметрів. Розрізняють:

геометричне середнє

$$\bar{a}_g = (\prod_i a_i)^{1/n} , \quad (1.3.21)$$

арифметичне середнє

$$\bar{a}_a = \frac{1}{n} \sum_i a_i \quad (1.3.22)$$

та гармонічне середнє

$$\bar{a}_h = \left(\frac{1}{n} \sum_i \frac{1}{a_i} \right)^{-1}, \quad (1.3.23)$$

де n - кількість діаметрів.

Реальні частинки в дисперсній системі відрізняються розмірами, тому важливо знати їх розподіл по розмірах. Нехай $n(a)da$ кількість частинок із розміром, що лежить у діапазоні від a до $a + da$. Сумарна кількість частинок в одиниці об'єму (концентрація) буде визначатися:

$$c = \int_0^{\infty} n(a)da. \quad (1.3.24)$$

Ми можемо отримати також густину частинок із розміром, що лежить у діапазоні від a до $a + da$:

$$w(a) = \frac{n(a)}{c}, \quad \int_0^{\infty} w(a)da = 1. \quad (1.3.25)$$

Аналогічно можна отримати вираз для середнього розміру частинок $\langle a \rangle$ та дисперсії розмірів σ^2 :

$$\langle a \rangle = \int_0^{\infty} aw(a)da, \quad \sigma^2 = \int_0^{\infty} (a - \langle a \rangle)^2 w(a)da. \quad 1.3.26)$$

РОЗДІЛ 2. РОЗСПОВАННЯ ОПТИЧНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ ВИПАДКОВИМИ ОБ'ЄКТАМИ

2.1. Основні типи статистичних хвильових задач

Серед різноманітних випадкових полів, з якими має справу статистична радіофізика, *хвильові* поля займають центральне місце. Ми теж зосередимо увагу на хвильових (в першу чергу електромагнітних) полях і обмежимося при цьому лише *лінійними і неквантовими* задачами. Досить широкий клас таких задач можна сформулювати наступним чином.

Нехай розповсюдження хвиль тієї чи іншої фізичної природи (електромагнітних, пружних, поверхневих і т. д.) описується лінійним просторово - часовим оператором L (звичайно диференціальним, рідше - інтегро-диференціальним), так що хвильове поле задовольняє рівняння

$$\hat{L}u = q, \quad (2.1.1)$$

де функція $q(t, r)$ описує джерела хвиль. Поля u і q можуть бути і багатокomпонентними (наприклад, векторними), і тоді L - операторна матриця (наприклад, тензор). В багатьох задачах просторова область, в якій розглядається поле виділена деякою поверхнею S_0 , не містить джерел ($q = 0$) а задано *первинне* хвильове поле u_0 , що приходить в цю область ззовні. Тоді рівняння (2.1.1) однорідне:

$$\hat{L}u = 0, \quad (2.1.2)$$

але на S_0 задані значення первинного поля (або його похідних), наприклад:

$$v \equiv u_0(t, \mathbf{r})|_{\mathbf{r} \in S_0}. \quad (2.1.3)$$

В цьому випадку говорять, що на S_0 задані «віртуальні» джерела поля. Тут ми шукаємо розсіяне або дифракційне поле, тобто це задачі теорії дифракції.

При наявності всередині поверхні S_0 границь розділу між різними середовищами або тілами (поверхні розділу S) поле u повинно задовольняти ще певним *граничним умовам*. Якщо поверхня S_0 не замкнута або ж охоплює весь простір, так що хвилі від

реальних джерел, що розміщені в кінцевій області, можуть прямувати в нескінченість, то повинні також виконуватись відомі *умови випромінювання* (на достатньо великих відстанях від джерел повинні існувати лише хвилі, що віддаляються).

В задачах прикладного характеру часто представляє інтерес вимірювання випроміненого або дифракційного поля - для отримання інформації про джерела поля, про розсіюючі тіла або про середовище, в якому розповсюджуються хвилі. Тоді в описану схему може бути включено ще *приймач* випромінювання¹⁾, а також різного роду завади як зовнішнього (по відношенню до приймача), так і внутрішнього походження. Відгук приймача w буде залежати і від поля, що вимірюється u , і від завад ξ :

$$w = \hat{w}(u, \xi), \quad (2.1.4)$$

де w — в загальному випадку нелінійний оператор.

Все, що було сказано про звичайні стохастичні диференціальні рівняння, тепер, коли ми розглядаємо випадкові поля, переноситься на рівняння в частинних похідних. Статистичні хвильові задачі ставляться *тими ж* рівняннями і умовами, що і динамічні, але тепер це будуть *стохастичні* рівняння і умови, тобто рівняння і умови для окремих реалізацій випадкового поля u . Іншими словами, фігуруючі в задачі параметри, функції і оператори тепер випадкові (всі або їх частина) і, відповідно, задані своїми розподілами ймовірностей. Тому, набагато більше різноманіття можливостей для просторово-часових полів (порівняно з процесами у часі) в рівній мірі стосується як динамічних, так і статистичних задач.

У відповідності з описаною постановкою динамічної хвильової задачі, випадковими можуть бути:

- 1) *джерела поля* (реальні або віртуальні, так що можна розрізнити задану «статистику джерел» q і «статистику первинного поля» v);
- 2) *властивості середовища* (задана «статистика середовища», а значить, оператора L);
- 3) *форма і положення границь розділу S* (задана «статистика границь»);
- 4) *умови прийому і реєстрації хвиль* (задані «статистика приймача»—оператора w і

«статистика завад» ξ).

До цих чотирьох основних статистичних схем, які ми назвемо первинними, фактично зводиться постановка переважної більшості задач статистичної хвильової теорії. Безумовно, можливі задачі і змішаного типу, наприклад про теплове випромінювання у випадково-неоднорідному середовищі, але поки що таких задач розглянуто небагато.

Якщо б ми мали *точне рішення динамічної задачі*, наприклад деяким інтегральним представленням поля, яке ми шукаємо u у вигляді

$$u = \hat{G}q, \quad (2.1.5)$$

де $\hat{G}q = \hat{L}^{-1}q$ - рішення неоднорідного рівняння (2.1.1), записане через функцію Гріна, що враховує всі граничні і інші умови, то обчислення моментів поля звелось би до усереднення добутків виду $u(1)u(2)\dots u(n)$ по спільному розподілу всіх фігуруючих в задачі випадкових параметрів і функцій, що характеризують статистику джерел, середовища, границь розділу і т. д. Але реальних ситуаціях цей ідеал здійснюється не часто, наприклад, в задачах про збудження полів випадковими джерелами, які розглядаються в цьому розділі. Частіше всього ми не вміємо знаходити точне рішення при будь-яких детермінованих функціях, тим самим, при довільних реалізаціях всіх випадкових величин і функцій, в силу чого потрібно уже на етапі рішення динамічної задачі звертатись до різного роду *наближеним* методам. Ці різноманітні методи і прийоми приурочені до конкретних особливостей задачі.

Флуктуації випадкових параметрів і функцій можуть бути (в певних характерних масштабах) великими і малими, плавними, повільними і, навпаки, різкими, швидкими; кореляція може бути сильною, «далекою», або ж слабкою, «короткою», і т. п. Ці відмінності вимагають використання різних наближених підходів і приводять до багаточисельних вторинних статистичних схем, пов'язаних уже з тими чи іншими приближеними методами рішення.

Потрібно відмітити, що в багатьох випадках, особливо коли нас цікавлять лише моменти поля, етап пошуку динамічного рішення (для подальшого

обчислення моментів) опускається і мова іде про виведення рівнянь і умов для *самих моментів* (виходячи з рівнянь і умов для поля u). Але і в такій постановці практично не можна обійтись без максимально можливого спрощення вихідних рівнянь для, наперед враховуючого особливості флуктуації і характер детермінованих функцій.

Виділені вище чотири первинні статистичні схеми відображають лише ті параметри і функції, які часто зустрічаються, які входять в умови задачі, на детерміновані і випадкові. Зупинимось коротко на цих схемах і вкажемо деякі приклади задач, що до них відносяться.

В схемі 1), якщо присутні реальні джерела, ми маємо справу з *неоднорідним* рівнянням (8.1), в якому статистично задана *права частина* q . *Однорідні* граничні умови детерміновані. Задач такого типу багато і в радіофізиці, і в оптиці, і в акустиці. Вони охоплюють, зокрема, статистичну теорію антен і теорію теплових флуктуацій в розподілених системах.

З віртуальними випадковими джерелами ми стикаємось, очевидно, у всіх задачах по дифракції випадкових (інакше - частково когерентних) полів, коли всі необхідні умови детерміновані, за винятком випадкового первинного поля u_0 . Такі задачі типові перш за все для оптики (формування оптичного і голографічного зображення, дія інтерферометрів і ін.), але з ними приходиться мати справу і в радіодіапазоні (зокрема, в радіоастрономії), і при дифракції рентгенівських хвиль.

Задачі типу 1) ми розглянемо в даному розділі.

Схема 2) охоплює проблему розповсюдження і дифракції хвиль у *випадково-неоднорідних* середовищах (*випадковий* оператор L). Ці питання представляють великий інтерес для радіозв'язку, лазерного зв'язку, гідроакустики, радіоастрономії, діагностики плазми.

До схеми 3) відносяться хвильові задачі при наявності тіл, які мають *випадкову форму* або займають *випадкове положення*. Мова може йти, наприклад, про граничні поверхні з великою кількістю випадкових нерівностей (так звані *шорсткі* або *статистично нерівні* поверхні).

В задачах про тіла, які займають випадкове положення в просторі, мова може йти про розсіяння як на одному або небагатьох тілах, так і на дуже великій сукупності дискретних вкраплень (осади, туман, аерозолі і т. д.). Остання досить загальна задача вимагає обліку багатократного розсіяння. Ми обмежимося її розглядом лише в наближенні однократного розсіяння (§ 31).

Схема 4) охоплює багаточисельні задачі прийому і обробки інформації про хвильові поля при наявності завад. Якщо статистичні властивості поля u , завад ξ і оператора w , які описують приймач, відомі, то, у відповідності з (2.1.4), в принципі можна розрахувати статистичні характеристики відгуку приймача w .

Однак більш важливим і разом з тим більш складним є інше питання— про вибір оптимального (в певному розумінні) способу прийому при наявності завад, тобто питання про знаходження *оптимального* оператора w . Прикладом задачі такого типу може служити проблема відновлення форми об'єкта по його зображенню, яка представляє першочерговий інтерес для оптики, радіоастрономії, радіолокації, гідроакустики і т. п. Ця проблема оптимального прийому випадкових полів вимагає залучення ідей і методів теорії інформації - можливо, навіть в більшій мірі, ніж питання обробки випадкових процесів.

2.2. Проходження плоскої хвилі через нескінченний фазовий екран

Ця задача відноситься до другого типу дифракційних задач.

Під випадковим фазовим екраном розуміють екран, функція пропускання якого задається співвідношенням $f(\vec{\rho}) = \exp[i\Phi(\vec{\rho})]$, де Φ - дійсна випадкова функція. У площині такого екрана модулюється тільки фаза випадкової хвилі, а амплітуда (а отже, й інтенсивність) залишається незмінною. У півплощині $z > 0$, фазовий екран модулює як амплітуду, так і фазу хвилі, що пройшла.

При падінні плоскої хвилі $u_p = e^{ikz}$ на нескінченний ВФЕ в площині екрана $z = 0$ утворюється граничне поле:

$$v(\vec{\rho}) = \exp[i\Phi(\vec{\rho})]u_p \Big|_{z=0} = \exp[i\Phi(\vec{\rho})]. \quad (2.2.1)$$

Розглянемо співвідношення між статистичними моментами поля, що пройшло крізь екран, та кореляційною функцією фази екрана:

$$\Psi_{\varphi_0}(\vec{\rho}) = \langle \tilde{\Phi}(\vec{\rho}_1) \tilde{\Phi}(\vec{\rho}_2) \rangle = \sigma_{\varphi_0}^2 K(\vec{\rho}), \quad (2.2.2)$$

де $\sigma_{\varphi_0}^2$ - дисперсія фази, а $K(\vec{\rho})$ - коефіцієнт кореляції фази екрана.

Припускаємо, що флуктуації фази Φ статистично однорідні, в площині $z=0$, мають нульове середнє значення ($\overline{\Phi} = 0$) і задовольняють нормальному закону розподілу.

Маючи на увазі, що для розподіленої за нормальним законом величини α з $\overline{\alpha} = 0$, виконується співвідношення $\langle e^{i\alpha} \rangle = \exp(-\overline{\alpha^2} / 2)$, отримуємо для граничного поля:

$$\begin{aligned} \Gamma_v(\vec{\rho}) &= \langle v(\vec{\rho}_1) v^*(\vec{\rho}_2) \rangle = \langle \exp\{i[\Phi(\vec{\rho}_1) - \Phi(\vec{\rho}_2)]\} \rangle = \\ &= \exp\left\{-\frac{1}{2} \langle [\Phi(\vec{\rho}_1) - \Phi(\vec{\rho}_2)]^2 \rangle\right\}. \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

Однак, для $\overline{\Phi} = 0$, середньоквадратична різниця флуктуацій фази є її структурною функцією $D_\varphi(\vec{\rho})$, зв'язаною з кореляційною $\Psi_{\varphi_0}(\vec{\rho})$. Тому

$$\Gamma_v(\vec{\rho}) = \exp\left[-\frac{1}{2} D_\varphi(\vec{\rho})\right] = \exp[\Psi_{\varphi_0}(\vec{\rho}) - \Psi_{\varphi_0}(0)] = \exp\{\sigma_{\varphi_0}^2 [K(\vec{\rho}) - 1]\}. \quad (2.2.4)$$

Усереднене поле, функцію когерентності, а також поперечну кореляційну функцію поля, що пройшло крізь екран, можна знайти за формулами:

$$\bar{u} = v_0 e^{ikz} = \exp\left\{-\sigma_{\varphi_0}^2 / 2 + ikz\right\}, \quad (2.2.5)$$

$$\Gamma_\perp(\vec{\rho}) = \Gamma_v(\vec{\rho}) = \exp\left[-\frac{1}{2} D_\varphi(\vec{\rho})\right], \quad (2.2.6)$$

$$\Psi_\perp(\vec{\rho}) = \Psi_v(\vec{\rho}) = \exp\left\{\sigma_{\varphi_0}^2 [K(\vec{\rho}) - 1]\right\} - e^{-\sigma_{\varphi_0}^2}. \quad (2.1.7)$$

Для малих флуктуацій фази з (2.2.7) можна отримати:

$$\Psi_\perp(\vec{\rho}) \approx \sigma_{\varphi_0}^2 K(\vec{\rho}) = \Psi_\varphi(\vec{\rho}) \quad (\sigma_{\varphi_0}^2 \ll 1), \quad (2.2.8)$$

поперечна кореляційна функція збігається з $\Psi_\varphi(\vec{\rho})$ для всього півпростору $z > 0$.

Для великих флуктуацій фази ($\sigma_{\varphi_0}^2 \gg 1$), усереднене граничне поле

$v_0 = e^{-\sigma_{\varphi 0}^2 / 2}$ дуже мале порівняно з одиницею, а величина $\exp\{\sigma_{\varphi 0}^2 [K(\bar{\rho}) - 1]\}$ помітно відрізняється від нуля лише для малих значень ρ . Тому знехтуємо в (2.2.8) доданком $e^{-\sigma_{\varphi 0}^2}$ і розкладемо коефіцієнт $K(\bar{\rho})$ у ряд Тейлора.

Вважаючи, для простоти, флуктуації фази ізотропними, одержуємо:

$$K(\rho) = 1 + K''(0) \frac{\rho^2}{2} + \dots, \quad (2.1.9)$$

де штрихом позначено диференціювання ρ (лінійний член розкладу по ρ рівний нулю). Тому запишемо:

$$\Psi_{\perp}(\rho) \approx e^{1/2 \sigma_{\varphi 0}^2 K''(0) \rho^2} = e^{-1/2 |\Psi_{\varphi}''(0)| \rho^2} \quad (\sigma_{\varphi 0}^2 \gg 1), \quad (2.2.10)$$

де враховано, що другі похідні $K''(0)$ та $\Psi_{\varphi}''(0) = \sigma_{\varphi 0}^2 K''(0)$ від'ємні для нульового аргументу. З (2.2.10) можна побачити, що кореляція зникає для $\rho \geq |\sigma_{\varphi 0}^2 K''(0)|^{-1/2} \approx l_{\varphi} / \sigma_{\varphi 0}$, де $l_{\varphi} \sim |K''(0)|^{-1/2}$ - радіус кореляції фази.

Із цих співвідношень можна отримати оцінку для поперечного радіусу кореляції поля:

$$l_{\perp} \sim \frac{l_{\varphi}}{\sigma_{\varphi 0}} \quad (\sigma_{\varphi 0}^2 \gg 1). \quad (2.2.11)$$

Отже, для $\sigma_{\varphi 0}^2 \gg 1$, радіус кореляції поля в $\sigma_{\varphi 0}$ разів менший від радіусу кореляції фази екрана l_{φ} .

У багатьох задачах оптичної діагностики використовують статистичні характеристики окремо взятих амплітуди та фази хвилі. Для їх розрахунку, крім першої кореляційної функції комплексного поля $\Psi_{\perp}(\bar{\rho}) = \langle \tilde{u}(\bar{\rho}_1, z) \tilde{u}^*(\bar{\rho}_2, z) \rangle$, потрібна і друга кореляційна функція $\tilde{\Psi}_{\perp}(\bar{\rho}) = \langle \tilde{u}(\bar{\rho}_1, z) \tilde{u}(\bar{\rho}_2, z) \rangle$.

У випадку слабких флуктуацій $\sigma_{\varphi 0}^2 \ll 1$ та їх гаусівського розподілу для

кореляційних функцій амплітуди, фази і кореляції їх між собою, можна отримати наступні вирази:

$$\Psi_{A,\varphi}(\vec{\rho}, z) = \frac{1}{2} \left[\Psi_{\varphi}^0(\vec{\rho}) \mp \frac{k}{4\pi z} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{\varphi}^0(\vec{\rho}') \sin \frac{k(\vec{\rho} - \vec{\rho}')^2}{4z} d^2 \rho' \right], \quad (2.2.12)$$

$$\Psi_{A\varphi}(\vec{\rho}, z) = \frac{k}{8\pi z} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{\varphi}^0(\vec{\rho}') \cos \frac{k(\vec{\rho} - \vec{\rho}')^2}{4z} d^2 \rho', \quad (2.2.13)$$

де $\Psi_{\varphi}^0(\vec{\rho})$ - кореляційна функція фази в площині $z = 0$.

Для гаусівської кореляційної функції

$$\Psi_{\varphi}^0(\rho) = \sigma_{\varphi_0}^2 e^{-\frac{\rho^2}{2l_{\varphi}^2}} \quad (2.2.14)$$

ці інтеграли легко обчислити. Так, для $\rho = 0$ отримуємо:

$$\sigma_{A,\varphi}^2(z) = \frac{\sigma_{\varphi_0}^2}{2} \left(1 \mp \frac{1}{1 + D^2} \right), \quad (2.2.15)$$

де $D = D(z) = 2z / kl_{\varphi}^2$.

Величину D називають хвильовим параметром. Він показує, скільки фазових неоднорідностей поміщається в одній зоні Френеля розміром $\pi\lambda z = 2\pi^2 z / k$. У залежності від хвильового параметра можна виділити три області (зони) z по відношенню до окремої неоднорідності, а саме: ближня ($D \ll 1$), зона Френеля ($D \sim 1$) і зона Фраунгофера ($D \gg 1$). Зрозуміло, що в ближній зоні ($D \ll 1$) будуть переважати фазові флуктуації $\sigma_A^2 \ll \sigma_{\varphi}^2 \approx \sigma_{\varphi_0}^2$. При віддаленні від екрана амплітудні флуктуації будуть зростати, а фазові зменшуватись. У зоні Фраунгофера ($D \rightarrow \infty$) вони вирівнюються й досягають граничного значення:

$$\sigma_{A,\varphi}^2 \Big|_{z \rightarrow \infty} = \frac{1}{2} \sigma_{\varphi_0}^2. \quad (2.2.16)$$

Кореляція між амплітудою та фазою поля в ближній та дальній зонах мала та досягає максимуму для $D \sim 1$.

Флуктуації інтенсивності поля характеризуються кореляційною функцією інтенсивності:

$$\Psi_I(\vec{\rho}, z) = \langle \tilde{I}(\vec{\rho}_1, z) \tilde{I}(\vec{\rho}_2, z) \rangle = \langle I(\vec{\rho}_1, z) I(\vec{\rho}_2, z) \rangle - \bar{I}^2 \quad (2.2.17)$$

та індексом мерехтіння:

$$\beta^2(z) = \frac{\langle I^2(z) \rangle - \langle I(z) \rangle^2}{\langle I(z) \rangle^2} = \frac{\sigma_I^2(z)}{\langle I(z) \rangle^2}. \quad (2.2.18)$$

Вважаючи $\langle I(z) \rangle = 1$, отримуємо:

$$\Psi_I(\vec{\rho}, z) = \langle I(\vec{\rho}_1, z) I(\vec{\rho}_2, z) \rangle - 1, \quad (2.2.19)$$

$$\beta^2(z) = \langle I^2(z) \rangle - 1 = \sigma_I^2(z). \quad (2.2.20)$$

Як і у випадку аналізу флуктуацій амплітуди та фази, значення Ψ_I та β^2 можуть бути розраховані тільки для двох граничних випадків: малих флуктуацій та фраунгоферової зони. Для малих флуктуацій маємо:

$$\Psi_I(\vec{\rho}, z) = 4\Psi_A(\vec{\rho}, z), \quad (2.2.21)$$

$$\beta^2(z) = 4\sigma_A^2(z). \quad (2.2.22)$$

Отже, при віддаленні від екрана флуктуації інтенсивності ведуть себе подібно до флуктуацій амплітуди.

Для зони Фраунгофера ($D \gg 1$), $\beta^2(z)$ прямує до граничного значення

$$\beta_\infty^2 = 2\sigma_{\varphi_0}^2, \quad \sigma_{\varphi_0}^2 \ll 1, \quad (2.2.23)$$

незалежно від вигляду кореляційної функції фази ВФЕ.

Кореляційна функція інтенсивності для далекої зони може бути записана як:

$$\Psi_I(\vec{\rho}, z) = |\Gamma_u(\vec{\rho})|^2 - |\bar{u}|^4 = |\Gamma_v(\vec{\rho})|^2 - |v_0|^4. \quad (2.2.24)$$

Вважаючи, що $\Gamma_v(0) = \bar{I} = 1$, отримуємо індекс мерехтіння в далекій зоні:

$$\beta_{z \rightarrow \infty}^2 = \Psi_I(0) = 1 - |v_0|^4. \quad (2.2.25)$$

Для часткового випадку гаусівського розподілу фазових флуктуацій ВФЕ, коли

$v_0 = e^{-\sigma_{\varphi_0}^2/2}$ і $\Psi_v(\vec{\rho})$ записується за допомогою рівняння (2.2.7), отримуємо:

$$\Psi_I(\vec{\rho}) = e^{-2\sigma_{\varphi_0}^2} \left\{ \exp[2\Psi_{\varphi}^0(\vec{\rho})] - 1 \right\}, \quad \beta^2 = 1 - e^{-2\sigma_{\varphi_0}^2}. \quad (2.2.26)$$

Для $\sigma_{\varphi_0}^2 \ll 1$ цей вираз переходить у (2.2.28). Для іншого часткового випадку, з нульовим середнім ($\bar{v}_0 = 0$), вирази (2.2.29) та (2.2.30) спрощуються:

$$\Psi_I(\vec{\rho}) = |\Gamma_v(\vec{\rho})|^2 = |\Psi_v(\vec{\rho})|^2, \quad \beta_{\infty}^2 = 1. \quad (2.2.27)$$

На рисунку 2.1.1 показано залежність індексу β^2 від хвильового параметра $D = 2z / kl_{\varphi}^2$ для гаусівської функції кореляції фази та дисперсії $\sigma_{\varphi_0}^2$ від 0.1 до 5.

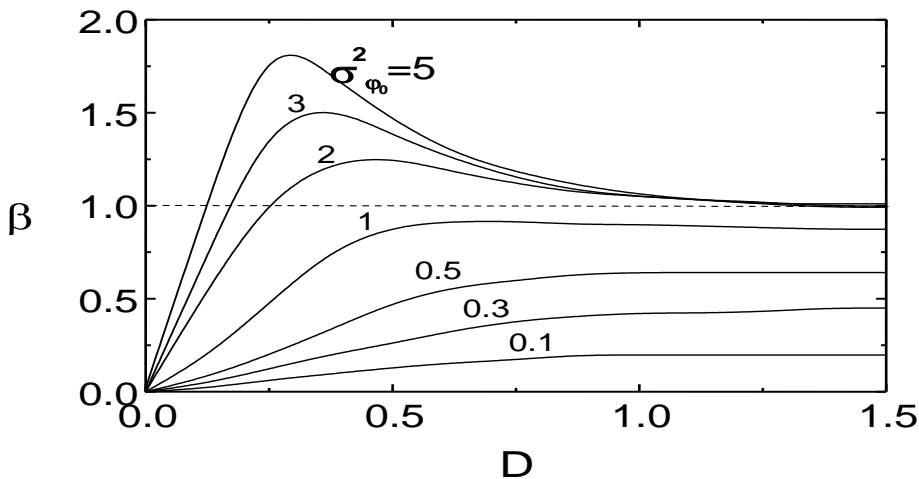


Рисунок 2.2.1. Залежність індексу мерехтіння β^2 від параметра D .

Поведінку цих кривих ми вже частково розглянули. $\beta^2 = \beta_{\infty}^2 = 1 - e^{-2\sigma_{\varphi_0}^2}$ в зоні Фраунгофера ($D \gg 1$) та $\beta^2 = 2\sigma_{\varphi_0}^2 D^2 / (1 + D^2)$ для малих флуктуацій фази ($\sigma_{\varphi_0}^2 \ll 1$). Новим є наявність максимуму β^2 для $D \leq 1$ і значень $\sigma_{\varphi_0}^2 > 1$, причому,

для сильних флуктуацій ($\sigma_{\varphi_0}^2 \gg 1$) $\beta_{\max}^2 \sim \ln \sigma_{\varphi_0}^2$. Максимум індексу мерехтіння приходить на так звану зону фокусування z_m , яка визначається так:

$$z_m = \frac{kl_{\varphi}^2}{\sigma_{\varphi_0}}. \quad (2.2.28)$$

Зрозуміло, що фокусування хвиль, а отже, й максимуми індексу мерехтіння властиві лише фазовим флуктуаціям екрана. Амплітудні флуктуації екрана приведуть до дифракційного згладжування флуктуацій інтенсивності, а отже, і до зменшення індексу мерехтіння.

2.3. Розсіювання світла шорсткими поверхнями

Ця задача відноситься до першого типу дифракційних задач.

Теоретичне дослідження взаємодії випромінювання з шорсткою поверхнею спочатку було проведено Релеєм. Він вивчав дифракцію плоскої хвилі на поверхні з гармонічним профілем та глибиною менше довжини хвилі.

Книга, яка цитується найчастіше при розгляді питань розсіювання хвиль шорсткими поверхнями, написана Бекманом та Спізічіно. Вони застосовували скалярне наближення Кірхгофа для опису розсіювання хвиль на періодичних та випадкових поверхнях. І хоча цим дослідженням скоро буде сорок років, вони продовжують розглядатися як фундаментальні.

У більш сучасній монографії Баса та Фукса розглянуто підхід Кірхгофа та метод малих збурень для опису більш складних поверхонь: із кількома масштабами, з перевідбиваннями, з ефектами самозатінення.

На розсіювання електромагнітних хвиль шорсткими поверхнями впливають численні фактори. Крім висоти і поперечного масштабу нерівностей, які порівнюються з довжиною хвилі зондуючого випромінювання, необхідно враховувати багато інших експериментальних параметрів: розмір площі розсіювання, напрямок освітлення, стан поляризації зондуючого пучка, коефіцієнт відбивання та показник заломлення. У залежності від співвідношення між згаданими параметрами,

застосовується той чи інший метод обчислення розсіяного поля. Найбільш широко застосовуються два підходи, а саме метод малих збурень і метод Кірхгофа. Ці методи охоплюють широкий клас шорстких поверхонь, засновані на досить простих припущеннях і на них базуються стандартизовані діагностичні методи. Теорія малих збурень використовується для поверхонь із малими та пологими нерівностями, теорія Кірхгофа - для плавних нерівностей. Розглянемо межі застосування цих підходів для шорсткої поверхні з розподілом висоти, що задається рівнянням: $z = \zeta(x, y) \equiv \zeta(\vec{\rho})$, де $\langle \zeta \rangle = 0$. Пологість нерівностей означає, що їх усереднені нахили невеликі:

$$\langle (\nabla_{\perp} \zeta)^2 \rangle \approx \frac{\sigma^2}{l_{\zeta}^2} \ll 1, \quad (2.3.1)$$

де $\sigma^2 \equiv \langle \zeta^2 \rangle$ - середньоквадратичне відхилення висоти від базової лінії $z = 0$, l_{ζ} - поперечний масштаб кореляції нерівностей.

Малість нерівностей означає, що моменти $\langle \zeta^m \rangle$ набагато менші, ніж відповідні степені довжини хвилі, $\langle \zeta^m \rangle \ll \lambda^m$, зокрема $\sigma^2 \ll \lambda^2$.

Для плавних нерівностей величина відхилення ζ не обмежується, а умова пологості заміняється вимогою про малу кривизну нерівностей. Радіуси кривизни поверхні мікронерівностей R_c повинні бути більшими за λ :

$$R_c \gg \lambda \text{ або } kR_c \gg 1. \quad (2.3.2)$$

Для плавних нерівностей відношення σ / l_{ζ} може бути відносно великим.

2.4. Розсіювання оптичного випромінювання дисперсними середовищами

Розсіювання світла в дисперсних середовищах залежить від типу розсіюючих часток та відстані між ними. Розсіювання окремою часткою визначається її оптичними та геометричними параметрами: розміром, формою, внутрішньою будовою та іншим. У залежності від конкретних значень цих параметрів використовується та чи інша модель взаємодії оптичного випромінювання з

розсіюючими частинками. Так, для однорідних сферичних частинок використовують формули Мі. Встановлено, що розсіювання ансамблем частинок залежить від їх концентрації. Коли відстань між частинками велика, порівняно з їх розміром, зміна концентрації не приведе до суттєвої зміни характеристик розсіяного випромінювання. В цьому випадку говорять про однократне розсіювання випромінювання. Істотне збільшення концентрації приведе до багатократного розсіювання.

У цьому параграфі розглядаються основні співвідношення, що описують розсіювання сферичними частинками, релєївське розсіювання, формули Мі, багатократне розсіювання. Таке світлорозсіювання відносять до традиційного (ТСР). Методи ТСР полягають у вимірюванні індикатриси розсіювання світла (залежності інтенсивності розсіювання від кута розсіювання). Поява лазерів привела до інтенсивного розвитку методів динамічного розсіювання світла (ДСР). Вони дозволяють по часових флуктуаціях інтенсивності розсіяного когерентного випромінювання досліджувати динамічні та структурні параметри світлорозсіюючого середовища.

2.4.1. Традиційний опис світлорозсіювання

Світлорозсіююча частинка повинна мати різку границю розділу між матеріалом частинки і навколишнім середовищем. Це забезпечується різними показниками заломлення частинки n_1 та середовища n_2 . Будемо вважати, що електричний вектор падаючого на частинку радіуса R світла з довжиною хвилі λ перпендикулярний до площини розсіювання. На відстані r реєструється випромінювання розсіяне під кутом θ тієї ж поляризації.

За величиною відношення R/λ можна виділити три типи розсіювання.

Релєївське розсіювання ($R/\lambda \ll 1$)

Інтенсивність I_R розсіювання світла ізольованою частинкою має розмір значно меншим від довжини хвилі:

$$I_R = \frac{16\pi^4 R^6 I_0}{r^2 \lambda^4} \left[\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + 2n_2^2} \right]^2, \quad (2.4.1)$$

де індекс R вказує на “релеївські” або точкові розсіювачі, а I_0 - інтенсивність падаючого пучка.

Зауважимо, що інтенсивність розсіювання I_R має такі особливості:

- не залежить від кута розсіювання;
- залежить від різниці показників заломлення $n_1 - n_2$ (залежність від абсолютного значення показника заломлення незначна);
- пропорційна R^6 , а отже амплітуда розсіяного поля $\sqrt{I_R}$ пропорційна поляризованості сфери;
- пропорційність λ^{-4} - це так званий закон розсіювання Релея.

Розсіювання Релея-Ганса-Дебая (РГД) $((n_1 - n_2)R/\lambda \ll 1)$

У цьому випадку поле випромінювання, розсіяного однією частинкою, формується в результаті інтерференційного складання полів, розсіяних різними ділянками частинки. Це призводить до деякого відхилення індикатриси розсіювання РГД від релеївської I_R :

$$I_{RGD} = I_R \times P(\theta), \quad (2.4.2)$$

де $P(\theta)$ - фактор форми з властивостями $P(0) = 1$, $P(\theta) < 1$ для $\theta > 0$.

Для однорідних сфер, $P(\theta)$ набуває відносно простої форми:

$$P(\theta) = \left[3(\sin uR - uR \cos uR)/(uR)^3 \right]^2, \quad (2.4.3)$$

де

$$u = \left(4\pi/\lambda \right) \sin(\theta/2), \quad (2.4.4)$$

так званий параметр розсіювання.

Розклад (2.2.5) за степенями uR дає:

$$P(\theta) = 1 - (uR)^2 / 5 + \dots, \quad (2.4.5)$$

і для частинок РГД довільної форми та будови :

$$P(\theta) = 1 - (uR_G)^2 / 3 + \dots, \quad (2.4.6)$$

де R_G - інерційний радіус частинки (для однорідної сфери $R_G = \sqrt{3/5}R$).

$$\text{Розсіювання } Mi \left((n_1 - n_2)R/\lambda \geq 1 \right)$$

Для великих частинок індикатриса розсіяного випромінювання стає дуже складною. Вона розраховується за допомогою законів геометричної оптики і враховує заломлення, поглинання, відбивання та перевідбивання променів всередині частинки. Отримано повні рішення такої задачі для діелектричних, металевих, багат шарових та інших сфер.

2.4.2. Однократне розсіювання системою частинок РГД

Для дисперсних середовищ з малою концентрацією частинок, виконуються умови однократного розсіювання випромінювання. Традиційні (некогерентні) методи світлорозсіювання в цьому випадку розглядають результуючу індикатрису розсіювання як суму парціальних індикатрис розсіювання незалежних частинок. Використання як джерела випромінювання лазера приведе до просторових та часових флуктуацій поля розсіяного випромінювання. Проте його усереднення приймаючим детектором в просторі та часі дасть результати, подібні до випадку з некогерентним джерелом.

Для системи, що складається з N ідентичних частинок, співвідношення (2.4.2) можна записати так:

$$I(\theta) = \frac{16\pi^4 R^6 N I_0}{r^2 \lambda^4} \left(\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + 2n_2^2} \right)^2 P(\theta). \quad (2.4.7)$$

Або у видозміненій формі:

$$I(\theta) = \frac{9\pi^2 V_S C M I_0}{r^2 \lambda^4 N_A} \left[\frac{1}{\rho} \left(\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + 2n_2^2} \right) \right]^2 P(\theta), \quad (2.4.8)$$

де V_S - розсіюючий об'єм, C - вагова концентрація частинок, M - молекулярна вага частинок, ρ - густина матеріалу частинок та N_A - число Авогадро.

Отже, вимірювання індикатриси світлорозсіювання суспензією дозволяє визначити їх молекулярну вагу. Решта параметрів відомі або можуть бути визначені простими методами. Якщо ж абсолютні вимірювання інтенсивності зробити важко, то за початковим нахилом $I(\theta)$ від u^2 , з рівнянь (2.4.7) та (2.4.8), можна оцінити інерційний радіус частинок. Цей метод добре працює в діапазоні інерційних радіусів $200\text{\AA} < R_G < 1000\text{\AA}$.

2.4.3. Динамічне світлорозсіювання

Як вже зазначалося, розвиток ДСР прискорився одразу після відкриття лазеру. Розсіювання когерентного випромінювання призводить до утворення складного спекл-поля, утвореного в результаті складання парціальних когерентних сигналів із випадковими амплітудами та фазами. Рух частинок у потоці та броунівський рух викликає флуктуації інтенсивності розсіяного поля. Часові та просторові флуктуації інтенсивності поля розсіяного випромінювання залежать від розміру частинок та параметрів їх руху.

З 1970 р. динамічне розсіювання світла досліджувалась за допомогою спектроскопії кореляції фотонів. Високороздільна кореляційна техніка дозволяла записувати просторову, або часову кореляційну функцію розсіяного випромінювання $g(\mathcal{A})$, де \mathcal{A} - просторово-часовий аналог частоти. Для однократного розсіювання:

$$g(\tau) = \exp(-\tau/T_C), \quad (2.4.9)$$

де

$$T_C = \frac{1}{D_r u^2}, \quad (2.4.10)$$

вектор розсіювання u задається співвідношенням:

$$u = |k - k_R| = \frac{4\pi}{\lambda} n \sin \frac{\theta}{2},$$

де n - показник заломлення розчинника; τ - часова кореляційна затримка. Коефіцієнт трансляційної дифузії частинки D_r задається співвідношенням Стокса –Ейнштейна:

$$D_r = \frac{KT}{6\pi\eta R_H}, \quad (2.4.11)$$

де K - константа Больцмана, T - температура Кельвіна, η - коефіцієнт динамічної в'язкості та R_H - гідродинамічний радіус частинки. В (2.4.11) T_C можна інтерпретувати як типові часові флуктуації спекл - картини на детекторі. Для субмікронних частинок типові значення u , T_C лежать в інтервалі мікросекунд та мілісекунд.

У цьому випадку по $g(\tau)$ динамічного світлорозсіювання (2.4. 9) можна знайти півширину часових флуктуацій T_C . Оскільки u , T та η відомі величини, за допомогою (2.4.10) та (2.4.11) можна знайти гідродинамічний радіус частинок. У багатьох випадках відомо(існує) зв'язок R_H з реальним радіусом частинок R . Метод динамічного світлорозсіювання широко застосовується для визначення розмірів частинок у діапазоні від 20\AA до 1 мкм.

Деякі інші можливості дослідження поля розсіяного випромінювання дає теорія стохастичних та хаотичних коливань (див. розділ 1). В наступному параграфі розглянемо хаотичний рух броунівської частинки, в якому виявлено фрактальні властивості.

Система броунівський частинок

Броунівський рух пояснюють наявністю неврівноважених поштовхів молекул та атомів, які оточують броунівську частинку. В кожний момент часу рух броунівської частинки визначається рівнодіючою сил окремих атомів. Хаотичний рух атомів призводить до складного та неперервного руху броунівської частинки.

Процес броунівського руху це процес, який описує хаотичне переміщення зважених у рідині або газі дрібних частинок, внаслідок зіткнень із молекулами середовища. Броунівський рух було відкрито в 1827 р. англійським ботаніком Робертом Броуном. Він помітив, що рух частинки не слабшає з часом і не залежить від хімічних властивостей середовища. Р. Броун першим зробив висновок, що неупорядкований рух мікроскопічних частинок пилку має фізичну, а не біологічну природу, як думали до нього. Тепловим флуктуаціям підлягають молекули, макромолекули, віруси, порошини й інші частинки, що знаходяться в русі за рахунок своєї теплової енергії. Фізична частинка речовини при відомій температурі несе середню кінетичну енергію, що виражається через постійну Больцмана. Інтенсивність броунівського руху збільшується з підвищенням температури середовища та зменшенням його в'язкості й розмірів частинок.

Послідовне пояснення броунівського руху дано А. Ейнштейном і М. Смолуховским у 1905-1906 рр. на основі молекулярно-кінетичної теорії. У результаті "бомбардування" молекулами броунівська частинка починає рухатися, змінюючи величину і напрямок своєї швидкості приблизно 10^{14} разів за секунду! Як відомо, середня кінетична енергія броунівських частинок не залежить від їх розміру й дорівнює $3/2 Kt$.

У наш час виявлено, що явище броунівського руху має більше значення, ніж це вважалось раніше. Воно відіграє принципову роль у формуванні спектрів коливань у генераторах будь-якої природи (електронних, напівпровідникових, лазерах). На мові броунівського руху можна глибше зрозуміти явище дифузії. Цікаві ефекти броунівського руху відкриті в біології. При фазових переходах, виявляється, існує броунівський рух параметрів порядку.

Спектроскопія оптичного змішування

Вперше метод оптичного детектування запропонував Г.С. Горелик в 1947 році. Експерименти Форрестера, Таунса, Каммінса, Пайка та інших стали основою нового напрямку в статистичній оптиці – спектроскопії оптичного змішування.

У спектроскопії з використанням дифракційної ґратки або інтерферометра вимірюється спектральна густина випромінювання, що виражається Фур'є-перетворенням кореляційної функції першого порядку електричного вектора розсіяного поля:

$$\Psi_R^{(1)}(\tau) = \langle E_R^*(R, t) E_R(R, t + \tau) \rangle. \quad (2.4.12)$$

Для повного опису статистичних властивостей поля випромінювання, розсіяного броунівськими частками потрібно досліджувати функції кореляції вищих порядків. Функцію кореляції інтенсивності розсіяного світла можна записати у вигляді:

$$\Psi_R^{(2)}(\tau) = \langle |E_R(R, t)|^2 |E_R(R, t + \tau)|^2 \rangle. \quad (2.4.13)$$

Зручно ввести нормовані кореляційні функції (або коефіцієнти кореляції) першого і другого порядків :

$$K_R^{(1)}(\tau) = \frac{\Psi_R^{(1)}(\tau)}{\Psi_R^{(1)}(0)}, \quad K_R^{(2)}(\tau) = \frac{\Psi_R^{(2)}(\tau)}{[\Psi_R^{(2)}(0)]^2}. \quad (2.4.14)$$

Для визначення кореляційних функцій (2.4.12) та (2.4.13) використовують методи оптичного змішування, що по суті збігаються з методом биття, який застосовується у радіочастотній спектроскопії, але перенесені в оптичний діапазон. Існують різноманітні варіанти цього методу: одні засновані на принципі биття різних частот (гетеродинний метод), інші - на принципі самобиття (гомодинний метод).

Гетеродинна спектроскопія

У гетеродинному методі, схема якого подана на рисунку 2.4.1, частоти розсіяного світла ω_R змішуються з частотою лазерного випромінювання або місцевого гетеродина $\omega_{МГ}$.

Розглянемо функцію кореляції фотоструму:

$$\Psi_i(\tau) = \langle i(t)i(t + \tau) \rangle = e^2 q^2 \langle |E(t)|^2 |E(t + \tau)|^2 \rangle, \quad (2.4.15)$$

де $i(t) = e^2 q E^*(t) E(t)$ - миттєва густина фотоструму; e - заряд електрона; q - чутливість фотоприймача.

Кореляційну функцію фотоструму можна переписати у вигляді:

$$\Psi_i(\tau) = e^2 q \langle E^*(t) E(t) \rangle \delta(\tau) + e^2 q^2 \langle E^*(t) E(t) E^*(t + \tau) E(t + \tau) \rangle. \quad (2.4.16)$$

У гетеродинному методі на фотокатод діє поле розсіяного випромінювання $E_R(t)$ і поле місцевого гетеродина $E_{MG}(t)$. Отже, повне поле буде:

$$E(t) = E_R(t) + E_{MG}^0 \exp(-i\omega_{MG}t). \quad (2.4.17)$$

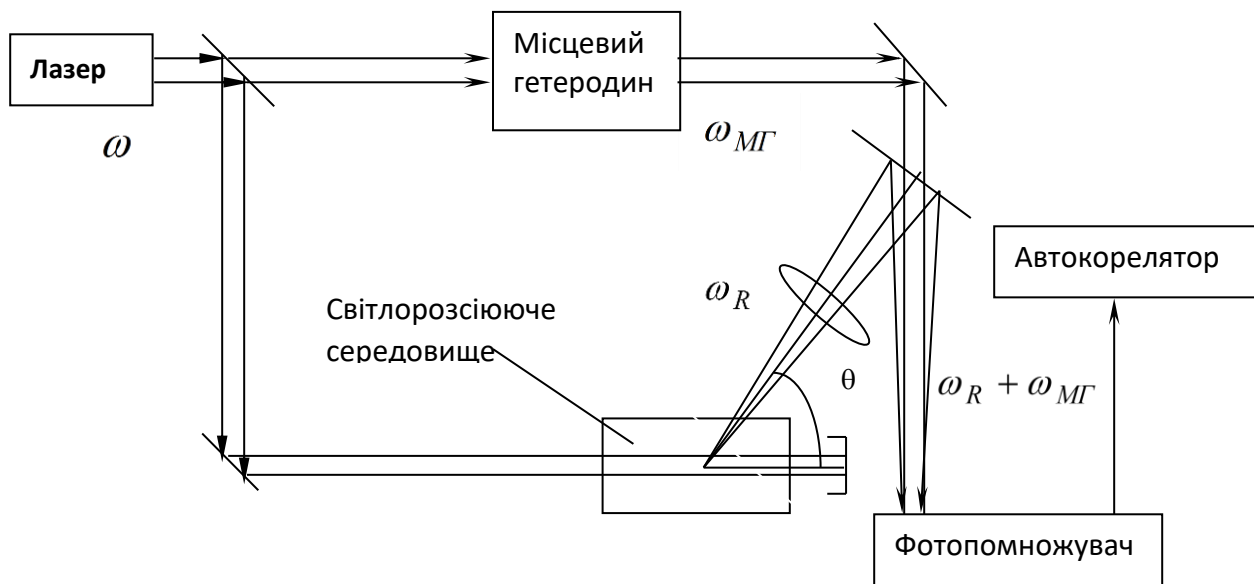


Рисунок 2.4.1. Схема гетеродинної системи для дослідження розсіяного лазерного світла

Для такого поля кореляційна функція фотоструму запишеться:

$$\Psi_i(\tau) = e i_{MG} \delta(\tau) + i_{MG}^2 + i_{MG} \langle i_R \rangle \left\{ K_R^{(1)}(\tau) \exp(i_{MG}t) + K_R^{(1)*}(\tau) \exp(-i\omega_{MG}t) \right\}, \quad (2.4.18)$$

де припускається, що $i_{MG} \gg \langle i_R \rangle$.

Лазерний пучок із частотою ω ділиться на два пучки, один з яких (з частотою ω_R), розсіюється в середовищі під кутом θ , а інший - керує коливаннями місцевого гетеродина (з частотою ω_{MG}). Пучки з частотами ω_R та ω_{MG} змішуються на катоді

фотопомножувача, струм з якого потрапляє в автокорелятор.

Якщо вважати, що:

$$K_R^{(1)}(\tau) = \exp(-i\omega_R\tau) \exp(-\Gamma|\tau|), \quad (2.4.19)$$

то відповідно до теореми Вінера – Хінчина, одержуємо вираз для спектральної густини фотоструму:

$$S_i(\omega) = \pi^{-1} e i_{\text{МГ}} + i_{\text{МГ}}^2 \delta(\omega) + i_{\text{МГ}} \langle i_R \rangle \frac{2\Gamma / \pi}{(\omega - |\omega_R - \omega_{\text{МГ}}|)^2 + \Gamma^2}. \quad (2.4.20)$$

Отже, у гетеродинному методі спектр має лорентцівську форму з півшириною $\Delta\omega_{1/2} = \Gamma$ та центром на частоті $\omega = \omega_R - \omega_{\text{МГ}}$.

Повертаючись до рівності (2.4.18), переконуємося, що в гетеродинному методі вимірюється кореляційна функція першого порядку:

$$\Psi_R^{(1)}(\tau) = k_R^{(1)}(\tau) \langle i_R \rangle / e q, \quad (2.4.21)$$

незалежно від типу статистики поля. Тому в гетеродинній спектроскопії визначається та саме кореляційна функція, що й у звичайній спектроскопії, але для значно повільніших процесів розсіювання.

Гомодинна спектроскопія

При використанні гомодинного методу на фотокатод потрапляє тільки розсіяне світло (рисунок 1.4.2). Тому, якщо у рівняння (2.4.18) підставити функцію кореляції другого порядку (2.4.13), отримаємо:

$$\Psi_i(\tau) = e \langle i_R \rangle \delta(\tau) + \langle i_R \rangle^2 K_R^{(2)}(\tau). \quad (2.4.22)$$

У загальному випадку співвідношення між функціями $K_R^{(1)}(\tau)$ і $K_R^{(2)}(\tau)$ залежить від типу статистики і, зокрема, для розподілу Гаусса записується:

$$K_R^{(2)}(\tau) = 1 + |K_R^{(1)}(\tau)|^2. \quad (2.4.23)$$

Якщо нормована кореляційна функція поля має вигляд (2.4.21), то спектральна густина фотоструму буде:

$$S_i(\omega) = \frac{e\langle i_R \rangle}{2\pi} + \langle i_R \rangle^2 \delta(\omega) + \langle i_R \rangle^2 \frac{2\Gamma/\pi}{\omega^2 + (2\Gamma)^2}. \quad (2.4.24)$$

Отже, маємо лоренцівський контур із півшириною $\Delta\omega_{1/2} = 2\Gamma$, симетричний відносно $\omega = 0$.

У загальному випадку кореляційні функції фотоструму, що визначаються в гомодинному та гетеродинному методах, відрізняються. Хоч при відсутності направленої руху в середовищі вони дають практично однакову спектральну інформацію. Якщо ж у розсіюючому середовищі є течії, то їх швидкість можна визначити лише гетеродинним методом.

Розсіяне світло фокусується на фотокатоді помножувача, викликаючи миттєві фотоструми, що виявляються у вигляді флуктуації числа фотоелектронів. Цей сигнал потрапляє в автокорелятор, що розраховує функцію часової кореляції інтенсивності розсіяного світла.

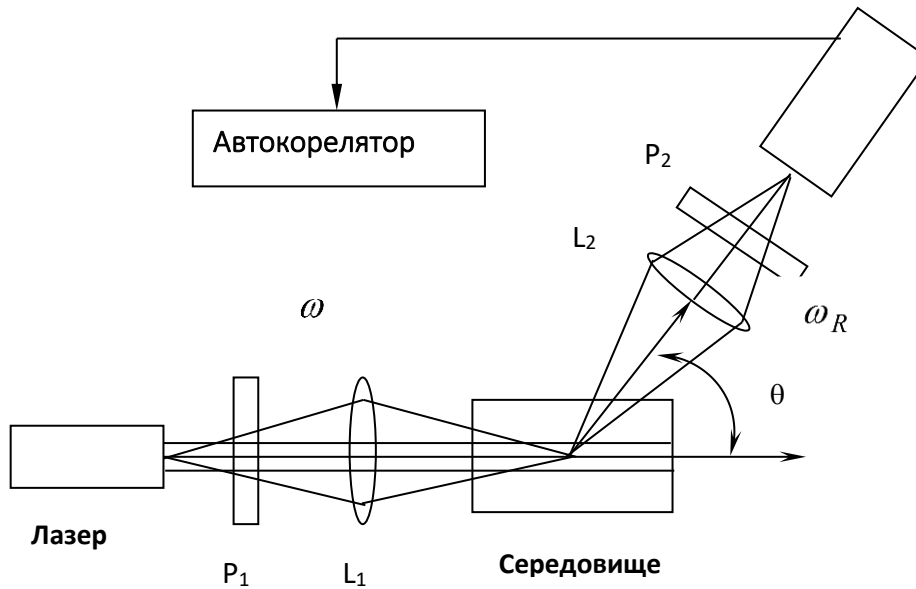


Рисунок 2.4.2. Схема гомодинної системи

РОЗДІЛ 3. МЕТОДИ ТА ПРИСТРОЇ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ОПТИЧНИХ ПОЛІВ

У результаті взаємодії когерентного оптичного випромінювання з випадковими та стохастичними об'єктами й середовищами (стаціонарними та динамічними) утворюється складний просторово-часовий розподіл поля, як наслідок інтерференційного складання парціальних хвиль з випадковими амплітудами та фазами. Спостерігати експериментально просторовий розподіл параметрів поля, який міняється в часі - проблематично. Необхідне миттєве просторове і часове сканування всього координатного розподілу. Звичайно, забезпечити одночасно високу просторову і часову роздільні здатності дуже важко. В зв'язку з цим досить часто доцільно розділяти просторові та часові дослідження поля оптичного випромінювання. Так, розглядають окремо часові зміни параметрів поля в певній точці простору або їх миттєвий координатний розподіл. Говорять, що в першому випадку досліджуються процеси, в другому - стаціонарні або квазістаціонарні поля. Такий поділ напрямків дослідження статистичної оптики склався історично, як оптика спеклів і кореляційна спектроскопія.

Дослідження просторово-часової стохастизації поля проводилося за допомогою, розробленого з цією метою, комплексу оптико-електронної апаратури. Цей комплекс дозволяє вимірювати й розраховувати статистичні та стохастичні параметри динамічних і стаціонарних полів.

3.1. Апаратурно-програмний комплекс для вимірювання процесів

В оптиці досить часто, при дослідженні динамічних світлорозсіюючих середовищ, мають справу з часовою зміною параметру поля (інтенсивності, амплітуди, фази чи поляризації). Для зменшення об'єму рутинної праці, підвищення вірогідності результатів та ефективності вимірювання і подальшої обробки оптичних сигналів було розроблено програмно-апаратурний комплекс.

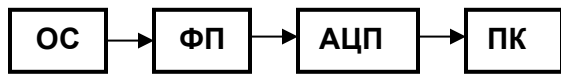


Рисунок 3.1.1 Блок-схема вимірювального комплексу.

Комплекс складається із оптичної системи (ОС), фотоприймального блоку (ФП), аналогово–цифрового перетворювача (АЦП), персонального комп’ютера (ПК) (рисунок 3.1.1).

Оптична система виконує функції попередньої обробки поля і нею може бути проектуюча система, коліматор, інтерферометр та інше. До фотоприймального блоку входять польова діафрагма, фотоприймач та операційний підсилювач. Розмір діафрагми вибирався в залежності від задачі – усереднення чи виділення однорідної ділянки поля, і складав від 1 мкм до 10 мм. Фотоприймач вибирався в залежності від необхідної чутливості до світлового потоку. Ми використовували фотодіоди (ФД-141, 256, 288 та інші), фотоелектронні помножувачі (ФЕУ-38,52,79,106,112 та інші), фоточутливі пристрої (“Алмаз”, “Радуга” та інші), цифрову камеру “OlimpysC-820L” та CCD-камеру. Підсилювачі електричних сигналів виконувалися за стандартною схемою.

АЦП зібрано на окремій платі, що монтується в корпусі ПК і з’єднується за допомогою системної шини ISA. Основу блока АЦП складає інтегральна мікросхема AD1674 фірми ANALOG DEVICES, яка є 12-ти розрядним АЦП послідовних наближень з часом перетворення 10 мкс. Для розширення кількості вхідних каналів використано мультиплексор на двох мікросхемах K590KH6, що дало можливість одночасно вимірювати до 16 різних аналогових сигналів (при циклічному опитуванні каналів). На платі АЦП розташовано програмний таймер, який дозволяє вводити дані експерименту в ПК з програмно–фіксованою частотою опитування. В АЦП передбачено прямий доступ до пам’яті ПК. Це дає можливість здійснювати вимірювання, не користуючись при цьому ресурсами процесора.

Для проведення експериментів використовувалась ПК на базі процесора Pentium II з частотою 533 МГц та об’ємом пам’яті 128 Мбайт.

3.2. Інтерференційні вимірювання статистичних моментів поля оптичного випромінювання

3.2.1. Основні співвідношення

Для знаходження діагностичних взаємозв'язків статистичних параметрів оптично-неоднорідних об'єктів та поля оптичного випромінювання розсіяного ними, ми досліджували наступні статистичні моменти поля: дисперсію амплітуди σ_A^2 та фази σ_φ^2 поля; змішаний момент амплітуди та квадрату фази $m_{A\varphi^2}$; індекс мерехтіння β^2 та поперечну функцію когерентності $\Gamma_\perp(\rho)$ поля.

Безпосередньо поміряти статистичні моменти амплітуди та фази поля неможливо, оскільки ми користуємося квадратичними за амплітудою детекторами, які реєструють інтенсивність хвилі, не розділяючи її часові коливання. Тому вимірювання статистичних моментів поля оптичного випромінювання можливе лише для інтенсивності. Але тут в пригоді стають інтерференційні методи. Так, інтерференційно міряючи видність, можна визначити функцію когерентності поля. Це стосується й інших статистичних моментів поля.

Для прикладу, розглянемо випадковий фазовий екран, на який падає плоска хвиля. В площині екрану модулюється тільки фаза хвилі, а амплітуда залишається незмінною. При віддаленні від екрану фазова модуляція зменшується, а амплітудна наростає. Те, що дисперсія фази екрану менша за одиницю, означає, що в полі випромінювання в довільній зоні реєстрації буде присутня регулярна складова.

Накладемо на об'єктне поле опорну хвилю, співвісно регулярній складовій поля, тобто отримаємо нуль інтерференційної смуги. Тоді результат інтерференційного складання буде:

$$I_p(x, y) = A_0^2 + A^2(x, y) + 2A_0A(x, y)\cos\varphi(x, y), \quad (3.2.1)$$

де: $I_p(x, y)$ - інтенсивність результуючого поля в точці (x, y) ; $A(x, y)$ - амплітуда

об'єктної хвилі; A_0 - амплітуда плоскої опорної хвилі; $\varphi(x, y)$ - різниця фаз об'єктної та опорної хвиль.

Мінімальне значення інтенсивності результуючого поля буде спостерігатися при виконанні наступних умов: середня фаза об'єктної хвилі протилежна фазі опорної хвилі: $\varphi(x, y) = \pi + \tilde{\varphi}(x, y)$; середня по площі амплітуда об'єктної хвилі $\langle A(x, y) \rangle$ дорівнює амплітуді опорної хвилі (не інтенсивності) : $\langle A(x, y) \rangle = A_0$, де $\tilde{\varphi}(x, y)$ - флуктуації фази об'єктного поля відносно середнього значення π .

Тоді співвідношення (3.2.1) переписуться:

$$I_p(x, y) = A_0^2 + A^2(x, y) - 2A_0A(x, y)(1 - 2\sin^2 \frac{\tilde{\varphi}(x, y)}{2}). \quad (3.2.2)$$

Враховуючи, що флуктуації фази об'єктної хвилі малі ($\tilde{\varphi} \leq 20^\circ$), і проводячи усереднення по площі аналізованої ділянки можна отримати:

$$\langle I_p(x, y) \rangle = \langle A^2(x, y) \rangle - \bar{A}^2(x, y) + A_0 \langle A(x, y) \tilde{\varphi}^2(x, y) \rangle, \quad (3.2.3)$$

де: $\langle A^2(x, y) \rangle$ - середнє значення квадрата амплітуди; $\bar{A}(x, y) = \langle A(x, y) \rangle$ - середнє значення амплітуди.

Врахуємо той факт, що $A(x, y) = \bar{A}(x, y) + \tilde{A}(x, y)$, розділимо праву та ліву частини рівняння (3.2.3) на інтенсивність опорного пучка $I_0 = A_0^2 = \bar{A}^2(x, y)$. Тоді:

$$\frac{\langle I_p(x, y) \rangle}{I_0} = \frac{\langle A^2(x, y) \rangle - \bar{A}^2(x, y)}{\bar{A}^2(x, y)} + \left\langle \frac{\tilde{A}(x, y)}{\bar{A}^2(x, y)} \tilde{\varphi}^2(x, y) \right\rangle + \langle \tilde{\varphi}^2(x, y) \rangle = \sigma_A^2 + m_{A\varphi^2} + \sigma_\varphi^2, \quad (3.2.4)$$

де: $\frac{\langle A^2(x, y) \rangle - \bar{A}^2(x, y)}{\bar{A}^2(x, y)}$ - нормована по інтенсивності дисперсія амплітуди поля;

$\left\langle \frac{\tilde{A}(x, y)}{\bar{A}^2(x, y)} \tilde{\varphi}^2(x, y) \right\rangle$ - змішаний кореляційний момент поля третього порядку;

$\langle \tilde{\varphi}^2(x, y) \rangle$ - дисперсія фази поля.

Отже, вибираючи ту чи іншу зону реєстрації, ми можемо визначати

відповідні статистичні параметри поля.

Як приклад, розглянемо граничне поле. Дисперсія амплітуди поля та змішаний кореляційний моменти дорівнюють нулю. Отже отримуємо:

$$\frac{\langle I_p(x,y) \rangle}{I_0} = \langle \varphi^2(x,y) \rangle = \sigma_\varphi^2. \quad (3.2.5)$$

Тобто, помірявши нормовану інтенсивність, можна отримати дисперсію фази граничного поля, а, отже, і дисперсію фази об'єкта. Приведене вище співвідношення, дає зв'язок довільного моменту фази граничного поля з результуючою інтенсивністю:

$$\frac{\langle I_p^{n/2}(x,y) \rangle}{I_0^{n/2}} = \langle \varphi^n(x,y) \rangle = \sigma_\varphi^n. \quad (3.2.6)$$

Це співвідношення дозволяє розрахувати коефіцієнти ексцесу та асиметрії розподілу фази об'єкта з вимірювань розподілу інтенсивності поля. Так:

$$K_a = \frac{\langle \varphi^3(x,y) \rangle}{\sigma_\varphi^3} = \frac{\langle I_p^{3/2}(x,y) \rangle}{I_0^{3/2}}, \quad (3.2.7)$$

$$K_e = \frac{\langle \varphi^4(x,y) \rangle}{\sigma_\varphi^4} - 3 = \frac{\langle I_p^2(x,y) \rangle}{I_0^2} - 3.$$

Тобто, маючи дисперсію фази об'єкта, коефіцієнти асиметрії та ексцесу можна з достатньою точністю побудувати функцію розподілу фази об'єкта.

3.2.2. Вимірювання дисперсії фази та амплітуди поля

Для вимірювання дисперсії фази поля скористаємося співвідношенням (3.2.5), яке записане для граничного поля. Вимірювання статистичних параметрів граничного поля вимагає введення вимірювального пристрою безпосередньо в площину об'єкту, що, звісно, неможливо. В цьому випадку можна поступити

таким чином. Площину граничного поля спроектувати в площину реєстрації, і там, строго співвісно, накласти опорну хвилю в схемі інтерферометра Майкельсона або Маха-Цандера. Досягнувши протифазності пучків, необхідно вирівняти амплітуди опорної та об'єктної хвиль і за інтенсивністю результуючого поля та інтенсивністю опорної хвилі визначити дисперсію фази граничного поля.

Якщо ж інтенсивності опорного та об'єктного пучків неоднакові, то ми можемо це врахувати :

$$\sigma_{\varphi}^2 = 1 - \frac{I_{\max} - I_{\min}}{2\sqrt{I_r}\sqrt{I_o}}. \quad (3.2.8)$$

Вимірювання дисперсії амплітуди поля також можливе в інтерференційному розташуванні (рисунок 3.2.1).

Вернемося до розглянутого вище співвідношення (3.2.1). У випадку протифазності опорного та об'єктного пучків, інтенсивність результуючого поля визначиться співвідношенням:

$$I_p = \frac{1}{S} \iint_S [A(x, y) - A_0]^2 dx dy, \quad (3.2.9)$$

де S – площа поперечного перетину пучка.

Умову для мінімального значення інтенсивності результуючого поля (екстремуму функції) можна знайти, прирівнявши до нуля першу частинну похідну:

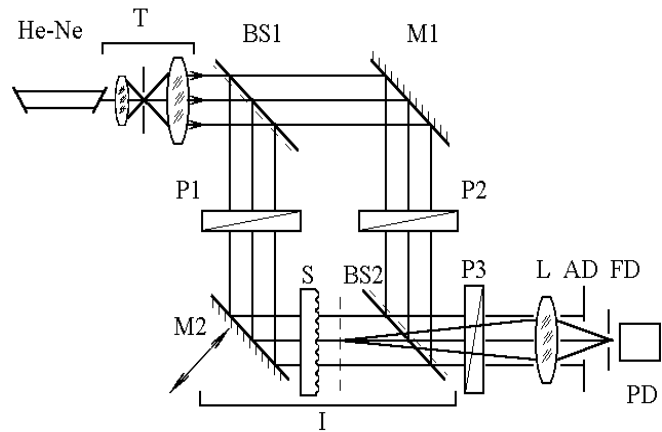


Рисунок 3.2.1 Експериментальна схема для вимірювання дисперсії амплітуди поля для пропускаючих об'єктів:

He-Ne–лазер; Т–телескопічна система; BS1, BS2 - світлоподільники;

M1, M2 - дзеркала; I – інтерферометр;

P1, P2, P3 - поляризатори; S - зразок;

L – об'єктив; PD – фотодетектор;

AD, FD – апертурна та польова діафрагми.

$$\frac{\partial I_p}{\partial A} = \frac{2}{S} \iint_S [A(x, y) - A_0] dx dy = 0. \quad (3.2.10)$$

Звідси випливає:

$$A_0 = \frac{1}{S} \iint_S A(x, y) dx dy = \langle A(x, y) \rangle. \quad (3.2.11)$$

Дійсно, мінімум інтенсивності результуючого поля буде у випадку протифазності опорного і об'єктного пучків та рівності їх амплітуд.

Експериментальна схема для вимірювання дисперсії амплітуди може базуватися на інтерферометрі Майкельсона для відбиваючих об'єктів, або Маха – Цандера – для пропускаючих (рисунок 3.2.1).

Методика вимірювання дисперсії амплітуди наступна. За допомогою поляризаторів вирівнюємо інтенсивності опорного та об'єктного пучків. Досягаємо мінімуму результуючої інтенсивності за рахунок протифазності пучків, пересуваючи дзеркало М2. Досягаємо більш глибокого мінімуму результуючого поля за рахунок вирівнювання амплітуд пучків за допомогою поляризатора Р3. Вимірюємо значення інтенсивності опорного I_o та об'єктного I_r пучків по чергово перекриваючи об'єктний і опорний пучки. Розраховуємо дисперсію амплітуди поля за формулою:

$$\sigma_A^2 = \frac{I_o - I_r}{I_r}. \quad (3.2.12)$$

Знаючи дисперсію фази та амплітуди поля, можна визначити змішаний кореляційний момент амплітуди та квадрату фази поля $m_{A\varphi}^2$.

В рамках моделі ВФЕ можна записати: $\sigma_S^2 = \sigma_A^2 + \sigma_\varphi^2$.

Отже, помірявши σ_S^2 в граничному полі та σ_A^2 в довільній зоні, можна розрахувати σ_φ^2 в довільній зоні.

З основного інтерференційного співвідношення можна визначити

змішаний кореляційний момент амплітуди та квадрату фази поля:

$$\frac{\langle I_p(x,y) \rangle}{I_0} - \sigma_A^2 - \sigma_\varphi^2 = \frac{\langle I_p(x,y) \rangle}{I_0} - \sigma_S^2 = m_{A\varphi^2}. \quad (3.2.13)$$

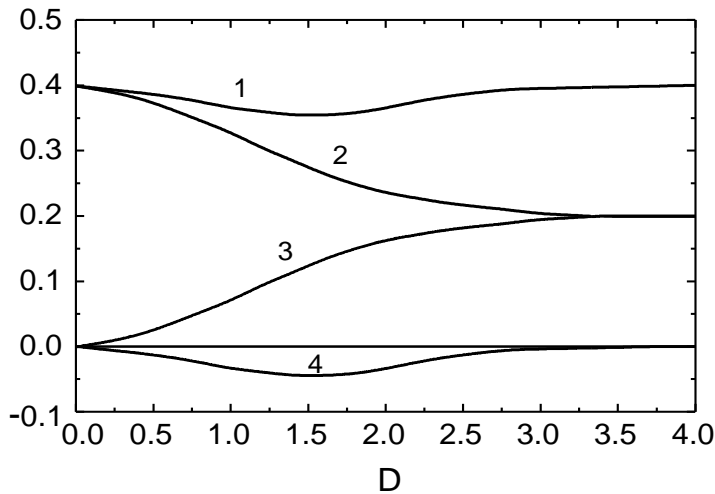


Рисунок 3.2.2. Типові залежності:

$\langle I_S(x,y) \rangle / I_0$ (крива 1), σ_φ^2 (крива 2), σ_A^2 (крива 3), та $m_{A\varphi}$ (крива 4) від хвильового параметру D .

Для гауссівського розподілу фази, даний змішаний момент дорівнює нулю в довільній зоні реєстрації. Його відхилення від нуля свідчить про відхилення від нормального розподілу фази об'єкту.

На рисунку 3.2.2 показано типовий вигляд залежностей

$$\frac{\langle I_p(x,y) \rangle}{I_0}, \sigma_A^2, \sigma_\varphi^2, \sigma_S^2, m_{A\varphi^2} \text{ від зони}$$

реєстрації.

3.3. Вимірювання когерентності поля

3.3.1. Класичні схеми вимірювання когерентності оптичного поля

Когерентність оптичного поля розділяють на часову та просторову. Просторова когерентність, в свою чергу, ділиться на поздовжню та поперечну. Всі ці типи когерентності оптичного поля визначаються параметрами джерела, яке створює ці поля. Так, поздовжня когерентність визначається шириною спектра джерела $\Delta\lambda$ з максимумом на λ :

$$\Gamma = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}. \quad (3.3.1)$$

Поперечна когерентність поля ρ на відстані f від джерела визначається розміром джерела a :

$$\rho = 1.22 \frac{\lambda f}{a}. \quad (3.3.2)$$

Часова когерентність τ , пов'язана з поздовжньою когерентністю через швидкість світла c :

$$\tau = \frac{\Gamma}{c} = \frac{\lambda^2}{c \Delta\lambda}. \quad (3.3.3)$$

Вимірювання когерентності оптичного поля проводять за допомогою інтерферометрів. Класичною схемою вимірювання поперечної когерентності поля є схема Юнга (рисунок 3.3.1).

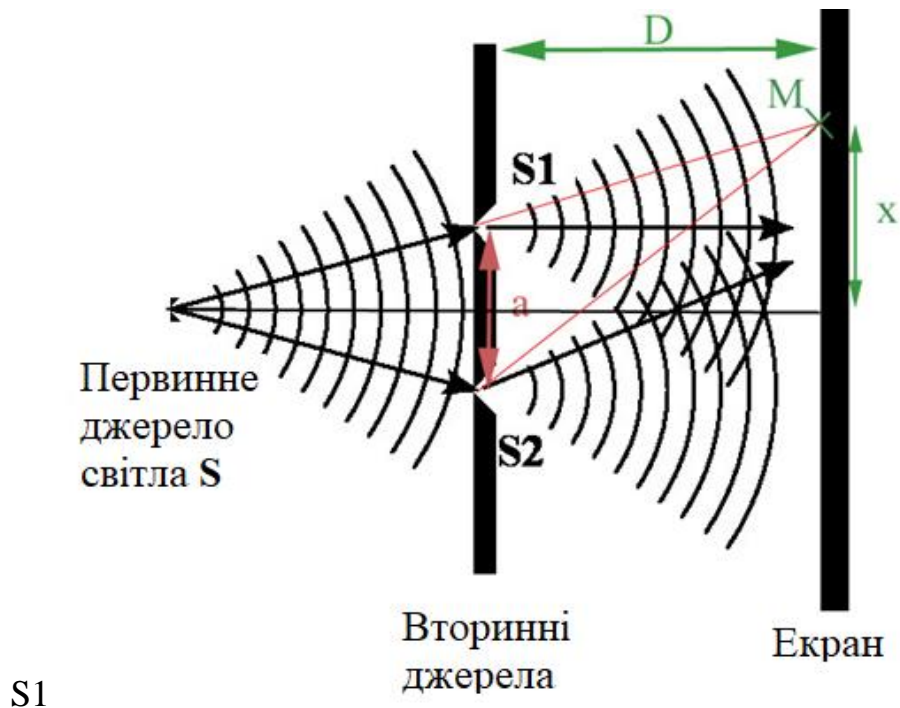


Рисунок 3.3.1. Схема Юнга.

Випромінювання від первинного джерела **S** освітлює вторинні джерела **S1** та **S2**. Сферичні хвилі від вторинних джерел утворюють інтерференційну картину, за контрастом якої визначають ступінь когерентності оптичного поля для конкретної відстані a між джерелами. Залежність ступеня когерентності оптичного поля від відстані між вторинними джерелами описує поперечну функцію когерентності поля. Схема Юнга енергетично мало ефективна, оскільки базується на поділі хвилі по фронту. Вищу ефективність має модифікована схема Юнга, зображена на рисунку 3.3.2. В цій схемі за допомогою мікроскопа

спостерігають інтерференцію від джерела S для променів, що пройшли через діафрагми (вторинні джерела) $S1$ та $S2$.

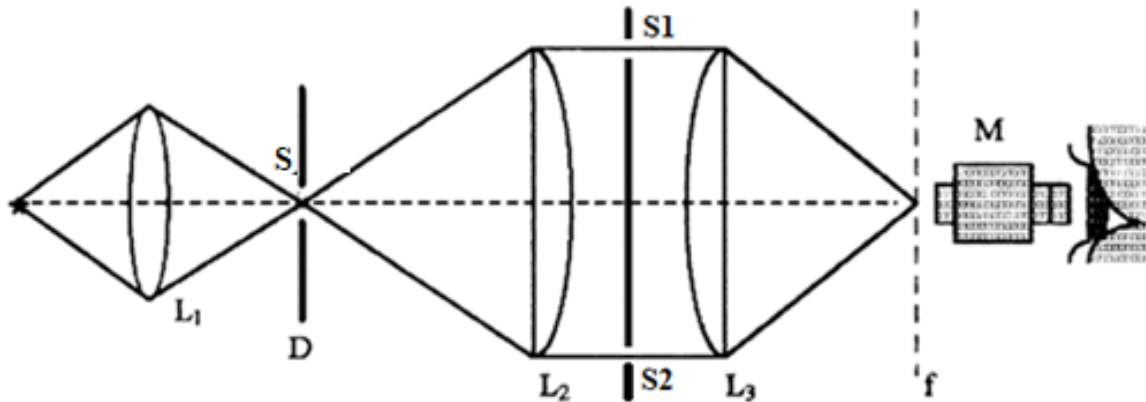


Рисунок 3.3.2. Модифікована схема Юнга.

Вимірювання поздовжньої когерентності оптичного поля традиційно проводиться в інтерферометрі Майкельсона (рисунок 3.3.3). Промінь від джерела розділяється світлоподільником по амплітуді на два промені, які відбиваються дзеркалами і інтерферують на екрані. Переміщення одного із дзеркал вздовж напрямку розповсюдження променя дозволяє змінювати різницю ходу в плечах інтерферометра, а, отже, по видимості інтерференційної картини визначити поздовжню функцію когерентності поля.

Вимірювання часової когерентності оптичного поля проводять в цьому ж інтерферометрі Майкельсона (рисунок 3.3.3) шляхом перерахунку геометричних затримок по різниці ходу між променями у часові затримки за співвідношенням (3.3.3).

В інтерферометрі Майкельсона з кутовими відбивачами (рисунок 3.8), крім поздовжньої, можна поміряти і поперечну когерентність. Для сканування поля в поперечному напрямку потрібно переміщувати один з кутових відбивачів перпендикулярно до напрямку поширення пучка при строго однаковій різниці ходу між пучками. При поперечному зміщенні відбивачів різниця ходу між пучками не змінюється. Отже, в інтерферометрі Майкельсона з кутовими відбивачами можна

поміряти всі три типи когерентності поля: поздовжню, поперечну та часову.

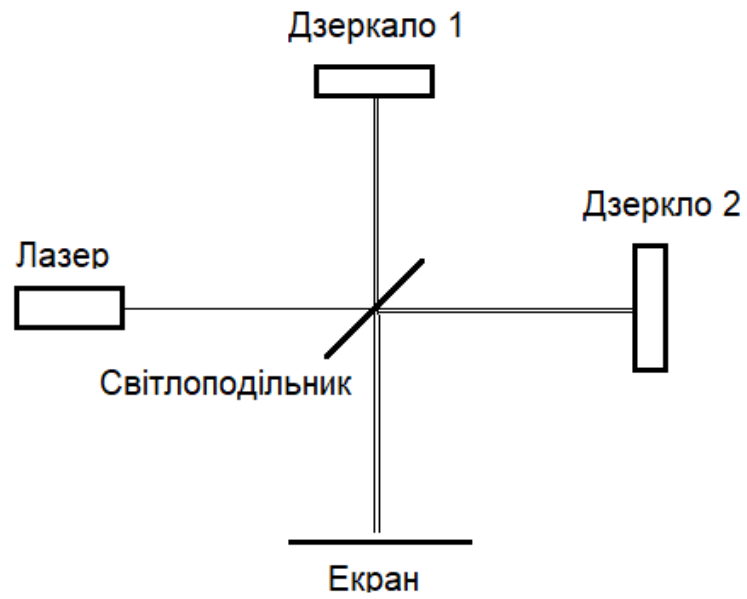


Рисунок 3.3.3. Схема інтерферометра Майкельсона.

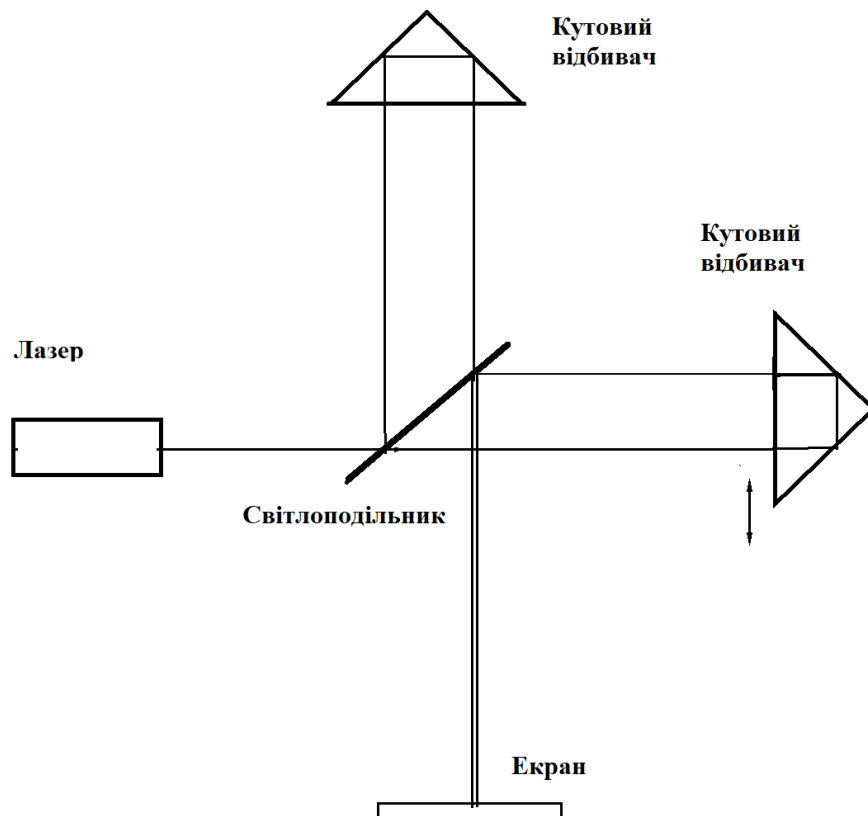


Рисунок 3.3.4. Інтерферометр Майкельсона з кутовими відбивачами.

Універсальним інтерферометром, в якому можна поміряти довільну когерентність, вважається і інтерферометр Маха-Цандера (рисунок 3.3.5). Паралельне переміщення одного із елементів інтерферометра (світлоподільників P_1 , P_2 або дзеркал M_1 , M_2), приводить до рівних по величині поздовжнього та поперечного зміщення між пучками. Якщо масштаб поперечної когерентності переважає поздовжню когерентність, то ми можемо визначати поздовжню когерентність при максимальній поперечній, і навпаки. Ця особливість дещо зменшує точність визначення когерентності, але в багатьох випадках така точність достатня.

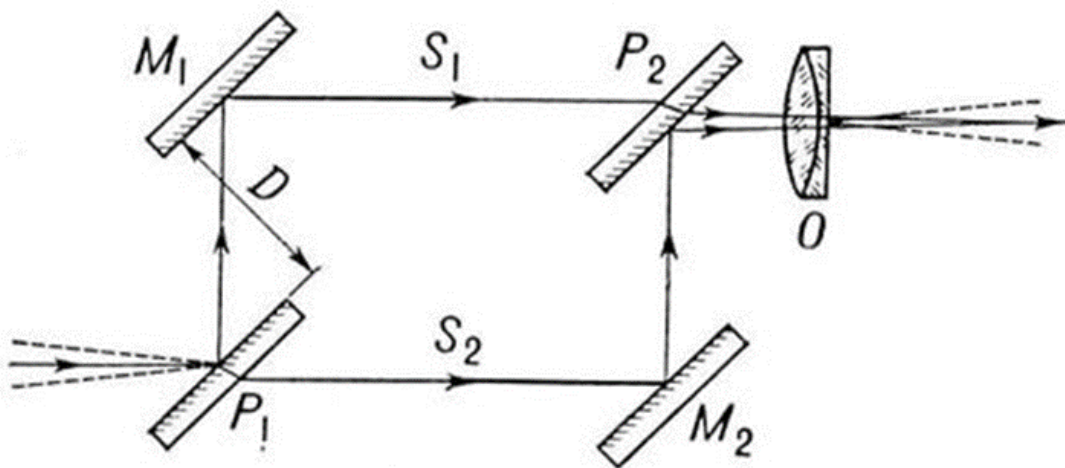


Рисунок 3.3.5. Інтерферометр Маха-Цандера

Для збільшення вібростійкості інтерферометра Маха-Цандера, а, отже, підвищення точності вимірювань, його оптичні елементи виготовляють у вигляді моноблоку (рисунок 3.3.6). Випромінювання, що попадає в інтерферометр, на границі розділу призми 1 і пластинки 2 амплітудно розщеплюється на дві рівноінтенсивні компоненти. На виході інтерферометра здійснюється строго співвісне зміщення розщеплених компонент. Відносний поперечний зсув між компонентами поля здійснюється за допомогою механізму б (в межах 200 мкм) та п'єзокераміки 4 (в межах довжини хвилі). Юстувальний вузол 5 дозволяє настроїти

інтерферометр на нуль інтерференційної смуги.

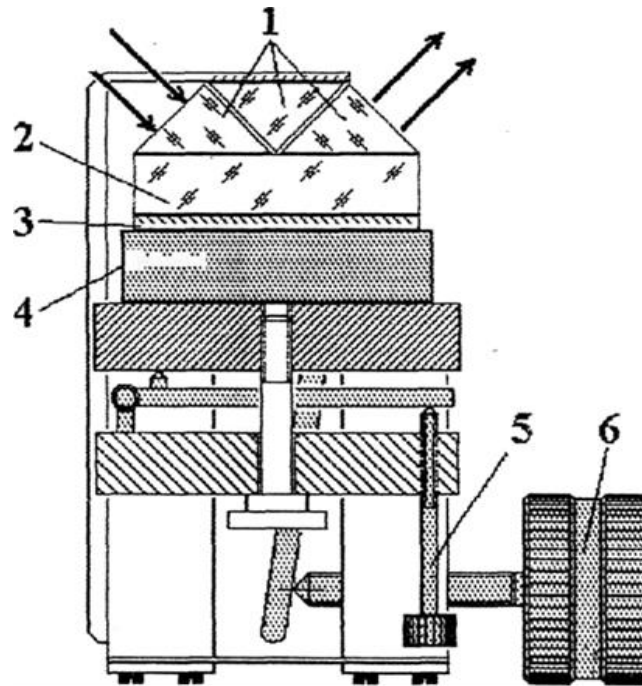


Рисунок 3.3.6. Інтерферометр Маха-Цандера (моноблок). 1- призми; 2 – плоско паралельна пластина; 3 – дзеркальний шар; 4 – п'єзокераміка; 5 – юстувальні гвинти; 6 – гвинт грубого сканування.

3.3.2. Методика визначення поперечної функції когерентності поля

Поперечна функція когерентності поля, що утворилося в результаті взаємодії оптичного випромінювання та світлорозсіюючого об'єкта, в багатьох випадках містить однозначну інформацію про цей об'єкт. Така інформація може бути корисною при дослідженні фазово-неоднорідних об'єктів, шорстких поверхонь, дисперсних середовищ та фрактальних об'єктів. Конкретні діагностичні зв'язки поперечної функції когерентності поля з параметрами об'єктів ми розглянули раніше. Традиційно поперечна функція когерентності поля міряються в схемі Юнга та інтерферометрі Маха-Цандера. Але досить перспективними виявилися поляризаційні інтерферометри вимірювання функції когерентності поля. Розглянемо їх більш детально.

Для статистично однорідних флуктуації фази, розподілених за нормальним законом розподілу ймовірностей, в рамках моделі ВФЕ, між характеристиками об'єкту та поперечною функцією когерентності поля $\Gamma_{\perp}(\rho)$ існує взаємозв'язок:

$$\Gamma_{\perp}(\rho) = \Gamma_g(\rho) = \exp\{\sigma_S^2[K(\rho) - 1]\} = \exp\left\{-\frac{1}{2}D_S(\rho)\right\}, \quad (3.3.4)$$

де: $K(\rho)$ - коефіцієнт кореляції фази екрана, а $\sigma_S^2 K(\rho)$ - відповідає поперечній кореляції функції фази екрана $\Psi_S(\rho)$; $D_S(\rho)$ - структурна функція фази екрана (рисунок 3.3.7). Співвідношення (3.3.4) працює незалежно від відстані до об'єкта.

Поперечна функція когерентності поля вимірюється в інтерферометрі поперечного зсуву.

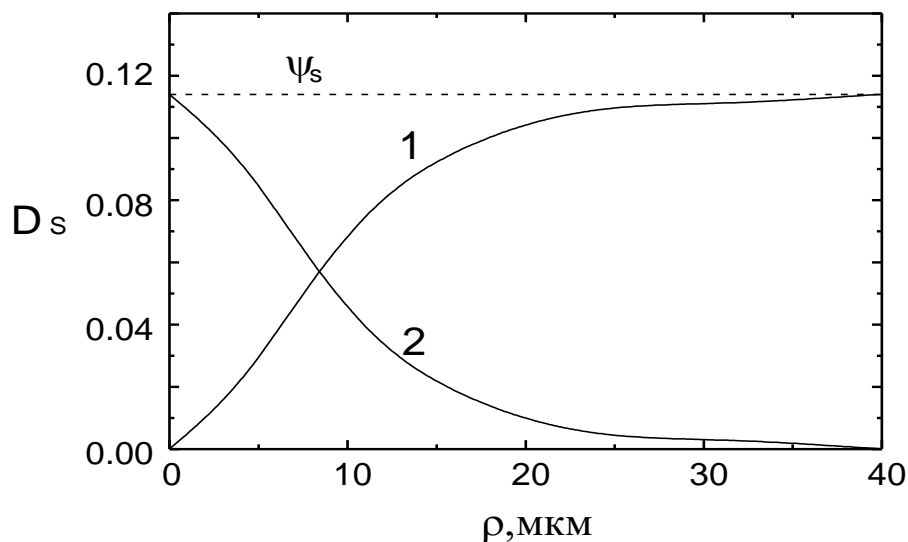


Рисунок 3.3.7. Типовий вигляд структурної (крива 1) та кореляційної (крива 2) функцій об'єкта.

Між пучками інтерферометра зсуву задається поперечне зміщення ρ .

При цьому міряється видність інтерференційної картини $V = I_{\max} - I_{\min} / I_{\max} + I_{\min}$, яка у випадку рівності інтенсивностей інтерферуючих пучків відповідає ступеню когерентності результуючого поля.

Одержана таким чином залежність $\Gamma_{\perp}(\rho)$ на рисунку 3.3.7 була вихідною для знаходження дисперсії та коефіцієнта кореляції фази об'єкта. Так, логарифмуючи співвідношення (3.3.4), отримаємо:

$$\ln \Gamma_{\perp}(\rho) = \sigma_S^2[K(\rho) - 1] = -\frac{1}{2}D_S(\rho). \quad (3.3.5)$$

Область насичення $D_S(\rho)$ відповідає $K_S(\rho) = 0$.

Відповідно, ордината області насичення дає значення дисперсії фази об'єкта σ_S^2 . Використовуючи залежність $D_S(\rho)/2$ і знаючи σ_S^2 , можна знайти кореляційну функцію фази об'єкта $\Psi_S(\rho)$.

3.3.3. Поляризаційно-інтерференційні вимірювання функції когерентності поля

Щоб забезпечити достатню точність вимірювання поперечної та поздовжньої функцій когерентності, їх вимірювання на практиці слід проводити окремо.

Ідея поляризаційного інтерферометра для вимірювання поздовжньої функції когерентності поля полягає у формуванні в двох каналах інтерферометра рівноінтенсивних, ортогональних циркулярно-поляризованих пучків. В результаті строго співвісного суміщення цих пучків утворюється результуючий лінійно-поляризований пучок. Причому, азимут поляризації задає різницю ходу між пучками, а степінь поляризації – степінь когерентності поля. Оскільки точність визначення азимута поляризації за допомогою гоніометричної системи складає кутові секунди, що відповідає різниці ходу хвиль $10^{-4} - 10^{-5} \lambda$, то точність поляризаційного інтерферометра значно перевищує точність традиційного.

Вимірювання поперечної функції когерентності поля можна проводити в схемі поляризаційного інтерферометра, наведеній на рисунку 3.3.8. Схема поляризаційного інтерферометру: 1- поляризатор, 2- кювета з імерсійною рідиною, 3- чвертьхвильова пластика, 4- поляризатор, 5- польова діафрагма, 6- фотоприймач.. Просторове розділення звичайного та незвичайного променів відбувається на першій поверхні кристалічної плоско паралельної пластини 3, головна оптична вісь якої паралельна цій поверхні. Для спостереження інтерференційної картини в такому інтерферометрі, необхідно розташувати

кристалічну пластинку між двома схрещеними поляризаторами 1 та 4 так, щоб її головна оптична вісь складала кут 45° з площинами пропускання поляризаторів. Величина поперечного зміщення між променями залежить від двопронезаломлення матеріалу пластини 3, її товщини, та кута падіння досліджуваного пучка на пластину. Проте, значне збільшення кута падіння променя на пластину приводить до зростання різниці інтенсивності звичайного та незвичайного променів за рахунок збільшення різниці між френелівськими коефіцієнтами відбивання для променів з ортогональною поляризацією. Для зменшення цього ефекту, кристалічну пластину занурюють в імерсію 2, значення показника заломлення якої лежить між значеннями показника заломлення для звичайного та незвичайного променів. Хоча ця процедура створює певні експлуатаційні труднощі.

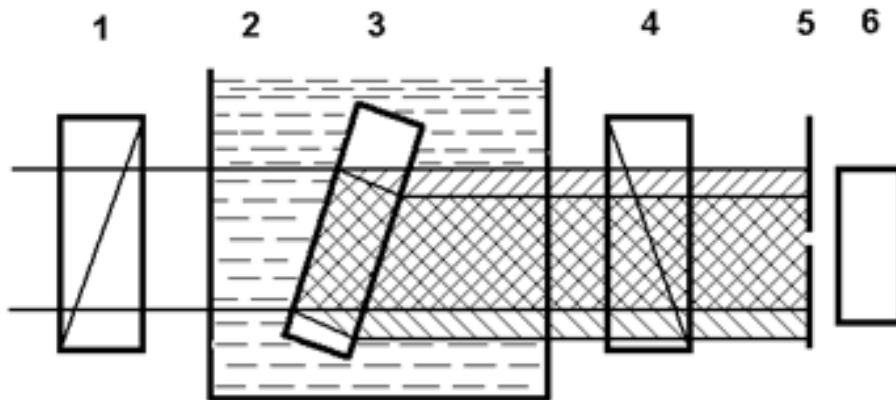


Рисунок 3.3.8. Схема поляризаційного інтерферометру: 1- поляризатор, 2- кювета з імерсійною рідиною, 3- чвертьхвильова пластинка, 4- поляризатор, 5- польова діафрагма, 6- фотоприймач.

Існують поляризаційні інтерферометри, які не мають цих недоліків але зберігають всі переваги, притаманні поляризаційним інтерферометрам.

Поляризаційний інтерферометр для вимірювання поперечної функції когерентності поля показано на рисунку 3.3.9. Він складається з двох ідентичних двопронезаломлюючих клинів, що утворюють плоскопаралельну пластину і розташовані між схрещеними поляризаторами. Причому, головні

оптичні осі клинів 2 та 3 утворюють кут 45° з площинами поляризації поляризаторів 1 та 5.

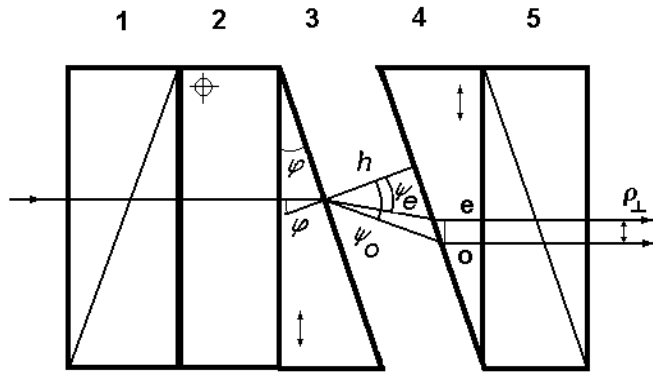


Рисунок 3.3.9. Оптична схема поляризаційного інтерферометра.

На рисунку 3.3.9 показано хід звичайного “о” та незвичайного “е” променів у такій системі. Просторове розділення променів відбувається на виході з першого клина 2. При нормальному падінні вхідного променя на поверхню пластини, що прилягає до прямого кута призми, кути заломлення

звичайного та незвичайного променів ψ_o та ψ_e визначаються із співвідношень:

$$\sin \psi_o = \frac{n_o}{n} \sin \varphi, \quad \sin \psi_e = \frac{n_e}{n} \sin \varphi, \quad (3.3.5)$$

де: φ - кут падіння, що дорівнює куту призми, n_o та n_e - показники заломлення звичайного та незвичайного пучків, відповідно; n - показник заломлення оточуючого середовища.

Поздовжнє зміщення між звичайним та незвичайним пучками компенсується плоско паралельною пластинною 2 з того ж матеріалу, що й клини, з товщиною рівною сумарній товщині клинів та орієнтацією головної оптичної осі ортогонально до орієнтації осі клинів.

Поперечне зміщення між пучками ρ_\perp задається відстанню між клинами h і залежить від кута клина та двопроменезаломлення матеріалу клина. З геометричної побудови на рисунку 3.3.9 можна отримати:

$$\rho_\perp = h(\operatorname{tg} \psi_o - \operatorname{tg} \psi_e) \cos \varphi. \quad (3.3.6)$$

Таким чином, ρ_\perp лінійно залежить лише від h (параметри φ, ψ_o, ψ_e - постійні для конкретної схемної реалізації). Прокалібрувавши такий

інтерферометр (побудувавши залежність $\rho_{\perp} = f(h) = ah$), можна починати вимірювання поперечної функції когерентності поля. Для кальцитових клинів, з $\varphi = 6^{\circ}$, маємо $a = 0,0171$.

Проте, в схемі на рисунку 3.3.9 поперечне зміщення ρ_{\perp} супроводжується поздовжнім ρ_{\parallel} , яке можна визначити наступним чином:

$$\rho_{\parallel} = \left[\left(\frac{1}{\cos \psi_o} - \frac{1}{\cos \psi_e} \right) - n_e (\operatorname{tg} \psi_o - \operatorname{tg} \psi_e) \sin \varphi \right] h = bh. \quad (3.3.7)$$

Для того ж прикладу кальцитових клинів, з $\varphi = 6^{\circ}$, $b = 0,00013$, тобто в 130 разів менше, ніж a . Але таке співвідношення між поперечним та поздовжнім зміщеннями буде тільки у випадку переміщення другого клина вздовж напрямку, що визначається кутом заломлення звичайного або незвичайного (немає значення якого) променів на першому клині. Хоча на практиці і це невелике поздовжнє зміщення можна компенсувати незначною зміною товщини пластини 2 (рисунок 3.3.9). Будь-який інший напрямок переміщення клина приведе до появи поздовжнього зміщення між пучками, що у випадках значного перевищення масштабу поздовжньої модуляції поля масштабів поперечної, зручно використати для калібровки поперечного зміщення по екстремальним значенням інтенсивності результуючого поля (кратність різниці ходу λ).

Приклад експериментальної реалізації поляризаційного інтерферометра поперечного зсуву показано на рисунку 3.3.9. Кальцитовий клин переміщується за допомогою електромеханічного модулятора. Направляючими для паралельного переміщення служать дві еластичні сталеві мембрани, а керування переміщенням здійснюється за допомогою зміни напруги в соленоїді, що знаходиться в полі постійного магніту.

Поздовжню функцію когерентності поля можна міряти в тому ж оптичному розташуванні, зображеному на рисунку 3.3.9, але кристалічні клини 3 та 4 повинні знаходитися на мінімально можливій відстані і переміщення другого клину повинно здійснюватися вздовж гіпотенузи клина. На практиці,

для того щоб задати постійну відстань між клинами, між ними, поза робочою апертурою, ставиться тефлонова прокладка, товщиною 10-50 мкм. Це забезпечує постійну (невелику) відстань між клинами та запобігає пошкодженню робочих поверхонь клинів.

Точність вимірювання поперечної та поздовжньої функції когерентності поля залежить від досліджуваного поля. Поле когерентного оптичного випромінювання можна умовно розділити на два типи: з регулярною когерентною складовою та без неї.

В першому випадку поле має вигляд квазіспекл-поля. Відповідно, функція когерентності поля спадає від одиниці до якогось постійного значення, величина якого визначається співвідношенням регулярної та випадкової складових поля. Для забезпечення експресності вимірювання функції когерентності такого поля, необхідно працювати в нулі інтерференційної смуги, тобто розподіл інтенсивності результуючого поля, зумовленого регулярною складовою, по всій площі аналізу повинен бути однорідним. Візуально досягти високої однорідності поля проблематично, адже поле промодульоване випадковою складовою. Тому, постає завдання автоматизації процесу юстування системи на нуль інтерференційної смуги.

У другому випадку ми маємо розвинуте спекл-поле з нулями амплітуди. При введенні поперечного чи поздовжнього зсуву, у відповідних інтерферометрах, у результуючому полі з'являються смуги або кільця, відповідно. Це змушує переходити до локальних вимірювань видимості, а, отже, і функції когерентності результуючого поля.

Для вирішення цих проблем було розроблено автоматизовану інтерференційну систему настройки на нуль інтерференційної смуги та її утримання, та універсальну систему для вимірювання статистичних моментів поля, включаючи функцію когерентності, як для поля з регулярною складовою так і для розвинутого спекл-поля. Розглянемо ці системи.

3.3.4. Пристрій для автоматичної настроювання на нуль інтерференційної смуги

Система автоматичної настройки на нуль інтерференційної смуги використовується не лише для вимірювання поперечної функції когерентності поля з регулярною складовою. Вона виявилася корисною у всіх інтерференційних схемах, включаючи і схеми з опорною хвилею, що базуються на вимірюваннях в нулі інтерференційної смуги. Як правило, інтерференційні вимірювання полягають у знаходженні максимального I_{\max} та мінімального I_{\min} значень інтенсивності результуючого поля (одночасно по всій досліджуваній площі), та визначенні відносі інтерференційної картини.

Для достовірної реєстрації значень I_{\max} та I_{\min} необхідно, щоб площадка фотоприймача була рівномірно освітлена, тобто, в площині реєстрації, що обмежена розмірами фотоприймача, відсутні інтерференційні смуги. Це можливо тільки в тому випадку, коли напрямки розповсюдження хвиль, що інтерферують, строго співпадають. Але ця умова порушується під впливом наявних зовнішніх факторів та при заміні досліджуваного об'єкту. Тобто, виникає необхідність юстування системи перед кожним вимірюванням. Прискорення процесів вимірювання та підняття їх точності вимагає автоматичного утримання нульової інтерференційної смуги. Крім того, щоб усунути вплив флуктуацій лазерного пучка на точність вимірювань, значення I_{\max} та I_{\min} необхідно реєструвати майже одночасно. Для розв'язку подібної задачі було запропоновано зміщувати змішувач пучків випромінювання в двох взаємно перпендикулярних напрямках за допомогою електродвигунів, і, таким чином, здійснювати утримання нульової смуги. Але цей метод має деякі недоліки. Наприклад, двигуни мають велику інерційність, вібрують і т.п. Тому була запропонована методика утримання нульової інтерференційної смуги, вільна від згаданих недоліків. Розв'язування цієї задачі досягається шляхом керування орієнтацією мікрооб'єктива, що формує зображення об'єкту дослідження, за допомогою двох електромагнітів. Блок-схема пристрою, що реалізує цей підхід, зображена на рисунку 3.3.10.

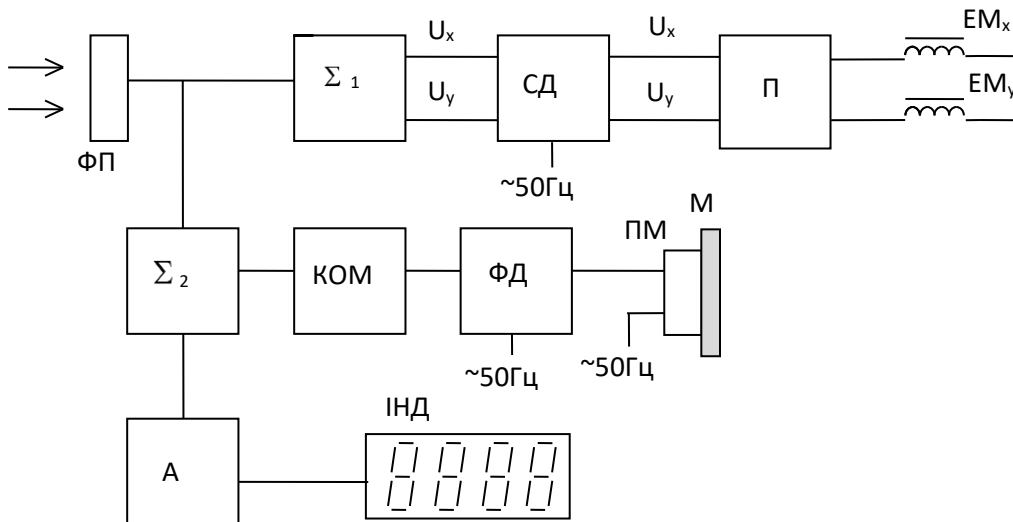


Рисунок 3.3.10. Блок-схема пристрою підтримки нульової інтерференційної смуги: ФП - 2x2 фотоприймач; Σ_1, Σ_2 - суматори; П - підсилювач; КОМ - компаратор; ФД - фазовий детектор; СД - синхронний детектор; М - дзеркало; П - п'єзокерамічний модулятор; А - блок аналогових обчислень; ІНД - індикація.

Працює пристрій наступним чином. Випромінювання, яке є результатом інтерференції, реєструється чотириплощинковим фотоприймачем ФП. Для автоматизації вимірювання значень I_{max} та I_{min} , в схему приладу введений п'єзокерамічний модулятор. Під дією прикладеної до модулятора напруги він зазнає механічної деформації і зміщує закріплене на ньому дзеркало, клин чи світлоподільник, в залежності від типу інтерферометра. Зміна оптичної різниці ходу хвиль, що інтерферують, повинна складати 1-2 мкм. Таким чином змінюється їх різниця фаз і, внаслідок цього, інтенсивність результуючого поля. Якщо до модулятора прикласти періодично змінну в часі напругу, інтенсивність буде здійснювати періодичні коливання. Якщо при цьому амплітуда напруги, прикладеної до модулятора, буде більша значення, достатнього для зміни фази однієї хвилі на π , то максимальне та мінімальне значення цих коливань будуть рівні I_{max} та I_{min} інтерференційної картини.

В даному випадку модуляція випромінювання здійснюється через подачу на п'єзокерамічний модулятор синусоїдальної напруги частотою 50 Гц. Із виходів фотоприймача сигнали частотою 50 Гц поступають на суматори Σ_1 і Σ_2 . Суматор Σ_1 формує два сигнали U_x і U_y для керування електромагнітами.

Принцип формування цих сигналів пояснює рисунку 3.3.11.

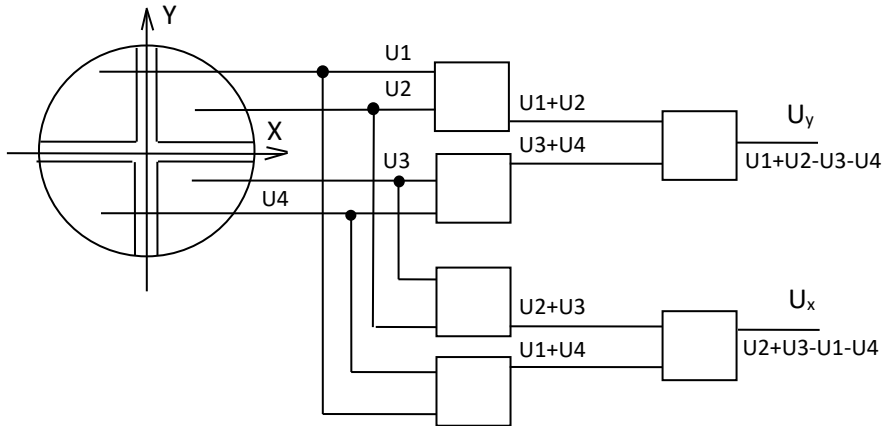


Рисунок 3.3.11. Формування сигналів U_x та U_y .

Сигнали з двох площинок фотоприймача, що лежать в одній напівплощині відносно вісі OY , сумуються, а потім від цієї суми віднімаються сигнали з двох інших площинок фотоприймача. Таким чином формується сигнал U_x . Аналогічно формується сигнал U_y , тільки пари площинок, сигнали яких сумуються, розділені віссю OX . Суматори збудовані на операційних підсилювачах за стандартною схемою.

Якщо виконується умова співвісності хвиль, поверхня фотоприймача освітлена рівномірно, сигнали з усіх площинок однакові, тому вихідні сигнали U_x і U_y рівні нулю. При порушенні цієї умови у площині фотоприймача з'являються інтерференційні смуги, і сигнали U_x та U_y на виходах суматорів приймають не нульові значення. Після перетворення вони поступають на електромагніти, що змінює напрямок розповсюдження однієї хвилі, і система повертається в попередній стан.

Для отримання напруги керування та інформації про її знак застосовано синхронні детектори $СД$, на входи яких поступають сигнали U_x , U_y , а на входи синхронізації – напруга модуляції. На виходах синхронного детектора утворюються сигнали керування, які після підсилення до необхідного рівня в двоканальному підсилювачі $П$, подаються на електромагніти $ЕМ_x$ та $ЕМ_y$.

Суматор Σ_2 сумує сигнали з усіх площинок фотоприймача. З його виходу сигнал поступає на блок аналогової обробки, де проводиться визначення шуканої величини, яке виводиться на індикацію, або поступає на АЦП та заводиться в ЕОМ.

Розглянемо форму сигналу на виході суматора Σ_2 . Хвиля, яка реєструється фотоприймачем, є результатом інтерференції двох когерентних хвиль. Інтенсивність такої хвилі описується виразом:

$$I = a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\Delta\Psi), \quad (3.3.8)$$

де: a_1, a_2 - амплітуди об'єктної та опорної хвиль; $\Delta\Psi$ - різниця середніх фаз цих хвиль в точці реєстрації.

При виконанні умови співпадання напрямків розповсюдження хвиль, що інтерферують, $\Delta\Psi$ буде однаковим по всій площині фотоприймача.

Якщо подати напругу на п'єзокерамічний модулятор, то, за рахунок поперечного зміщення дзеркала, у виразі (3.3.8) з'являється додаткова різниця фаз $\Delta\Phi$. Поздовжнє зміщення дзеркала пов'язане лінійною залежністю з величиною прикладеної до модулятора напруги. Оскільки до модулятора прикладена синусоїдальна напруга, ця різниця фаз буде:

$$\Delta\Phi = K(u) \sin \omega t, \quad (3.3.9)$$

де: $K(u)$ - коефіцієнт, пропорційний амплітуді напруги модуляції; ω - частота напруги модуляції.

Вираз (3.3.8) прийме вигляд:

$$I = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\Delta\Psi + K(u) \sin \omega t). \quad (3.3.10)$$

Якщо коефіцієнт $K(u) < \pi$, то інтенсивність I змінюється з часом так, як показано на рисунку 3.3.12а. Як тільки $K(u)$ стане більшим за π , в максимумах та мінімумах функції $I(t)$ з'являються перегини (рисунок 3.3.12б). Відбувається, так зване, подвоєння частоти. При цьому максимуми та мінімуми функції $I(t)$ відповідають максимумам та мінімумам інтерференційної картини. Після виміру цих значень, шляхом відповідних розрахунків, маємо можливість визначити

шуканий параметр (видність, R_q , показник заломлення та інші). Цю функцію виконує блок аналогових обчислень A (рисунок 3.3.10).

Для правильної роботи синхронного детектора необхідна рівність фаз сигналу з фотоприймача та сигналу модуляції. Однак, внаслідок присутності члену $\Delta\psi$ в виразі (3.3.10), ці фази можуть не співпадати. Більше того, $\Delta\psi$ залежить від взаємної орієнтації оптичних частин приладу і може змінюватись з часом випадковим чином. Тому в пристрій була введена схема автоматичної підтримки фази. Ця схема складається з компаратора $КОМ$ (рисунок 3.3.10) та фазового детектора $ФД$. Компаратор $КОМ$ містить амплітудний селектор, на виході якого утворюються вузькі імпульси в максимумах функції $I(t)$ (рисунок 3.3.12в). При зміні початкової фази $\Delta\psi$, форма кривої $I(t)$ змінюється (рисунок 3.3.12г). При цьому змінюється відстань між вихідними імпульсами компаратора (рисунок 3.3.12д), що поступають на фазовий детектор. Фазовий детектор формує напругу керування U_c , яка сумується з модулюючою напругою та подається на модулятор.

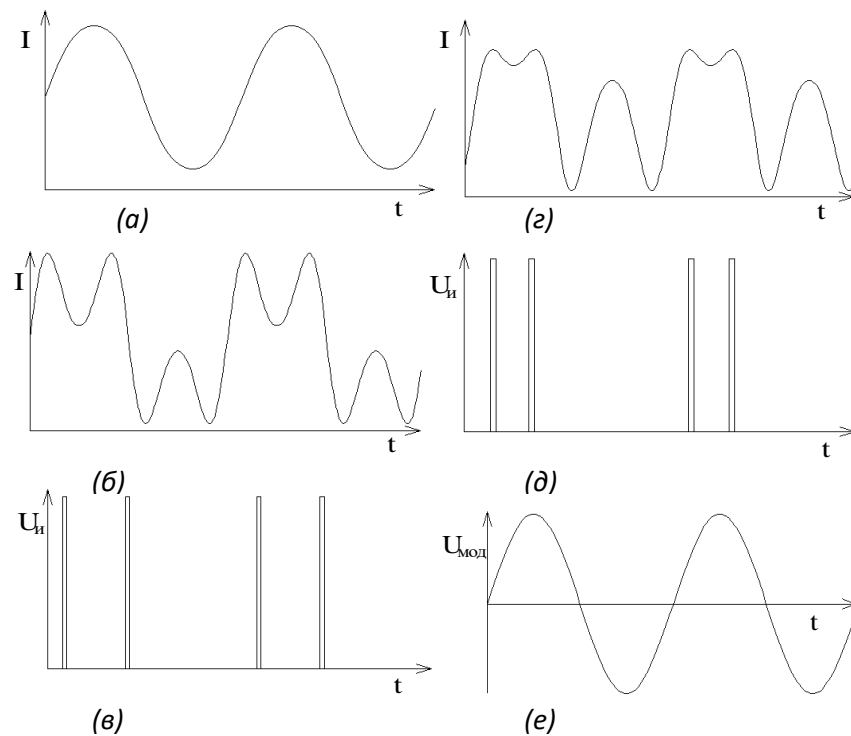


Рисунок 3.3.12. (а),(б),(г) - залежність інтенсивності інтерференційної картини від часу при різних початкових фазах та амплітудах напруги модуляції; (в),(д)- імпульси на виході компаратора; (е)- напруга модуляції.

До складу фазового детектора входять два високовольтні біполярні транзистори. На їх колектори подається напруга модуляції U_{mod} (рисунок 3.3.12е). На бази транзисторів поступають імпульси U_u . З приходом цих імпульсів відбувається заряд ємності, підключеної до емітерів транзисторів, струмом, пропорційним миттєвому значенню модулюючої напруги в момент приходу імпульсу. Таким чином, напруга на ємності U_c буде залежати від положення керуючих імпульсів відносно миттєвого значення модулюючої напруги і, внаслідок цього, від різниці фаз сигналу фотоприймача та сигналу модуляції. Напруга U_c створює в виразі (3.3.10) додатковий член:

$$I=a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\Delta\Psi + K(u)\sin\omega t + \Theta). \quad (3.3.11)$$

При правильній роботі схеми підтримки фази буде виконуватися рівність: $\Delta\Psi = -\Theta$.

Початковому стану ($\Delta\Psi=0$) відповідає значення $U_c = 0$. При цьому середина керуючих імпульсів буде відповідати значенню $U_{mod} = 0$. При виникненні зсуву фаз ($\Delta\Psi \neq 0$) змінюється відстань між керуючими імпульсами, напруга на ємності U_c зростає чи зменшується, у виразі (3.3.11) виникає член $\Theta = -\Delta\Psi$, і система знову переходить в стан рівноваги. Таким чином підтримується постійна різниця фаз, що необхідно для роботи синхронного детектора.

Описаний пристрій утримання нульової смуги дозволяє усунути неспіввісність хвиль, що інтерферують, при появі в площині реєстрації до 2,5 інтерференційних смуг. Цей пристрій може бути використаний в різноманітних інтерференційних приладах, що працюють на принципі вимірювання видимості (контрастності) інтерференційної картини, наприклад, при дослідженні фазово неоднорідних об'єктів, дисперсних середовищ та при інших інтерференційних вимірах, де виникає задача утримання нульової інтерференційної смуги.

3.3.5. Універсальний система для експериментальних досліджень статистичних та стохастичних параметрів поля

Для дослідження статистичних параметрів поля оптичного випромінювання

розсіяного фазово-неоднорідними об'єктами, шорсткими поверхнями та дисперсними середовищами, необхідно було розробити багатofункціональний комплекс. Такий комплекс діагностики повинен дозволяти вимірювання розподілу інтенсивності поля (для визначення індексу мерехтіння, кореляційної функції інтенсивності, спектру потужності інтенсивності поля), співвісного накладання опорної хвилі (для отримання зображення об'єкту, дисперсії фази граничного поля, дисперсії амплітуди та змішаних моментів поля) та вимірювання поперечної функції когерентності поля в різних зонах реєстрації (для визначення кореляційної функції, спектру потужності та оцінки кореляційного експоненту поля). Всі ці операції можна виконати за допомогою системи, оптична схема якої наведена на рисунку 3.3.13.

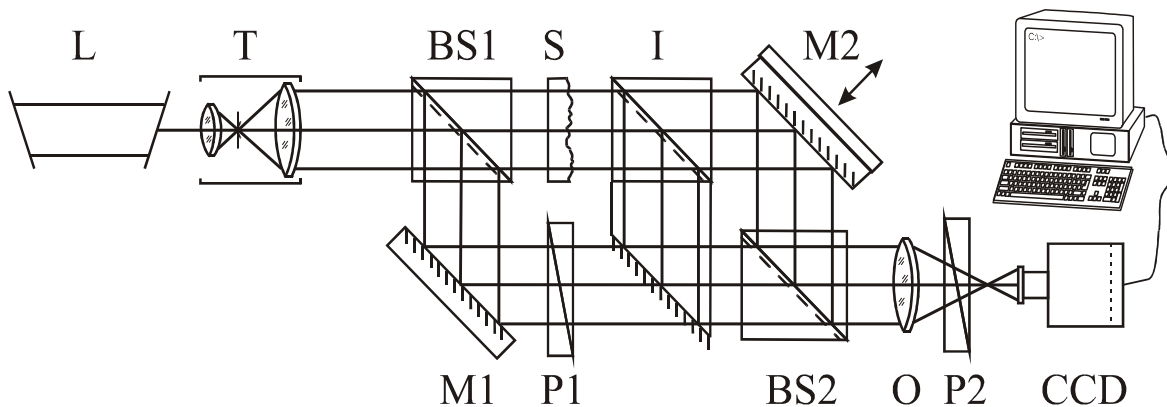


Рисунок 3.3.13. Схема експериментальних досліджень: *L* - He-Ne лазер, *T* - телескопічна система, *BS1*, *BS2* - світлоподільники, *M1*, *M2* - дзеркала, *S* - досліджуваний об'єкт, *P1*, *P2* - поляризатори, *I* - інтерференційний блок, *O* - об'єктив, *CCD* - цифрова камера.

В якості джерела оптичного випромінювання використовується одномодовий He-Ne лазер *L*. Телескопічна система *T* формує хвилю з плоским фронтом. Світлоподільники *BS1*, *BS2* та дзеркала *M1*, *M2* утворюють інтерферометр Маха -Цандера, в одному з плечей якого розташовано досліджуваний пропускаючий об'єкт *S* (варіант схеми для відбиваючого об'єкту принципово не відрізняється і тому не розглядається). Поляризатори *P1* та *P2* дозволяють регулювати інтенсивність опорного каналу інтерферометра.

Введення в хід променів інтерференційного блоку І дозволяє виконувати амплітудне розділення об'єктного пучка та задавати поперечний зсув між отриманими компонентами. Об'єктив О проектує довільний поперечний переріз поля випромінювання, розсіяного об'єктом, на приймальну матрицю CCD камери. Отримане зображення передається в комп'ютер для подальшої обробки.

Розглянемо функціональні можливості такої системи.

Інтерференційний блок виведений і опорна хвиля перекрита.

В цьому випадку, переміщуючи разом об'єктив О та CCD камеру вздовж ходу променів, можна зареєструвати двохмірний розподіл інтенсивності поля для довільної зони реєстрації. Далі розраховуються довільні статистичні моменти та кореляційні функції розподілу інтенсивності.

Інтерференційний блок виведений, накладається опорна хвиля.

Такий варіант використовується для полів з регулярною складовою і дозволяє безпосередньо визначити дисперсію фази граничного поля, дисперсію амплітуди та змішаних моментів поля в різних зонах реєстрації та отримати двомірний фазовий рельєф досліджуваного об'єкту.

Побудуємо зображення досліджуваного об'єкту в площині CCD камери за допомогою об'єктива О. Результат інтерференційного складання двох хвиль, одна з яких є плоскою, інша – фазово-модульованою хвилею, записується співвідношенням (3.3.1). У випадку малих флуктуацій фази об'єкту, тобто $\langle \varphi(x, y) \rangle < 20^\circ$, з цього співвідношення слідує вираз для дисперсії фази граничного поля (3.2.5). Для експериментальної реалізації цього співвідношення ми повинні вирівняти амплітуди опорної та об'єктної хвиль та зробити їх протифазними:

$$\langle A(x, y) \rangle = A_0, \langle \varphi(x, y) \rangle = \varphi_0 + \pi.$$

Система на рисунку 3.3.13 дозволяє виконати ці операції.

Рельєф фазового об'єкту можна отримати, якщо середня фаза об'єктної хвилі в граничному полі буде відрізнятися від фази опорної хвилі на $\pi/2$. Тоді при рівних інтенсивностях опорної та об'єктної хвилі отримаємо двомірний рельєф об'єкту :

$$h(x, y) = \frac{1}{k(n-1)} \left(\frac{\langle I_S(x, y) \rangle}{2I_0} - 1 \right). \quad (3.3.12)$$

В обох випадках прецизійні регулювання різниці ходу в плечах інтерферометра виконуються за допомогою дзеркала M2, закріпленого на п'єзокераміці.

Інтерференційний блок введений.

Це приводить до перекривання опорного каналу та утворення інтерферометра поперечного зсуву для вимірювання поперечної функції когерентності поля. Поперечний зсув між пучками здійснюється за допомогою дзеркала M2. Якщо поле оптичного випромінювання має регулярну складову, то видність інтерференційної картини оцінюється відносно неї. Для заданого поперечного зсуву, при строго співвісних пучках (в нулі інтерференційної смуги) достатньо поміряти мінімальне та максимальне значення інтенсивності результуючого поля, як суму сигналів від усіх фоточутливих елементів матриці, і розрахувати видність інтерференційної картини.

Особливістю даного інтерферометра є те, що він дозволяє також досліджувати спекл-поля без регулярної складової. Проте процедура зняття інформації та її обробка в цьому випадку дещо інша. Для заданого поперечного зсуву, за допомогою дзеркала M2 між пучками задається модуляція різниці ходу в межах довжини хвилі. Це приведе до модуляції інтенсивності від мінімального до максимального значення на кожному елементі CCD камери. Далі сумуються всі максимальні і мінімальні значення інтенсивності по всіх елементах CCD камери та визначається видність складного інтерференційного поля. Маючи видність інтерференційної картини для різних поперечних зсувів між пучками, будемо поперечну функцію когерентності поля.

З отриманої, таким чином, поперечної функції когерентності поля можна визначити: дисперсію фази та кореляційну функцію фазового об'єкту; його спектр потужності, як фур'є-перетворення від кореляційної функції; кореляційний експонент поля розсіяного випромінювання.

РОЗДІЛ 4. КОНТРОЛЬ ШОРСТКОСТІ ПОВЕРХНІ

4.1. Оптичні методи контролю шорсткості поверхонь

Шорсткі границі розділу різних об'єктів та середовищ випадковим чином перетворюють амплітуду, фазу, кореляційні параметри поля оптичного випромінювання.

Якість обробки будь-якої поверхні характеризується параметрами шорсткості. Шорсткість може бути оцінена з вимірювань профілю поверхні, або розрахована з досліджень світлорозсіяння шорсткою поверхнею. Кожен з цих типів вимірювань має певні переваги і обмеження. Для вимірювання профілю поверхні використовують один із двох зондів - світловий промінь або механічний щуп. Механічний щуп може пошкодити поверхню, що виключено при використанні світлового променя. Чутливість сучасних профілометрів складає 1 ангстрем. Важливою перевагою профілометричних методів є їх здатність виявляти локальні нерівності, подряпини, тріщини і т.д.

Оптичні методи знайшли широке використання в системах, призначених для контролю якості оброблених поверхонь. Їх перевага полягає в безконтактності, неруйнівності і здатності усереднювати в оптичному каналі по великій кількості нерівностей поверхні.

Перспективними є кореляційно-оптичні методи дослідження та контролю шорсткості поверхонь, що базуються на використанні моделі випадкового фазового екрану (ВФЕ).

Проте, модель ВФЕ накладає певні обмеження на досліджувані поверхні. Верхня межа діапазону контрольованих висот обмежена довжиною хвилі використовуваного випромінювання. До того ж, нерівності поверхні повинні бути розподілені по нормальному закону. Реальні ж поверхні мають обмежену кількість нерівностей і не обов'язково з гаусівським розподілом висот. Більше того, останнім часом стали більше уваги приділяти фрактальним властивостям деяких шорстких поверхонь.

На даному етапі розвитку техніки дослідження та контролю шорстких

поверхонь досягнуто значних успіхів. Розроблено комплекс методів та створено багато різноманітних систем діагностики шорстких поверхонь. Загально визнану перевагу серед них мають дистанційні, неруйнівні методи контролю. Застосування малопотужних джерел когерентного оптичного випромінювання робить перспективними оптичні методи контролю шорстких поверхонь. Ці методи можна розділити на три великі групи: профільні інтерференційні та гетеродинні методи; методи що базуються на вимірюванні інтенсивності розсіяного випромінювання; кореляційно-оптичні методи.

Перша група методів реалізована у вигляді метрологічних систем WYKO TOPO-3D, Zygo NewView5000 3-D Surface Profilers, Talysurf та інших моделей. Це досить складне та дороге обладнання, яке дозволяє отримувати карту висот шорстких поверхонь та всі можливі статистичні параметри поверхні в діапазоні висот від одного ангстрема до кількох мікрон.

До другої групи відносяться: метод індикатриси, рефлектотричний метод, метод дифузного розсіяння та інші. Ці методи не дозволяють отримати профіль поверхні, але дають усереднене значення середньоквадратичного відхилення профіля від базової лінії по досліджуваній ділянці поверхні шляхом виміру кутового розподілу інтенсивності розсіяного випромінювання. Чутливість даних методів складає кілька ангстрем, а верхня межа вимірюваних висот не перевищує десятої частини довжини хвилі зондуючого випромінювання.

Кореляційно-оптичні методи базуються на використанні моделі випадкового фазового екрану (ВФЕ). Це дає можливість отримати прості співвідношення між статистичними параметрами об'єкта та поля розсіяного ним випромінювання. Шорсткі поверхні не єдиний об'єкт, який можна описати з допомогою моделі ВФЕ. До таких об'єктів можна віднести фазово-неоднорідні об'єкти, турбулентності в рідинах та газах, оптичні кристали з дислокаціями та інше. Тобто кореляційно-оптичні методи дозволяють досліджувати широкий клас об'єктів. Кореляційно-оптичні системи контролю шорсткості поверхонь можуть бути виконані в лабораторному та портативному варіантах, з можливістю установки на станках та контролю поверхонь різної форми. Усереднення по великій площі контрольованої поверхні забезпечує

високу чутливість (близько $2 \cdot 10^{-8}$ А) та швидкодію (кілька секунд) методів.

Проте, кореляційно - оптичні методи, що базуються на моделі ВФЕ мають певні обмеження. Верхня межа діапазону контрольованих висот обмежена довжиною хвилі використовуваного випромінювання. До того ж, нерівності поверхні повинні бути розподілені по нормальному закону. Реальні ж поверхні мають обмежену кількість нерівностей, не обов'язково мають гауссівський розподіл висот і можуть мати фрактальні властивості. Однією із ознак фрактальності поверхні є те, що із необмеженим збільшенням поперечних розмірів фрактальної поверхні, пропорційно зростає і радіус кореляції її нерівностей. Цей факт пояснює властивість самоподібності фрактальних структур, коли фрагмент поверхні більшого масштабу схожий на менший фрагмент. Це ускладнює застосування статистичних підходів, а, отже, і моделі ВФЕ. Фрактальні або самоподібні об'єкти можна розглядати з точки зору теорії стохастичних та хаотичних коливань і характеризувати фрактальною, кореляційною, масовою, ємнісною та інші розмірностями. Розмірнісні параметри оцінюються за нахилом логарифмічної залежності просторово-частотного спектру фрактальної поверхні, або спектру потужності випромінювання, розсіяного поверхнею. Проте ці методи визначення розмірнісних параметрів мають певні обмеження. Тому актуальною є розробка нових методів діагностики фрактальних поверхонь.

Досліджувались ефективність та перспективи застосування кореляційно-оптичних методів контролю шорсткості поверхонь з негауссівською статистикою, фрактальних поверхонь та поверхонь з нерівностями більшими довжини хвилі.

4.1.1. Рефлектометричний метод та метод дифузного розсіювання

Рефлектометричний метод базується на вимірюванні інтенсивностей падаючого на шорстку поверхню та дзеркально відбитого пучків. Цей метод добре працює для слабошорстких поверхонь, коли інтенсивність дзеркальної складової переважає інтенсивність дифузно відбитого пучка. Оптичне випромінювання, відбите шорсткою поверхнею складається з двох частин: дзеркально відбитої когерентної складової, та розсіяної у всі боки некогерентної складової.

Скалярна теорія розсіювання шорсткою поверхнею дає співвідношення між

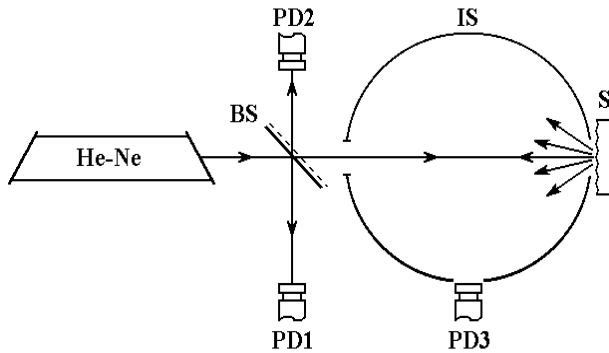


Рисунок 4.1.1. Оптична схема для вимірювання дзеркального та дифузного розсіяння: He-Ne - лазер; BS - світлоподільник; IS - фотометрична куля; S – досліджувана поверхня; PD1, PD2, PD3 – фотоприймачі падаючого, відбитого та розсіяного променів.

інтенсивністю дзеркальної складової I_s , інтенсивністю сумарного відбитого випромінювання I_0 (що включає дзеркально та дифузно відбите випромінювання $I_0 = I_s + I_d$), середньоквадратичним відхиленням профілю від базової лінії σ та довжиною освітлюючої хвилі λ :

$$I_s/I_0 = e^{-(4\pi\sigma \cos \theta_0 / \lambda)^2}, \quad (4.1.1)$$

де θ_0 - кут падіння пучка на поверхню.

У рівнянні (3.3) приймається, що σ

мале в порівнянні з довжиною хвилі λ . Обговорення використання скалярної теорії розсіяння до інтерпретації результатів застосування рефлектометричного методу проведено в огляді Дж.Елсона та співавторів. К.Карнігіла дещо пізніше застосував скалярну теорію, щоб описати розсіювання на діелектричних мультишарах.

Для дуже гладких поверхонь, коли відношення I_s/I_0 близьке до одиниці, доцільно вимірювати інтенсивність дифузно відбитого випромінювання. Тоді, для нормального падіння пучка та $\sigma \ll \lambda$, рівняння (2.3) перепишеться наступним чином:

$$\frac{I_d}{I_0} = \frac{(I_0 - I_s)}{I_0} = 1 - e^{-(4\pi\sigma / \lambda)^2} \approx \left(\frac{4\pi\sigma}{\lambda}\right)^2 \approx \frac{I_d}{I_s}, \quad (4.1.2)$$

Для вимірювання дифузно відбитого випромінювання, як правило, використовується інтегральна сфера. На рисунку 4.1.1 показано оптичну схему пристрою для визначення шорсткості поверхні з вимірювань дифузної та дзеркальної складових відбитого пучка.

В цій схемі діаметр пучка He-Ne лазера складав 1 мм. Фотоприймач 1 використовується для нормування вимірювань, 2 – для вимірювання дзеркальної складової, 3 – для вимірювання дифузного пучка. Отвір у фотометричній кулі IS

повинен бути досить великим, щоб дзеркальна складова не він'єтувалася.

Для реалізації рефлектометричного методу та методу дифузного розсіяння в якості джерела випромінювання, як правило, використовуються лазери. Проте прилад, описаний в [1], використовує 100-Вт вольфрамову лампу в діапазоні довжин хвиль від 400 нм до 1000 нм і дозволяє вимірювати коефіцієнти дифузного відбивання та пропускання на рівні 10^{-4} . Це дозволяє визначати σ в діапазоні 1-1000 Å.

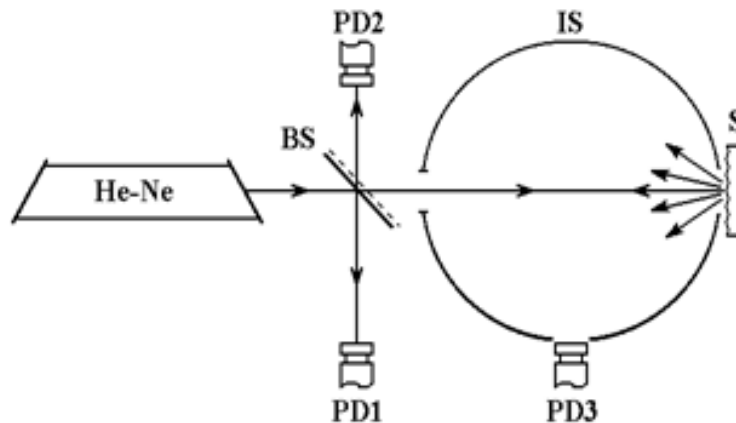


Рисунок 4.1.1. Оптична схема для вимірювання дзеркального та дифузного розсіяння: He-Ne - лазер; BS - світлоподільник; IS - фотометрична куля; S – досліджувана поверхня; PD1, PD2, PD3 – фотоприймачі падаючого, відбитого та розсіяного променів.

4.1.2. Метод індикатриси

На відміну від рефлектометричного та дифузного методу, метод індикатриси розглядає стан поляризації падаючого та розсіяного пучків. В зарубіжній літературі цей метод називають angle-resolved scattering (ARS). Середньоквадратичне відхилення профілю від базової лінії повинно бути меншим довжини хвилі λ .

Слідуючи Елсону, можна записати наступний вираз для індикатриси розсіювання :

$$\frac{1}{P_0} \frac{dP}{d\Omega} = \frac{16\pi^2}{\lambda^4} \cos\theta_0 \cos^2\theta |1 - \varepsilon|^2 \left(\frac{|\chi_\theta|^2}{|q' + q\varepsilon|^2} + \frac{|\chi_\phi|^2}{|q' + q_0|^2} \right) g(\bar{k} - \bar{k}_0), \quad (4.1.3)$$

де: P_0 - потужність хвилі; $dP/d\Omega$ - потужність випромінювання, розсіяна в тілесному

куті $d\Omega$; θ_0 - кут падіння; θ - кут розсіювання; ε - діелектрична постійна поверхні ($\varepsilon = \tilde{N}^2$, де $\tilde{N} = n - ik$ - комплексний показник заломлення); $g(\bar{k} - \bar{k}_0)$ - спектр потужності розсіяного випромінювання (power-spectral-density - PSD); \bar{k}_0 та \bar{k} - хвильові вектори падаючої та розсіяної хвилі, які визначаються:

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_0, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta, \quad (4.1.4)$$

$$q_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta_0, \quad q = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta, \quad (4.1.5)$$

$$q' = \left[\varepsilon \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 - k^2 \right]^{1/2}, \quad q'_0 = \left[\varepsilon \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 - k_0^2 \right]^{1/2}. \quad (4.1.6)$$

χ_θ та χ_ϕ визначаються за допомогою рівнянь:

$$\chi_\theta = \frac{(q'q'_0 \cos \phi - kk_0\varepsilon) \cos \phi'}{q'_0 + q_0\varepsilon} + \frac{(2\pi/\lambda)q' \sin \phi \sin \phi'}{q'_0 + q_0}, \quad (4.1.7)$$

$$\chi_\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{q'_0 \sin \phi \cos \phi'}{q'_0 + q_0\varepsilon} - \frac{(2\pi/\lambda) \cos \phi \sin \phi'}{q'_0 + q_0} \right].$$

Тут, ϕ - азимутальний кут розсіювання, і ϕ' - кут падіння електричного вектора поля, поміряні відносно площини падіння.

Для розсіювання в площині падіння, загальні рівняння спрощуються:

$$\chi_\theta = \frac{(q'q'_0 - kk_0) \cos \phi'}{q'_0 + q_0\varepsilon}, \quad \chi_\phi = -\frac{2\pi \sin \phi'}{\lambda q'_0 + q_0}, \quad (4.1.8)$$

які дають p -поляризовані падаючий та розсіяний пучки, коли $\phi' = 0$, та s -поляризований падаючий та розсіяний пучки, коли $\phi' = \pi/2$.

Розглянуті вище вирази припускають, що оптичні постійні однорідно розподілені по шорсткій поверхні. Рівняння (4.1.3) може бути розділене на дві частини, одна з яких залежить від відомих оптичних параметрів: довжини хвилі λ ,

кутів падіння θ_0 та розсіяння θ , оптичних постійних матеріалу ε , стану поляризації ϕ' падаючого та розсіяного променів. Від мікронерівностей поверхні залежить лише спектр потужності $g(\bar{k} - \bar{k}_0)$. Вимірювання індикатриси випромінювання, розсіяного шорсткою поверхнею може бути проведено за допомогою системи DALLAS (detector array for laser light angular scattering), принципова схема якого показана на рисунку 4.1.2. Пучок лазерного випромінювання з круговою поляризацією, діаметром 2 мм, освітлює досліджувану поверхню. Система із 87 збірних лінз розташована по периметру півкола. Апертура прийому кожної лінзи складає 1.5° .

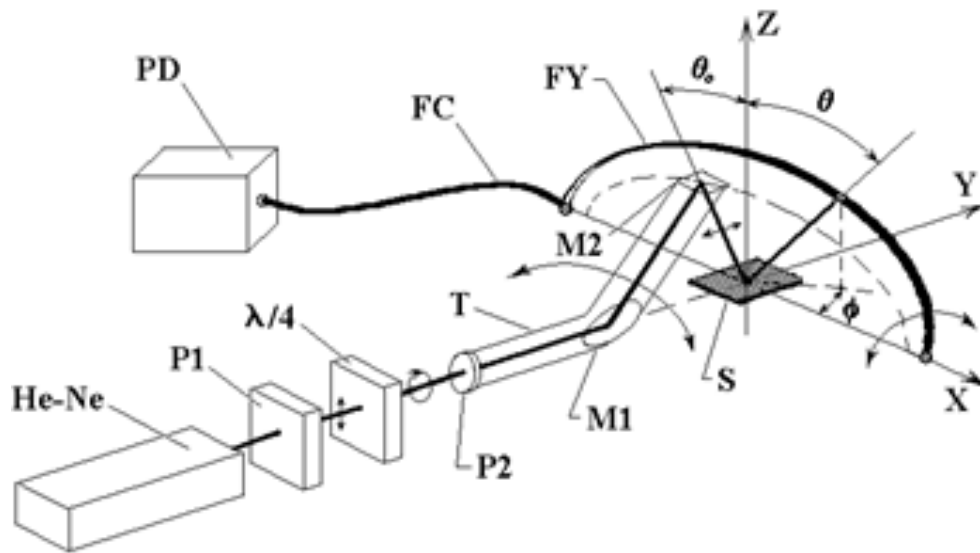


Рисунок 4.1.2. Принципова схема системи DALLAS.

Випромінювання, сфокусоване лінзою, передається на матрицю фотодіодів за допомогою скловолокна. Сигнали з фотодіодів вводяться в комп'ютер.

Поміряна, таким чином, індикатриси розсіяння дозволяє розрахувати спектр потужності шорсткої поверхні. Однак, конфігурація поверхні не може бути відновлена, тому що втрачається фазова інформація про особливості профілю поверхні. Фур'є - перетворення від спектру потужності дає автокореляційну функцію поверхні, максимум якої дорівнює середньоквадратичному відхиленню профілю від базової лінії.

Альтернативно, середньоквадратичне відхилення профілю від базової лінії

може бути отримане, шляхом інтегрування індикатриси розсіяння з наступним використанням рівняння (4.1.3).

4.2. Кореляційно-оптичні методи діагностики шорстких поверхонь

4.2.1. Методи оптики спеклів

Існує значна кількість методів діагностики шорстких поверхонь, що базуються на використанні когерентних джерел випромінювання. Поле розсіяного когерентного випромінювання в цьому випадку має плямисту будову і називається спекл-полем. Контраст спекл-картини пов'язаний з дисперсією фази об'єкта. Проте в цьому випадку необхідно знати кількість неоднорідностей об'єкта, які приймають участь в формуванні спекл-картини, виконати процедуру сканування поля розсіяного випромінювання і провести комп'ютерну обробку результатів вимірювань. Ці методи контролю шорсткості поверхні відрізняються областю реєстрації спекл-поля. Параметри мікрорельєфу поверхні визначаються за допомогою схеми, показаної на рисунку 4.2.1.

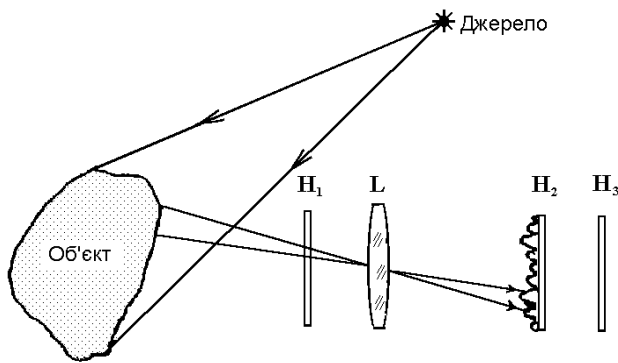


Рисунок 4.2.1. Оптичне схема для отримання когерентного плямистого зображення.

Випромінювання когерентного джерела освітлює досліджуваний об'єкт. Лінза L формує когерентне зображення об'єкту в площині H_2 . По розподілу інтенсивності в зображенні об'єкту можна визначити параметри шорсткості. Середній розмір спекла в зображенні складає $\lambda l/d_a$, приблизно, де: l - відстань між оптичною системою і площиною зображення, d_a - діаметр апертури оптичної системи. Відповідно

до критерію Релея, мінімальний розмір ділянки поверхні, що розрізняється, дорівнює $\lambda l_0/d_a$, де l_0 - відстань між оптичною системою і поверхнею об'єкту. Чим нижча роздільна здатність системи, тим більший мінімальний розмір поля, що розрізняється, отже більше число $N = \lambda l_0/d_a l_{\varphi 0}$ некорельованих елементів шорсткості приймають

участь в формуванні зображення. Тут, l_{φ_0} - радіус кореляції шорсткої поверхні. В результаті, в площині зображення H_2 , додаються хвилі, розсіяні різними елементами шорсткої поверхні, з випадковими початковими фазами. Отже, зображення стає плямистим. Плямистим поле буде і в довільній площині H_1 до оптичної системи, чи після неї H_3 (див. рисунок 4.2.1). Аналіз статистичних характеристик плямистого поля базується на методі випадкових незалежних вкладів, запропонованому в і гаусівській статистиці поля.

Якщо висота мікронерівностей шорсткої поверхні менша довжини хвилі, то контраст плямистої картини C ($C = \sqrt{\sigma_I^2} / \langle I(x, y) \rangle$, де $\sigma_I^2 = \langle I^2(x, y) \rangle - \langle I(x, y) \rangle^2$) практично лінійно залежить від дисперсії фази $\sigma_{\varphi_0}^2$ поверхні:

$$C \approx \frac{4\pi\sigma_{\varphi_0}^2}{\lambda^2 N}. \quad (4.2.1)$$

Для визначення $\sigma_{\varphi_0}^2$ по вимірюванню контрасту плямистого поля необхідна інформація про число незалежних вкладів N . N можна порахувати з вимірювань радіусу кореляції поверхні l_{φ_0} . Коли радіус кореляції співпадає з розмірами гаусівського пучка, контраст спекл-картини максимальний.

Існують методи діагностики шорсткості поверхні по дослідженню кореляції між двома спекл-полями, отриманими для різних кутів падіння лазерного променя. Ці методи ефективні для висот 1-12 мкм, практично в реальному часі. Так, в одному з таких методів Легер та Перрін показали, що контраст спекл-картини, зареєстрованої на фотопластині двома експозиціями для двох кутів падіння променя на шорстку поверхню θ та $\theta + \Delta\theta$, дається співвідношенням:

$$C = \exp\left[-(k\Delta\theta \sin \theta)^2 \sigma_{\varphi_0}^2\right].$$

4.2.2. Опис шорсткої поверхні в рамках моделі випадкового фазового екрану

В Розділі 1 розглядались основні положення моделі випадкового фазового

екрану (ВФЕ).

Шорстка поверхня з розподілом висот $h(\rho)$ (де ρ - двомірний вектор) в рамках моделі ВФЕ характеризується кореляційною функцією фази поверхні :

$$\Psi_{\Phi}(\rho) = \sigma_{\varphi_0}^2 K(\rho), \quad (4.2.2)$$

максимальне значення якої визначається дисперсією фази пропускаючого об'єкта $\sigma_{\varphi_0}^2$, а хід – коефіцієнтом кореляції $K(\rho)$. Півширина кореляційної функції дає радіус кореляції l_{φ_0} . З формули (4.2.2) можна перейти до кореляційної функції висот поверхні:

$$\Psi_h(\rho) = \sigma_h^2 K(\rho), \quad (4.2.2)$$

де $\sigma_h = \frac{\lambda}{2\pi(n-1)} \sigma_{\varphi_0}$ - середньоквадратичне відхилення профілю від базової лінії (Rq).

Модель ВФЕ базується на наступних припущеннях: в зоні реєстрації присутні всі просторові частоти поля розсіяного випромінювання; дисперсія фази об'єкту мала - $\sigma_{\varphi_0}^2 < 1$; радіус кореляції неоднорідностей більший за довжину хвилі, $l_{\varphi_0} > \lambda$.

З моделі ВФЕ випливають наступні співвідношення між статистичними параметрами об'єкту та поля розсіяного випромінювання :

дисперсія фази σ_{φ}^2 та амплітуди σ_A^2 поля в зоні Фраунгофера

$$\sigma_A^2 = \sigma_{\varphi}^2 = 0.5\sigma_{\varphi_0}^2, \quad (4.2.3)$$

індекс мерехтіння (дисперсія інтенсивності) в зоні Фраунгофера дорівнює:

$$\beta_{\infty}^2 = 2\sigma_{\varphi_0}^2, \quad (4.2.4)$$

поперечна функція когерентності поля не міняється в залежності від зони реєстрації, дорівнює поперечній функції когерентності граничного поля і визначається формулою:

$$\Gamma_{\perp}(\rho) = \exp\left\{\sigma_{\varphi_0}^2 [K_{\varphi_0}(\rho) - 1]\right\}, \quad (4.2.5)$$

Розглянуті співвідношення виконуються для гаусівського розподілу нерівностей висот поверхні. Коли ж кількість нерівностей невелика або має місце відхилення закону їх розподілу від нормального, потрібно враховувати моменти вищих порядків як в структурі поверхні, так і в розподілі поля, розсіяного нею випромінювання.

Третій та четвертий статистичні моменти розподілу нерівностей шорсткої поверхні визначають коефіцієнт асиметрії k_a та ексцесу k_k функції розподілу:

$$k_a = \frac{1}{\sigma_h^3} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h_i^3, \quad (4.2.6)$$

$$k_k = \frac{1}{\sigma_h^2} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h_i^4. \quad (4.2.7)$$

Експериментальні вимірювання статистичних параметрів поля проводилися за допомогою методів та апаратури, розглянутих в розділі 2.

4.2.3. Експериментальне врахування граничних умов моделі випадкового фазового екрану

При вимірюванні статистичних параметрів поля необхідно враховувати граничні умови моделі ВФЕ: дисперсія фази неоднорідностей екрану $\sigma_{\varphi_0}^2 < 1$; радіус кореляції неоднорідностей $l_{\varphi_0} > \lambda$; екран нескінчений в площині $z = 0$.

Друга умова визначається радіусом кореляції фази досліджуваних неоднорідностей і її виконання залежить від вибору об'єкта. Першу та третю умови можна забезпечити коректною постановкою експерименту.

Нескінченність об'єкта можна забезпечити, якщо в зоні реєстрації будуть присутні всі просторові частоти, що зумовлені світлорозсіянням об'єкту. Це означає, що збільшення розмірів об'єкту не буде приводити до зміни поля в зоні реєстрації. Звичайно, що розмір об'єкта повинен значно перевищувати розмір радіуса кореляції

фази об'єкта. Область реєстрації повинна бути в конусі, показаному на рисунку 3.5, з основою радіуса $a/2$ та висотою $z_1 = kal_{\varphi 0}$, яка оцінюється з умови дифракційного мінімуму.

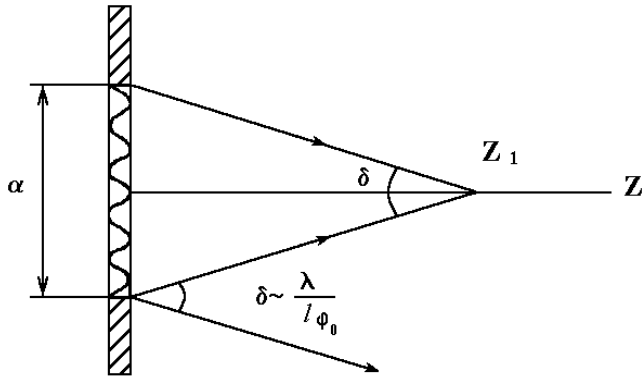


Рисунок 4.2.2. Оцінка області реєстрації поля в рамках моделі ВФЕ.

Для $a \gg l_{\varphi 0}$, відстань z_1 відповідає дальній зоні дифракції по відношенню до розміру неоднорідностей. По відношенню до апертури пучка або розміру об'єкту це може бути не дальня зона.

Фазові флуктуації екрану можна розглянути як фокусуєчі елементи. Тоді можна виділити область, де флуктуації інтенсивності поля будуть максимальними. Положення цих

максимумів визначається кривизною фазового фронту граничного поля \mathcal{G} . В свою

чергу $\mathcal{G} \sim \frac{1}{k} \left(\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x^2} \right)$ і $\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x^2} \sim \frac{\sigma_{\varphi 0}^2}{l_{\varphi 0}^2}$. Отже положення зони фокусувань визначиться:

$$z_m \approx \frac{kl_{\varphi 0}^2}{\sigma_{\varphi 0}}. \quad (4.2.8)$$

Ця зона відповідає зоні Френеля. Зона ж Фраунгофера може бути оцінена з наступного виразу:

$$z_{\infty} \gg \frac{kl_{\varphi 0}^2}{\sigma_{\varphi 0}}. \quad (4.2.9)$$

Якщо ж $\sigma_{\varphi 0}^2 > 1$, то рефракційні ефекти переважають дифракційні і вираз для вершини конуса z_0 переписеться наступним чином:

$$z_0 = \frac{z_m a}{l_{\varphi 0}} = \frac{akl_{\varphi 0}}{\sigma_{\varphi 0}}. \quad (4.2.10)$$

Вимірювання поперечної функції когерентності необхідно проводити в зоні:

$$\begin{aligned} 0 \leq z < z_1, & \quad (\sigma_{\varphi_0}^2 \leq 1), \\ 0 \leq z < z_0, & \quad (\sigma_{\varphi_0}^2 > 1). \end{aligned} \quad (4.2.11)$$

Вимірювання індексу мерехтіння поля, дисперсії амплітуди та фази поля - в зоні:

$$\begin{aligned} z_\infty < z < z_1, & \quad (\sigma_{\varphi_0}^2 \leq 1), \\ z_\infty < z < z_0, & \quad (\sigma_{\varphi_0}^2 > 1). \end{aligned} \quad (4.2.12)$$

Для експериментальних досліджень граничного поля, коли площина об'єкту проектується в область реєстрації, кутова апертура об'єктиву повинна бути більшою кута конуса при вершині на рисунку 4.2.2.

4.2.4. Вимірювання статистичних параметрів шорстких поверхонь

Знаючи кореляційні моменти фази ВФЕ (до четвертого порядку включно), можна з достатньою точністю апроксимувати характеристичну функцію $\theta(u)$, виразивши її через моменти чи кумулянти. За допомогою оберненого фур'є-перетворення можна отримати функцію розподілу висот шорсткої поверхні.

$$F(h) = \frac{1}{2\pi} \int_{+\infty}^{-\infty} \theta(u) \exp(-iuh) du. \quad (4.2.13)$$

М.Д.Кендалом було показано, що ця процедура дає точність визначення функції розподілу не нижче 7%.

На рисунку 3.2.2 показано типовий вигляд експериментально отриманих кривих для $\sigma_A^2, \sigma_\varphi^2$, та $m_{A\varphi}$ від хвильового параметру $D = (2z)/(kl_{\varphi_0}^2)$ для пластини монокристалічного германію. Спостерігається співпадання $\sigma_A^2 = \sigma_\varphi^2 = 1/2\sigma_{\varphi_0}^2$ в дальній зоні, в той же час максимум $m_{A\varphi}$ припадає на зону фокусування парціальних сигналів.

На рисунку 4.2.3 показано функції розподілу висот мікронерівностей для поверхні монокристалічного германію, отримані профілометричним та кореляційно-

оптичним методами. Коефіцієнти асиметрії та ексцесу, отримані цими незалежними методами відповідно рівні: $k_a^{\text{prof}} = -0.149$, $k_a^o = -0.114$; $k_k^{\text{prof}} = -0.230$, $k_k^o = -0.187$, а максимуми функцій розподілу відрізняються на 0.05 мкм.

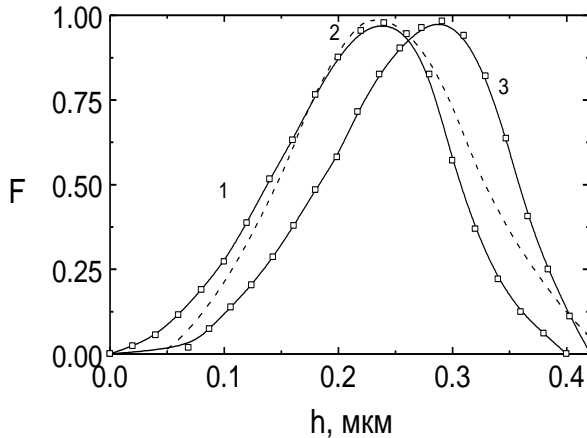


Рисунок 4.2.3. Функції розподілу нерівностей поверхні отримані профілометрично (крива 2) та оптично (крива 3). Крива 1 відповідає гаусівському розподілу.

Дослідження об'єктів з різною шорсткістю показують, що k_a та k_k мають тенденцію збільшення із збільшення висоти мікронерівностей поверхні, вказуючи тим самим на збільшення відхилення функції розподілу висот від гаусівської. Невідповідність профілометричних та кореляційно-оптичних вимірювань може досягати 25 %, і пояснюється, очевидно, порушенням граничних умов моделі ВФЕ.

Тому важливо визначити межі застосування моделі ВФЕ, оцінити точність вимірювання шорсткості поверхні, коли не виконуються граничні умови моделі і, на кінець, розглянути альтернативні підходи до опису шорстких поверхонь. Тим більше, що реальні поверхні мають обмежену кількість нерівностей не обов'язково з гаусівським розподілом висот і можуть мати фрактальні властивості.

Принципово відмінним від статистичного підходу є підхід, що базується на теорії стохастичних та хаотичних коливань. Ця теорія описує широкий клас об'єктів та процесів: хаотичні, фрактальні та стохастичні. Для характеристики шорстких поверхонь, згідно цього підходу, доцільно використовувати параметри розмірності: фрактальну розмірність, розмірність Хаусдорфа, спектр сингулярності, кореляційний експонент та інші.

Розглянемо один із найпоширеніших підходів опису фрактальної поверхні.

4.2.5. Фрактальна модель

Е.Черч (Eugene Church), спираючись на дослідження та аналіз властивостей двомірних фрактальних структур, на прикладі шорстких поверхонь з передфрактальними властивостями, приводить їх якісну класифікацію.

Спектральна густина відповідної флуктуаційної компоненти процесу в діапазоні частот, що відповідає прояву в об'єкті фрактальних властивостей, демонструє обернений степеневий характер залежності з ростом частоти f_x :

$$S(f_x) = K_n / f_x^n, \text{ де } 1 < n < 3, \quad (4.2.14)$$

де замість традиційних параметрів шорсткості: середньоквадратичного значення σ_h та радіуса кореляції l_h , введені фрактальні параметри: спектральна сила K_n та спектральний індекс n .

Підставою для такої заміни є експериментальні факти, які показують, що для шорстких поверхонь типу фрактальних, зміна роздільної здатності вимірювального інструменту приводить до значної зміни статистичних параметрів, що характеризують слабошорстку поверхню. Так, зменшення діаметру скануючого щупа механічного профілометра, приводить до збільшення значення вимірюваної дисперсії висоти.

Рівняння (4.2.14) отримане для спектра одномірного профілю поверхні. Однак, якщо розглядається двомірна поверхня, то спектр потужності для неї запишеться:

$$S(f) = \frac{\Gamma[(n+1)/2]}{2\Gamma(1/2)\Gamma(n/2)} \cdot \frac{K_n}{f_x^{n+1}}. \quad (4.2.15)$$

Цей вираз часто застосовується для розрахунку розсіяння випромінювання шорсткими поверхнями. Причому, обернена степенева залежність на одиницю крутіша, ніж для одномірного випадку.

Для кількісної характеристики фрактальних поверхонь використовують фрактальну розмірність D_f (дивись Розділ 1):

$$D_f = (5 - n)/2, \quad (4.2.16)$$

та параметр довжини, так звану топотезу, T :

$$T^{3-n} = -\frac{1}{2} \frac{(2\pi)^n}{\Gamma(n)\cos(n\pi/2)} K_n. \quad (4.2.17)$$

Фізично, T є відстанню, на якій середньоквадратичне значення нахилу спектру потужності дорівнює одиниці.

Одномірні фрактальні поверхні можна класифікувати за значенням спектрального індексу n або фрактальної розмірності D_f :

$n = 1$; $D_f = 2$ - "екстремальний" (extreme) фрактал;

$n = 2$; $D_f = 1.5$ - броунівський фрактал;

$n = 3$; $D_f = 1$ - "маргінальний" (marginal) фрактал, який можна задати диференційованою кривою і, відповідно, представити степеневим рядом.

Крім спектральної густини процесу (4.2.15), для опису масштабних властивостей флуктуаційної компоненти фрактальної поверхні, доцільно використовувати структурну функцію, яку ми ввели в розділі 1. Для шорсткої поверхні з рельєфом $h(\rho)$ структурна функція буде:

$$D_h(\rho) = \left\langle |h(\rho_1) - h(\rho_2)|^2 \right\rangle, \quad (4.2.18)$$

де усереднення виконується по всій площі аналізу поверхні. Звичайно передбачається, що досліджувані процеси задовольняють критеріям стаціонарності й ергодичності.

Структурна функція шорсткої поверхні пов'язана з відповідною кореляційною функцією наступним співвідношенням:

$$D_h(\rho) = 2\Psi_h(0) - 2\Psi_h(\rho). \quad (4.2.19)$$

На підставі теореми Вінера-Хінчина і загальних властивостей перетворення Фур'є можна отримати взаємозв'язок між структурною функцією у формі (3.29) і спектральною густиною (4.2.15).

У загальному випадку структурна функція $D_h(\rho)$ має скейлінг виду:

$$D_h(\rho) \sim T^{2-\alpha} |\rho|^\alpha, \quad (4.2.20)$$

де топотезу T ми ввели раніше.

Експонентний фактор α може бути визначений як подвоєне значення показника Херста, що описує асимптотичні властивості середньоквадратичних флуктуацій аналізованої величини й однозначно зв'язаний із фрактальною розмірністю досліджуваного процесу:

$$\alpha = 2(2 - D_f). \quad (4.2.21)$$

Для одномірних передфрактальних процесів експонентний фактор змінюється в межах від 2 до 0, при цьому фрактальна розмірність змінюється від 1 до 2. Випадок $\alpha = 1$ і $D_f = 1,5$, який ми вже розглядали при класифікації по спектральному індексу, відповідає броунівському фрактальному процесу, або процесу Орнштейна-Уленбека. Процес даного типу є гарною апроксимацією у випадку флуктуацій з експоненційною автокореляційною функцією і, відповідно, лоренцівським спектром. Мандельброт і Ван-Несс для опису стохастичних одномірних флуктуацій з передфрактальними властивостями ввели поняття узагальненого броунівського процесу з довільним значенням показника Херста H у діапазоні від 0 до 1. При цьому для процесів з $H > 0.5$ введена умовна назва "персистентні процеси" (збереження наявної тенденції), у той час як флуктуації з показником Херста менше 0.5 називаються "антиперсистентними" (антикореляція минулих і майбутніх значень).

Необхідно відзначити цікаву властивість узагальненого броунівського процесу: його автокореляційна функція дорівнює 0 тільки при $H = 0.5$ або $\alpha = 1$, тобто, для класичного броунівського руху кореляція минулих і майбутніх значень процесу відсутня для всіх значень аргументу. Якщо експонент α відмінний від 1, то в залежності від його значення, можуть спостерігатися різні типи поведінки процесу, що класифікуються як персистентний чи антиперсистентний.

Степеновий індекс n (співвідношення (4.2.25)) зв'язаний з експоненційним фактором α (співвідношення (4.2.21)) виразом: $\alpha = n - 1$, якщо спектральна густина розраховується по одномірній реалізації випадкового процесу, і $\alpha = n - 2$, для спектральної густини двомірних ізотропних випадкових процесів. Таким чином, для одномірних та двомірних фрактальних процесів експоненційний фактор α

змінюється в межах від 0 (для фрактального процесу з властивостями екстремального фрактала) до 2 (для маргінального фрактального процесу). Слід також зазначити, що дуже часто фрактальну розмірність називають хаусдорфовою розмірністю. Однак, потрібно враховувати, що хаусдорфова розмірність вводиться як міра фрактальних множин на нескінченному інтервалі прояву фрактальних властивостей (тобто для математичних фракталів). Незважаючи на велику ймовірність того, що при оцінці з результатів фізичного експерименту, згідно виразу 4.2.25), значення розмірності D_f буде збігатися зі значенням хаусдорфової розмірності аналогічного об'єкта з нескінченим інтервалом фрактальності, здається більш коректним для визначення даної величини використовувати термін не "хаусдорфова", а "фрактальна" розмірність.

Для ізотропних двомірних розподілів D_f^2 фрактальна розмірність зв'язана з відповідною фрактальною розмірністю одомірної реалізації D_f^1 , отриманої в результаті перетину двомірного розподілу площиною в довільному напрямку, простим співвідношенням: $D_f^2 = D_f^1 + 1$. Для анізотропних розподілів, у яких властивості ортогональних перетинів істотно відрізняються, варто розглянути окремо два випадки:

- обидва значення фрактальної розмірності для одомірних реалізацій у взаємно ортогональних перетинах більше 1; у даному випадку обчислення результуючої розмірності двомірного розподілу являє собою спеціальну задачу, причому дана величина не завжди може бути виражена із значень одомірних розмірностей у простій формі ;
- одне значення одомірної фрактальної розмірності дорівнює 1, а друге - більше 1; даний випадок може бути інтерпретований як узагальнення випадків, так званих, зморщених, чи гофрованих (corrugated) двомірних розподілів і знання величини розмірності для перетину, що виявляє фрактальні властивості, достатньо для опису фрактальних властивостей двомірного розподілу в цілому.

Проте фрактальний підхід також не є універсальним внаслідок того, що реальні

фракталоподібні шорсткі поверхні мають обмежений рівень фрактальної будови (є передфракталами) та можуть мати фрактальні властивості по кільком параметрам (є мультифракталами).

Для оцінки ефективності кореляційно-оптичних методів в задачах контролю шорстких поверхонь з негаусівською статистикою проводилось комп'ютерне та фізичне моделювання світлорозсіяння шорсткими поверхнями.

4.3. Діагностика слабошорстких поверхонь

Результати комп'ютерного моделювання показують, що однозначні кількісні зв'язки між статистичними параметрами шорсткої поверхні та поля розсіяного випромінювання, які можна використовувати з метою діагностики, існують тільки для висот нерівностей, які менші за довжину хвилі. Такі поверхні називають слабошорсткими поверхнями і немає принципової різниці у тому, чи відхиляється їх розподіл висот від нормального і на скільки відхиляється, чи є поверхня фрактальною, чи ні. Ці особливості можуть впливати лише на точність тих, чи інших співвідношень. Для шорстких поверхонь з висотами більшими за довжину хвилі, кількісні емпіричні зв'язки висотних та статистичних параметрів поля (коефіцієнта ексцесу, кореляційного експоненту та інших), значно сильніше залежать від конкретного типу поверхні (фрактальна, чи нефрактальна), від степені відхилення розподілу поверхні від нормального, та інше. Тому, для сильно шорстких поверхонь бажано мати деяку апіорну (додаткову) інформацію про досліджувану поверхню.

Саме з цієї причини більший розвиток та краще впровадження серед методів, що базуються на моделі ВФЕ, отримали методи контролю слабошорстких поверхонь. Найбільше поширення отримали методи, що базуються на вимірюванні дисперсії фази граничного поля, дисперсії амплітуди в дальній зоні та поперечної функції когерентності поля. Вимірювання цих статистичних параметрів поля ми розглянули в розділі 3. Проте, на практиці бувають ситуації, коли досліджувані поверхні не відповідають граничним умовам моделі ВФЕ, або мають певні особливості. Так, певні труднощі викликає контроль поверхонь з малим коефіцієнтом відбивання, або з кроком шорсткості, співрозмірним з довжиною хвилі оптичного випромінювання.

Далеко не завжди досліджувана поверхня є строго плоскою – вона може приймати довільну форму і бути навіть хвилястою. При контролі тонких скляних деталей буває важко розділити вплив іншої границі розділу, яка також вносить свій вклад в поле розсіяного випромінювання. В основу методів контролю шорстких поверхонь, покладено взаємозв'язок статистичних параметрів, що характеризують поверхню, та статистичних моментів амплітуди та фази поля розсіяного випромінювання, а також можливість експресного вимірювання статистичних моментів поля інтерференційними методами.

Принципи, покладені в основу цих методів наступні:

- висота мікронерівностей поверхні менша за довжину хвилі зонduючого випромінювання ($R_q < 0.1 \mu\text{m}$), радіус кореляції неоднорідностей більший за довжину хвилі;
- дисперсія фази вимірюється в граничному полі (зображення поверхні об'єкта будується в площині аналізу); дисперсія амплітуди поля вимірюється в далекій зоні; поперечна функція когерентності поля вимірюється в довільній зоні;
- діагностика шорсткої поверхні здійснюється з використанням хвильового фронту, форма якого відповідає макроформі досліджуваної поверхні;
- вимірювання статистичних параметрів поля виконується в інтерференційних схемах в нескінченно широкій (нульовій) інтерференційній смузі.

Ці принципи повністю відповідають моделі випадкового фазового екрану (ВФЕ).

4.3.1. Поверхні з малим коефіцієнтом відбивання

Оптичний контроль шорсткості поверхонь багатьох скляних, напівпровідникових, металевих деталей ускладнений внаслідок малості коефіцієнту відбивання матеріалу, з якого вони виготовлені. В цьому випадку корисним може бути метод, що базується на вимірюванні дисперсії фази граничного поля. Принципи методу викладені в розділі 3 (співвідношення (3.2.5)).

Оптична схема, яка лежить в основі пристрою, що реалізує метод, показана на рисунку 4.3.1. Дволінзовий телескоп T перетворює світловий пучок від одномодового

He-Ne лазера на плоску хвилю, яка потім світлоподільником *BS1* амплітудно розділяється на опорну та об'єктну хвилі. Об'єктна хвиля відбивається світлоподільником та фокусується за допомогою мікрооб'єктива *O1* на поверхню шорсткого зразка *S*. Відбите випромінювання використовується для формування зображення поверхні в площині 2×2 позиційно-чутливого фотодетектора *PD*. Випромінювання в опорному каналі, відбите дзеркалом *M*, інтерферує з об'єктною хвилею з утворенням нульової інтерференційної смуги, локалізованої у нескінченності.

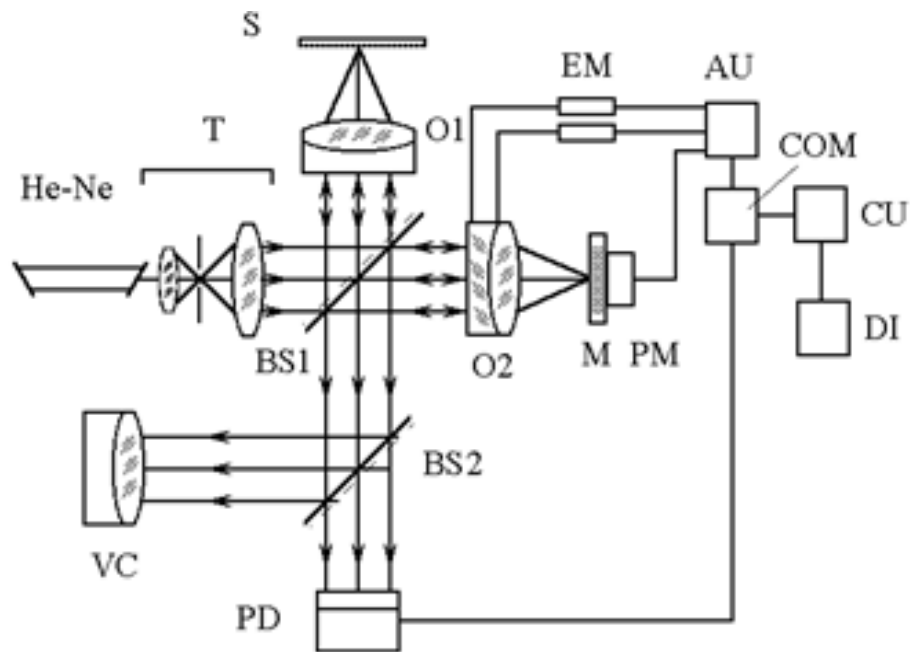


Рисунок 4.3.1. Експериментальне розташування для вимірювання шорсткості слабовідбиваючих поверхонь: He-Ne - лазер, Т - телескоп, BS1, BS2 - світлоподільники, O1, O2 - об'єктиви, S - зразок, М - дзеркало, РМ - п'єзокерамічний модулятор, PD - 2×2 позиційно-чутливий фотодетектор, VC - канал візуалізації, EM - електромагніт, AU - блок автоматичного утримання нульової смуги, COM - компаратор, CU - комірка аналогового обчислення R_q , DI - цифровий індикатор.

Нульова інтерференційна смуга автоматично утримується шляхом поперечного зсуву мікрооб'єктива в референтному плечі інтерферометра з використанням двох електромагнітів *EM*, а поздовжній зсув забезпечується п'єзокерамічним модулятором *PM*, який одночасно здійснює амплітудну модуляцію результуючого світлового пучка. Вихідний сигнал подається з позиційно-чутливого фотодетектора на фазовий

компаратор *СОМ*, який генерує контрольні сигнали для електромагнітів та п'єзокерамічного модулятора. Вихідний сигнал перетворюється в значення R_q завдяки використанню блоку аналогової обробки *СU* та виводиться на цифровий індикатор *DI*. Детально схема утримання нульової інтерференційної смуги описана в розділі 3.

Середньоквадратичне відхилення висоти від базової лінії обчислюється за формулою:

$$R_q = \frac{\lambda}{4} \sqrt{2 - \frac{I_{\max} - I_{\min}}{\sqrt{I_r} \sqrt{I_o}}}, \quad (4.3.1)$$

де I_{\max} та I_{\min} - максимальна та мінімальна інтенсивності результуючого поля, а I_r та I_o - інтенсивності опорного та об'єктного пучків.

Співвідношення (4.3.1) отримано з формули (3.2.5) шляхом врахування інтенсивностей опорного та об'єктного пучків, їх інтерференційного складання та переходу від дисперсії фази до середньоквадратичного відхилення профілю поверхні від базової лінії за наступними виразами:

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi 0}^2 &= [k(n_1 - n_2)R_q]^2, \text{ для пропускаючих поверхонь,} \\ \sigma_{\varphi 0}^2 &= [2kn_2R_q \cos \theta]^2, \text{ для відбиваючих поверхонь.} \end{aligned} \quad (4.3.2)$$

Схема, показана на рисунку 4.3.1, може бути порівняно просто модифікована з урахуванням специфічних вимог, які визначаються особливостями контрольованої поверхні (розміри досліджуваної ділянки, сферичність поверхні та інше). В цій схемі можна контролювати слабовідбиваючі поверхні шляхом підбору коефіцієнта відбивання опорного дзеркала у відповідності з коефіцієнтом відбивання контрольованої поверхні та врахування нерівності інтенсивностей опорного та об'єктного пучків у розрахунковому співвідношенні (4.3.1).

Особливістю розглянутої схеми та пристроїв, обговорених нижче, є модуляція інтенсивності результуючого інтерференційного поля. Це усуває потребу захисту вимірювального пристрою від вібрацій. В результаті, поріг чутливості для таких

пристроїв наближається до рівня, забезпеченого в гетеродинних системах.



Рисунок 4.3.2. Фотографія макету приладу, що реалізує інтерференційний метод на рисунку 4.3.1.

На рисунку 4.3.2 приведено фотографію макету приладу на базі мікроінтерферометра Лінніка МШ-4, що реалізує інтерференційний метод.

Експериментальні вимірювання проводилися для зразків монокристалічного германію, параметри поверхні яких задовольняли умовам ВФЕ.

Так, радіус кореляції фазових неоднорідностей, l_{φ_0} , складав 18-26 мм, в той час як дисперсія фази нерівностей, $\sigma^2_{\varphi_0}$, була завжди менше ніж одиниця. В таблиці 4.3.1 порівнюються результати визначення R_q для чотирьох зразків германію на профілометрі TALYSURF-5M120 (R_q^p), та за допомогою описаного інтерференційного методу (R_q^e). Розходження значень R_q^p та R_q^e є систематичним і не перевищує 20 %. Для великих значень R_q^e , похибка вимірювання

Таблиця 4.3.1

Значення R_q , отримані профілометрично (R_q^p) та інтерференційно (R_q^e).

Параметр	Номер зразка			
	1	2	3	4
R_q^p (мкм)	0.015	0.024	0.047	0.060
R_q^e (мкм)	0.012	0.022	0.041	0.048

спричинена відхиленнями від граничних умов моделі ВФЕ. Тому верхня межа вимірюваних висот по R_q становить 0.06 мкм. В той же час відтворюваність інтерференційних вимірів краща ніж профілометричних. Нижня межа діапазону вимірюваних висот становить величину порядку 0.003 мкм. Розглянуті поверхні можуть бути класифіковані, як оптичні

(поверхні оптичних деталей, поверхні кристалів, шліфовані та поліровані поверхні металевих виробів).

Контроль шорсткості поверхні кремнієвих пластин на різних технологічних етапах виготовлення мікроелектронних пристроїв дозволяє значно підвищити процент виходу якісних виробів. Введення в пристрій візуального каналу дозволяє вибирати необхідну ділянку поверхні. Звичайно, що в процесі вимірювання виключається будь-який механічний контакт з досліджуваною поверхнею.

4.3.3. Оптичні вимірювання шорсткості поверхонь довільної форми

Поперечна функція когерентності $\Gamma_{\perp}(\rho)$, як відомо, співпадає з поперечною функцією когерентності граничного поля $\Gamma_{\nu}(\rho)$, і може бути визначена за допомогою рівняння (3.16). Таким чином, вимірюючи $\Gamma_{\perp}(\rho)$ для відносного поперечного зсуву між змішуваними компонентами, більшими ніж радіус кореляції фазових неоднорідностей l_{φ_0} (для шорсткої поверхні він співпадає з кроком шорсткості), отримуємо:

$$\Gamma_{\perp}(\rho > l_{\varphi_0}) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \exp\{-\sigma_{\varphi_0}^2\}. \quad (4.3.3)$$

Це співвідношення, як правило, використовується для діагностики шорсткості поверхні.

Оптична схема пристрою для вимірювання середньоквадратичного відхилення профілю від базової лінії R_q , що базується на методі вимірювання поперечної функції когерентності поля, показана на рисунку 4.3.3.

Для досягнення високої точності виміру поперечної функції когерентності поля, що особливо актуально для метрології шорстких поверхонь, використовувався поляризаційний інтерферометр.

Плоска хвиля, сформована телескопом Т, який складається з мікροоб'єктиву, квазіточкової діафрагми та об'єктиву, зазнає повного відбивання у поляризаційному кубі PBS та проходить через чвертьхвильову пластинку, після якої падає на

досліджувану поверхню S . Подвійний прохід плоскої хвилі через чвертьхвильову пластинку призводить до повороту азимуту лінійної поляризації на 90 градусів. Таким чином, все відбите випромінювання з поляризацією, ортогональною поляризації падаючого світла, проходить через поляризаційний куб. Куб, разом з двома кальцитовими клинами W (один з яких стаціонарний, а другий рухомий) та аналізатором A , утворює поляризаційний інтерферометр поперечного зсуву. Ідентичні кальцитові клини утворюють плоскопаралельну пластину. Їх головні оптичні вісі паралельні і лежать в площині рисунку. Площини пропускання поляризаційного куба та аналізатора ортогональні і утворюють кут 45 градусів з головною оптичною віссю кальцитових клинів.

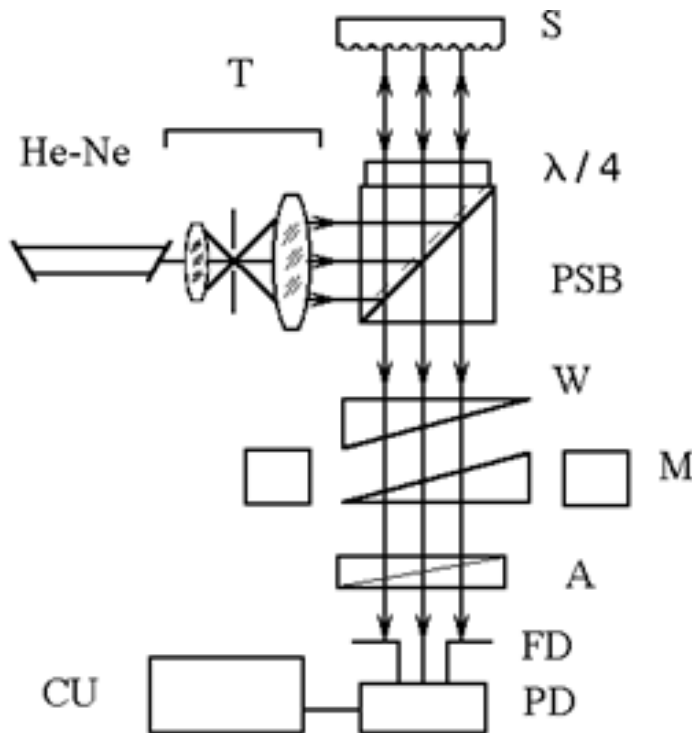


Рисунок 4.3.3. Схема вимірювання шорсткості поверхні, на базі поляризаційного інтерферометру:
 He-Ne - лазер,
 Т - телескоп,
 PBS-поляризаційний світлоподільник,
 S - зразок,
 W - кальцитові клини;
 М - електромеханічний модулятор,
 А - аналізатор;
 FD - польова діафрагма;
 PD - фотодетектор,
 CU - аналоговий блок обчислення R .

Відносний зсув пучків в інтерферометрі визначається відстанню між клинами і задається, виходячи з умови (3.42). За рахунок поздовжнього зміщення між пучками (на порядок меншого, ніж поперечний зсув) в результуючому полі чергуються мінімальне та максимальне значення інтенсивності результуючого поля: I_{\min} та I_{\max} , які реєструються фотодетектором PD. Середньоквадратичне відхилення R_q може бути знайдене з співвідношення:

$$R_q = \frac{\lambda}{4\pi} \sqrt{-\ln \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}}. \quad (4.3.4)$$

Аналоговий блок СУ реалізує розрахунок цього співвідношення в електронному тракті в реальному часі.

Переваги поляризаційного інтерферометру порівняно з іншими схемами, що використовуються на даний час полягають у віброзахисності та високій роздільній здатності. Таким чином, в інтерферометрі зсуву об'єктне поле інтерферує з самим собою, а не з референтною хвилею, завдяки чому виявляється можливим контроль шорсткості поверхонь довільної форми, якщо їх радіуси кривизни перевищують 0.2 м.



Рисунок 4.3.4. Фотографія приладу для контролю шорсткості поверхонь по вимірюванню поперечної функції когерентності поля.

Крім того, існує можливість компенсації форми шорсткої поверхні через використання відповідних оптичних елементів. Це особливо важливо, наприклад, у фотохімічній промисловості, для контролю каландрових валів, або в космічних дослідженнях для контролю якості дзеркал, виготовлених алмазним мікроточінням і т.д. На рисунку 4.3.4 представлено фотографію такого приладу.

Використання малогабаритних джерел когерентного випромінювання та досягнення мікропроцесорної техніки дозволило реалізувати метод контролю шорсткості поверхні за вимірюванням поперечної функції когерентності поля, в портативному варіанті. Електронна блок-схема цього пристрою зображена на рисунку 4.3.5.

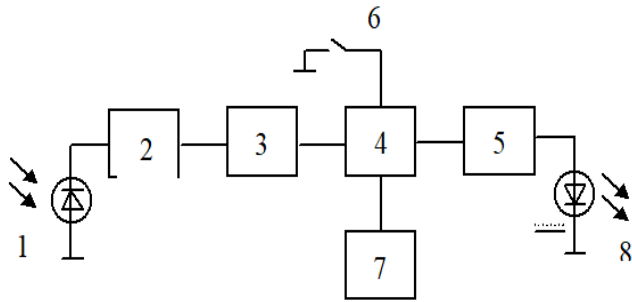


Рисунок 4.3.5. Електронна блок-схема портативного пристрою для контролю шорсткості поверхні: 1- фотоприймач; 2 - попередній підсилювач; 3- аналогово-цифровий перетворювач; 4- однокристальна ЕОМ; 5- керований генератор струму; 6- кнопка; 7- алфавітно-цифровий індикатор; 8 – напівпровідниковий лазер.

Сигнал з фотоприймача 1, підсилений попереднім підсилювачем 2, поступає на вхід аналогово-цифрового перетворювача (АЦП) 3. В якості АЦП використано чіп AD7895 фірми ANALOG DEVICES, який представляє собою 12-ти розрядний АЦП з часом перетворення 1,6 мкс. Цифровий код, який відповідає значенню сигналу на фотоприймачі, з виходу АЦП поступає на однокристальну ЕОМ 4 фірми ATMEЛ, в якій виконується обробка сигналу. Після натиснення на кнопку 6 ЕОМ посилає сигнал



Рисунок 4.3.6. Фотографія портативного вимірювача шорсткості.

включення лазера 8 на генератор струму 5. Генератор струму виробляє стабілізований струм, необхідний для включення лазерного діоду. Після включення лазера ЕОМ переходить в режим очікування. Як тільки випромінювання, відбите від поверхні, яка досліджується, попадає на фотоприймач, ЕОМ проводить ряд вимірювань вихідного сигналу фотоприймача. Із отриманого ряду чисел вибираються мінімальне і максимальне значення та проводиться обчислення шуканого значення шорсткості.

Розраховане значення виводиться на алфавітно-цифровий індикатор 7.

Фотографія портативного вимірювача шорсткості представлена на рисунку 4.3.6

Точність визначення R_q розглянутими системами контролю шорсткості поверхні по вимірюванню поперечної функції поля визначається якістю оптичних деталей з яких вони виготовлені, і в окремих випадках досягає 2 нм.

4.3.3. Поверхні з кроками шорсткості співрозмірними з λ

Діагностика шорстких поверхонь із кроком шорсткості, що перевищує світлову довжину хвилі λ , може бути виконана, за допомогою інтерферометра, схема якого показана на рисунку 4.3.7. Якщо ж крок шорсткості поверхні порівняний з довжиною хвилі λ , необхідні нові підходи, щоб добути інформацію, що міститься у високочастотній складовій розсіяного поля.

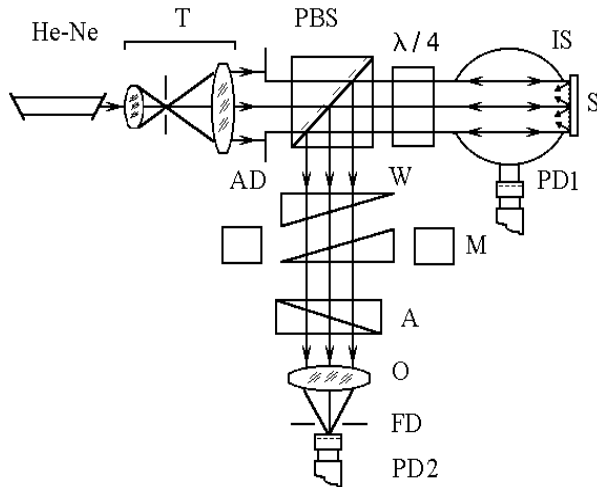


Рисунок 4.3.7. Оптична схема пристрою для вимірювання шорсткості поверхні: He-Ne - лазер, T- телескопічна система, PBS – поляризаційний куб; $\lambda/4$ - чвертьхвильова пластинка, IS – фотометрична куля; S– досліджувана поверхня; W- кальцитові клини; M - електромеханічний модулятор; A- аналізатор; O- об'єктив; AD, FD - апертура та польова діафрагми; PD1, PD2 - фотоприймачі.

Було запропоновано розділити дзеркальну та дифузійну частини відбитого випромінювання, і окремо оцінити інформацію про шорсткість поверхні: інтерференційними вимірюваннями в дзеркальній складовій та фотометричними вимірюваннями дифузійної частини пучка.

В оптичній схемі на рисунку 4.3.7, світловий промінь від одномодового He-Ne лазера ($\lambda=0.6328$ мкм) проходить через телескопічну систему, яка формує хвилю з плоским фронтом. Телескоп T складається з мікрооб'єктива, мікронної діафрагми та об'єктива. Азимут поляризації пучка знаходиться в площині пропускання поляризаційного куба PBS , і складає кут 45° з головною оптичною

віссю чвертьхвильової пластинки $\lambda/4$. Далі пучок попадає у фотометричну кулю IS і

відбивається від досліджуваної поверхні S . Відбите випромінювання інтенсивності I_p складається: з когерентної частини пучка I_C , що залишає фотометричну сферу; з дифузної частини, що поширюється в межах апертури когерентного пучка I_S ; і, нарешті, дифузної складової, що не залишає фотометричної сфери I_d . Інтенсивність дифузної складової відбитого випромінювання, I_d , міряється фотоприймачем $PD1$. Пучки $I_C + I_S$ проходять крізь чвертьхвильову пластину двічі, що приводить до обертання їх площини поляризації на 90° щодо падаючого пучка. Таким чином, пучки $I_C + I_S$ повністю відбиваються світло подільною гранню куба і проходять в поляризаційний інтерферометр зсуву. Роботу такого інтерферометра ми розглянули в п.3.3.3. Зображення поверхні, за допомогою об'єктива O , проектується в площину польової діафрагми FD за якою знаходиться фотоприймач $PD2$. Поперечний відносний зсув пучків, у поляризаційному інтерферометрі, задається за допомогою електромеханічного модулятора M . Поперечний зсув між пучками повинен перевищувати радіус кореляції нерівностей $l_{\varphi 0}$. Використовуючи рівняння (4.3.4), ми отримуємо:

$$\sigma_{\varphi 0}^2 = -\ln \left[\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \right] - \ln \left[\frac{I_p - I_d}{I_p} \right]. \quad (4.3.5)$$

Перехід від значення дисперсії фази $\sigma_{\varphi 0}^2$ до середньоквадратичного відхилення профілю від базової лінії R_q ми виконували за допомогою співвідношення:

$$R_q = \frac{\lambda}{4\pi} \cdot \sigma_{\varphi 0}. \quad (4.3.6)$$

Цей метод ми використовували для контролю шорсткості відбиваючої поверхні електролітичної міді, отриманої алмазним мікроточінням. Крок подачі різця був від 1 до 4 мкм. Поверхні мали різні форми: плоску, сферичну, та параболічну. Радіус кривизни поверхні був більшим 0.3 м.

Таблиця 4.3.2.

Значення R_q , поміряне профілометрично (R_{qp}), інтерференційно (R_{qi}), та кореляційно (R_{qs}) для чотирьох поверхонь

№ зразка	R_{qp} (мкм)	R_{qi} (мкм)	R_{qs} (мкм)
1	0.0073	0.0054	0.0081
2	0.0112	0.00073	0.0134
3	0.0181	0.0130	0.0199
4	0.0224	0.0169	0.0238

В таблиці 4.3.2 представлені значення середньоквадратичного відхилення профілю від базової лінії отримані: профілометрично (R_{qp}), інтерференційно в схемі на рисунку 4.3.7 (R_{qi}), та кореляційно-оптичним методом описаним вище (рисунок 4.3.4) (R_{qs}). Значення профілометричних вимірювань приблизно на 15 % менші, ніж R_{qs} , що можна пояснити певним

недооціпуванням профілю при механічних вимірах. В той же час, R_{qs} на 30 % більші ніж R_{qi} , що пояснюється втратами високочастотної складової розсіяного випромінювання в другому методі.

4.3.4. Вимірювання шорсткості поверхонь плоскопаралельних пластин

Для тонких плоскопаралельних пластин прозорих в оптичному діапазоні досить складно оцінити вплив кожної поверхні окремо. Тобто, під час контролю шорсткості її поверхонь оптичними методами, розділити вплив передньої та задньої поверхні практично неможливо. Корисним для вирішення цієї проблеми є підхід, що базується на моделі ВФЕ, а саме, використовує співвідношення (4.2.3), що справедливе в далекій зоні реєстрації.

Розглянемо інтерференцію двох хвиль, А і В, відбитих від передньої та задньої поверхні плоскопаралельної пластини (дивись рисунок 4.3.8).

Припускаючи, що фазові флуктуації поверхонь малі і записуючи амплітуду поля як суму його середнього значення та флуктуаційної частини, отримаємо вирази для мінімального та максимального значення інтенсивності результуючого поля:

$$I_{S \min} = \sigma_a^2 I_A + [\sqrt{I_A} - \sqrt{I_B}]^2 + \sigma_b^2 I_B + \sqrt{I_A I_B} [\sigma_a^2 + \sigma_b^2], \quad (4.3.7)$$

$$I_{S \max} = \sigma_a^2 I_A + \sigma_b^2 I_B + [\sqrt{I_A} + \sqrt{I_B}]^2 - \sqrt{I_A I_B} [\sigma_a^2 + \sigma_b^2], \quad (4.3.8)$$

де: σ_a^2 та σ_b^2 - дисперсії амплітуди пучків А і В, відповідно, і I_A, I_B - інтенсивності цих пучків.

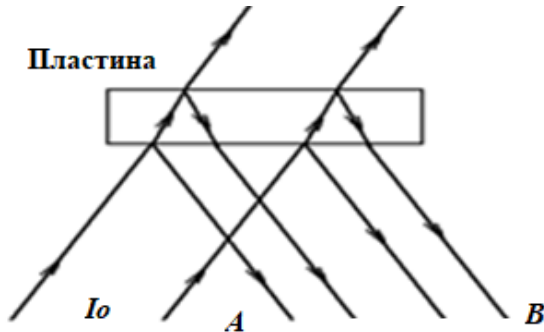


Рисунок 4.3.8. Формування інтерференційної картини у випромінюванні відбитому від плоско паралельної пластини.

При виводі співвідношень (4.3.7) та (4.3.8), використовувалися ті ж наближення, що й при виводі (3.2.4). Крім того, для наближення статистичної незалежності параметрів шорсткості двох поверхонь пластини, ми припустили, що сумарна дисперсія фази пучків А і В була рівна сумі дисперсій фази окремих пучків і зв'язана з дисперсією амплітуди пучків в дальній зоні, згідно співвідношення (4.2.3).

Інтенсивності пучків А і В даються:

$$I_A = I_0 \rho_1, \quad I_B = I_0 \tau_1^2 \rho_2, \quad (4.3.9)$$

де: I_0 - інтенсивність падаючого пучка; $\rho_1, \rho_2, \tau_1, \tau_2$ - коефіцієнти відбивання та пропускання передньої та задньої сторін поверхні, відповідно.

Дисперсія амплітуди пучків А і В визначається шорсткістю поверхонь пластини і може бути розрахована із співвідношень:

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{2} (2kR_{q1} \cos \varphi)^2, \quad (4.3.10)$$

$$\sigma_b^2 = \frac{1}{2} [2knR_{q2} \cos \psi]^2 + [2k(n-1)R_{q1} \cos \varphi]^2,$$

де: R_{q1} та R_{q2} - середньоквадратичні відхилення профілів двох поверхонь пластини, відповідно; n - показник заломлення, φ - кут падіння на пластину, ψ - кут заломлення променя.

Таким чином, вимірюючи інтенсивності I_{\min} та I_{\max} для початкового положення пластини і після її повороту на 180° і чотири різних кути падіння, що їм відповідають, підставляючи ці значення у рівняння (3.46) - (3.49), і беручи відношення I_{\min} / I_{\max} для цих положень пластини, отримуємо систему двох рівнянь з двома невідомими R_{q1} та R_{q2} . Розв'язуючи цю систему, визначаємо шорсткість окремо кожної пластини.

Експериментальна реалізація даного методу виконана на базі гоніометра Г5 і представлена на рисунку 4.3.9. Телескоп T формує хвилю з плоским хвильовим фронтом. Пучки, відбиті від поверхонь пластини інтерферують і за допомогою об'єктива O , заповнюють польову діафрагму FD . Розмір діафрагми повинен бути значно меншим періоду інтерференційної картини. При вимірюванні кутів з точністю до 10 кутових секунд, а інтенсивності - 0.1 %, ми можемо гарантувати точність визначення R_q окремо кожної поверхні на рівні 0.005 мкм.

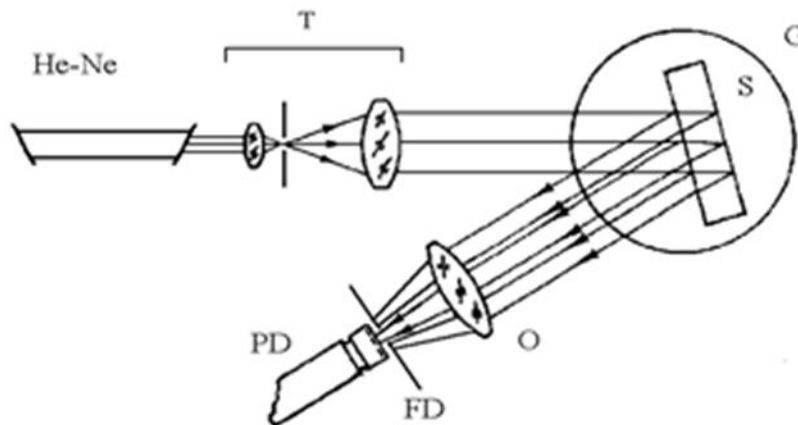


Рисунок 4.3.9. Оптична схема вимірювання шорсткості поверхні плоскопаралельних пластин: He-Ne, лазер; T - телескопічна система; G - гоніометр; S - досліджуваний зразок; O - об'єктив; FD – польова діафрагма; PD - фотоприймач.

РОЗДІЛ 5. ОПТИЧНА ДІАГНОСТИКА ДИНАМІЧНИХ ДИСПЕРСНИХ СЕРЕДОВИЩ

5.1. Голографічний метод дослідження броунівських частинок

В п. 2.4.3 ми розглянули поведінку спектру потужності та кореляційного експоненту флуктуацій інтенсивності поля випромінювання, розсіяного системою броунівських частинок. Важливою характеристикою флуктуючого поля є його часова кореляційна функція. Ми розглянули співвідношення, за допомогою яких можна визначити часову кореляційну функцію безпосередньо з часової залежності флуктуацій інтенсивності (з кореляційної функції фотоструму), або через Фур'є перетворення від спектру потужності флуктуацій фотоструму. Ці два випадки відносяться до методів спектроскопії оптичного змішування і для їх реалізації необхідні значні, по тривалості, часові реалізації сигналу. Особливо великі труднощі виникають при дослідженні повільних процесів – 10^{-2} - 10^{-6} Гц. В цьому випадку роздільна здатність методів доплерівської спектроскопії обмежена смугою пропускання радіовиміральної апаратури і не перевищує 0,1 Гц. Саме по цих позиціях голографічні методи доповнюють традиційні загальноприйняті методи. Вони дозволяють досліджувати середовища, час кореляції параметрів яких складає 10^{-5} - 10^6 секунд. Крім того, на голограмі можна зареєструвати світлові хвилі від великої кількості світлорозсіюючих частинок. При відновленні записаного зображення, відновлюються парціальні хвилі (як амплітуда, так і фаза), розсіяні кожною окремою частинкою. Збільшуючи розміри голограми, можна збільшувати просторове усереднення голограмою; змінюючи час експонування, можна керувати часовим усередненням; регулюючи зсув частоти опорної хвилі, можна реєструвати лінії рівної швидкості, тобто послідовно отримувати інформацію про поле швидкостей руху частинок в досліджуваному об'ємі.

Дещо ширші можливості має двохекспозиційний голографічний метод. Голограма реєструє дві близькі, регулярно зсунуті по фазі реалізації, поля розсіяного випромінювання. В полі відновленого голографічного зображення спостерігаються інтерференційні смуги, ширина та викривлення яких містять інформацію про локальні

швидкості руху окремих ділянок потоку.

Розглянемо голографічний методу подвійної експозиції для вивчення

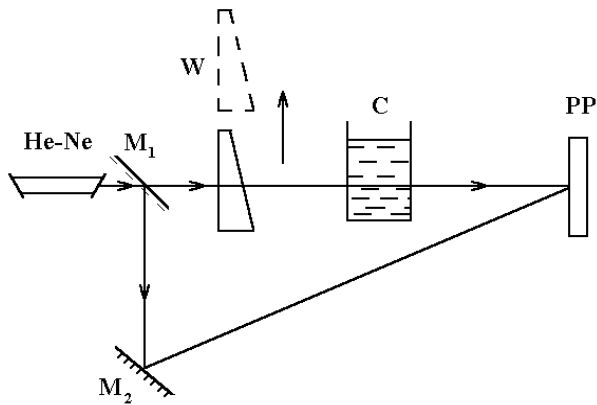


Рисунок 5.1.1. Експериментальна установка:

He-Ne - лазер; M1, M2, - дзеркала;

W - оптичний клин;

C – кювета з досліджуваною речовиною;

PP – фотографічна пластина.

параметрів руху броунівських частинок.

Оптична схема, що реалізує цей метод, показана на рисунку 5.1.1. Оптичний клин W задає регулярний фазовий зсув в об'єктному пучку в одній з експозицій.

Це приводить до появи інтерференційних смуг у відновленому зображенні. За час між двома експозиціями, внаслідок

хаотичного переміщення броунівських частинок, міняється амплітудно-фазова

структура поля розсіяного випромінювання, а, отже, зменшується

видність інтерференційних смуг у відновленому зображенні.

Автори роботи представляють співвідношення для визначення коефіцієнта дифузії і швидкості седиментації броунівських частинок.

Значно ширші можливості має голографічний метод неперервного експонування, який дозволяє визначати функцій розподілу броунівських частинок по розмірах та середньоквадратичних швидкостях.

Під час голографічної реєстрації розсіяного поля, в площині голограми хаотично переміщуються інтерференційні структури. Ефективність голографічної реєстрації залежить від швидкості руху частинок, геометрії дослідження та часу експонування t .

Таким чином, по часу стирання інформації про світлорозсіюючі частинки, можна одержати оцінити коефіцієнт дифузії броунівських частинок, і долю частинок, що змістилися на певну відстань протягом часу t , тобто можна одержати функцію розподілу по середньоквадратичних швидкостях. Для полідисперсної системи, функція розподілу частинок по розмірах може бути отримана з часової кореляційної функції інтенсивності.

В цьому розділі ми вже розглядали середньоквадратичне зміщення частинки відносно початкового положення r_0 за час t :

$$\langle (r - r_0)^2 \rangle = 6D_T t, \quad (5.1.1)$$

де: D_T - коефіцієнт трансляційної дифузії.

Під час реєстрації голограми відбувається накопичення інформації про середньоквадратичні переміщення $\langle r^2 \rangle$ та фази $\langle \psi^2 \rangle$, оскільки для броунівського руху $\langle r \rangle = 0$ та $\langle \psi \rangle = 0$.

Умова стирання просторово-частотної складової поля при його голографічній реєстрації може бути записана :

$$\frac{2\pi}{\lambda} 2n \sqrt{\langle r_h^2 \rangle} (2 + tg\theta) \sin(\theta/2) = \pi, \quad (5.1.2)$$

де: n - показник заломлення середовища, θ - кут розсіювання, що визначає просторову частоту зареєстрованого сигналу, і $\sqrt{\langle r_h^2 \rangle}$ - зміщення броунівської частинки, що викликає стирання інформації.

Співвідношення (5.1.2) враховує ізотропність дифузії ($d = 2\sqrt{\langle r^2 \rangle}$), рівнозначність компонент $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ та $\sqrt{\langle y^2 \rangle}$.

Для однократно розсіюючого середовища, інтенсивність відновленого зображення, $I(t)$, є пропорційною числу зареєстрованих частинок. Для виділеного кута розсіяння результуюче поле представляє собою суперпозицію парціальних сигналів з статистично незалежними фазами. В цьому випадку їх складання буде адитивним, тобто за інтенсивністю. В цьому випадку нормована інтенсивність відновленого зображення однієї частинки буде : $I(t) \sim \text{sinc}^2 \sqrt{\langle \psi^2 \rangle}$. Для N частинок маємо:

$$I(t) = \sum_{n=1}^N \text{sinc}^2 \psi_n(\bar{v}_n, t), \quad (5.1.3)$$

де: $\psi_n(\bar{v}_n, t)$ - фаза n -ї розсіяної парціальної хвилі, $\bar{v}_n = \sqrt{\langle r_h^2 \rangle}/t$ -

середньоквадратична швидкість n -ї частинки, t - час експонування голограми.

Змінюючи час експозиції можна встановлювати долю частинок, про яких інформація на голограмі ще не стерта. Це частинки з значеннями середньоквадратичної швидкості меншими ніж v_n .

Функція $I(t)$ - є часова кореляційна функція флуктуацій інтенсивності поля випромінювання, розсіяного системою броунівських частинок. Ця функція – є результатом усереднення по великій кількості броунівських частинок (10^{10} - 10^{15}) і по великій площі голограми (20 - 2000 мм²), що дає значно стабільніші, ніж в доплерівських методах, результати її вимірювання.

На рисунку 5.1.2 представлено оптичну схему пристрою, що реалізує голографічний метод неперервного експонування для вимірювання часової кореляційної функції флуктуацій інтенсивності поля.

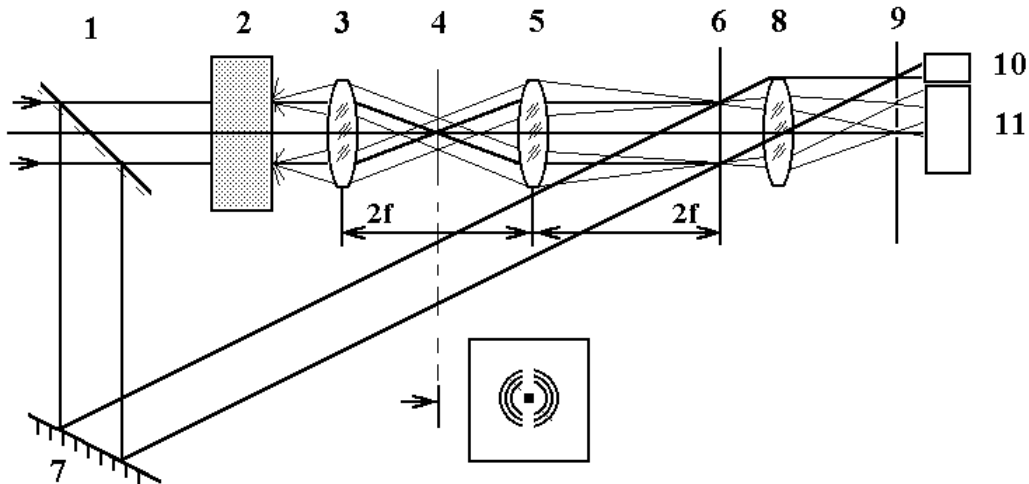


Рисунок 5.1.2. Оптична схема пристрою, що реалізує голографічний метод неперервного експонування: 1–світлоподільник; 2-кювета з досліджуваним середовищем; 3, 5, 8 - об'єктиви; 4, 9 – амплітудні просторово-частотні фільтри; 6 – голограма; 7 – дзеркало; 10,11 – фотоприймачі.

Кювета 2 з досліджуваним середовищем освітлюється паралельним, лінійно поляризованим пучком He-Ne лазера. Діаметр пучка складає 15 мм. Система ідентичних об'єктивів 3 та 5 з фокусною відстанню $f = 200$ мм виконує пряме та

зворотне Фур'є-перетворення поля. Амплітудний просторово-частотний фільтр 4, що складається з прозорих і непрозорих концентричних кілець та має в центрі отвір, рівний 30 мкм, розташований в фокальній площині об'єктива 3. Така система дозволила виділяти окрему просторово-частотну складову розсіяного поля (відкрито одне радіальне кільце), що значно збільшує глибину модуляції запису відділеної просторової частоти. За допомогою поляризатора або нейтрального світлофільтра можна керувати інтенсивністю нерозсіяного випромінювання, що використовується як опорна хвиля. Амплітудний фільтр 4 дозволяє врахувати шум у відновленому зображенні, вимірюючи інтенсивність відновленого сигналу, що відповідає непрозорим частинам фільтру. Схема також дозволяє реєстрацію постійного сигналу, який використовувався для нормування. Нормувальний сигнал складав кут 90° із опорною хвилею. В такій схемі реєструвалися голограми 6 для різних часів експонування, у той час, як величина експозиції зберігалася постійною. Відношення інтенсивності об'єктного, нормовочного, та опорних променів складало $I_{ob} : I_v : I_{ref} = 1 : 1 : 3$. Вимірювання відновленого зображення проводилося в тій же схемі (рисунок 5.1.2), лише при відсутності світлоподільника 1 та об'єкту 2. Інтенсивність відновленого дифрагованого випромінювання фокусувалась об'єктивом 8 на просторово-частотний фільтр 9, який ідентичний фільтру 4 але з перекритим центральним отвором, і мірялася за допомогою фотоприймача 11. Сигнал з фотоприймача 10 використовувався для нормування інтенсивності відновленого зображення розсіюючих частинок.

З експериментально отриманої часової кореляційної функції $I(t)$ ми визначали фрактальну розмірність та кореляційний експонент часових флуктуацій інтенсивності поля, розсіяного броунівськими частинками.

На рисунку 5.1.3 представлена експериментально отримана нормована кореляційна функція інтенсивності поля, розсіяного гідрозолями сірки, з розміром частинок $R=0,1$ мкм та концентрацією $C=10^9$ частинок на мм^3 , для наступних параметрів експерименту: $\theta=0,02$ рад; $d=15$ мм; $s=10$ мм; $\omega=0,01$. Час експонування голограм змінювався від 0,01 с до 1 с.

Логарифмічна залежність спектру потужності, отриманого з цієї кореляційної функції, за допомогою програмного комплексу, розглянутого в Розділі 3, показана на рисунку 5.1.4.

Значення показника Херста для цього випадку складає $H = 0,58$. Це дає фрактальну розмірність $D_f = 1,42$ і відповідає персистентному процесу. Тобто, при тих самих експериментальних умовах, значення фрактальної розмірності, отриманої голографічним методом, на 20% менші, ніж по локальним вимірам флуктуацій інтенсивності. Пояснюється цей факт просторовим усередненням часової кореляційної функції під час голографічної реєстрації. Причому, це усереднення впливає і на розподіл кореляційного експоненту.

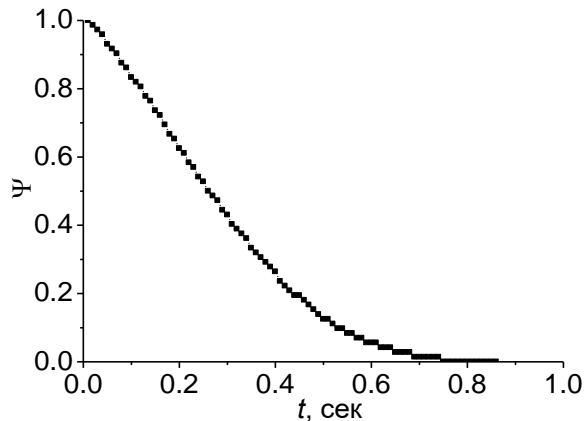


Рисунок 5.1.3. Експериментально отримана нормована кореляційна функція інтенсивності поля розсіяного гідрозольми сірки

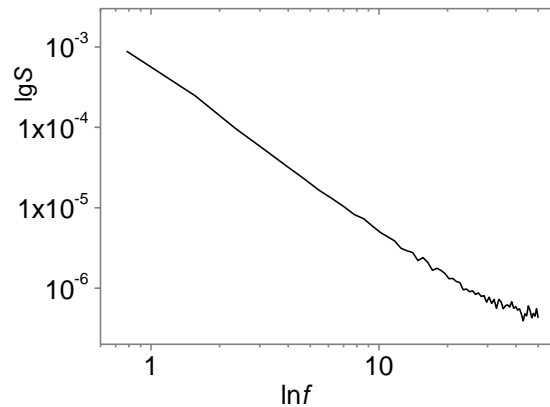


Рисунок 5.1.4. Логарифмічна залежність спектру потужності, отриманого з кореляційної функції на рисунку 5.1.3.

Експериментально отримана часова кореляційна функція $I(t)$ дозволяє визначити розподіл броунівських частинок за розмірами та за середньоквадратичними швидкостями. У випадку гідрозолів сірки, які є монодисперсною системою броунівських частинок, поле розсіяного випромінювання формується в результаті суперпозиції парціальних сигналів рівної інтенсивності. Для такої системи відновлену інтенсивність зображення $I(t)$ можна записати у вигляді інтегрального рівняння Фредгольма першого роду :

$$I(t) = \int_0^{v_{\max}} \text{sinc}^2(2\pi v t / \lambda) f(v) dv, \quad (5.1.4)$$

де $f(v)$ - функція розподілу частинок по середньоквадратичних швидкостях.

Ми розробили на мові C++ програму розв'язку рівняння (5.1.4). Алгоритм розв'язку базується на методі регуляризації з мінімізацією функціоналу. Застосування додаткової інформації: плавність та додатність функції, наявність одного екстремуму та інше, дозволило отримати функцію $f(v)$.

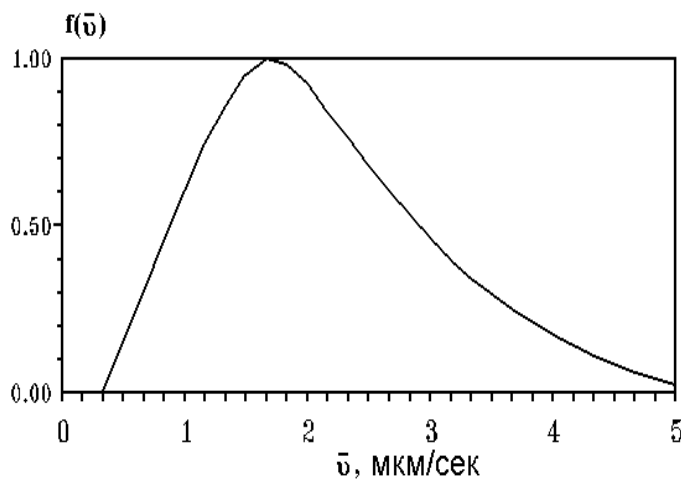


Рисунок 5.1.5. Функція розподілу частинок за середньоквадратичними швидкостями, отримана з кореляційної функції, зображеної на рисунку 5.1.3.

На рисунку 5.1.5 подано графік залежності $f(v)$, отриманий з кореляційної функції, зображеної на рисунку 5.1.3. Правда, професійні пакети MathCad мають вже вмонтовану функцію регуляризації, що полегшує роботу дослідників.

Якщо броунівські частинки мають розкид по розмірах, то часову кореляційну функцію інтенсивності поля $I(t)$ також

можна записати через інтегральне рівняння Фредгольма першого роду, але вже з іншим ядром:

$$I(t) = \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} \exp(-2u^2 Dt) f(a) da, \quad (5.1.5)$$

де $f(a)$ - функція розподілу частинок за розмірами, $u = 2\pi n \sin(\theta/2) / \lambda$ ми вже вводили в пп.4.3.

Проте для полідисперсної системи необхідно вибрати оптимальний кут розсіяння θ , для якого інтенсивність світла, розсіяного частинками різних розмірів, приблизно однакова. Так для “жорстких” частинок $\theta = \lambda / \pi \bar{R}$, для “м’яких” -

$$\theta = \lambda / 2\pi R.$$

Найбільш повно переваги голографічного методу реалізуються при дослідженні біологічних світлорозсіюючих середовищ: однокліткових водоростей, еритроцитів, тромбоцитів, спор та інше. Це дозволяє вивчати поведінку клітин, що не мають спеціальних пристроїв для активного руху, у водному середовищі.

Розв'язок рівняння (5.1.5) здійснювався також за допомогою методу регуляризації з мінімізацією функціоналу.

Це дозволило визначити функції розподілу за розмірами одноклітинних водоростей (*Chlorella vulgaris*, *Ankistrodesmus fusiformis*, *Microcystis aeruginosa*). Просторова частота розсіяного випромінювання, записаного на голограмі, відповідає куту розсіювання $\theta = 5^\circ$.

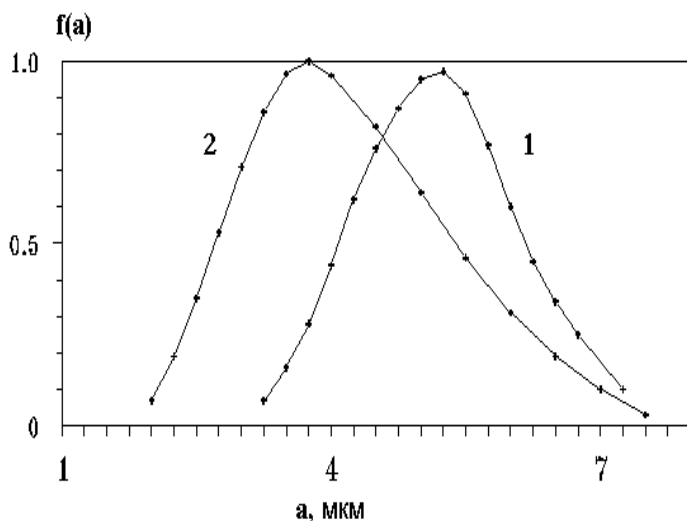


Рисунок 5.1.6. Функції розподілу клітин *Microcystis*: до поділу – крива 1, після поділу – крива 2.

Дослідження під мікроскопом показують, що не всі клітини, що поділилися, розходяться. Такі клітини при дослідженні динамічного світлорозсіювання виступають як одна. Цим пояснюється більша дисперсія в розподілі 2.

На рисунку 5.1.7 показано функції розподілу по розмірах для *Chlorella* (крива 1) і *Ankistrodesmus* (крива 2). Результати голографічних та мікроскопічних вимірювань погоджуються в межах 20 %.

Голографічний метод дозволив зафіксувати процес поділу клітин *Microcystis*. Періодичне чергування тепла та світла привело до синхронного поділу клітин. На рисунку 5.1.6 показані функції розподілу: до поділу – крива 1, після поділу – крива 2.

Дослідження під мікроскопом показують, що не всі клітини, що поділилися, розходяться. Такі клітини при дослідженні динамічного

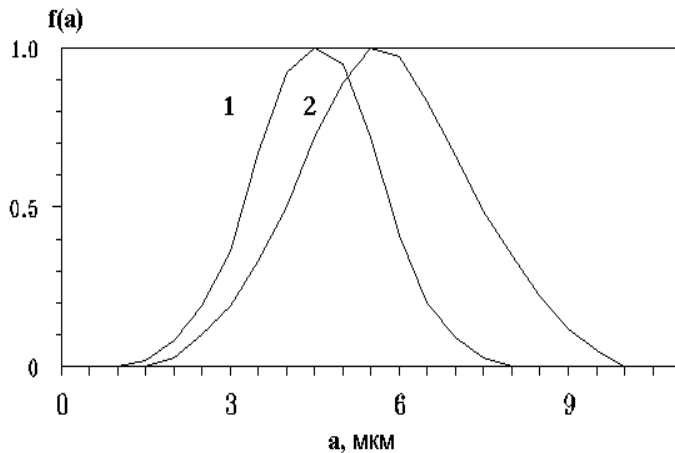


Рисунок 5.1.7. Функції розподілу за розмірами клітин *Chlorella* (крива 1) і *Ankistrodesmus* (2).

Зменшення розміру частинок, досліджуваних за допомогою голографічного методу неперервного експонування, приводить до зростання похибки визначення функцій розподілу частинок за розмірами та середньоквадратичними швидкостями. Це зумовлено необхідністю зменшення часу експонування голограми, а отже, і

введенням більшої похибки, при незмінній точності задання часу експонування. Крім того, голограми з різними часами експозиції записуються незалежно, і можливі не однакові умови їх запису. Це також приводить до похибки у голографічному вимірюванні часової кореляційної функції.

5.2. Кореляційно-оптичний метод визначення розмірів частинок

5.2.1. Дослідження кореляційної функції зображення світлорозсіюючих частинок

В цьому параграфі розглядається моделювання та вимірювання кореляційної функції зображення світлорозсіюючих частинок, дається визначення функції розподілу частинок за розмірами.

Особливістю такого підходу є те, що не розглядаються динамічні характеристики поля. Вигляд кореляційної функції зображення частинок не буде залежати від того рухаються частинки чи ні. Тобто, метод придатний як для стаціонарних, так і для динамічних систем.

Враховуючи можливість формування чіткого зображення за допомогою оптичної проекційної системи, частинки повинні бути більшими за 1 мкм. Більшість біологічних одноклітинних об'єктів відповідає цій вимозі (одноклітинні водорості, еритроцити, тромбоцити, лейкоцити, спори та інше). Проте, велику роль у формуванні

зображення частинок відіграє їх відносний показник заломлення. Від нього залежить, що переважає у формуванні зображення - дифракція, чи заломлення.

Розглянемо частинки сферичної форми. Концентрація їх така, що реалізуються акти однократного розсіювання. Це означає, що відстань між розсіюючими частинками перевищує розмір частинок. Можливі граничні випадки оптично “жорстких” та “м’яких” частинок (дивись пп.4.5). “Жорсткі” частинки розсіюють випромінювання в більшому тілесному куті, ніж “м’які” і оптична система з малим відносним отвором проектує їх зображення у вигляді темних кружків, тобто будемо вважати, що випромінювання не проходить крізь “жорсткі” частинки. В цьому випадку вони вилучають з регулярного пучка, що пройшов крізь частинки, долю інтенсивності, що дорівнює відношенню сумарного поперечного перерізу всіх частинок до відношення перерізу опромінюючого пучка. Поперечна функція когерентності зображення системи частинок $\Gamma_{\perp}(\rho)$ несе інформацію про кореляційну функцію зображення системи частинок $\Psi_r(\rho)$ та пов’язана з нею наступним співвідношенням :

$$\Gamma_{\perp}(\rho) = \Psi(\rho) + C, \quad (5.2.1)$$

де: C - когерентна підставка, що зумовлена пучком, що пройшов без розсіювання;
 ρ - двомірний вектор, по якому здійснюється поперечний зсув.

Нормована функція $\Psi(\rho) = \Psi_r(\rho) / \Psi_r(0)$ є згорткою кореляційної функції однієї частинки та функції розподілу частинок за розмірами. Нормована поперечна кореляційна функція для однієї частинки, радіуса R , визначається площею перекриття накладених зображень частинки в залежності від поперечного зсуву між центрами зображень частинки (рисунок 5.2.1) :

$$\begin{aligned} \Psi_0(\rho, R) &= \frac{2}{\pi R^2} \int_0^R (\sqrt{R^2 - x^2}) dx = \\ &= \frac{2}{\pi R^2} \left[\frac{\pi}{2} R^2 - \frac{\rho}{2} \sqrt{R^2 - \rho^2/4} - R^2 \arcsin \frac{\rho}{2R} \right] \end{aligned} \quad (5.2.2)$$

З урахуванням цього, інтегральне рівняння для $\Psi(\rho)$ запишеться:

$$\Psi(\rho) = \int_0^{R_{\max}} \Psi_0(\rho, R) f(R) dR, \quad (5.2.3)$$

де $f(\rho)$ - функція розподілу частинок за радіусами.

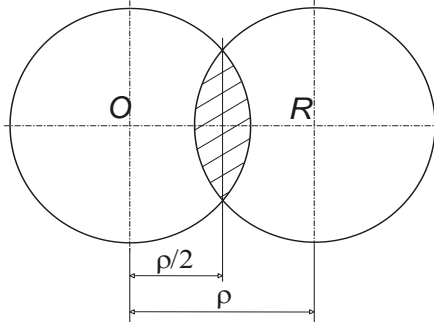


Рисунок 5.2.1. Площа перекриття зображення частки радіуса R для зміщення ρ .

Розв'язок рівняння (5.2.3) методом регуляризації дозволяє отримати функцію розподілу частинок за розмірами.

Запропонований підхід дозволяє також оцінити концентрацію розсіюючих частинок. З припущення пропорційності інтенсивності поля площі перетину пучка, граничне значення поперечної функції когерентності граничного поля випромінювання при поперечному зміщенні $\rho > 2R$, визначається співвідношенням:

$$\Gamma_{\infty} = 1 - \frac{S}{S_0 - S}, \quad (5.2.4)$$

де: S_0 – площа поперечного перерізу падаючого пучка; S - площа сумарного перерізу світлорозсіюючих частинок.

Визначивши з попередніх вимірювань середній розмір частинок \bar{R} , отримаємо, що:

$$S_2 = N\pi\bar{R}^2, \quad (5.2.5)$$

де: N - кількість світлорозсіюючих частинок в досліджуваному об'ємі S_0d , d - геометрична товщина середовища.

Тоді об'ємна концентрація частинок C , з урахуванням (5.2.4) та (5.2.5) буде:

$$C = \frac{N}{S_0d} = \frac{S}{S_0\pi\bar{R}^2d} = \left(\frac{1 - \Gamma_{\infty}}{2 - \Gamma_{\infty}} \right) \frac{1}{\pi\bar{R}^2d}. \quad (5.2.6)$$

Співвідношення (5.2.2)-(5.2.6) отримані для частинок з великим відносним

показником заломлення. У випадку оптично “м’яких” частинок, з невеликим відносним показником заломлення, необхідне врахування фокусуєчих властивостей світлорозсіюючих частинок. Фокусування парціальних сигналів буде проявлятися в площині зображення частинок наявністю яскравих фокальних плям в центрах геометричних тіней частинок. При визначенні розмірів та концентрації “м’яких” частинок необхідно відсікти просторові частоти, зумовлені фокусуєчими властивостями частинок.

З іншого боку, фокусуєчі властивості “м’яких” частинок можна використовувати для оцінки їх відносного показника заломлення. Вигляд функції $\Gamma_{\perp}(\rho)$, отриманої у відсутності просторово-частотної фільтрації об’єктного поля, коли у формуванні зображення граничного поля приймають участь практично всі сигнали, що пройшли крізь середовище, визначається дією двох факторів: дифракцією на частинках та їх фокусуєчими властивостями. Нормування функції $\Gamma_{\perp}(\rho)$ по функції $\Gamma_{\perp}^p(\rho)$, отримане при обмеженій участі зфокусованих сигналів в формуванні зображення, дозволяє знайти кореляційну функцію поля, що відповідає сфокусованим сигналам. Напівширина цієї функції ρ_c характеризує середній період флуктуацій поля за рахунок фокусувань парціальних сигналів. Середній кут відхилення зфокусованих сигналів від напрямку опромінюючого пучка φ_c можна визначити, скориставшись співвідношенням:

$$\sin\left(\frac{\varphi_c}{2}\right) = \frac{\lambda}{\rho_0}. \quad (5.2.7)$$

При виведенні (5.2.7) вважалось, що сумарне поле в площині реєстрації на виході інтерферометра формується в результаті інтерференції опорного плоского пучка та об’єктного, утвореного сукупністю парціальних зфокусованих сигналів. В цьому випадку ρ_c відповідає середньому періоду утвореної інтерференційної картини, а φ_c характеризує середній кут між інтерферуючими хвилями.

З іншого боку:

$$\varphi_c = \frac{l_c}{z_m} = \frac{\sigma_c}{kl_c} = \frac{\Delta n}{2}, \quad (5.2.8)$$

де: l_c - радіус кореляції неоднорідного середовища; z_m - відстань, на якій відбувається фокусування більшості сигналів; σ_c^2 - дисперсія фази досліджуваного середовища; Δn - різниця показників заломлення світлорозсіюючої частинки та оточуючого середовища.

З (5.2.7) та (5.2.8) слідує, що:

$$\Delta n = \arcsin \frac{\lambda}{\rho_c}. \quad (5.2.9)$$

Суттєвим фактором, що обмежує даний метод, є роздільна здатність системи, що формує зображення світлорозсіюючих частинок. Природно, що похибка вимірювання $\Gamma_{\perp}(\rho)$, а відповідно, і розрахунку функції розподілу частинок за розмірами, визначається роздільною здатністю об'єктива, що використовується.

Отже, запропонований метод дослідження дисперсних середовищ можна з успіхом використовувати на практиці. Цьому сприяє його простота, усереднення по великій кількості світлорозсіюючих частинок, та хороша відтворюваність результатів.

Вимірювання поперечної функції когерентності поля проводилися на установці, оптична схема якої показана на рисунку 5.2.2.

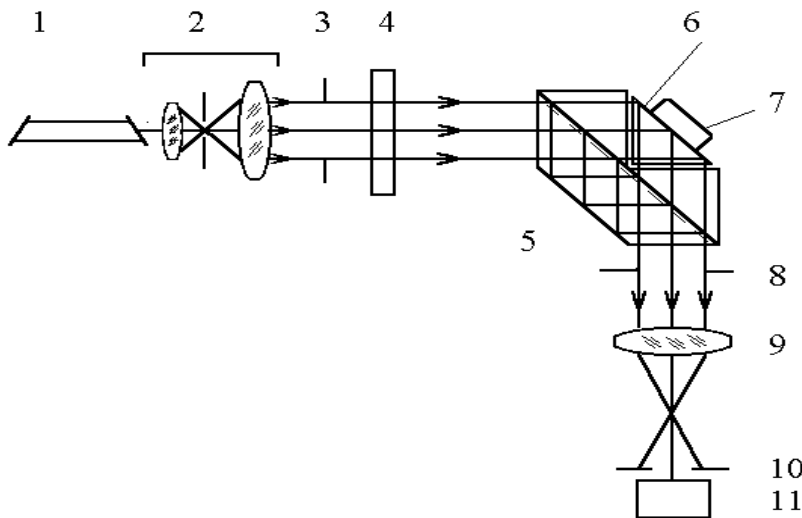


Рисунок 5.2.2. Схема вимірювання поперечної функції когерентності поля:
 1 - He-Ne лазер;
 2 - телескопічна система;
 3, 8 та 10 - діафрагми;
 4 - кювета з досліджуваним середовищем;
 5 - інтерферометр зсуву;
 6 - рухлива призма;
 7 - механізм зсуву призми;
 9 - об'єктив;
 11 - фотоприймач.

Схема базується на інтерферометрі Маха-Цандера 5, виконаному у вигляді моноблоку з рухливою призмою 6, що гарантує поперечний та поздовжній зсув порядку 400 мкм. Переміщення призми здійснюється за допомогою електромеханічного пристрою 7.

Пучок від He-Ne лазера 1 проходить крізь телескопічну систему 2, яка його розширює і формує хвилю з плоским хвильовим фронтом. Плоскою хвилею опромінюється кювета 4 з досліджуванним середовищем. Розсіяне випромінювання попадає у інтерферометр поперечного сканування 5, який амплітудно розділяє його на дві складові, задає поперечне зміщення між ними і строго колінеарно їх змішує. Зображення розсіюючих частинок проектується в площину польової діафрагми 10, за якою знаходиться фотоприймач 11. Апертурна діафрагма 8 використовувалася для просторово-частотної фільтрації поля розсіяного випромінювання. При переміщенні призми 6 сигнал на виході фотоприймача міняється, як це показано на рисунку 5.2.3.

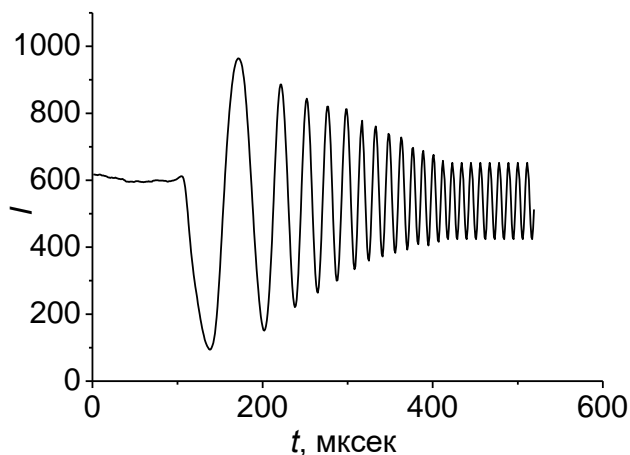


Рисунок 5.2.3. Сигнал на виході фотоприймача в інтерферометрі поперечного зсуву.

Поперечна функція когерентності визначалась, по розрахунку видимості інтерференційної картини (пп.3.3.2) для різних поперечних відносних зсувів пучків, що інтерферують. Типова поперечна функція когерентності показана на рисунку 5.2.4. Далі, за співвідношенням (5.2.1), визначалась кореляційна функція зображення частинок.

На точність вимірювань поперечної функції когерентності поля впливає систематичний шум інтерферометра, викликаний недоліками оптичної системи. Щоб врахувати вклад шуму, окремо мірялась його функція когерентності, а всі результати експериментальних вимірювань нормувалися на цю функцію когерентності.

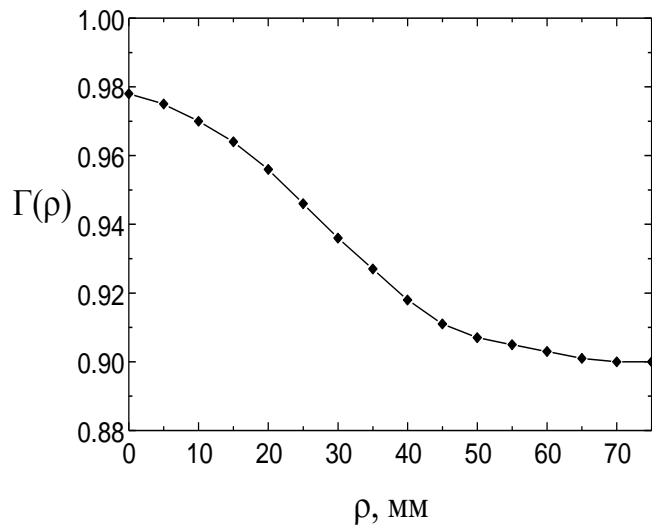


Рисунок 5.2.4. Поперечна функція когерентності отримана з сигналу на рисунку 5.2.2

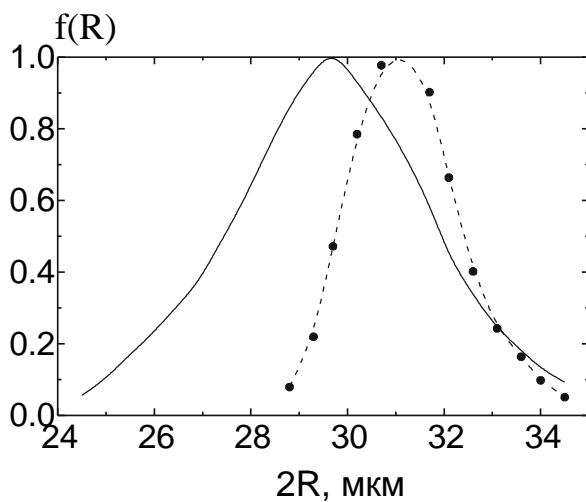


Рисунок 5.2.5. Функція розподілу за розмірами спор лікоподію (суцільна лінія - кореляційно-оптичні вимірювання, штрихова - за допомогою мікроскопу).

Ми визначали функцію розподілу та концентрацію світлорозсіюючих об'єктів різної природи: спор лікоподію, еритроцитів, кварцових та бронзових кульок.

На рисунку 5.2.5 приведена функція розподілу спор лікоподію за розмірами. Суцільною лінією представлені кореляційно-оптичні вимірювання, штриховою - за допомогою мікроскопу.

Невідповідність між максимумами функції розподілу не перевищує 15 %. Концентрація частинок, отримана кореляційно-оптичним методом ($700 \text{ частинок/мм}^3$) і незалежним методом в камері Горєва відрізняються не більше, ніж на 20%.

На рисунку 5.2.6 приведені результати визначення функції розподілу еритроцитів за допомогою вимірювання поперечної функції когерентності та за допомогою мікроскопа (гістограма). Незалежні вимірювання добре узгоджуються.

Таким чином, застосування вимірювання поперечної функції когерентності поля зображення системи частинок для визначення їх розподілу та концентрації виявилось продуктивним. Рух частинок практично не впливає на результати

вимірювань, оскільки, зсув частоти за ефектом Доплера для досліджуваних об'єктів мізерний, в порівнянні з частотою світлових коливань.

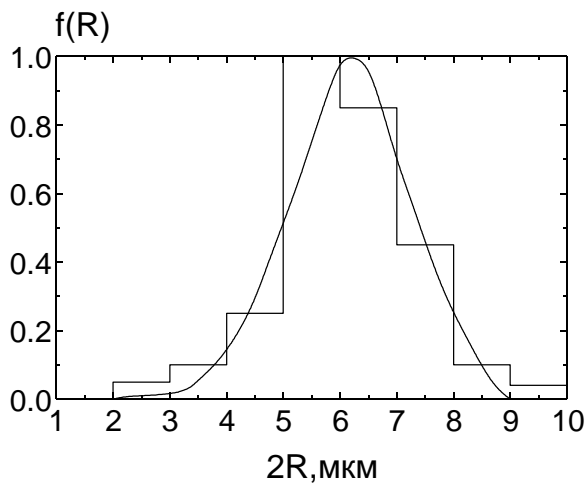


Рисунок 5.2.6. Функції розподілу еритроцитів, отримана з вимірювань поперечної функції когерентності та за допомогою мікроскопа (гістограма).

Форма досліджуваних частинок може відрізнятися від сферичної. Якщо відхилення від сфери не значні (до 30 %), то заміняючи в обчисленнях радіус частинки на еквівалентний, можна користуватися кореляційно-оптичним методом. Отриманий в цьому випадку розподіл, буде по еквівалентних радіусах. Випадки іншої форми частинок будуть розглядатися далі.

Час вимірювання функції розподілу за розмірами в діапазоні 3-500 мкм складає приблизно 10 с.

Виконання операцій математичної обробки даних, в оптичному чи електронному каналі досить перспективне. Одна з таких можливостей буде розглянута в наступному розділі.

5.2.2. Кореляційно-оптична система дослідження дисперсних середовищ у реальному часі

Основні труднощі в практичній реалізації оптико-електронної системи вимірювання дисперсного складу частинок - потреба розв'язку інтегрального рівняння Фредгольма, рівняння (5.2.3).

З (5.2.2) випливає, що для $\rho \geq R$, $\psi_0(\rho, R) = 0$, рівняння (5.2.3) перетворюється у відповідне рівняння Вольтера з рухливою межею інтегрування:

$$\psi(\rho) = \int_{\rho}^{\infty} \psi_0(\rho, R) f(R) dR. \quad (5.2.10)$$

Розв'язок цього рівняння для частинок різних форм даються в таблиці 5.2.1. В таблиці даються функції розподілу для трикутної, прямокутної, з двома орієнтаціями, та сферичної форм частинок, записані через другу та третю похідні від кореляційної функції зображення частинок. Друга і третя похідні від експериментальних даних дають значні помилки. Однак, ці помилки зменшуються із збільшенням числа вимірювань функції когерентності поля та наступним їх усередненням.

Особливістю вимірювання поперечної функції когерентності є її дискретний характер. Адже, її значення визначається з видимості інтерференційної картини за екстремальними значеннями часової залежності сигналу (рисунок 5.2.3).

Це дозволяє перейти до дискретного запису рівняння (5.2.10):

$$\psi_i = \sum_{j=i+1}^n \psi_{ij} f_j, \quad i = 1, n-1, \quad (5.2.11)$$

де індекс дискретизації i замінив ρ , а j - R .

Для подальшого аналізу, зручно перейти до матричної форми запису (5.2.11) $[\psi] = [\psi_0][f]$, чи:

$$\begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \psi_{12} & \dots & \psi_{1n} \\ 0 & 0 & \dots & \psi_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}. \quad (5.2.12)$$

Особливість цієї системи рівнянь - та, що матриця коефіцієнтів ψ_0 є трикутною матрицею. Це спрощує пошук невідомого стовпця вектора. Крім того, ця особливість приводить до існування розв'язку рівняння:

$$[f] = [\psi_0]^{-1}[\psi], \quad (5.2.13)$$

де $[\psi_0]^{-1}$ є трикутною матрицею, оберненою до $[\psi_0]$.

Звичайно, що перехід до дискретної форми рівняння, виправданий при використанні комп'ютерної обробки інформації.

Ми дослідили розв'язок такої задачі для сферичних частинок з гаусівським розподілом радіусу R :

$$f(R) = \frac{1}{\sigma_R \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(R - \bar{R})^2}{2\sigma_R^2}\right], \quad (5.2.14)$$

де: \bar{R} та σ_R - середній радіус та дисперсія розподілу.

Залежності $f(R)$, отримані для $\bar{R} = 10$ мкм і $\sigma_R = 1,5$ мкм, приведені на рисунку 5.2.7 і рисунку 5.2.8, де крива 1 розрахована з рівняння (5.2.12), а інші криві отримані, використовуючи рівняння (5.2.3) [рисунок 5.2.7а та рисунок 5.2.8а], або рівняння (5.2.12) [рисунок 5.2.7б та рисунок 5.2.8б]. Для моделювання експериментальної ситуації у вихідну функцію $\psi(\rho)$, отриману з рівнянь (5.2.10) та (5.2.12), вводили випадкові відхилення в 1 %. Введення помилки 0.5 % дало кращі результати відновлення функції $f(R)$, а відхилення в 2 % значно погіршило результати відновлення.

Таким чином, точність експериментального визначення $\psi(\rho)$ не повинна бути меншою 1 %, в протилежному випадку необхідне усереднення великої кількості результатів вимірювання.

При відхиленні форми частинок від сферичної, задача контролю їх розмірів ускладнюється. Розв'язки інтегрального рівняння для деяких форм несферичних частинок приведені в таблиці 5.2.1. Розв'язки для довільної орієнтації несферичних частинок можуть бути отримані у такий самий спосіб, але є значно складнішими.

Алгоритм побудови оптико-електронної системи для визначення характеристик (функції розподілу за розмірами, концентрації) дисперсних середовищ полягає в наступному: вимірювання сигналу часової зміни результуючої інтерференційної картини під час сканування в поперечному інтерферометрі зсуву, розрахунок дискретної функції когерентності зображення частинок, визначення кореляційної функції зображення частинок, повторення попередніх процедур необхідну кількість разів, розрахунок $f(R)$. Розв'язок матричного рівняння (5.2.12) можна реалізувати в електронному тракті. Це дає перспективи роботи такої системи в реальному часі.

Розв'язки інтегрального рівняння для однаково орієнтованих частинок із трикутною та квадратною формою подібні. Це дає надію на можливість розробки

універсального методу для оцінки функції розподілу частинок за розмірами, незалежно від форми частинок, використовуючи концепцію еквівалентних сфер.

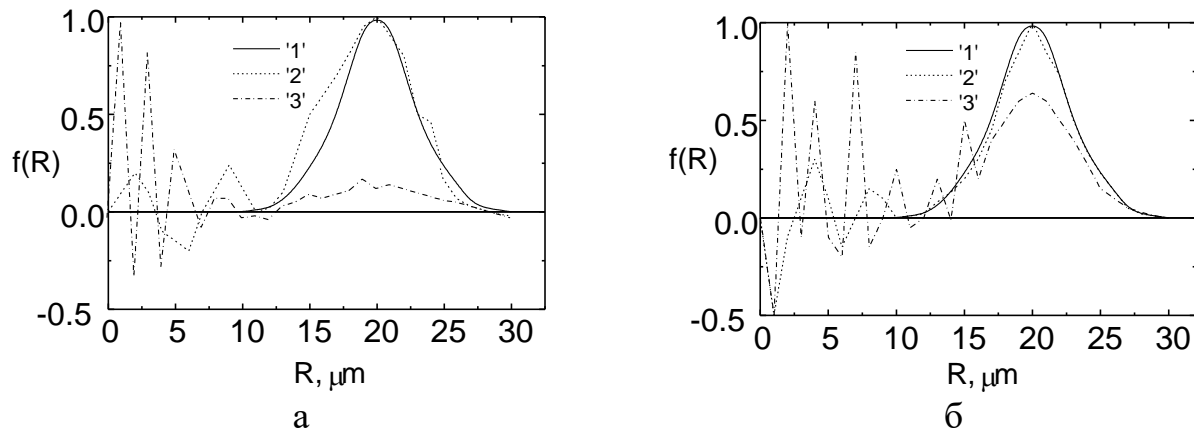


Рисунок 5.2.7. Функції розподілу за розмірами частинок в залежності від кількості точок розрахунку: $N=20$ (крива 2); $N=40$ (крива 3).

Крива 1 розрахована за рівнянням (5.2.10).

(а) рішення інтегрального рівняння, (б) рішення матричного рівняння (5.2.12).

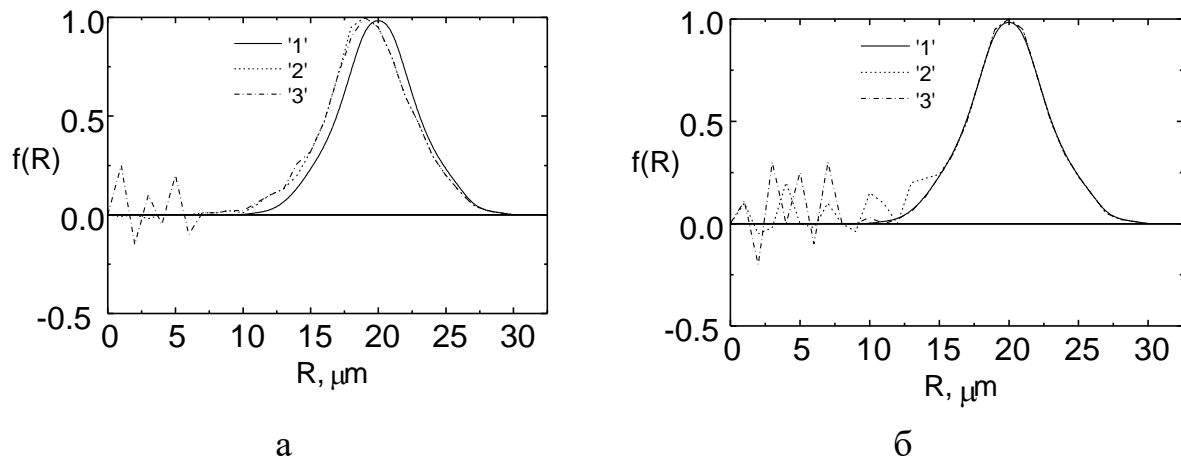


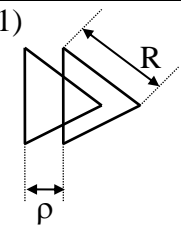
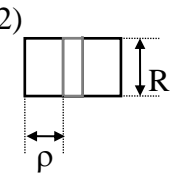
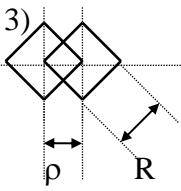
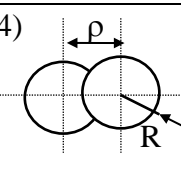
Рисунок 5.2.8. Функції розподілу за розмірами частинок в залежності від кількості експериментальних усереднень: 25 експериментів (крива 2); 50 експериментів (крива 3). (Крива 1 розрахована за рівнянням (5.2.10).

(а) рішення інтегрального рівняння, (б) рішення матричного рівняння (5.2.12)

Експериментальна реалізація розглянутої системи продемонструвала працездатність методу. Проте в реальному часі визначати розподіл за розмірами не вдалося, оскільки точність визначення розміру зумовлюється кількістю усереднених вимірів функції когерентності поля, а це викликає зростання часу вимірювань та розрахунку.

Таблиця 5.2.1.

Розв'язки інтегрального рівняння (5.2.10) для несферичних частинок.

Геометричний вигляд ядра $\psi_0(\rho, R)$	Аналітичний вигляд ядра $\psi_0(\rho, R)$	$f(R)$	Метод розв'язку
1) 	$\frac{\sqrt{3}}{4} R^2 \left(1 - \frac{2\rho}{\sqrt{3} R} \right)^2$	$-\frac{9}{4} \psi'''(\rho) \Big _{\rho=\frac{\sqrt{3}}{2} R}$	Диференціювання рівняння (4.99) три рази
2) 	$R^2 \left(1 - \frac{\rho}{R} \right)$	$\frac{\psi''(R)}{R}$	Диференціювання рівняння (4.99) два рази
3) 	$R^2 \left[1 - \frac{\rho}{R\sqrt{2}} \right]^2$	$-\sqrt{2} \psi'''(\rho) \Big _{\rho=R\sqrt{2}}$	Диференціювання рівняння (4.99) три рази
4) 	$2R^2 \left\{ \arccos\left(\frac{\rho}{2R}\right) - \frac{\rho}{2R} \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{4R^2}} \right\}$	$-\frac{8R}{\pi} \int_{2R}^{\infty} \frac{d_\rho \left(\frac{\psi''}{\rho} \right)}{\sqrt{\rho^2 - 4R^2}}$	Приведення до рівняння Абеля

Дещо простішим для реалізації виявився емпіричний метод визначення середнього значення \bar{R} та дисперсії розподілу σ за розрахунком другої похідної від кореляційної функції зображення світлорозсіюючих частинок. На рисунку 5.2.9 показано кореляційні функції зображення для частинок з середнім значенням $\bar{R} = 10$ мкм та дисперсіями: $\sigma = 0,02$ (крива 1); 0,2 (2); 0,5 (3); 1 (4); 2 мкм (5).

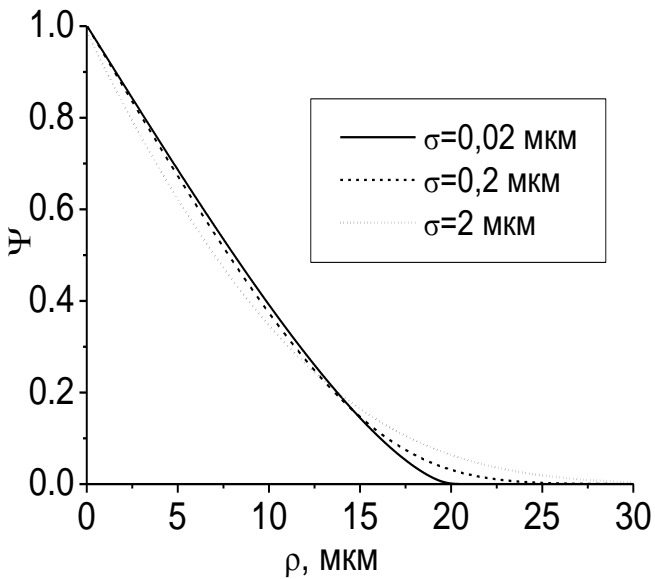


Рисунок 5.2.9. Кореляційні функції зображення для часток з середнім значенням $\bar{R}=10$ мкм та дисперсіями: $\sigma = 0,02 ; 0,2 ; 2$ мкм.

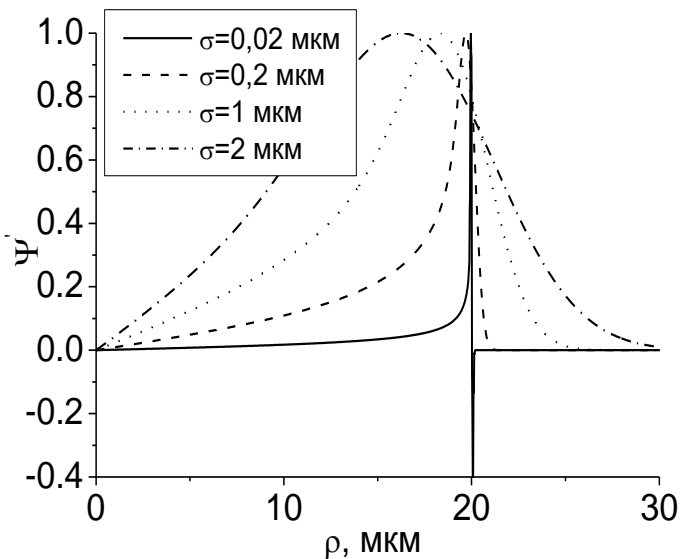


Рисунок 5.2.10. Друга похідна від кореляційних функцій на рисунку 5.2.9.

Друга похідна від цих кореляційних функцій дає залежності, представлені на рисунку 5.2.10. Ці залежності мають спільні закономірності. Перетин функції $\psi''(\rho)$ з прямою $\rho = 2\bar{R}$ для всіх кривих знаходиться на 0,78 максимального значення $\psi''(\rho)$. Відстань від прямої $\rho = 2\bar{R}$ до абсциси значення спадаючої частини $\psi''(\rho)$ на її півширині приблизно дорівнює дисперсії розподілу σ . Таким чином, взявши другу похідну від експериментально вимірених кореляційних функцій зображення частинок, можна визначити середнє значення та дисперсію функції розподілу.

Експериментальна реалізація розглянутого методу потребує усереднення великої кількості вимірювань для того, щоб друга похідна була достатньо плавною функцією.

Кореляційний експонент та фрактальна розмірність практично

не залежать від розкиду частинок за розмірами, якщо виконується умова однократного розсіяння, тобто розмір частинок в кілька разів менший за відстань між ними.

РОЗДІЛ 6. КОНТРОЛЬ ФАЗОВО-НЕОДНОРІДНИХ ОБ'ЄКТІВ

В цьому розділі застосовано статистичний підход при дослідженні фазово-неоднорідних об'єктів. У випадку статистичного підходу, проходження плоскої хвилі через фазово-неоднорідні об'єкти адекватно описується в рамках моделі випадкового фазового екрану (п.2.2).

Розглядаються експериментальні методи дослідження турбулентності, високочутливий поляризаційно-інтерференційний метод дослідження зміни показника заломлення динамічних середовищ, приводяться результати дослідження структурної функції турбулентностей в бензолі, визначаються структурні параметри монокристалічних плівок та досліджується динаміка показника заломлення водних розчинів органічних, неорганічних та біологічних речовин.

6.1. Експериментальні методи дослідження випадкових фазових об'єктів

6.1.1. Турбулентність

Досить поширеним прикладом фазово-неоднорідних об'єктів є середовище з турбулентністю.

Турбулентністю (з латинського *turbulentus* - бурхливий, безладний) прийнято називати макроскопічний неупорядкований рух у рідких та газоподібних середовищах. Термін "турбулентний" застосовується як синонім терміну "хаотичний".

Основи теорії турбулентності були закладені Рейнольдсом у 1883 році. Він вперше акцентував увагу на порушенні стійкості ламінарного руху рідини в трубі при перевищенні критичного значення безрозмірного параметру, який згодом назвали числом Рейнольдса *Re*. Подальші дослідження показали, що турбулентні властивості в тій чи іншій мірі притаманні більшості потоків не тільки в рідинах, але й у газах, і плазмі.

Спочатку турбулентні течії досліджувалися як шумовий фактор у процесі передачі інформації в природному (атмосферному) каналі. Необхідно було враховувати вплив турбулентності на характеристики полів оптичного і радіохвильового діапазону. Пізніше виникла необхідність вивчення фізичної природи

турбулентності, як властивості рухомого середовища.

Турбулентні потоки в оптично прозорій рідині викликають випадкові флуктуації показника заломлення внаслідок флуктуацій швидкості і зв'язаної з нею густини рідини. Фаза світлової хвилі, що пройшла крізь турбулентний шар, міняється випадково як у часі, так і в просторі. Отже, шар рідини з турбулентностями є випадковим фазовим об'єктом, у тому змісті, в якому ми ввели його у Розділі 1.

Традиційно, експериментальні дослідження руху рідини або газу полягають у вимірюванні полів температури та швидкості. Ці виміри можна розділити на три основні типи: локальні, польові та інтегральні.

6.1.2. Локальні методи

При використанні локальних методів, температура та швидкість рідини або газу визначаються за малий проміжок часу Δt в малому об'ємі $\Delta\Omega$. Як правило, фіксується деяка точка простору $\vec{r}_0 \in \Omega$ і реєструється залежність швидкості $\vec{v}(\vec{r}_0, t)$ та температури $T(\vec{r}_0, t)$ від часу. Локальні виміри виконуються за допомогою датчиків, що перетворюють вимірювані величини в електричні чи оптичні сигнали. Для визначення полів $\vec{v}(\vec{r}_0, t)$ та $T(\vec{r}_0, t)$, необхідно, за допомогою локальних датчиків, просканувати досліджуваній об'єм. Якщо поля стаціонарні, то сканування може виконуватися протягом тривалого часу і тому не викликає технічних ускладнень. Сканування нестационарних, у тому числі турбулентних полів у кращому випадку, вдається виконати тільки вздовж деяких ліній.

Локальні виміри температури виконуються за допомогою мініатюрних термопар і термометрів опору. Основними характеристиками локальних датчиків є просторово-часова роздільна здатність та чутливість. Термометри опору можуть забезпечити просторову роздільну здатність порядку 10^{-2} см, часову роздільну здатність 10^{-4} с. Чутливість датчиків температури досягає 10^{-2} °C.

Для визначення локальних значень швидкості використовуються термоанемометри та лазерні доплерівські вимірювачі швидкості. Термоанемометри застосовуються в основному для виміру швидкості руху потоків газів. Порівняно висока теплопровідність рідини є істотною перешкодою для використання

термоанемометрів, тому що тепловіддача давача визначається в основному різницею температур, а не швидкістю руху середовища.

Лазерні доплерівські вимірювачі швидкості (ЛДВШ) дуже перспективні для застосування в експериментальній гідродинаміці. Їх основні переваги - безконтактність, значна просторово-часова роздільна здатність і висока чутливість. Широке поширення ЛДВШ стримується відсутністю універсальних промислових приладів, побудованих на цьому принципі.

Лазерний анемометр вимірює швидкість світлорозсіюючих частинок, що знаходяться в потоці. Важливо, щоб частинки точно слідували за всіма змінами потоку, що накладає певні вимоги на параметри частинок. Поведінка частинки в турбулентному потоці залежить також від частоти пульсацій: чим вона вища, тим більша невідповідність швидкості частинки і швидкості досліджуваного потоку.

Впровадження в гідродинамічний експеримент обчислювальної техніки дало можливість реєструвати тривалі реалізації сигналів. Дані одного давача дозволяють обчислити густину ймовірності значень вимірюваної величини, її статистичних моментів і часовий спектр потужності.

Науковці показали принципову можливість побудови фазового простору системи по одній вимірюваній величині $x(t)$, було зроблено ряд спроб відновлення розмірності атракторів за даними одного давача. При цьому отримано, що розмірності багатьох атракторів, навіть розподілених систем, включаючи замкнуті турбулентні течії, приймають невеликі значення (5-7).

Використовуючи два локальних давачі, можна визначити двоточкову густину ймовірності вимірюваної величини, її статистичні моменти, а також просторовий і просторово-часові спектри потужності. При вимірюванні просторово-часових кореляційних функцій стаціонарного процесу, один з давачів у випадку однорідної турбулентності й обидва у випадку неоднорідної турбулентності послідовно переміщаються в різні точки простору, в яких визначається статистичний момент $\langle f(\vec{r}_1, t) f(\vec{r}_2, t + \tau) \rangle$ як функція τ . Для одержання просторових і просторово-часових спектрів обчислюють Фур'є-образи цих кореляційних функцій.

6.1.3. Польові методи

У польових методах, дослідження фазово-неоднорідних об'єктів виконуються одночасно для всіх точок певного об'єму речовини. Польові вимірювання можуть бути тільки безконтактними, тому що число давачів, необхідних для забезпечення навіть самої мінімальної просторової роздільної здатності досліджуваних полів, виявляється дуже великим. Давачі і з'єднувальні дроти у випадку термоанемометрів і термопар, захаращуючи потік, вносять у нього істотні збурення. Типовим прикладом польових методів є тіньові та інтерференційні методи вимірювання розподілу густини в двомірних потоках рідини чи газу. Миттєвий розподіл густини реєструється в цьому випадку на одному знімку. Розповсюдженим польовим методом є фотографування розсіюючих частинок. Цей метод дозволяє реєструвати поле швидкостей у площині, що висвітлюється "світловим ножем".

6.1.4. Інтегральні оптичні методи

В інтегральних методах вимірюються величини, що є функціоналами від $\vec{v}(\vec{r}_0, t)$ та $T(\vec{r}_0, t)$. До типових прикладів таких величин можна віднести повний тепловий потік через якусь поверхню, результуючу силу, що діє на тіло, яке обтікається потоком, середню температуру об'єму рідини.

При дослідженні фазово-неоднорідних об'єктів більшість вимірів включають процедуру просторово-часового усереднення або апаратними методами, або на стадії числової обробки даних, і власне кажучи, є інтегральними. У зв'язку з цим оптичні інтегральні методи вписуються в сучасні задачі дослідження турбулентності.

Із збільшенням числа вимірюваних у досліді інтегральних величин, турбулентний рух описується ними все детальніше. Якщо ці величини утворюють неперервну множину, яка залежить від того ж числа змінних, що і досліджуване поле, то можна поставити задачу про відновлення поля по його інтегральних характеристиках.

Така постановка задачі виникає в тіньових інтерференційних, голографічних і поляризаційних методах. Проходження плоскої хвилі крізь досліджуване середовище приводить до викривлення хвильового фронту та зміни стану поляризації хвилі. При

дослідженні об'єктів лабораторного масштабу, як правило, справедливе параксіальне наближення, коли траєкторії променів можна вважати прямими лініями, а фаза хвилі пропорційна інтегралу від показника заломлення вздовж шляху променів.

За методом візуалізації фазових неоднорідностей оптичні методи прийнято поділяти на два великих класи - тіньові та інтерференційні. У тіньових методах вимірюються кутові відхилення променів, тобто напрямки нормалей до викривленого хвильового фронту, а в інтерференційних - оптичні різниці ходу променів. Відповідно, найбільш розповсюдженими приладами першого і другого типу є тіньовий прилад Теплера й інтерферометр Маха-Цандера. За допомогою інтерферометра Маха-Цандера можна досліджувати форму хвильового фронту на різних відстанях від неоднорідності. Для цього досить спроектувати довільний переріз досліджуваного поля в площину реєстрації. Якщо проектується площина всередині неоднорідності, то інтерференційна картина вже не буде відповідати хвильовому фронту в цій площині, тому що формування зображення в цьому випадку відбувається в оптично неоднорідному середовищі.

До інтерференційних методів можна віднести і голографічні методи реєстрації і відновлення хвильового фронту. Цей напрямок одержав назву голографічної інтерферометрії.

Голографічні методи дозволили одержати інтерферограми хвильових фронтів, що пройшли через фазову неоднорідність у різні моменти часу (метод двох експозицій). Це дає можливість виключити з інтерферограми стаціонарні перешкоди, обумовлені стінками кювет, деталями оптичної установки і т.д., а також стежити за еволюцією об'єкту, порівнюючи хвильові фронти, що пройшли через неоднорідність за визначений інтервал часу. Прилади і методи голографічної інтерферометрії докладно описані в ряді книг, наприклад у.

Принцип роботи тіньового приладу полягає в тому, що всі промені, які вийшли з неоднорідності під одним кутом, перетинають фокальну площину проектуючого об'єктива в одній точці. Тут їх можна певним чином позначити, виділивши тим самим у зображенні всі точки фокусування, у яких кутові відхилення мають дане значення.

На відміну від інтерферометра тіньовий прилад дозволяє знайти тільки

напрямок нормалей до хвильового фронту. Для визначення його форми потрібно проінтегрувати експериментальні дані. Однак, у багатьох випадках невідомий розподіл показника заломлення в неоднорідності можна зв'язати безпосередньо з кутовими відхиленнями променів, тому дана властивість тіньового приладу не є його недоліком.

6.2. Дослідження динамічних процесів в рідинах поляризаційно-інтерференційним методом

Локальні методи виміру температури і швидкості рідини (за допомогою термопар та доплерівськими методами) дозволяють досліджувати ламінарні і турбулентні потоки в однорідних і квазіоднорідних гідродинамічних системах, просторова структура збурень у яких фіксована (турбулентна конвекція в плоскому шарі, що підігрівається знизу, течія Куетта й ін.). Недоліками методів вимірювання температури є мала чутливість, низька просторово-часова роздільна здатність, наявність в досліджуваному потоці з'єднувальних проводів локальних датчиків, що вносить істотні спотворення. Лазерна доплерівська анемометрія, хоча і вільна від перерахованих недоліків, однак вимагає наявності у потоках світлорозсіюючих часток визначеного розміру і концентрації. Це накладає певні обмеження на швидкість пульсацій рідини, точність вимірів та ін.

Використання в якості діагностичного параметру показника заломлення дозволяє, з одного боку, підійти до дослідження просторово-неоднорідних турбулентних систем, з іншого боку - за рахунок високої точності вимірювань вивчати більш тонкі динамічні ефекти, пов'язані із збурюванням кореляційних зв'язків молекул середовища.

В цьому параграфі приводяться результати поляризаційно-інтерференційних досліджень розвитку турбулентності в рідині (шляхом вимірювання показника заломлення) на основі аналізу спектрів потужності.

6.2.1. Поляризаційно-інтерференційний спосіб вимірювання показника заломлення світлорозсіюючого рідкого середовища

Відомо, що характер взаємозв'язків молекул у рідкому середовищі (наприклад,

воді) істотно впливає на їх поляризованість, а отже, і на показник заломлення речовини. Зміни фізичного стану речовини приводять до зміни поляризованості молекул середовища і зміни його показника заломлення, що можна використати для діагностики кореляційних зв'язків між молекулами.

З метою діагностики стану середовища пропонується поляризаційно-інтерференційний спосіб виміру показника заломлення. Ідея способу полягає в тому, що поле оптичного випромінювання розділяється на дві складові, в яких формуються взаємно ортогональні циркулярні поляризації. Досліджуване середовище розміщується на шляху однієї із складових. В об'єктному пучку, після досліджуваного середовища виділяють нерозсіяне й однократно розсіяне випромінювання. Далі вирівнюють інтенсивності виділеної частини випромінювання й опорного пучка і здійснюють їх співвісне оптичне змішування. Реєструється поворот площини лінійної поляризації результуючого поля, по якому визначають показник заломлення досліджуваного середовища. Різниця азимутів поляризації $\alpha - \alpha_0$, що виникла в результаті внесення розсіюючих часток у середовище, функціонально зв'язана з наведеною різницею ходу променів у плечах інтерферометра співвідношенням:

$$\alpha - \alpha_0 = \frac{\Delta l}{\lambda} 360^\circ, \quad (6.2.1)$$

де $\Delta l = \Delta n l_0$, l_0 - товщина кювети.

Таким чином, формула для визначення показника заломлення записується у вигляді:

$$n = n_0 + \Delta n = \frac{(\alpha - \alpha_0)\lambda}{360^\circ l_0}, \quad (6.2.2)$$

де n - показник заломлення сполучного середовища.

Поляризація результуючого випромінювання дуже чутлива до варіацій різниці ходу хвиль у плечах інтерферометра. Навіть при змінах різниці ходу значно менших λ , поляризація істотно змінюється. У методі використовуються взаємно ортогональні циркулярні поляризації складових поля, що дає лінійну поляризацію результуючого випромінювання з певним азимутом поляризації. При виникненні додаткової різниці ходу між ортогональними компонентами на величину λ , азимут лінійної поляризації

результуючого поля змінюється на 360° . Оскільки азимут поляризації можна вимірювати з точністю до кутових секунд, то, відповідно, точність виміру різниці ходу Δl складає величину $10^{-5} \lambda$, а точність виміру показника заломлення буде відповідно $10^{-5} \lambda / \Delta l$. Це принципово можлива точність виміру. Проте, якщо навіть, дефекти оптичних елементів інтерферометра та похибки вимірювання зменшують точність на два порядки, цього, все одно, достатньо для проведення високоточних вимірювань зміни показника заломлення в динамічних середовищах.

При оптичному змішуванні двох пучків з ортогональними циркулярними поляризаціями, поляризація результуючого пучка буде лінійною тільки у випадку рівності інтенсивностей пучків. Якщо ж інтенсивності пучків не рівні, то в результаті одержуємо еліптичну поляризацію. Азимут лінійної поляризації випромінювання визначається з більшою точністю, ніж азимут еліптичної поляризації. Це пов'язано з тим, що у випадку еліптичної поляризації визначення максимуму сигналу, по якому судять про азимут поляризації, ускладнено наявністю фоновому сигналу.

Відповідно до закону Малюса інтенсивність лінійно - поляризованого випромінювання, що пройшло аналізатор, визначається із співвідношення:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha_1, \quad (6.2.3)$$

де α_1 - кут між площиною поляризації пучка та площиною пропускання аналізатора. У випадку еліптично поляризованого випромінювання:

$$I = I_{01} \cos^2 \alpha_1 + I_{02} \cos^2 (90^\circ - \alpha_1) = I_{01} \cos^2 \alpha_1 + I_{02} \sin^2 \alpha_1, \quad (6.2.4)$$

де: I_{01} - відповідає великій піввісі еліпса поляризації;

I_{02} - малій піввісі еліпса.

Похибка вимірювання системи визначається величиною $dI / d\alpha_1$, що у випадку лінійно поляризованого випромінювання складає:

$$dI / d\alpha_1 = 2I_0 \cos \alpha_1 \sin \alpha_1, \quad (6.2.5)$$

а у випадку еліптично поляризованого випромінювання вона буде:

$$dI / d\alpha_1 = 2I_{01} \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 + 2I_{02} \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 = 2(I_{01} + I_{02}) \cos \alpha_1 \sin \alpha_1. (6.6)$$

Інтенсивність I_{01} , що відповідає великій осі еліпса поляризації, у нашому випадку дорівнює I_0 - інтенсивності лінійно поляризованого випромінювання, а інтенсивність I_{02} , що відповідає малій осі еліпса поляризації, дорівнює різниці інтенсивностей між пучками, що змішуються.

Таким чином, вирівнювання інтенсивностей пучків, що змішуються, усуває еліптичність результуючого пучка, а отже, підвищує точність вимірювань.

Розглянута поляризаційно-інтерференційна система вимірювання варіацій показника далі буде застосована для вивчення турбулентності в рідинах та процесу встановлення квазікристалічної структури водного середовища.

6.2.2. Поляризаційний інтерферометр для виміру малих змін показника заломлення рідини

На рисунку 6.2.1 приведена блок-схема пристрою для вимірювання показника заломлення світлорозсіюючого середовища, що реалізує описаний у попередньому пункті спосіб. Пристрій складається з випромінювача 1, світлоподільного блоку 2, блоку 3 нейтральних послаблювачів оптичного випромінювання, блоку 4 компенсації різниці ходу розділених пучків, поляризаційних блоків 5, кювети 6 з досліджуваною рідиною, оптичного фільтруючого блоку 7, змішувача пучків випромінювання 8, аналізатора 9, чотириплощадкового фотоприймача 10, блоку обробки електричних сигналів 11, вузла двокоординатного переміщення 12, змішувача пучків 8, вузла 13 обертання аналізатора 9 і блоку реєстрації 14.

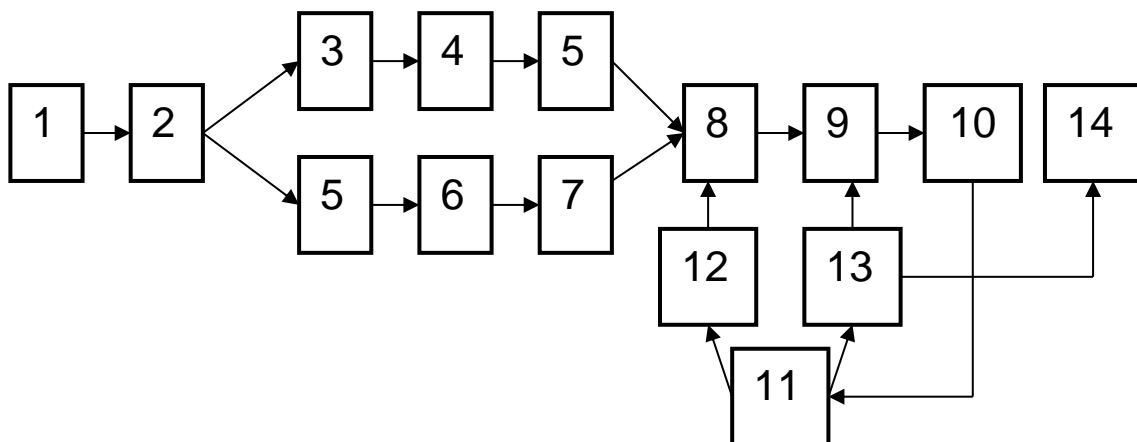


Рисунок 6.2.1. Блок-схема пристрою для вимірювання показника заломлення світлорозсіюючого середовища.

Блок обробки електричних сигналів (рисунок 6.2.2) має чотири ідентичних входи, які навантажені виходами, відповідно кожної з чотирьох площадок фотоприймача. Він включає послідовно з'єднані чотирьоканальний підсилювач 15, суматор 16, інвертор 17, суматор 18. Виходи суматора 17 з'єднані через компаратори 19 і фазочутливі випрямлячі 20 з вузлом 12 двокоординатного переміщення змішувача 8. Вихід суматора 18, на якому сумуються усі вхідні сигнали, також з'єднаний через компаратор 19 і фазочутливий випрямляч 20 з вузлом 13 обертання аналізатора 9. Опорні входи фазочутливих випрямлячів 20 з'єднані з виходом модулятора Фарадея, який разом з вузлом двокоординатного переміщення 12 і вузлом 13 обертання з'єднані з трансформатором 22.

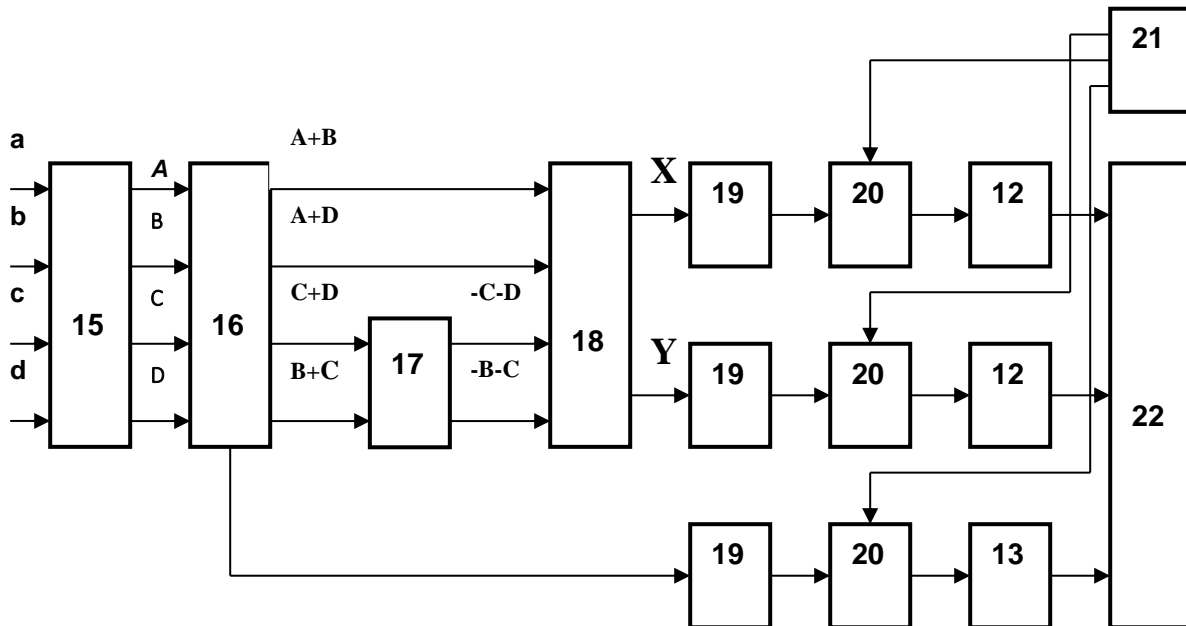


Рисунок 6.2.2. Блок обробки електричних сигналів.

Випромінювачем служить одномодовий лазер ЛГН-207А (рисунок 6.2.3). Для компенсації різниці ходу розділених пучків застосовуються фазові клини. Поляризаційні блоки складаються з поляроїдних плівок та фазових пластинок $\lambda/4$, формуючих циркулярну поляризацію випромінювання. Оптичний фільтруючий блок,

що здійснює фільтрацію просторових частот, містить конфокально розташовані мікрооб'єктив і довгофокусний об'єктив з мікронною діафрагмою у фокальній площині.

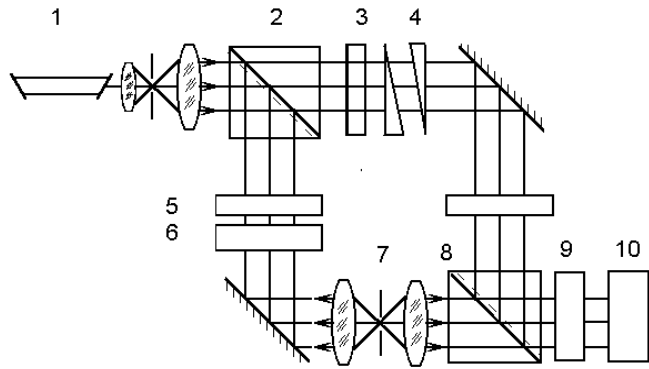


Рисунок 6.2.3. Оптична схема установки:

- 1- лазер; 2,8- світлоподільники;
- 3- нейтральний фільтр;
- 4- клини;
- 5- поляризаційний блок;
- 6- кювета з досліджуваною рідиною;
- 7- фільтр просторових частот;
- 9- блок аналізатор;
- 10- фотоприймальний блок.

Випромінювання лазера, пройшовши коліматор, що формує плоску хвилю, попадає на світлоподільний кубик 2, що разом із дзеркалами і змішувачем пучків випромінювання 8, утворює інтерферометр. Блок з нейтральних послаблювачів служить для вирівнювання інтенсивностей у плечах інтерферометра. Для компенсації різниці ходу розділених пучків застосовуються оптичні клини. Поляроїдні плівки та фазові пластинки $\lambda/4$ поляризаційного блоку 5 формують дві ортогональні

циркулярно поляризовані хвилі в плечах інтерферометра. За кюветою 6 з досліджуваним світлорозсіюючим середовищем розташований оптичний фільтруючий блок 7, що складається з двох ідентичних конфокально розташованих об'єктивів з фокусними відстанями 30 мм та мікронною (30 мкм) діафрагмою у фокальній площині. Така система дозволяє виділити розсіяне випромінювання з нульовою просторовою частотою. На виході інтерферометра, у результаті інтерференції двох ортогональних циркулярно поляризованих пучків, маємо лінійно поляризоване випромінювання з азимутом, що визначається різницею ходу інтерферуючих пучків.

Блок-аналізатор поляризації, разом з фотоелектричним блоком реєстрації, служить для виміру азимута лінійної поляризації результуючого випромінювання на виході інтерферометра. На модулятор Фарадея подається змінна синусоїдальна напруга певної частоти ω , яка коливає площину поляризації результуючого

випромінювання. Поворотом аналізатора необхідно добитися подвоєння частоти сигналу 2ω , що реєструється фотоелектричним блоком. Знімаючи відлік кута повороту аналізатора, знаходять азимут лінійної поляризації. Різниця азимутів поляризації $\Delta\alpha$, що виникла в результаті внесення у середовище світлорозсіюючих часток, однозначно зв'язана зі зміною показника заломлення Δn за допомогою співвідношення (6.2.2).

Послідовність кроків вимірювання показника заломлення наступна. За допомогою нейтрального ослаблювача 3, компенсатора 4, перекриваючи по черзі пучки в плечах інтерферометра, домагаються рівності інтенсивності й оптичних шляхів інтерферуючих пучків. Потім, приблизно налаштувавши інтерферометр на "нульову" смугу у межах половини смуги (що контролюється візуально), вмикають автоматичну систему точного підстроювання на "нульову" смугу і утримання мінімуму інтенсивності.

Чотири сигнали a , b , c та d попадають на блок операційних підсилювачів 13 і підсилюються до значень A , C , B та D (рисунок 6.2.2). За допомогою суматора 16 та інвертора 17 формуються сигнали $(A+B)$, $-(C+D)$, $(A+D)$, $-(B+C)$ та $\Sigma = (A+B+C+D)$. На виході суматора 18 формуються керуючі сигнали $X = (A+D) - (B+C)$ та $Y = (A+B) - (C+D)$, що характеризують відповідно горизонтальну і вертикальну нерівномірності освітленості фотоприймача. Разом із загальним сигналом $\Sigma = (A+B+C+D)$, що характеризує сумарну освітленість фотоприймача, сигнали X та Y надходять на входи трьох каналів, кожний з яких складається з компаратора 19, фазочутливого випрямляча 20, опорним сигналом якого є сигнал керування модулятором Фарадея 21, електромагнітних вузлів 12 двокоординатного переміщення змішувача 8 пучків випромінювання і вузла 13 обертання аналізатора, трансформатора 8, керуючих вузлів двокоординатного переміщення світлоподільника (X, Y) , і механізмом обертання аналізатора (Σ) .

В залежності від знаку сигналів X і Y подається позитивна чи негативна напруга на електромеханічний привід, що рухає змішувач пучків 8 у взаємно перпендикулярних напрямках, забезпечуючи, таким чином, підстроювання на

"нульову" інтерференційну смугу. Повна рівномірність освітленості площинок фотоприймача буде при $x=y=0$. Сумарний сигнал керує мотором, що обертає через зубчасту передачу аналізатор до досягнення мінімального значення Σ . У такий спосіб забезпечується утримання мінімуму Σ у процесі вимірювань.

За допомогою аналогово-цифрового перетворювача інформація вводиться в комп'ютер і значення Δl записується з заданою частотою опитування.

6.3. Кореляційно-оптичні дослідження турбулентності в рідині

Структурні характеристики турбулентності можна досліджувати і за допомогою кореляційно-оптичного методу, тобто по вимірюванню просторово-частотних розподілів поля оптичного випромінювання, що пройшло крізь турбулентний шар.

Для деяких випадків, структурні характеристики турбулентності в середовищі можуть бути отримані в модельному експерименті, де можна змінювати довжину шляху оптичного випромінювання в турбулентному середовищі, динамічний діапазон та характерні масштаби турбулентності. В цьому випадку похибки вимірювання зведені до мінімальних.

Будову турбулентного середовища задає структурна функція $D_\varepsilon(\rho)$ діелектричної сталої ε .

Як було відзначено у Розділі 1, важлива перевага $D_\varepsilon(\rho)$ над кореляційною функцією полягає в тому, що на її значення не впливають великі флуктуації ε . $D_\varepsilon(\rho)$ дозволяє проводити дослідження структурних характеристик турбулентності відносно Колмогорівського мікромасштабу l_0 . Взагалі, структурна функція для локально однорідних турбулентних середовищ може бути апроксимована рівнянням (1.3.12).

Для випадку проходження плоскої хвилі крізь турбулентне середовище, можна одержати наступні співвідношення для поперечних функції когерентності, $\Gamma_\perp(\rho)$, і фазової дисперсії, σ_\perp^2 , поля, використовуючи наближення геометричної оптики :

$$\Gamma_\perp(\rho) = \begin{cases} \exp(-0.37C_\varepsilon^2 k^2 L \rho^{5/3}), & \rho \gg l_0; \\ \exp(-0.41C_\varepsilon^2 k^2 L l_0^{-1/3} \rho^2), & \rho \ll l_0, \end{cases} \quad (6.3.1)$$

$$\sigma_{\perp}^2 = \frac{1}{10} k^2 L c_{\varepsilon}^2 L_0^{5/3}, \quad (6.3.2)$$

де: L_0 - зовнішній масштаб турбулентності, L - товщина турбулентного шару, і k - хвильове число.

Рівняння (6.3.1) і (6.3.2) мають місце для гауссівського розподілу фазових флуктуацій граничного поля. У випадку турбулентного середовища гауссівське наближення, як правило, виконується, так як хвиля проходить чкрізь велику кількість неоднорідностей. Тоді можна використати рівняння:

$$\Gamma_{\perp}(\rho) = \exp\left[-\frac{1}{2} D_{\perp}(\rho)\right], \quad (6.3.3)$$

і перейти до розгляду структурної функції,

$$D_{\perp}(\rho) = \begin{cases} 0.73 C_{\varepsilon}^2 L k^2 \rho^{5/3}, & \rho \gg l_0; \\ 0.82 C_{\varepsilon}^2 L k^2 l_0^{-1/3} \rho^2, & \rho \ll l_0, \end{cases} \quad (6.3.4)$$

яку набагато простіше аналізувати. З рівнянь (6.3.4) випливає, що для $\rho \approx l_0$, значення обох асимптотичних виразів приблизно рівні. Отже, перетин цих кривих (6.3.4) дає значення l_0 . Значення σ_{\perp}^2 може бути легко знайдене з співвідношення:

$$\sigma_{\perp}^2 = \frac{1}{2} D_{\perp}(0). \quad (6.3.5)$$

Тоді, знаючи $D_{\perp}(0)$, можна одержати L_0 із рівняння (6.3.2). Таким чином, вимірюючи поперечну функцію когерентності і використовуючи рівняння (6.3.1) і (6.3.2, можна побудувати структурну функцію $D_{\varepsilon}(\rho)$.

Дослідження турбулентності у рідинах проводилися в схемі на базі інтерферометра Маха-Цандера, приведений на рисунку 6.3.1. Як джерело випромінювання використовувався He-Ne лазер. Телескопічна система 2 формувала хвилю з плоским фронтом, яка проходила крізь турбулентне середовище 4. За допомогою об'єктиву 6 зображення турбулентного шару проектується в площину польової діафрагми 8 та фотоприймача 9. Апертурні умови реєстрації відповідали

граничним умовам випадкового фазового екрану (розділ 1).

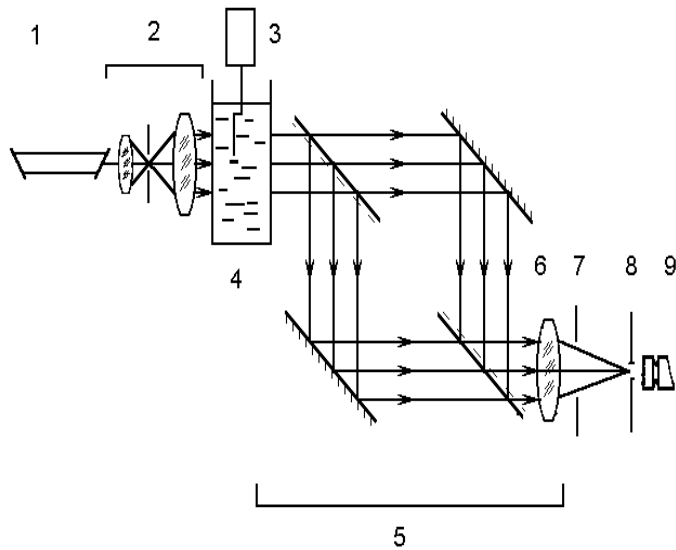


Рисунок 6.3.1.. Схема для дослідження турбулентностей в рідинах:

1- He-Ne лазер; 2 - телескопічна система;
3 - мішалка; 4 - кювета; 5 -інтерферометр;
6 - об'єктивна лінза; 7,8 – апертурна та польова діафрагми; 9 – фотоприймач.

Поперечна функція когерентності поля $\Gamma_{\perp}(\rho)$

визначалася із вимірювань видності інтерференційної картини, згідно процедури описаної в (розділі 2).

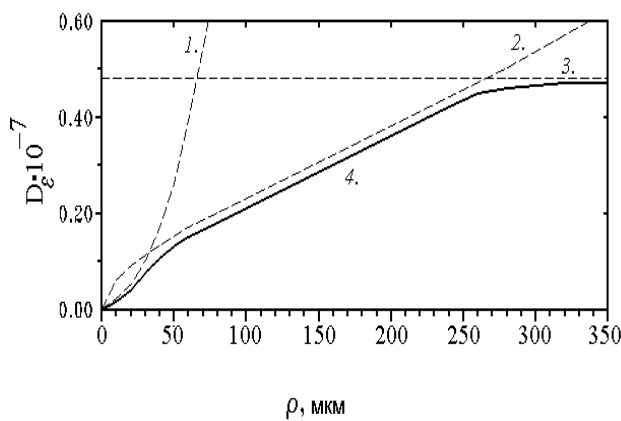
Перехід від $\Gamma_{\perp}(\rho)$ до $D_{\perp}(\rho)$ було зроблено відповідно до співвідношення (6.3.3).

Апроксимація $D_{\perp}(\rho)$ кривою 4 (див. рисунок 6.3.2), дала можливість

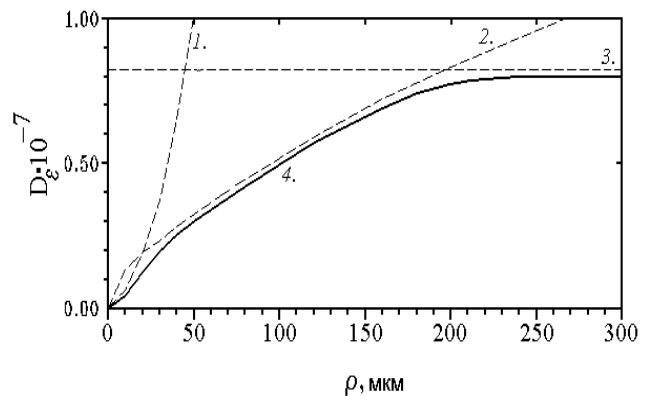
визначити параметри турбулентності, $l_0, C_{\varepsilon}^2, i, L_0$.

Турбулентність створювалася у скляній кюветі з бензолом, за

допомогою механічної мішалки. Швидкість обертання лопасті мішалки регулювалася. Структурні функції діелектричної сталості для швидкостей обертання 1500 та 3000 обертів за хвилину, приведені на рисунку 6.3.2 (a) і (b).



а



б

Рисунок 6.3.2. Структурна функція діелектричної постійної турбулентності в бензолі (крива 4): (a) $\omega_1 = 1500$ обертів у хвилину; (b) $\omega_2 = 3000$ обертів у хвилину; криві: 1,

$$C_\varepsilon^2 l_0^{-4/3} \rho^2; 2, C_\varepsilon^2 \rho^{2/3}; 3, C_\varepsilon^2 L_0^{2/3}.$$

Таблиця 6.3.1 дає структурні параметри турбулентності для бензолу, такі, як число Рейнольдса Re , значення колмогорівських масштабів турбулентності, $C_\varepsilon^2, L_0^e, l_0^e$, гідромеханічні параметри для розвинутої турбулентності :

$$Re = \frac{\nu L^0}{\mu}, \quad l_0^t \sim L^0 Re^{-3/4}, \quad (6.11)$$

де: ν - масштаб швидкості, L_0 - зовнішній масштаб потоку, і μ - кінематична в'язкість.

Таблиця 6.3.1.

Експериментально поміряні структурні параметри турбулентності.

	1	2
Швидкість обертання лопасті (об./хв.)	1500	3000
Структурний параметр $C_\varepsilon^2 \cdot 10^{-9}$	1.1	2.5
Поміряний макромасштаб L_0^e (мкм)	282	185
Поміряний мікромасштаб l_0^e (мкм)	36	20.6
Число Рейнольдса, Re	440	880
Розрахований мікромасштаб l_0^t (мкм)	22	16

З таблиці 6.3.1 видно, що значення l_0^t та l_0^e відрізняються приблизно на 30% для ω_2 і на 60% для ω_1 . Значна невідповідність між розрахованим та поміряним значеннями Колмогорівського мікромасштабу для ω_1 може бути внаслідок того, що в кюветі ще не встановився режим розвинутої турбулентності.

Таким чином, отримані результати свідчать про ефективність та перспективи використання кореляційно-оптичного підходу для дослідження структури турбулентних рідин.

6.4. Застосування поляризаційно-інтерференційного методу для дослідження зміни показника заломлення водних розчинів

Використання високоточного поляризаційного інтерферометра дозволило дослідити процес встановлення квазікристалічної структури води. Розчинення у воді неорганічних та органічних речовин приводить до часових та амплітудних змін динаміки показника заломлення в процесі встановлення її квазікристалічної структури.

6.4.1. Дослідження динаміки показника заломлення води

Система для дослідження зміни показника заломлення описана в п.6.2.

Методика експерименту полягала в наступному. Використовувалося механічне збурення водного середовища. Для цього за допомогою механічної мішалки створювалися турбулентні потоки в рідині. Вимірювання проводилося в часовому інтервалі, початок якого відповідав закінченню перемішування. На початковому етапі вимірювань значення n однорідне по всьому об'єму речовини. В процесі затухання турбулентності у середовищі проявляється неоднорідність n . Ініціюючими ділянками у формуванні неоднорідності n є приповерхневий шар рідини та шари, що прилягають до стінок кювети. Поляризаційно - інтерференційні вимірювання показали, що зміна

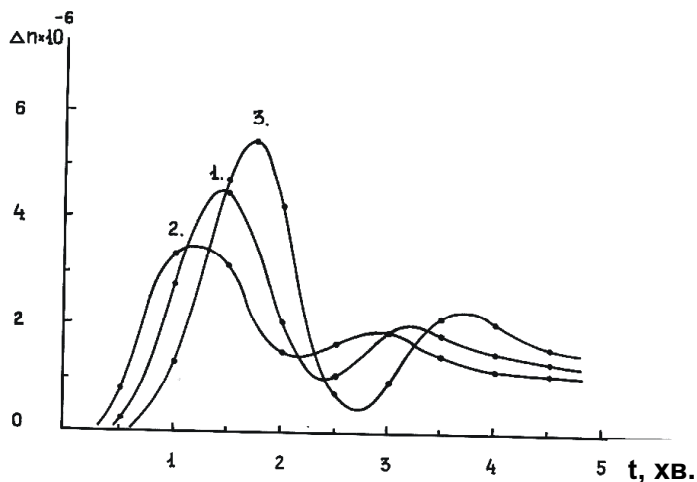


Рисунок 6.4.1. Часові залежності n для дистильованої і водопровідної води.

показника заломлення n верхнього шару рідини, центральної частини та шару, що прилягає до дна кювети, складала, відповідно, $2 \cdot 10^{-5}$, $5 \cdot 10^{-6}$, та $3 \cdot 10^{-6}$. Часові залежності n для дистильованої і водопровідної води подані на рисунку 6.4.1.

Часові залежності та кількісні параметри процесу встановлення квазікристалічної структури води змінюються із зміною об'єму водного

середовища, але не залежать від швидкості перемішування рідини. В незмінних умовах експерименту (температура та об'єм рідини сталі), залежність n від часу відтворювалась багаторазово.

Характер взаємозв'язків молекул в досліджуваному середовищі впливає на їх поляризованість, отже, і на показник заломлення речовини. Зміну поляризованості молекул середовища при зміні фізичного стану речовин, можна використовувати для діагностики кореляційних зв'язків молекул середовища ближнього порядку. Разом з тим відомо, що рідини характеризуються і далеким порядком міжмолекулярної взаємодії. З рентгенівських знімків води випливає, що її структура ідентична квазікристалічній структурі льоду, але виражена слабше.

В даному випадку використовується кореляційний підхід до описання об'єкту. Відомо, що зміна фазової швидкості в середовищі обумовлена інтерференцією первинної (опромінюючої) хвилі з вторинними, перевипромінюваними окремими елементами середовища (атомами, молекулами, іонами), хвилями. В результаті інтерференції проходить зміна фази результуючого поля на виході із середовища, порівняно з фазою опромінюючої хвилі, тобто реалізується фазова затримка хвилі, яка і визначається показником заломлення середовища.

В середовищах з щільною упаковкою частинок ситуація ускладнюється. Оскільки відстань між частинками можна порівняти з їх розмірами, то суттєвий вплив на розміри зон кореляції поляризованості молекул мають два фактори:

- 1) вторинні поля, що перевипромінюються сусідніми частинками можна порівняти по інтенсивності з полем опромінюючого пучка;
- 2) щільне розташування частинок, що зумовлює сильну взаємодію, приводить до зміни внутрішніх гармонік осциляцій опромінюючої системи.

Тобто, у середовищах зі щільною упаковкою частинок роль вторинних джерел відіграють складні комплекси частинок, що випромінюють узгоджено.

У випадку рідких середовищ :

$$n^2 = 1 + 4\pi N\alpha\theta = 1 + 4\pi N\alpha', \quad (6.4.1)$$

де: α - поляризованість частинок; N - об'ємна концентрація частинок; $\alpha' = \alpha\theta$ -

кореляційний параметр поляризованості молекул середовища, що визначається станом речовини.

Зміна стану речовини призводить до збурення міжмолекулярних (мікрокореляційних) зв'язків системи і проявляється в зміні його показника заломлення. Менш вивченою є залежність показника заломлення рідини від зовнішніх збурень, що приводять до зміни макрокореляційних зв'язків системи.

Результати експерименту можна пояснити наступним чином.

Механічне збурення приводить до утворення турбулентних потоків у рідині, які змінюють кореляційні зв'язки, що склалися у середовищі, порушують квазікристалічну структуру води. Оскільки час від початку перемішування достатньо тривалий, а зв'язки далекого порядку в рідині слабкі, то в об'ємі рідини встановлюється режим розвинутої турбулентності. Цей режим турбулентності характеризується тим, що весь об'єм середовища розбивається на зони кореляції швидкості молекул, характерний розмір яких макроскопічний, тобто значно перевищує розміри зон кореляції поляризованості молекул (мікрокореляційних зон).

В межах зон кореляції швидкість однорідна, а зони хаотично переміщуються в середовищі. В цій ситуації далекий порядок у воді зруйнований.

В процесі затухання турбулентності в середовищі відбувається відновлення зв'язків дальнього порядку. Процес відновлення квазікристалічної структури води починається в області біля поверхні рідини і пояснюється дією сил поверхневого натягу, кулонівських, Ван-дер-Ваальса та тяжіння. Дією кулонівських сил можна пояснити різницю часових залежностей n для дистильованої і водопровідної води (рисунок 6.4.1).

За допомогою даного експерименту встановлено, що турбулентні збурення макрокореляційних зв'язків молекул у воді приводять до зміни її показника заломлення.

6.4.2. Динаміка показника заломлення в суміші “вода – лецитин”

Існування біологічних мембран базується на властивості ліпідів утворювати тонкі плівки у воді. Ці плівки є подвійними шарами молекул, в яких неполярні частини ліпідних молекул утворюють внутрішню, гідрофобну область шару, в той час як

полярні частини утворюють дві гідрофільні сторони шару, які контактують з водою.

Відомо, що властивості зв'язаної води значно відрізняються від властивостей об'ємної води. Так діелектрична стала зв'язаної води в 14-16 раз менша, ніж об'ємної води. Тому з вимірювань показника заломлення можна отримати інформацію про стан системи.

Вимірювання показника заломлення проводилися в поляризаційному інтерферометрі, розглянутому в п.6.2.

Вагова концентрація лецитину мінялася від 10^{-8} до 0,5. На рисунку 6.4.2 показано динаміку показника заломлення для трьох концентрацій лецитину: 10^{-6} , $5 \cdot 10^{-3}$, 10^{-1} . Було виявлено, що саме ці концентрації зв'язані з трьома різними станами системи вода - лецитин. Критерієм оцінки було вибрано розташування першого максимуму t_M в часовій залежності показника заломлення суміші “вода – лецитин”. Залежність t_M від концентрації подана на рисунку 6.4.3. Крива залежності має перегини на концентраціях 10^{-6} та $5 \cdot 10^{-3}$. Очевидно, що перше значення концентрації відповідає сформованому моношару молекул лецитину на поверхні води і початку формування міцел, друге – критичній концентрації сформованих міцел і початку формування лецитинових мембран (подвійних шарів молекул лецитину).

Таким чином, дослідження динаміки показника заломлення суміші “вода – лецитин” може бути використаний для визначення стану системи, тобто діагностувати присутність шару лецитину на поверхні, наявність міцел та квазікристалічного стану.

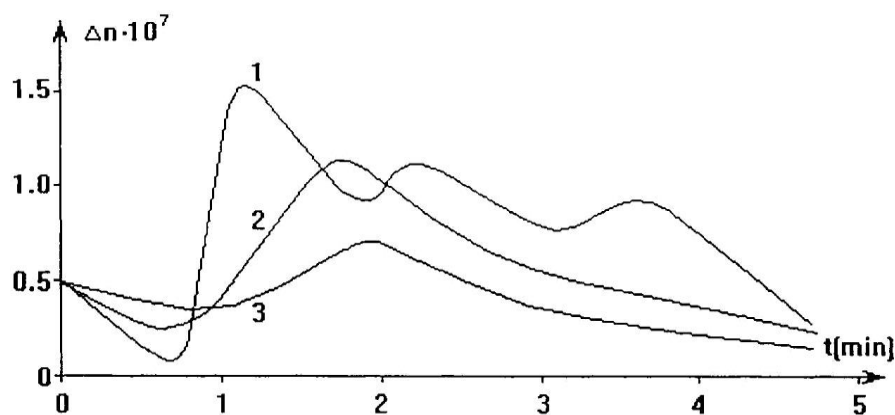


Рисунок 6.4.2. Зміна показника заломлення розчину лецитину для концентрацій:

(1)- 10^{-6} , (2) – 10^{-3} , (3) – 10^{-1}

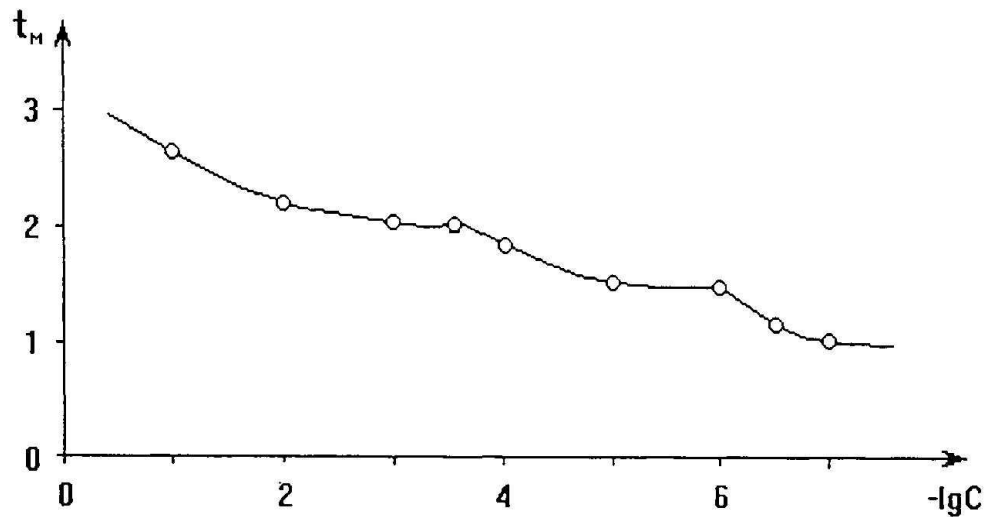


Рисунок 6.4.3. Положення першого максимуму часової залежності показника заломлення від концентрації лецитину.

6.5. Використання кореляційно-оптичних методів у задачі контролю якості монокристалічних полімерних плівок

Розглянемо приклад використання статистичного та стохастичного підходів у задачі контролю якості полімерних монокристалічних плівок.

Значні досягнення в сфері технології полімерів забезпечують виготовлення монокристалічних плівок великого формату. З таких плівок можуть бути виготовлені поляризаційно-інтерференційні фільтри (ПФ) або фільтри Ліо, які широко використовуються в комп'ютерних системах і для кольорового друку. Такі плівки застосовуються також як основи комп'ютерних носіїв інформації та інше. Тому контроль якості монокристалічних плівок на сьогодні є актуальною прикладною проблемою.

Ми розглянемо комплекс кореляційно-оптичних методів контролю монокристалічних плівок на прикладі плівок поліетилентерефталату (ПЕТФ) та спектри пропускання кількох поляризаційно-інтерференційних фільтрів виготовлених із цих плівок.

Недосконалістю плівок з оптичної точки зору є шорсткість поверхонь, внутрішні фазові неоднорідності та дисперсні включення. При розрахунку та виготовленні поляризаційно-інтерференційних фільтрів вихідним параметром є показник заломлення плівки та двопроменезаломлення. Проте, під час виготовлення ПЕТФ плівок можливі деякі порушення технологічного процесу. Це може привести до розкиду значень показника заломлення. Тому важливим є контроль показника заломлення та двопроменезаломлення плівок.

Нами запропоновано оптичні методи для контролю наступних параметрів плівок ПЕТФ:

- показника заломлення плівок;
- шорсткості поверхонь;
- неоднорідності оптичної товщини плівок;
- дисперсії фази внутрішніх неоднорідностей плівок;
- сумарного поперечного перетину розсіяння дисперсними включеннями;
- кореляційного експоненту та фрактальної розмірності фазових неоднорідностей плівок.

Перш ніж перейти до розгляду методів контролю параметрів ПЕТФ, зупинимося на принципах розрахунку ППФ.

6.5.1. Розрахунок поляризаційно-інтерференційних фільтрів

ППФ, на відміну від інтерференційних, допускають точний їх розрахунок. Ширина смуги пропускання ППФ може змінюватися від сотень ангстрем до десятих долей ангстрема. Фільтр може працювати на одній довжині хвилі або на кількох довжинах хвиль. Навіть при дуже малій ширині спектру пропускання ППФ ($\sim 0,5 \text{ \AA}$) кутовий розмір поля зору такого фільтру складає ще біля 1° . Великою перевагою ППФ є їх високе пропускання 10 - 50%.

ППФ - це набір поляризаторів і кристалічних пластинок, вирізаних паралельно до їх оптичної осі (рисунок 6.5.1). Всі поляризатори P_1 , P_2 і т.д. орієнтовані паралельно один одному і під кутом 45° до оптичних осей пластинок. На рисунку 6.5.1 зображено фільтр, який складається з трьох каскадів. Реально їх може бути більше. Товщина

кристалічних пластинок K_1, K_2 і т.д. зростає у два рази на кожному каскаді.

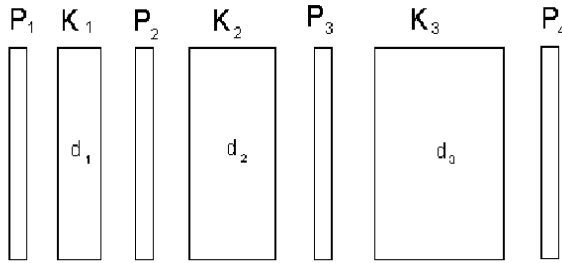


Рисунок 6.5.1. Оптична схема поляризаційно-інтерференційного фільтра.

Формула пропускання першого каскаду ПІФ, згідно , буде:

$$I_1 = A^2 \cos^2 \frac{\delta_1}{2}, \quad (6.5.1)$$

тут A – амплітуда коливання, що пройшло перший поляризатор;

$\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n d_1$ - різниця фаз звичайного і

незвичайного променів, якщо d_1 -

товщина першої пластинки, а $\Delta n = n_1 - n_2$ - сила двопронезаломлення кристалу.

Збільшення числа ступенів ПІФ приводить до звуження максимумів пропускання та зменшення їх числа. Результат дії шести ступенів ПІФ показано на рисунку 6.5.2.

Ширина спектру пропускання фільтра записується у вигляді:

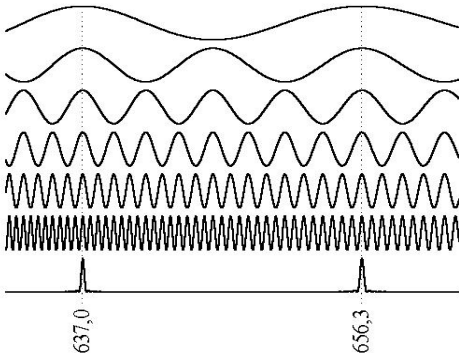


Рисунок 6.5.2. Схема роботи шестикаскадного фільтра.

$$\delta\lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta n d_1 2^{p-1}}. \quad (6.5.2)$$

Тут p - кількість ступенів ПІФ.

Відстань між сусідніми максимумами, що пропускаються фільтром визначається:

$$\Delta\lambda \approx \frac{\lambda^2}{d_1 \Delta n}. \quad (6.5.3)$$

Величина $\Delta\lambda$ залежить від реальних значень d_1 і Δn та, як правило, складає десятки і

сотні нанометрів.

Поляризаційно-інтерференційні фільтри найчастіше виготовляються з кристалічного кварцу та ісландського шпату. Проте, природні та штучні кристали дуже дорогі, а їх світлова апертура невелика. Саме тому, досить перспективним є

застосування, в якості кристалічних пластинок, полімерних монокристалічних плівок.

6.5.2. Вимірювання показника заломлення плівок

ПЕТФ плівки є монокристалами з мікроскопічною трансляційною ґраткою. Коефіцієнт поглинання плівок малий у всій області видимого випромінювання. Відомо, що кристалічна структура плівок близька до двовісного кристалу. Поверхні досліджуваних плівок ортогональні до бісектриси гострого кута двох оптичних осей монокристалічної структури плівки. Для такої структури, важливими є два значення показника заломлення плівки:

- для оптичного променя, поляризованого в площині, що містить кристалографічні осі кристала і ортогонального до поверхні плівки - n_1 ;
- для оптичного променя, із тим же напрямом поширення, але з поляризацією, ортогональною до площини кристалографічних осей - n_2 .

Третє значення показника заломлення проявляється, якщо кут падіння променя на плівку відмінний від нуля.

Відомо три основні методи, які використовуються для вимірювання показників заломлення кристалічних зразків:

- метод за кутом Брюстера ,
- імерсійний метод ,
- метод мінімального відхилення променя.

Проте особливості ПЕТФ плівок (мала товщина досліджуваних плівок - від 19 до 75 мікрометрів та їх еластичність) ускладнюють застосування вище згаданих методів.

Для порівняльної оцінки ефективності відомих та розроблених нами методів вимірювання показника заломлення плівок ми експериментально реалізували чотири методи:

- модифікований метод за кутом Брюстера,
- метод, який базується на схемі трипучкової інтерференції,
- метод спектрального пропускання,
- метод, що базується на вимірюванні інтерференційних екстремумів інтенсивності

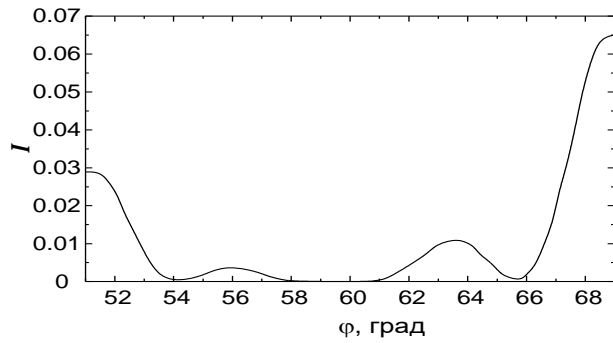


Рисунок 6.5.4. Кутівий розподіл інтенсивності пучка, відбитого від плівки ПЕТФ в області кута Брюстера.

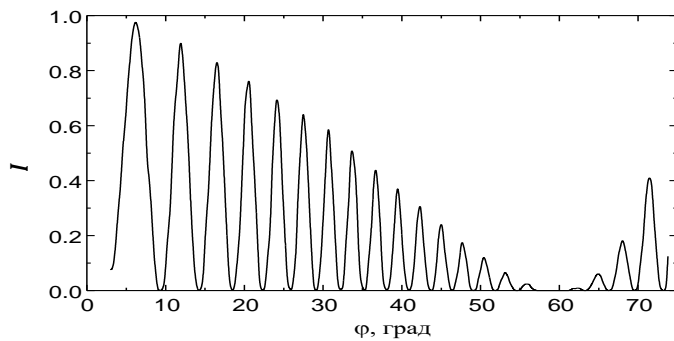


Рисунок 6.5.5. Кутівий розподіл інтенсивності пучка, відбитого від плівки ПЕТФ.

відбитих від передньої та задньої поверхонь плівки і невідомо який з них найбільш точно відповідає КБ (рисунок 6.5.5).

Детальні експериментальні вимірювання показали, що КБ відповідає один з найглибших мінімумів, а його положення можна уточнити побудувавши обвідну через максимальні значення залежності інтенсивності відбитого випромінювання від кута падіння (рисунок 6.5.5).

Під час експерименту також виявилось, що внаслідок розсіяння на поверхнях плівки та її внутрішніх неоднорідностях й еластичності плівки, може відбуватись “підняття” мінімальних значень інтенсивності. Це зумовлює помилку у визначенні

у відбитому та пропущеному пучках.

Метод за кутом Брюстера

При падінні на плівку пучка, поляризованого в площині, яка визначається падаючим та відбитим променями, під кутом Брюстера спостерігається мінімальне значення інтенсивності відбитого пучка. Відомо, що показник заломлення плівки n зв'язаний з кутом Брюстера (КБ) φ_B

наступним співвідношенням :

$$\operatorname{tg} \varphi_B = n .$$

Але при детальному дослідженні виявилось, що в околі КБ можуть спостерігатись декілька глибоких мінімумів, спричинених інтерференцією пучків,

КБ. Результати виміру показників заломлення n_1^B та n_2^B по КБ для двох плівок ПЕТ на довжині хвилі випромінювання He-Ne лазера ($\lambda=0.6328$ мкм) подані в таблиці 6.5.1.

Таблиця 6.5.1.

Показник заломлення ПЕТФ плівок, отриманий чотирма методами:
 n_1^B, n_2^B – метод, що базується на куті Брюстера;
 n_1^3, n_2^3 – метод, що базується на трипучковій інтерференції;
 n_1^s, n_2^s та Δn^s – метод спектрального пропускання;
 n_1^i, n_2^i – метод, що базується на вимірюванні інтерференційних екстремумів.

N	n_1^B	n_2^B	n_1^3	n_2^3	n_1^s	n_2^s	Δn^s	n_1^i	n_2^i
1	1.650	1.701	1,525	1,572	1,712	1,787	0.068	1,652	1,723
2	-	-	1,519	1,555	1,698	1,755	0.058	1,643	1,698
3	-	-	1.568	1,624	1,723	1,788	0.063	1,665	1.728
4	1.701	1.752	1.573	1,629	1,733	1,799	0.061	1.687	1.753

Показник заломлення плівок №№ 2 та 3, внаслідок їх малої товщини, а, отже, великої еластичності, не вдалося поміряти за методом Брюстера. Відмінність у показнику заломлення для зразків №№1 та 4 складає 4%, а відмінність у силі двопронезаломлення Δn – 20%. Це, очевидно, пов'язано з деякими технологічними особливостями виготовлення плівок, адже вони всі мають різну товщину.

Метод трипроменевої інтерференції

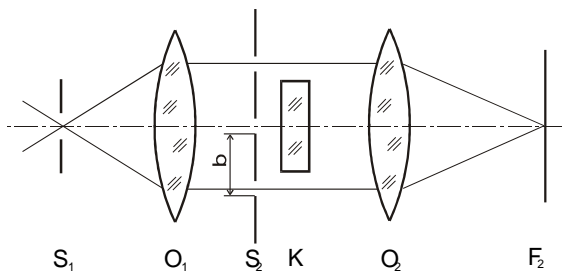


Рисунок 6.5.6. Схема спостереження трипроменевої інтерференції.

Метод реалізується на основі щілинної схеми Юнга (рисунок 6.5.6).

Об'єктив O_1 формує хвилю з плоским хвильовим фронтом, яка освітлює три ідентичні рівновіддалені щілини. Зсув фази між променями, що пройшли крізь крайні щілини по відношенню до середньої, визначається із співвідношення:

$$\pm \alpha = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \phi \quad (6.5.4)$$

де: b - відстань між щілинами; ϕ - кут дифракції променів на щілині.

Введення пластинки K в пучок, який пройшов крізь середню щілину, змінює його фазу на

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta,$$

де: $\Delta = d(n-1)$, d - товщина пластинки, n - показник заломлення плівки.

Розподіл інтенсивності в фокальній площині об'єктива O_2 задається співвідношенням

$$I = A(1 + \cos^2 \alpha + 4 \cos \alpha \cos \beta) \quad (6.5.5)$$

де: A - амплітуда світлових коливань, що виходять з кожної щілини.

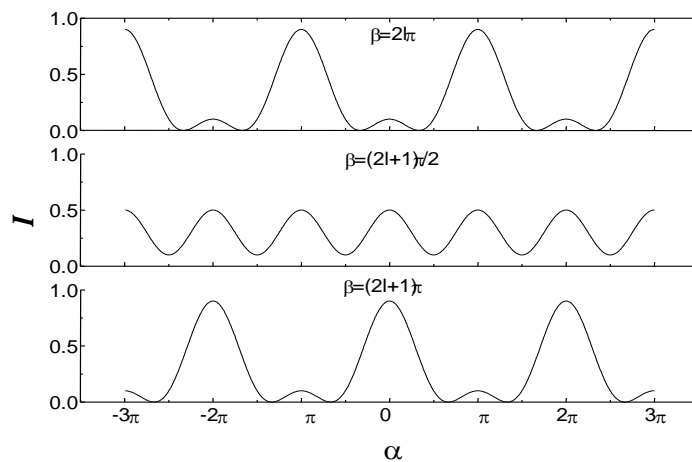


Рисунок 6.5.7. Розподіл інтенсивності в фокальній площині об'єктива в залежності від α .

Розподіл інтенсивності в залежності від різниці фаз α показаний на рисунку 6.5.7 для трьох значень β . При $\beta = (2l+1)\pi/2$ ($l=0,1,2,\dots$) сусідні максимуми мають однакову інтенсивність, а в інших випадках вони відрізняються по інтенсивності.

Нахилом пластинки K на кут φ_1 можна досягти вирівнювання інтенсивностей сусідніх максимумів. Оптична довжина ходу променів в пластинці визначається співвідношенням

$$D_1 = d(\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_1}) - \cos \varphi_1 + 1 \quad (6.5.6)$$

Збільшуємо кут нахилу пластинки до φ_2 , визначаючи при цьому кількість співпадань m інтенсивностей сусідніх максимумів. Оптичний шлях променів для

другого кута нахилу пластинки, при якому також спостерігається рівність інтенсивностей сусідніх максимумів, запишеться як:

$$D_2 = d(\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_2}) - \cos \varphi_2 + 1 \quad (6.5.7)$$

Різниця фаз хвиль, яка зумовлена поворотом пластинки на кут $\varphi_1 - \varphi_2$ визначається співвідношенням:

$$\frac{2\pi}{\lambda}(D_2 - D_1) = m\pi, \quad (6.5.8)$$

з якого можна знайти показник заломлення пластинки при відомій її геометричній товщині.

Результати вимірювання показника заломлення n_1^3 та n_2^3 трипучковим методом подані в таблиці 6.2 і є на 8% нижчими, ніж значення показника заломлення визначені за кутом Брюстера. З чим пов'язана ця систематична відмінність ще не з'ясовано.

Метод спектрального пропускання

Для незалежного контролю показника заломлення плівки, ми використовували також спектральні вимірювання. Положення екстремумів спектра пропускання (для відомої товщини плівки) містять дані про показник заломлення. Причому, довжина когерентності зондуючого випромінювання повинна перевищувати подвоєний оптичний шлях променя у плівці. Крім показника заломлення, метод спектрального пропускання дозволяє незалежно визначити двопронезаломлення плівок $\Delta n^s = n_1^s - n_2^s$.

Для вимірювання спектра пропускання використовувалася оптична схема, яка зображена на рисунку 6.5.8. Об'єктив 2 формує зображення джерела білого світла 1 у площині діафрагми 3, яка знаходиться у фокусі об'єктива 4. Паралельні промені, проходячи крізь поляризатор 5, досліджувану плівку 6 та аналізатор 7, збираються об'єктивом 8 у фокальній площині, яка співпадає із вхідною щілиною монохроматора 9. На виході монохроматора знаходиться фотодетектор 10, сигнал з якого подається в

комп'ютер 11.

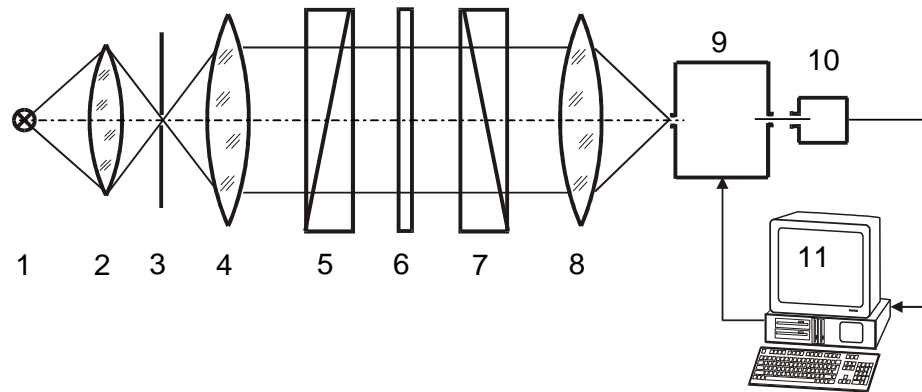


Рисунок 6.5.8. Схема вимірювання спектрального пропускання плівок.

На вхідну щілину монохроматора проектувалося зображення джерела білого світла. Вхідна та вихідна щілини монохроматора були узгоджені між собою. Їх ширина складала 20 мкм. Це забезпечувало поперечну когерентність випромінювання, достатню для виникнення в плівці інтерференції.

Для визначення сили двопронезаломлення Δn^s , площина поляризації випромінювання, що пропускається поляризатором 5 та аналізатором 7, повинна складати кут 45° з однією із оптичних осей плівки 6. Площини пропускання поляризатора 5 та аналізатора 7 співпадають або можуть бути перпендикулярними.

Спектр пропускання для 1-4 пластинок подано на рисунку 6.5.9 (крива 1 відповідає плівці в паралельних поляризаторах, 2 – в схрещених поляризаторах). Спектри пропускання плівки в схрещених поляризаторах має максимуми на довжинах хвиль, для яких плівка повертає площину поляризації на 90° . Положення сусідніх максимумів пропускання можна визначити з наступних співвідношень:

$$d\Delta n = (2m + 1) \frac{\lambda_1}{2}, \quad d\Delta n = [2(m + 1) + 1] \frac{\lambda_2}{2}, \quad (6.5.9)$$

де: d - товщина плівки; λ_1, λ_2 – довжини хвиль які відповідають двом сусіднім максимумам пропускання; $m = 0, 1, 2, \dots$

У формулі (9) береться «+» коли $\lambda_1 > \lambda_2$; «-» – коли $\lambda_1 < \lambda_2$. Розв'язавши систему рівнянь (9) відносно Δn отримуємо наступний вираз:

$$\Delta n = \pm \lambda_1 / d (\lambda_1 / \lambda_2 - 1) \quad (6.5.10)$$

Таким чином можна знайти двопронезаломлення плівок.

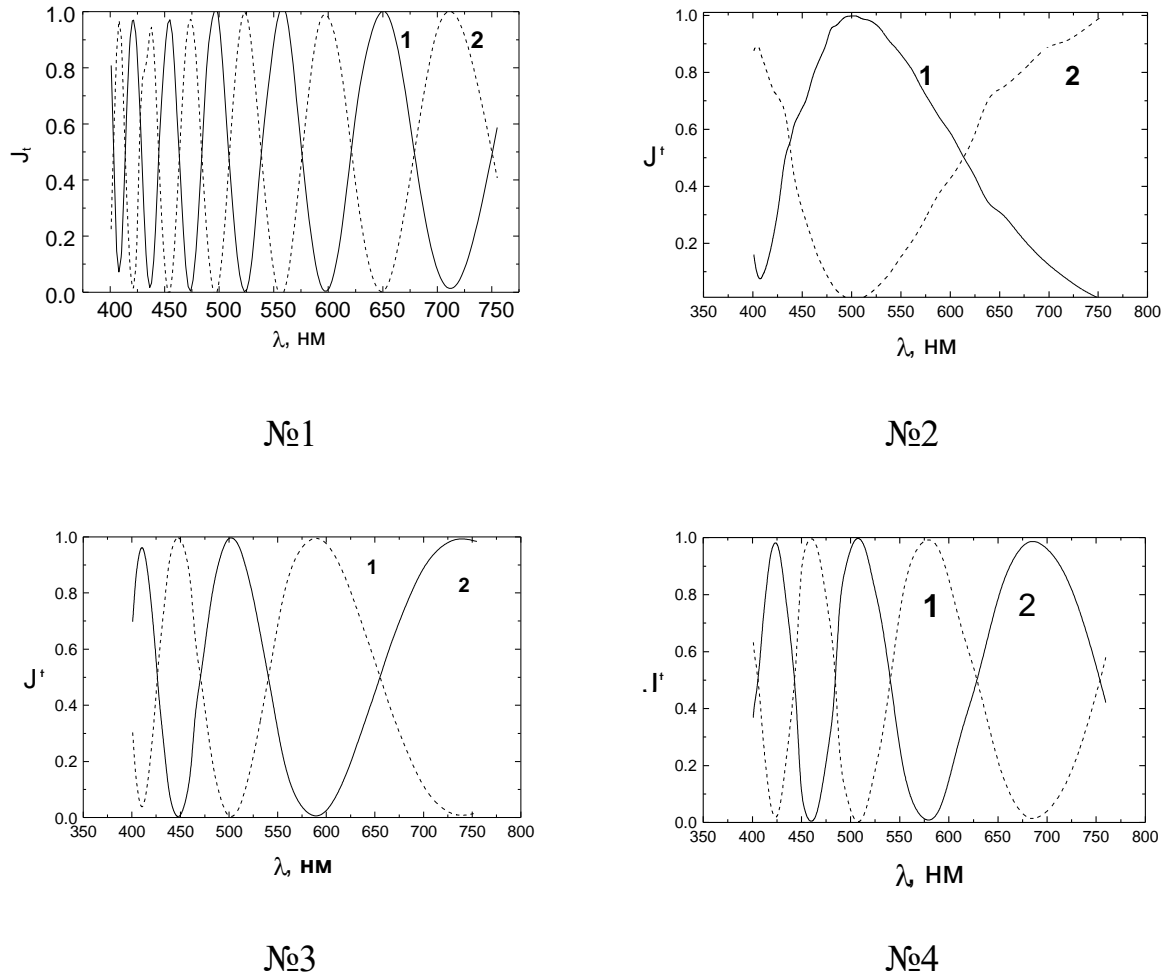


Рисунок 6.5.9. Спектри пропускання 1-4 плівок в паралельних (1) та схрещених (2) поляризаторах.

Для вимірювання абсолютних значень показників заломлення n_1^s та n_2^s , в схемі на рисунку 6.5.8, необхідно вилучити аналізатор 7 та зорієнтувати поляризатор 5 так, щоб його площина пропускання співпадала з однією із оптичних осей пластинки. Крок зміни довжини хвилі повинен бути достатнім для повного запису спектра. Спектри знімалися для двох оптичних осей плівок (рисунок 6.5.10; крива 1 – для n_2^s , 2 – для n_1^s). Для двох сусідніх максимумів спектру пропускання справедливі співвідношення:

$$2dn = m\lambda_1, \quad 2dn = (m \pm 1)\lambda_2, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (6.5.11)$$

Знак вибирається аналогічно попередньому випадку. З (6.26) знаходимо:

$$n = \pm \lambda_2 / 2d(\lambda_2 / \lambda_1 - 1). \quad (6.5.12)$$

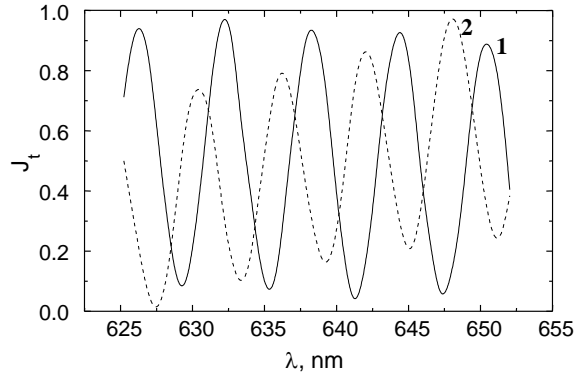


Рисунок 6.5.10. Спектри пропускання з плівки для звичайного (1) та незвичайного (2) променів.

В Таблиці 6.2 подано значення $n_1^s, n_2^s, \Delta n^s$, визначені за допомогою методу спектрального пропускання в області $\lambda \approx 0.63$ мкм. Як видно, значення n_1^s та n_2^s добре корелюють із Δn^s та із значеннями, отриманими за допомогою методу за кутом Брюстера (розходження не перевищує 5 %).

Метод інтерференційних екстремумів

Нами запропоновано також новий метод визначення показника заломлення плівок, який базується на вимірюванні мінімального та максимального значень інтенсивності відбитого й пропущеного плівкою пучків.

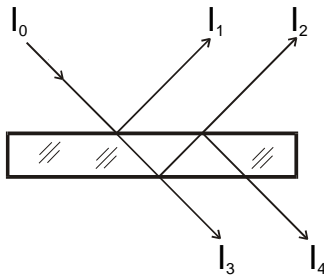


Рисунок 6.5.11. Формування інтерференційної картини у відбитому та пропущеному випромінюванні.

Розглянемо інтерференцію між променями, що відбилися (I_1, I_2) та пройшли (I_3, I_4) крізь плівку (Рисунок 6.5.11).

Відбиваннями більшої кратності ми нехтуємо, оскільки, інтенсивність таких пучків в 10^6 степені раз менша за інтенсивність падаючого пучка. Враховуючи коефіцієнт відбивання плівки ρ , коефіцієнти розсіювання першою та другою поверхнями плівки σ_1 та σ_2 , коефіцієнт

розсіювання по об'єму плівки ν , отримуємо вирази для інтенсивності променів

$$I_1, I_2, I_3, I_4:$$

$$\begin{aligned}
I_1 &= I_0 \rho (1 - \sigma_1); \\
I_2 &= I_0 \rho (1 - \rho)^2 (1 - \sigma_1)^2 (1 - \sigma_2) (1 - \nu)^2; \\
I_3 &= I_0 (1 - \rho)^2 (1 - \sigma_1) (1 - \sigma_2) (1 - \nu); \\
I_4 &= I_0 \rho^2 (1 - \rho)^2 (1 - \sigma_2)^2 (1 - \sigma_1)^2 (1 - \nu)^3.
\end{aligned} \tag{6.5.13}$$

З цих рівнянь ми можемо отримати:

$$\rho = \left[1 + \sqrt{\frac{I_2 I_3}{I_1 I_4}} \right]^{-1}, \sigma_1 = 1 - I_1^1 / I_0 \rho, \sigma_2 = 1 - I_1^2 / I_0 \rho, \tag{6.5.14}$$

де I_1^1 і I_1^2 є інтенсивності пучка I_1 для початкового положення плівки і після її повороту на 180° .

Інтенсивності I_1, I_2, I_3, I_4 можна визначити із співвідношень:

$$\begin{aligned}
I_1 &= 0.5 \left(\sqrt{I_M^r} + \sqrt{I_m^r} \right); I_2 = 0.5 \left(\sqrt{I_M^r} - \sqrt{I_m^r} \right); \\
I_3 &= 0.5 \left(\sqrt{I_M^t} + \sqrt{I_m^t} \right); I_4 = 0.5 \left(\sqrt{I_M^t} - \sqrt{I_m^t} \right),
\end{aligned} \tag{6.5.15}$$

де: I_M^r, I_m^r - інтенсивності максимуму і мінімуму інтерференційної картини, утвореної відбитими пучками променів I_1 та I_2 ; I_M^t, I_m^t - інтенсивності максимуму і мінімуму інтерференційної картини, утвореної відбитими пучками променів I_3 та I_4 (рисунок 6.5.11).

Тоді показник заломлення плівки можна визначити із співвідношення:

$$n^i = (\sqrt{\rho} + 1) / (1 - \sqrt{\rho}). \tag{6.5.16}$$

Співвідношення (6.30) отримано для нормального падіння пучка. Проте, коли кут падіння пучка складає 10 градусів, похибка у визначенні n^i не перевищує 3%. Для більших кутів падіння співвідношення (6.30) потрібно записувати з їх врахуванням.

Результати вимірювання показника заломлення n^i наведені в таблиці 6.2.

Аналіз отриманих експериментальних результатів показав, що показники заломлення, знайдені за кутом Брюстера, спектральному пропусканню та

інтерференційних екстремумах корелюють між собою в межах 4 %. Це свідчить про ефективність запропонованих методів досліджень та достовірність отриманих результатів. Показник заломлення, поміряний в схемі трипучкової інтерференції, відрізняється від вимірів попередніми методами на 12%. Всі вимірювання показника заломлення плівок (крім спектрального) проводилися для довжини хвилі порядку 0,63 мкм.

Вимірювання інтерференційних екстремумів інтенсивностей дозволяє визначити також R_q , використовуючи коефіцієнти σ_1 та σ_2 із співвідношень (6.30):

$$R_q = \frac{\lambda}{4\pi} \sqrt{-\ln(1-\sigma)} \quad (6.5.17)$$

Результати експериментальних вимірів коефіцієнтів σ_1 , σ_2 та середньоквадратичного відхилення профілю від базової лінії R_{q1} та R_{q2} для двох поверхонь плівок наведені в Таблиці 6.5.2. Із таблиці видно, що шорсткість двох поверхонь однієї плівки приблизно однакова. Проте шорсткість різних плівок відрізняється до 4 разів.

Таблиця 6.5.2

Товщини h , поміряні значення σ_1, σ_2 , середньоквадратичне відхилення профілю від базової лінії, R_{q1} та R_{q2} , для двох поверхонь плівок

№	σ_1	σ_2	R_{q1}	R_{q2}	$h(\text{мкм})$
1	0,045	0,050	0,0108	0,0114	74
2	0,161	0,186	0,0211	0,0228	19
3	0,314	0,272	0,0309	0,0284	23
4	0,480	0,522	0,0407	0,0433	37

6.5.3. Оцінка неоднорідностей плівок

Неоднорідність оптичної товщини плівок

Оптична товщина плівки може мінятися за рахунок геометричної її товщини або ж показника заломлення. Традиційно, неоднорідності оптичної товщини тонких пластин оцінюються за результатами інтерференції випромінювання, відбитого від її

поверхонь. Внаслідок еластичності досліджуваних плівок відбиті пучки мають форму каустик. Тому в нашому випадку використання цього методу неефективне.

Проте, існує можливість оцінки неоднорідності оптичної товщини в прямому пучку. Для цього необхідно скомпенсувати, з допомогою компенсатора Бабіне-Солейля, фазову затримку хвилі в плівці так, щоб на виході плівки випромінювання було лінійно поляризованим. Схрестивши лінійний аналізатор з площиною поляризації пучка, ми отримуємо на темному фоні неоднорідності оптичної товщини плівки. Величину цих нерівностей можна оцінити також за допомогою компенсатора. Середнє відхилення оптичної товщини Δh в мкм для досліджених плівок представлені в таблиці 6.5.3.

Таблиця 6.5.3.

Значення сумарної дисперсії фази неоднорідностей плівки σ_0 ; сумарна дисперсія фази двох поверхонь плівок, $\sigma_{1,2}$; дисперсія фази внутрішніх неоднорідностей плівок, отримана із застосуванням імерсійного методу, σ_{im} ; $\sigma_{1,2}$; дисперсія фази внутрішніх неоднорідностей плівок, отримана з допомогою кореляційно оптичного методу σ_{in} , сумарний поперечний перетин розсіяння S/S_0 ; середнє відхилення оптичної товщини, Δh .

№	σ_0	$\sigma_{1,2}$	σ_{im}	σ_{in}	S/S_0	$(\Delta h), \mu m$
1	0,114	0,026	0,078	0,092	0,006	0,005
2	0,255	0,126	-	0,129	0,016	0,004
3	0,414	0,252	-	0,162	0,025	0,006
4	0,748	0,522	0,186	0,226	0,1	0,008

Оцінка сумарної дисперсії фази поліестерових плівок

Поліестерові плівки є фазовонеоднорідними об'єктами, причому фазову неоднорідність вносять як обидві поверхні, так і внутрішні неоднорідності. Статистичним параметром, що характеризує фазову неоднорідність плівки є дисперсія фази плівки. Внаслідок незалежності статистик неоднорідностей обох поверхонь та внутрішніх неоднорідностей, сумарна дисперсія фази дорівнює сумі дисперсій фази неоднорідностей поверхонь та неоднорідностей внутрішньої структури.

Для кількісної оцінки флуктуацій показника заломлення плівок був запропонований метод визначення кореляційної функції фазових неоднорідностей плівки по виміру поперечної функції когерентності поля оптичного випромінювання, яке пройшло крізь неї.

Розгляд будувався на основі моделі випадкового фазового екрану (ВФЕ), який передбачає безмежну протяжність об'єкта, плавність неоднорідностей і дисперсію фази $\sigma^2 < 1$. Основні співвідношення моделі ВФЕ розглянуті в Розділі 1, а принципи та схеми вимірювання поперечної функції когерентності поля – в Розділі 2.

З функції когерентності визначалася дисперсія фази σ^2 та кореляційна функція фази $\Psi_s(\rho)$ об'єкту згідно співвідношення (2.38).

Для отримання кількісної інформації про внутрішню і поверхневу структуру плівки необхідно реалізувати експериментальні ситуації, коли вплив поверхневих і внутрішніх неоднорідностей об'єкту на оптичне випромінювання розділено.

Так для плівки № 1, менше значення показника заломлення якої складає 1,65, вплив неоднорідностей поверхні об'єкта можна усунути використавши імерсійну рідину. Причому, в оптичній схемі дослідження, лазерне випромінювання повинно мати поляризацію, для якої показник заломлення плівки рівний 1,65. В ролі імерсії використали імерсійне масло з показником заломлення 1,65. Вимірювання поперечної функції когерентності випромінювання, яке пройшло крізь плівку з імерсією і без імерсії, дозволили визначити кореляційні функції фази, зумовлені нерівностями поверхні і внутрішніми дефектами. При цьому використовувався той факт, що флуктуації фази, обумовлені неоднорідностями поверхні і внутрішньої структури плівки, статистично незалежні. Крива 1 (рисунок 6.5.12) відповідає кореляційній функції фазових неоднорідностей $\Psi_0(\rho)$, обумовлених одночасно недосконалістю внутрішньої структури плівки і шорсткістю поверхні. Крива 2 відповідає кореляційній функції внутрішніх фазових неоднорідностей $\Psi_{in}(\rho)$ і отримана шляхом вимірювання поперечної функції когерентності поля випромінювання, яке пройшло через плівку, уміщену в імерсійне середовище. Крива 3 отримана шляхом віднімання кривої 2 від 1 і характеризує сумарну фазову структуру двох поверхонь плівки $\Psi_{1,2}(\rho)$:

$$\Psi_{1,2}(\rho) = \Psi_0(\rho) - \Psi_{in}(\rho) \quad (6.5.18)$$

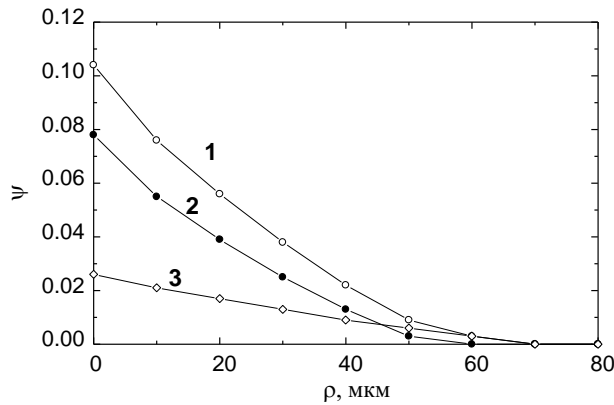


Рисунок 6.5.12. Кореляційна функція фазових неоднорідностей для плівки №4 (крива 1 відповідає сумарним об'ємним та поверхневим нерівностям, а криві 2 та 3- окремо об'ємним та поверхневим).

Проте використання імерсії в деяких випадках ускладнено: при малій товщині плівки та коли показник заломлення плівки більше 1,66 (важко підібрати імерсію). В цьому випадку корисними виявляються параметри шорсткості поверхонь плівок. Їх можна використати для отримання дисперсії фази внутрішніх неоднорідностей. Покажемо це.

Перехід від параметрів шорсткості поверхні до параметрів фази граничного поля і навпаки,

здійснюється за допомогою таких співвідношень:

$$\sigma^2 = [k(n_1 - n_2)R_q]^2, \text{ при пропусканні;}$$

$$\sigma^2 = [2kn_2R_q \cos \varphi]^2, \text{ при відбиванні,} \quad (6.5.19)$$

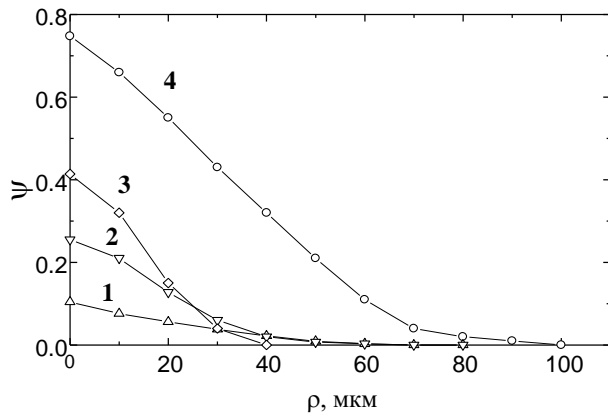
де: φ - кут падіння випромінювання на поверхню;

k - хвильове число;

n_1, n_2 - показники заломлення зразка і навколишнього середовища, відповідно;

R_q - середньоквадратичне відхилення профілю шорсткості поверхні від базової лінії.

Експериментально отримані кореляційні функції $\Psi_0(\rho)$ для плівок №№ 1-4 (без імерсії) подані на рисунку 6.5.13. Значення цих функцій для $\rho = 0$, дорівнюють сумарній дисперсії фази плівок σ_0^2 , і наведені в таблиці 6.4.



Рисунку 6.5.13. Кореляційна функція об'ємних неоднорідностей в плівках: №1- крива 1, №5- 2, №4- 3, та №2- 4.

внутрішніх неоднорідностей σ_{in} , за допомогою імерсійного методу для плівок № 1 та № 4 (для них це ще можна було зробити). Значення дисперсій $\sigma_{1,2}$ та σ_{in} , добре корелюють.

Таким чином σ_0 , $\sigma_{1,2}$, та σ_{in} можна використовувати для кількісної оцінки якості плівок.

Оцінка сумарного поперечного перетину розсіяння дисперсними включеннями в плівках

Технологічно плівки ПЕТФ можуть отримуватися із внутрішніми неоднорідностями у вигляді включень. Розмір цих неоднорідностей та їх концентрація різні для різних плівок. В одних випадках такі дисперсні включення є небажаними, а в інших – створюються спеціально, для отримання широкої індикатриси розсіювання останнім шаром поляризаційно-інтерференційного фільтра.

Якщо неоднорідності тонких плівок розглядати як дисперсні світлорозсіюючі частинки, то можна ввести кількісний параметр, взятий із оптики світлорозсіюючих середовищ, який також опосередковано характеризує якість плівок: сумарний поперечний перетин розсіяння. Цей параметр рівний відношенню сумарної площі

В таблиці 6.4 приведена для порівняння також сумарна дисперсія фази двох поверхонь плівок $\sigma_{1,2}$, отримана із відомих результатів вимірювання σ_h . Дисперсія фази, зумовлена внутрішніми неоднорідностями плівок, σ_{in} , отримується як різниця $\sigma_0 - \sigma_{1,2}$ і представлена в таблиці 6.4. В таблиці подані також результати вимірювання дисперсії фази

проекції всіх світлорозсіюючих частинок S до площі пучка $S_0 (S/S_0)$. Сумарний поперечний перетин розсіяння можна оцінити із вимірювання поперечної функції когерентності поля в площині зображення плівки при фільтрації високочастотної складової просторово-частотного спектру розсіяного випромінювання.

Скористаємося підходом для опису кореляційної функції зображення частинок, розглянутий в п.4.6. Згідно цього підходу сумарний поперечний перетин розсіяння визначається:

$$\frac{S}{S_0} = \frac{1 - \Gamma_\infty}{2 - \Gamma_\infty}. \quad (6.5.20)$$

Результати вимірювання для різних плівок S/S_0 подані в таблиці 6.5.3.

Отримані значення корелюють із значеннями σ_{in}^2 , а тому цей параметр також можна використовувати як діагностичний для оцінки якості плівок.

Виготовлення ППФ

З різних комбінацій чотирьох досліджуваних плівок ми виготовили чотири ППФ. Склад фільтрів та орієнтація поляризаторів в них подано в таблиці 6.5.5.

Таблиця 6.5.5

Будова та параметри поляризаційно-інтерференційних фільтрів

№ фільтру	№ плівки, положення поляризаторів				λ , Å	$\delta\lambda^m$, Å	$\delta\lambda^e$, Å
1	1, ⊥	2,	3, ⊥	4,	5000	260	250
2	–	2,	3, ⊥	–	5130	710	675
3	1,	–	3,	4, ⊥	5900	362	312
4	1, ⊥	2, ⊥	3,	4,	6590	452	420

Спектри пропускання плівок поляризатора приведено на рисунку 6.5.14.

Перемноживши між собою спектри пропускання плівок, що входять до складу фільтру, та спектр пропускання поляризатора, піднесений до степені, що відповідає

кількості поляризаторів в даному фільтрі, отримаємо розрахункові спектри пропускання для кожного фільтру (криві 1 на рисунку 6.5.15). На цьому ж рисунку кривим 2 відповідають експериментально помірні спектри пропускання.

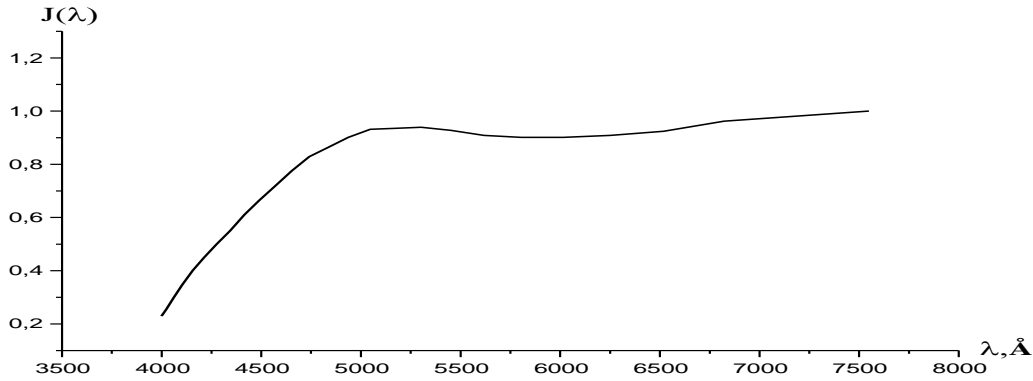
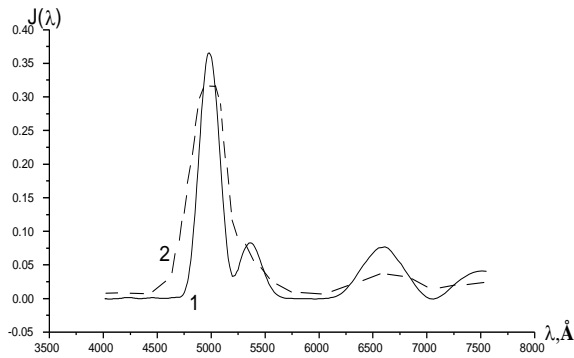
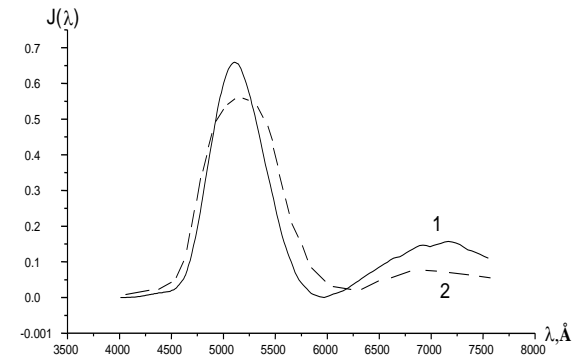


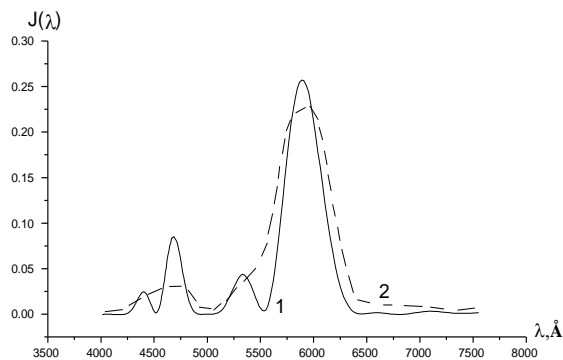
Рисунок 6.5.14. Спектр пропускання поляризатора.



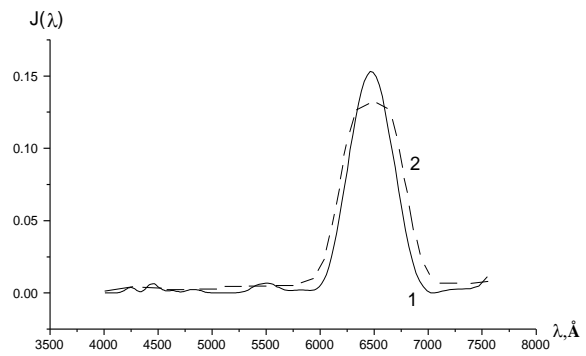
а



б



в



г

Рисунок 6.5.15. Розраховані (криві 1) та експериментально помірні (криві 2) спектри пропускання для чотирьох фільтрів:

а - $\lambda_1=500$ нм, б - $\lambda_2=513$ нм, в - $\lambda_3=590$ нм та г - $\lambda_4=659$ нм

В таблиці 6.6.4 показано також робочу довжину λ , експериментальну $\delta\lambda^e$ (отриману з кривих 2 на рисунку 6.5.15) та теоретичну $\delta\lambda^m$ (отриману із співвідношення (2)) ширину спектру пропускання фільтрів. Спостерігається дещо більше теоретичне значення ширини спектру пропускання фільтрів. Це пов'язано з тим, що $\delta\lambda^e$ оцінювалося за півшириною кривих, а $\delta\lambda^m$ відповідає повній ширині спектру.

Таким чином, розглянуто комплекс методів оптичного контролю наступних параметрів монокристалічних плівок поліетилентерефталату: показника заломлення, шорсткості поверхонь, неоднорідності оптичної товщини, дисперсії фази внутрішніх неоднорідностей та сумарного поперечного перетину розсіяння дисперсними включеннями. Приведені експериментальні та розраховані спектри пропускання чотирьох поляризаційно-інтерференційних фільтрів виготовлених із цих плівок.

Рекомендована література

1. Максим'як П.П., Фесів І.В. Оптична діагностика випадкових об'єктів. Посібник, Чернівці, ЧНУ, 2021.
2. Angelsky, O.V., Maksymyak, P.P., Zenkova, S.Y. et al. Current Trends in Development of Optical Metrology. Opt. Mem. Neural Networks 29, 269–292 (2020). <https://doi.org/10.3103/S1060992X20040025>
3. Oleg Angelsky, Peter Maksymyak, Claudia Zenkova, Olexander Ushenko and Jun Zheng (November 29th 2021). New Trends of Optical Measurements [Online First], IntechOpen, DOI: 10.5772/intechopen.100589. Available from: <https://www.intechopen.com/online-first/791314>.
4. Ангельський О.В., Максим'як П.П. "Комп'ютерне та фізичне моделювання розсіювання світла неоднорідними об'єктами" Чернівці, "ЧНУ", 2017.-332 с
5. Born, Max; Wolf, Emil. Principles of optics : electromagnetic theory of propagation, interference, and diffraction of light (7th (expanded) 60th anniversary ed.). Cambridge University Press., 2019.
6. O.V.Angelsky, P.P.Maksymyak "Optical correlation diagnostics of surface roughness" in Coherent-domain optical methods Biomedical Diagnostics Environmental and Material Science (V.V. Tuchin, ed.), Kluwer Academic Publishers, 2004. – P.67-119.
7. Angelsky O. V., Maksymyak P. P., Hanson S. The Use of Optical-Correlation Techniques for Characterizing Scattering Object and Media. - Bellingham: SPIE Press PM71, 1999. - 194p.

ЗМІСТ

ВСТУП	3
Розділ 1. Статистичний опис випадкових процесів, полів та об'єктів	9
1.1. Випадкові процеси	9
1.1.1. Детермінований та статистичний опис реальних процесів	9
1.1.2. Реалізація випадкового процесу; статистичний ансамбль	10
1.1.3. Статистичне усереднення	11
1.1.4. Розклад в ряд по моментах	14
1.1.5. Нерівність Чебишева	16
1.1.6. Кумулянти	17
1.1.7. Багатомірні розподіли ймовірностей	20
1.1.8. Умовні розподіли ймовірностей; статистична незалежність	20
1.1.9. Розподіл суми незалежних випадкових величин; центральна гранична теорема	22
1.1.10. Стаціонарні і нестаціонарні випадкові процеси	24
1.2. Випадкові поля	27
1.2.1. Однорідні та ізотропні випадкові поля	27
1.2.2. Спектри однорідних і стаціонарних просторово-часових випадкових оптичних полів	31
1.2.3. Двомірне ізотропне випадкове поле; випадкова хвиля	32
1.2.4. Світлові пучки; поперечна і поздовжня кореляція	33
1.2.5. Когерентність, повністю і частково когерентні поля, коефіцієнт когерентності пучка	35
1.3. Класифікація випадкових об'єктів	36
1.3.1. Неперервні випадкові неоднорідні середовища	36
1.3.2. Шорсткі поверхні	41
1.3.3. Дисперсні середовища	44
Розділ 2. Розсіювання оптичного випромінювання випадковими об'єктами	46
2.1. Основні типи статистичних хвильових задач	46
2.2. Проходження плоскої хвилі через нескінчений фазовий екран	50
2.3. Розсіяння світла шорсткими поверхнями	56
2.4. Розсіювання оптичного випромінювання дисперсними середовищами	57
2.4. 1. Традиційний опис світлорозсіювання	58
2.4. 2. Однократне розсіювання системою частинок РГД	60

2.4. 3. Динамічне світлорозсіювання	61
Розділ 3. Методи та пристрої для вимірювання статистичних параметрів оптичних полів	68
3.1. Апаратно-програмний комплекс для вимірювання процесів	68
3.2. Інтерференційні вимірювання статистичних моментів поля оптичного випромінювання	70
3.2.1. Основні співвідношення	70
3.2.2. Вимірювання дисперсії фази та амплітуди поля	72
3.3. Вимірювання когерентності поля	75
3.3.1. Класичні схеми вимірювання когерентності оптичного поля	75
3.3.2. Методика визначення поперечної функції когерентності поля	80
3.3.3. Поляризаційно-інтерференційні вимірювання функції когерентності поля	82
3.3.4. Пристрій для автоматичного настроювання на нуль інтерференційної смуги	87
3.3.5. Універсальна система для експериментальних досліджень статистичних параметрів поля	92
Розділ 4. Контроль шорсткості поверхні	96
4.1. Оптичні методи контролю шорсткості поверхонь	96
4.1.1. Рефлектометричний метод та метод дифузного розсіювання	98
4.1.2. Метод індикатриси	100
4.2. Кореляційно-оптичні методи діагностики шорстких поверхонь	103
4.2.1. Методи оптики спеклів	103
4.2.2. Опис шорсткої поверхні в рамках моделі випадкового фазового екрану	104
4.2.3. Експериментальне врахування граничних умов моделі випадкового фазового екрану	106
4.2.4. Вимірювання статистичних параметрів шорстких поверхонь	108
4.2.5. Фрактальна модель шорсткої поверхні	110
4.3. Діагностика слабошорстких поверхонь	114
4.3.1. Поверхні з малим коефіцієнтом відбивання	115
4.3.2. Оптичні вимірювання шорсткості поверхонь довільної форми	119
4.3.3. Поверхні з кроками шорсткості співрозмірними з λ	123
4.3.4. Вимірювання шорсткості поверхонь плоскопаралельних пластин	125
Розділ 5. Оптична діагностика динамічних дисперсних середовищ	128
5.1. Голографічний метод дослідження броунівських частинок	128

5.2. Кореляційно-оптичний метод визначення розмірів частинок	136
5.2.1. Дослідження кореляційної функції зображення світлорозсіюючих частинок	136
5.2.2. Кореляційно-оптична система дослідження дисперсних середовищ у реальному часі	143
Розділ 6. Контроль фазово-неоднорідних об'єктів	149
6.1. Експериментальні методи дослідження випадкових фазових об'єктів	149
6.1.1. Турбулентність	149
6.1.2. Локальні методи	150
6.1.3. Польові методи	152
6.1.4. Інтегральні оптичні методи	152
6.2. Дослідження розвитку турбулентності в рідині поляризаційно-інтерференційним методом	154
6.2.1. Поляризаційно-інтерференційний спосіб вимірювання показника заломлення світлорозсіюючого рідкого середовища	154
6.2.2. Поляризаційний інтерферометр для виміру малих змін показника переломлення рідини	157
6.3. Кореляційно-оптичні дослідження турбулентності в рідині	161
6.4. Застосування поляризаційно-інтерференційного методу для дослідження зміни показника заломлення водних розчинів	165
6.4.1. Дослідження динаміки показника заломлення води	165
6.4.2. Динаміка показника заломлення в суміші вода-лецитин	167
6.5. Використання кореляційно-оптичних методів в задачі контролю якості монокристалічних полімерних плівок	169
6.5.1. Розрахунок поляризаційно-інтерференційних фільтрів	170
6.5.2. Вимірювання показника заломлення плівок	172
6.5.3. Оцінка неоднорідності плівок	181
Рекомендована література	188