

Міністерство освіти і науки України
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
Факультет математики та інформатики
Кафедра алгебри та інформатики

*Практичне застосування математичних
знань у житті на прикладі Міжнародного
дослідження PISA*

Дипломна робота
Рівень вищої освіти - другий (магістерський)

Виконала: студентка 6 курсу, групи 606
(денної форми навчання)
спеціальності: 014.04 – «Середня освіта
(математика)»

Решетнік Юлія Борисівна

Керівник: доктор фіз.-мат.наук, професорка
Мартинюк О.В.

До захисту допущено:

Протокол засідання кафедри № ____

від «__» грудня 2021 р.

Зав. кафедри _____ доц. Колісник Р.С.

Чернівці-2021

ЗМІСТ

ВСТУП	2
РОЗДІЛ 1. Міжнародна програма з оцінювання освітніх досягнень учнів «PISA» (Programme for International Student Assessment) як вимірювач якості математичної підготовки школярів.	5
1.1. Міжнародна програма оцінювання «PISA», цілі та завдання дослідження.	5
1.2. Поняття математичної грамотності у дослідженнях PISA	9
3. Участь України у PISA	13
РОЗДІЛ 2. Компетентнісно-орієнтовані математичні завдання та аналіз завдань практичного змісту ЗНО з математики	21
2.1. Рівні математичної компетентності та їх основна характеристика, категорії для класифікації тестових завдань.	21
2.2. Приклади компетентнісно-орієнтованих завдань PISA	30
2.3. Аналіз завдань практичного змісту ЗНО з математики 2017-2021 років	49
РОЗДІЛ 3. Порівняльна характеристика підручників математики 5-9 класів.	62
ВИСНОВКИ	78
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	83

ВСТУП

Швидкі темпи розвитку сучасного суспільства разом із собою швидко змінюють погляди на зміст математичної освіти. На цьому фоні спостерігається тенденція зміни від теоретичних знань до отримання практичних навичок та вміння застосовувати їх у різних життєвих ситуаціях.

У міжнародних дослідженнях PISA (Programme for International Student Assessment) перевірка математичної підготовки учнів заснована на понятті «математична грамотність», яке у їхньому контексті визначається як «здатність людини визначати та розуміти роль математики у світі, в якому вона живе, висловлювати добре обгрунтовані математичні судження та використовувати математику так, щоб задовольняти у цьому і майбутньому потреби, властиві творчому, зацікавленому і мислячому громадянину». Метою дослідження є перевірка здатності 15-річних учнів застосовувати отримані знання і навички у ситуаціях близьких до реальних, які пов'язані із різними аспектами повсякденного життя.

За результатами дослідження 2018 року, з-поміж трьох галузей в Україні найбільш проблемною виявилася математика, тому найближчим часом ми можемо спостерігати тенденцію зміни пріоритетів у змісті математичної освіти.

Багато вчених і шкільних вчителів бачать вихід із ситуації в реалізації компетентнісного підходу при навчанні математики учнів середньої школи. Цей підхід не заперечує значення знань, але акцентує увагу на можливості використовувати отримані знання у житті. При такому підході цілі освіти описуються в термінах, що відображають нові можливості учнів, зростання їхнього особистого потенціалу.

Головним видом навчальної діяльності в процесі навчання учнів математики є вирішення завдань. Саме тому, було б доцільно формувати ключові компетентності школярів за допомогою спеціальних компетентнісно-орієнтованих завдань, які аналогічні завданням для перевірки математичної

грамотності у міжнародних дослідженнях PISA. В той самий час кількість таких завдань у підручниках та навчальних посібниках не велика, а упорядкування таких завдань досить трудомісткий процес, тому вчителі математики досить рідко використовують їх на уроках.

Таким чином, виникає протиріччя між потребою вміння розв'язувати компетентнісно-орієнтовані завдання учнями середньої школи та відсутності певної методики їх використання у процесі вивчення математики. Саме тому тема дипломної роботи «Практичне застосування математичних знань у житті на прикладі Міжнародного дослідження PISA» є досить *актуальною*.

Мета даної роботи полягає у виявленні ролі компетентнісного підходу в процесі вивчення математики учнями середньої школи, аналіз компетентнісно-орієнтованих завдань та завдань практичного змісту на основі міжнародного дослідження «PISA».

Реалізація поставленої мети здійснювалася шляхом вирішення наступних завдань:

- визначення міжнародної програми оцінювання «PISA», її цілей та завдань;
- визначення математичної грамотності у дослідженнях PISA;
- аналіз участі України у PISA;
- визначення рівнів математичної компетентності та їх основна характеристика, категорії для класифікації тестових завдань;
- опис прикладів компетентнісно-орієнтованих завдань PISA;
- аналіз завдань практичного змісту ЗНО з математики 2017-2021 років;
- дослідження підручників математики 5-9 класів, на наявність компетентнісно-орієнтованих завдань.

Об'єктом дослідження є процес вивчення математики учнями середньої школи.

Предметом дослідження є компетентнісно-орієнтовані завдання у цьому процесі.

Теоретичною та методологічною основою дослідження є методи аналізу, синтезу, спостереження, та узагальнення. Теоретичною базою дослідження є методична література, праці науковців та результати міжеародних досліджень. Інформаційною – наукові праці вітчизняних і зарубіжних вчених, матеріали періодичних видань, спеціалізованих порталів та сайтів, експертні оцінки та висновки, професійні видання в області математичного навчання.

Робота складається із вступу, трьох розділів (шести підрозділів), висновків, списку використаних джерел, 13 таблиць, 29 рисунків.

РОЗДІЛ 1.

Міжнародна програма з оцінювання освітніх досягнень учнів «PISA» (Programme for International Student Assessment) як вимірник якості математичної підготовки школярів.

1.1. Міжнародна програма оцінювання «PISA», цілі та завдання дослідження.

В останні роки змінюється тенденція поглядів на те, якою має бути підготовка випускника основної школи. А саме, поряд з набуттям предметних знань та умінь, шкільна освіта повинна допомагати виробляти вміння використовувати ці знання у різноманітних ситуаціях, близьких до реальних.

Саме тому, для вивчення цього питання, у 1997 році Організацією економічного співробітництва та розвитку (ОЕСР) було запроваджене наймасштабніше міжнародне дослідження якості освіти – «PISA» - Programme for International Student Assessment [5].

«PISA — Program for International Student Assessment (Програма міжнародного оцінювання учнів). Її мета — визначити тенденції в результатах різних освітніх програм та чинники, що впливають на навчальні досягнення учнів» [3].

«PISA — потужний рушій реформ, що надає доказові дані про якість освіти. Вони допомагають урядам в усьому світі ефективно використовувати бюджет і змінювати освітні політики там, де це найбільше потрібно» [1].

Відмінною особливістю дослідницького підходу PISA є те, що у сучасному світі люди отримують користь не від знань, які вони отримали, а від вмінь ефективно їх застосовувати при подоланні труднощів практичного характеру.

Оцінка знань проводиться серед учнів, які досягли 15-ти річчя. Орієнтація саме на цю категорію здобувачів освіти визначена тим, що у

більшості країнах світу учні, саме цієї вікової категорії, закінчують здобуття основної освіти та визначаються із життєвим шляхом.

Вибірку закладів освіти у кожній країні, які стануть учасниками основного етапу дослідження формує Westat – світова організація, що займається формуванням репрезентативних вибірок для багатьох міжнародних досліджень. Відповідно, вибірка учнів-учасників формується аналогічним способом після відбору закладів освіти, враховуючи всі політичні, соціальні, етнічні, демографічні особливості кожної країни. До пілотного етапу допускається 3000 учнів, до основного – 5000 [6].

З огляду на це PISA ставить за мету оцінювання здатності учнів (Рис.1.1):

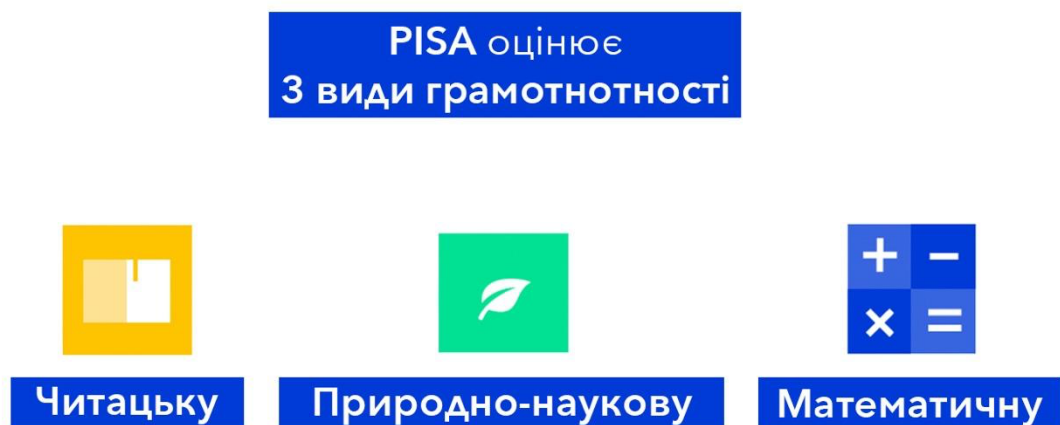


Рис. 1.1. Види оцінювання грамотності - PISA

Джерело: складено на основі [1]

- Читати, розуміти й інтерпретувати різноманітні тексти, з якими вони матимуть справу у повсякденному житті;
- Використовувати знання у уміння з математики задля розв'язання різноманітних життєвих проблем, у контексті яких необхідним є звернення до математики;

- Використовувати знання й уміння з природничо-наукових дисциплін задля вирішення різноманітних життєвих проблем, де є важливим застосуванням наукових підходів.

PISA проводиться циклічно з 2000 року. Тривалість одного циклу – 3 роки, який включає в себе три етапи: підготовчий, пілотний, основний. Підготовчий етап передбачає переклад та адаптацію матеріалів для проведення дослідження. Під час пілотного етапу здійснюється апробація завдань в кожній країні-учасниці. Основний етап – проведення, безпосередньо, самого дослідження, підготовка та оголошення міжнародного звіту.

Окрім 2000-тисячного року, дослідження також було проведено у 2003, 2006, 2009, 2012, 2015 і 2018 роках. Наступне проведення дослідження планувалося 2021 року, але було перенесене на 2022 рік. Матеріали для дослідження розробляються ОЕСР спільно із науковцями всіх країн-учасників.

Відмінною особливістю дослідницького підходу PISA є те, що у сучасному світі люди отримують користь не від знань, які вони отримали, а від вмінь ефективно їх застосовувати при подоланні труднощів практичного характеру.

Під час кожного дослідження PISA одна із компетентностей досліджується глибше за інші. Наприклад, у PISA-2018 найбільше уваги було приділено читацькій грамотності, PISA-2022 стане ключовою в дослідженні математичної компетентності учнів і PISA-2025 – природничо-наукової. Тому можна сказати що повний цикл дослідження триває – 9 років.

Зміст дослідження зосереджений на визначення рівня сформованості основних напрямках навчання: читацька грамотність, математична грамотність та природничо-наукова грамотність. Форма контролю – комп'ютерне тестування на виконання якого відводиться 120 хв. Тестові завдання складають із завдань двох типів: із вибором однієї правильної відповіді, та завдань із стислою та повною відповіддю. Інколи завдання

містять низку запитань які різняться рівнем складності відносно окремої життєвої ситуації. Дослідження включає 12 різних тестових зошитів, кожен з яких розбитий на 4 блоки (2 добірки завдань з читання 2 добірки завдань з математики і природничих дисциплін). У кожному блоці 10 – 12 різних завдань. У кожному розділі є завдання з наданням повної відповіді, завдання компетентнісного характеру.

Оцінювання дослідження функціональної грамотності здійснюється 6-ма рівнями освітніх досягнень:

- 1 рівень – низький рівень елементарних знань і мала вірогідність успішного виконання завдання;
- 2 рівень – вміння застосовувати знання та навички в простих життєвих ситуаціях;
- 3–4 рівень – здатність використовувати набуті компетенції для отримання нової інформації;
- 5-6 рівень – уміння самостійно здійснювати процес аналізу, висувати власні гіпотези.

Перевірка робіт здійснюється незалежною комісією ОЕСР та результати відображаються на шкалі, як середнє арифметичне всіх робіт учасників відповідної країни.

«PISA має певний підхід до змісту когнітивної частини дослідження. У кожному циклі програми розробляються нові тестові завдання, які дозволяють більш точно та глибоко вивчити навчальну успішність учнів. Розробниками тестових завдань є представники понад 40 країн світу. Вони співпрацюють для отримання тестових завдань, які відповідають програмі дослідження, а також максимально висвітлюють особливості освітніх систем різних частин світу» [2].

У дослідження PISA об'єктом дослідження стають не тільки освітні навички учнів, а і освітній контекст, тобто фактори їх психічно-емоційного стану, тому на ряду з тестами проводиться опитування (анкетування), яке потрібне для того, щоб визначити, які чинники впливають на успішність

здобувачів освіти. Опитування проходять учні та адміністрація навчального закладу (за вибором країни також можуть надаватися батьками та керівнику закладу освіти) протягом 45-50 хв. Анкета містить ряд запитань, а саме:

- так званий «background» дитини (де вона народилася, хто батьки і яка в них професія, які предмети подобається вивчати, а які - ні, чи дружелюбна атмосфера в класі/школі тощо);
- звички учнів у школі та поза нею, хобі, атмосфера у сім'ї;
- структура і тип школи, якість ресурсів, вимоги до відбору персоналу, особливості навчальних програм, доступність гуртків тощо;
- особливості процесу навчання, включаючи інтереси учнів, їхню вмотивованість, активність у класі.

1.2. Поняття математичної грамотності у дослідженнях PISA

Розвиток рівня інтелектуальної компетентності школярів в умовах профільного навчання є одним із пріоритетних напрямів навчання на яке спрямована математика. «Математика як навчальний предмет може стати рушійною силою у вирішенні поставленої проблеми. Ефективність формування математичної культури чимало залежить від наявності в людини математичних здібностей - як індивідуально-психологічних особливостей людини, що сприяють більш високій продуктивності її математичної діяльності, дозволяють використовувати в ході цієї діяльності нестандартні шляхи і методи, створюючи в результаті порівняно новий (або якісно новий) продукт розумової математичної діяльності, та запропоновано методичну систему їх розвитку» [10].

Серед основних складових математичної культури виділяються поняття функціональної грамотності, математичної грамотності та знання математичних методів і вміння їх застосовувати. Ми зупинимося саме на питанні про математичну грамотність.

Поняття «функціональна грамотність» (англ. functional literacy) трактується як «здатність індивіда розуміти та використовувати різні типи інформації з метою успішного функціонування в умовах сучасного суспільства у побутовому, професійному та громадському житті» [19].

В той час, як експерти ЮНЕСКО зазначають, «що грамотність в сучасному її розумінні – це більше ніж просто вміння читати й писати. Вона означає наявність навичок комунікації в суспільстві. Грамотність стосується соціальної практики індивіда, соціальних взаємозв'язків, знань, передбачає володіння мовою та культурою. Грамотність має багато форм прояву – письмова, комп'ютерна, мас-медійна, математична, знакова, політична тощо» [20].

Що стосується математичної грамотності, то С. Березин дає таке визначення: «це вміння правильно застосовувати математичні терміни, наявність необхідних математичних знань і відомостей для виконання роботи (вирішення проблеми) в конкретній предметній області» [9].

«Хоча, на погляд О.С. Чашечникової, це поняття має також включати в себе не лише термінологічну грамотність, але й правильну математичну мову (усну й письмову), обчислювальну й графічну культуру» [14;15].

Т. С. Вакуленко, В. П. Горох, С. В. Ломакович, В. М. Терещенко. дають більш ширше визначення математичної грамотності – «Математична грамотність – це здатність людини формулювати, застосовувати й інтерпретувати математику в різноманітних контекстах. Вона включає математичні міркування й застосування математичних понять, процедур, фактів та інструментів для опису, пояснення й прогнозування явищ. Вона допомагає зрозуміти роль математики у світі, робити аргументовані умовиводи й приймати рішення, необхідні людям як творчим, активним і мислячим громадянам» [13].

А у дослідженнях PISA перевірка математичної підготовки учнів заснована на понятті «математична грамотність», яке у їхньому контексті визначається як «здатність людини визначати та розуміти роль математики у

світі, в якому вона живе, висловлювати добре обґрунтовані математичні судження та використовувати математику так, щоб задовольняти у цьому і майбутньому потреби, властиві творчому, зацікавленому і мислячому громадянину» [7].

Зміст цього поняття уточнюється так: «під математичною грамотністю розуміється здатність учнів:

- розпізнавати проблеми, що виникають у навколишній дійсності, які можуть бути вирішені засобами математики;
- формулювати ці проблеми мовою математики;
- вирішувати ці проблеми, використовуючи математичні знання та методи;
- аналізувати використані методи розв'язання;
- інтерпретувати одержані результати з урахуванням поставленої проблеми;
- формулювати та записувати остаточні результати вирішення поставленої проблеми» [7].

У теперішньому світі розуміння математики є дуже важливою складовою при підготовці молодих людей до життя. «Збільшення кількості проблем і ситуацій, із якими молодь стикається щодня, зокрема й у професійних контекстах, потребує певного рівня розуміння математики, здатності до математичного обґрунтування й використання математичних інструментів, щоб надалі ці проблеми можна було цілковито усвідомити й розв'язати. Математика є критично важливим інструментом для молоді, оскільки проблеми й виклики очікують на молоде покоління і в особистому, і в професійному, і в суспільному, і в науковому аспектах життя. Тому надзвичайно важливо розуміти, наскільки юнаки й дівчата, які тільки-но закінчили навчання в школі, адекватно підготовлені для того, щоб застосовувати математику для розуміння важливих питань і розв'язування значущих проблем. Тестування 15-річних підлітків дає можливість визначити

ранні ознаки того, яким чином учні/студенти зможуть реагувати на різні майбутні життєві ситуації, що містять математичний складник» [13].

Під час оцінювання знань 15-річних підлітків доцільно поставити запитання: «Якими знаннями важливо володіти особі, щоб бути здатною ефективно діяти в ситуаціях, що пов'язані з математикою?» Або конкретніше: «Що означає математична компетентність для 15-річної особи, яка готується до закінчення школи або до вступу до професійно-технічного чи вищого навчального закладу?» [13]. «Згідно із цим рамковим документом, важливо визначити математичну компетентність таким чином, щоб вона акцентувала на здатності учнів/студентів формулювати, застосовувати й інтерпретувати математику в різних контекстах, а не на математичних знаннях і вміннях низького рівня. Визначення, швидше, призначене описувати вміння учнів/студентів математично обґрунтовувати та використовувати математичні поняття, процедури, факти й інструменти для описування, пояснювання та прогнозування явищ. Така концепція *математичної грамотності* слугує підґрунтям для розвитку в учнів/студентів глибокого розуміння суто математичних понять, а також надає їм переваги в пізнанні абстрактного світу математики. У визначенні *математичної грамотності* для PISA особливий наголос варто робити на необхідності розвитку вміння учнів/студентів застосовувати математику в життєвому контексті, для чого необхідно забезпечити їх багатим досвідом використання математики на заняттях у навчальному закладі. Ідеться про тих 15-річних підлітків, хто невдовзі закінчуватиме своє навчання математики в навчальному закладі, а також тих, хто продовжуватиме вивчати її й надалі. Крім того, є підстави стверджувати, що мотивація майже всіх учнів/студентів до вивчення математики зростає, коли вони бачать зв'язок того, чого вони навчаються, із навколишнім світом та іншими дисциплінами» [21].

Звичайно ж, поняття *математичної грамотності* не має вікових обмежень. Проте для оцінювання рівня математичної грамотності 15-річних школярів потрібно брати до уваги їхні вікові характеристики, у відповідності

до яких має бути визначено зміст роботи, мову й контексти завдань. «Цей рамковий документ виділяє широкі категорії змісту, важливі для математичної грамотності людей узагалі, і конкретні математичні теми, важливі саме для 15-річних учнів/студентів. Математична грамотність не є властивістю, яку людина може мати або не мати. Це, найімовірніше, така властивість, яку набувають безперервно, завдяки чому одні особи стають більш математично грамотними, ніж інші. Водночас потенціал для її розвитку є завжди» [9].

3. Участь України у PISA

У 2016 році наша країна вперше приєдналася до Міжнародного дослідження якості освіти учнів, а «у 2018 році Україна вперше взяла повноцінну участь у дослідженні. Українські підлітки у віці 15 років, які взяли участь у PISA, під час дослідження навчались у старших класах різних закладів загальної середньої освіти, на 1-му курсі закладів вищої освіти I–II рівнів акредитації або у професійно-технічних закладах освіти» [2].

Учасниками PISA стали не тільки учні, які навчались у старших класах закладів загальної середньої освіти, а й студенти закладів вищої освіти I – II рівнів акредитації та професійно-технічних закладів освіти, які народилися у 2002 році.

У 2018 році Україна «заплатила 48 385 євро за участь українських школярів у дослідженні. Тестування пройшли понад 6 тисяч учнів із 250 закладів освіти по всій Україні»[3].

За загальними правилами вибірку учасників було сформовано ОЕСР на основі даних наданих Україною.

Беручи участь у даному дослідженні Україна отримає:

- «дані про сформованість читацької, математичної та науково-природничої грамотності у 15-річних підлітків;

- характеристику освітнього середовища, умов життя і навчання підлітків;
- індикатори, що вказують на динаміку результатів країн-учасниць;
- дані про досвід інших країн-учасниць PISA.
- Ця інформація дає можливість глибоко проаналізувати ситуацію та на основі конкретних даних приймати рішення про розвиток освіти та зміни в освітній політиці» [4].

Тут виникає питання «Чому PISA важливе для України?». На нього дала обґрунтовану відповідь, колишній міністр освіти і науки України: Ганна Новосад — «це найбільше міжнародне дослідження, що вивчає якість освіти і охоплює більш як 80 країн, що становлять понад 80 % світової економіки. У дослідженні беруть участь усі країни Організації економічного співробітництва та розвитку, тож Україні важливо бути серед них. PISA не прив'язується до освітніх програм. Дослідження має на меті визначити рівень компетентностей. Тобто, дослідження оцінює не суму теоретичних знань, а здатність учнів використовувати вміння, отримані в школі, у різних життєвих ситуаціях. Перехід до компетентнісного навчання — те, що лежить в основі Нової української школи і на чому будуються зміни, що вже розпочалися в початковій школі. Тестування PISA стосувалося 15-річних учнів, які не проходили програму НУШ. Тож результати цього дослідження покажуть нам відправну точку — де ми були, поки наша система освіти ще не увійшла в реформу, а отже рейтинг PISA стане важливим мірилом нашого поступу» [3].

Із розвитком цього дослідження в Україні з'явилася можливість пробне тестування у форматі PISA. Український центр оцінювання якості освіти за підтримки UNICEF презентував оновлений сайт із тестовими завданнями PISA. Як стверджує Тетяна Вакуленко, заступниця директора Українського центру оцінювання якості освіти: «Попередній сайт про PISA був досить інформативним. Він допомагав учителям зрозуміти, що це за дослідження і чому його не варто боятися. Але ми зрозуміли, що цього мало, і оновили ресурс — тепер на сайті можна виконати тестові завдання. Вчитель може

створити свій обліковий запис на сайті, завантажити клас, у якому він викладає, і отримати багато якісного матеріалу. Наприклад, створити власний тест з опублікованих завдань PISA. Серед опублікованих завдань учитель обирає ті, що стосуються його теми уроку чи логічно інтегруються в певну тему. Цей тест він роздає учням, і за результатами виконання отримує інформацію не лише про те, як саме його виконав учень, а й скільки часу знадобилося кожному учню на це конкретне завдання, як він відповідав і наскільки сумарні бали за тест корелюються з балами за окремі питання. Навіть більше, вчитель зможе долучитися до системи перевірки PISA — отримати інформацію, як відповідь на це завдання кодувала би PISA, якби цей учень потрапив на реальне тестування» [3].

Наприклад, завдання з читацької компетентності передбачає розгорнуту відповідь на основі прочитаного. Є простір, куди учень може вдрукувати свою відповідь. Вчитель отримує відповідь учня і перевіряє, наскільки ця робота відповідає кодуванню: відповідь повністю правильна, частково правильна чи зовсім неправильна. Таким чином, учитель не лише працює з дітьми в новому форматі, а й сам вчиться.

Наприклад завдання з математики може бути таким: «реальна життєва ситуація — є будинок з дахом у формі піраміди, і учень має зробити певні обрахунки. Звісно, це завдання неможливо виконати, якщо учень не володіє знаннями з геометрії. Тож це також можливість для вчителів працювати з компетентнісними завданнями. Часто українським вчителям здається, що учням надто легко виконувати певні завдання. Але відкрию секрет — PISA показує, що такі начебто прості завдання викликають труднощі в дітей, а значить, їх не можна пропускати. Адже часто, заглиблюючись у складні ситуації і задачі, ми втрачаємо важливе базове знання» [16].

«З 5 квітня до 16 травня 2021 року в закладах освіти мав проводитися пілотний етап міжнародного дослідження якості освіти PISA 2022. Про це повідомили на сайті PISA Україна. Метою пілотного етапу виступала перевірка роботи інструментів дослідження, апробація процедури

адміністрування та технологічних схем підготовки й проведення дослідження в закладах освіти. Таким чином організатори сподіваються забезпечити якісне проведення основного етапу PISA. Згідно з наказом Міністерства освіти, участь у пілотному етапі мали долучитись 66 закладів освіти з 19 областей України та міста Києва. Очікувалося, що 3 000 учнів і студентів 2005 року народження тестуватимуть дослідження. Учасники мають пройти комп'ютерне тестування з читання, математики й природничих наук, а також взяти участь в анкетуванні. Основний етап дослідження PISA, який було заплановано на 2021 рік, через пандемію перенесено на 2022 рік.

Йому мав передувати пілотний етап у 2020 році. Однак через карантинні обмеження переважна більшість країн-учасниць, з-поміж яких і Україна, не змогли провести пілотний етап дослідження. Зважаючи на таку ситуацію, Організація економічного співробітництва та розвитку, яка відповідає за проведення дослідження, ухвалила рішення продовжити поточний цикл PISA та змістити всі наступні на один рік» [28].

Результати даного дослідження являються дуже корисними для України. Це зрозуміло після того як переглянути різні джерела інформації пов'язані із дослідженням PISA, так як частина концепцій дослідження співпадає із новою реформою «Нова українська школа». Тарнавська Т.І. визначила відповідність ідеології PISA освітнім пріоритетам України, та виділила концепції які покладено в основу НУШ (табл.1.1).

Таблиця 1.1

Відповідність ідеології PISA освітнім пріоритетам України, концепти PISA покладені в основу НУШ

Концепт PISA	Ідея НУШ
Необхідність	Освічений, всебічно розвинений, відповідальний громадянин та патріот
Зусилля, підтримка	Діє згідно з морально - етичними принципами і здатний приймати відповідальні рішення (поважати гідність та права людини)
Цінність	
Цілі, орієнтири	

Підтримує інтерес до навчання	Здатен до інновацій (змінювати навколишній світ, розвивати економіку за принципами сталого розвитку, конкурувати на ринку праці, учитися упродовж життя)
Освіта і добробут	
Підготовка учнів до їхнього майбутнього, а не до нашого минулого	Знає : іноземні мови (рідна та іноземні), математично грамотний, культурний, екологія і здоров'я, природничі науки і технології, цифрова грамотність, підприємливість, соціальність
Співпрацює з Програмою ОЕСР з міжнародного оцінювання компетенції дорослих (PIACC)	
Оцінює предметні знання та застосування їх творчо	Уміння вчитися впродовж життя
Незмінна структура з 2000	Педагогіка партнерства, вмотивований вчитель, автономія школи
Дає змогу простежити, які зміни в освітній політиці впливають на навчальні результати	Нова структура
	Виховання на цінностях
В матеріалах відображає збалансоване культурне й мовне розмаїття, забезпечує якісну розробку тестів, переклад, вибірку і збір даних	Сучасне освітнє середовище
	Орієнтація на учня
Предметні галузі дослідження PISA : читацька грамотність, математична грамотність, природничо-наукова грамотність, глобальна компетентність, фінансова грамотність	Громадянські та соціальні компетентності: ідеї демократії, справедливості, рівності, прав людини, добробуту та ЗСЖ, з усвідомленням рівних прав і можливостей, культурна компетентність, підприємливість та фінансова грамотність, передбачені стандартом освіти
Аналізує чинники, які впливають на ефективність освіти	
Формування національно-освітньої політики на основі реальних даних про стан вітчизняної системи освіти	Наскрізні вміння: читання з розумінням уміння висловлювати власну думку (усно + письмово); критичне, системне мислення; здатність логічно обґрунтувати позицію; творчість; ініціативність; вміння керувати емоціями; оцінювати ризики; приймати рішення; розв'язувати проблеми; здатність співпрацювати з іншими людьми
Сприяє інтеграції країни у світовій і європейській освітні простори	

Джерело: складено на основі [31]

Нова українська школа являє собою ключову реформу Міністерства освіти і науки України, її основна мета – створити такі умови в школі, щоб дітям було приємно навчатись і школа яка даватиме учням не тільки знання, як це є тепер, а й уміння, та розуміння того як ці уміння можна застосовувати у звичному житті.

«НУШ – це школа, до якої приємно ходити учням. Тут прислухаються до їхньої думки, вчать критично мислити, не боятись висловлювати власну думку та бути відповідальними громадянами. Водночас батькам теж подобається відвідувати цю школу, адже тут панують співпраця та взаєморозуміння» [29].

За результатами дослідження PISA-2018 рівень математичної грамотності складає 453 бали (рис.1.2), що відповідає другому рівню системи оцінювання PISA. «Такі учні здатні розв’язувати задачі в ситуаціях, що допускають прямі умовиводи, можуть використовувати інформацію з одного джерела, представлену в одній формі. ОЕСР називає другий рівень базовим, який дає змогу брати ефективну і продуктивну участь у житті суспільства, зокрема як студенти, працівники та громадяни» [32].

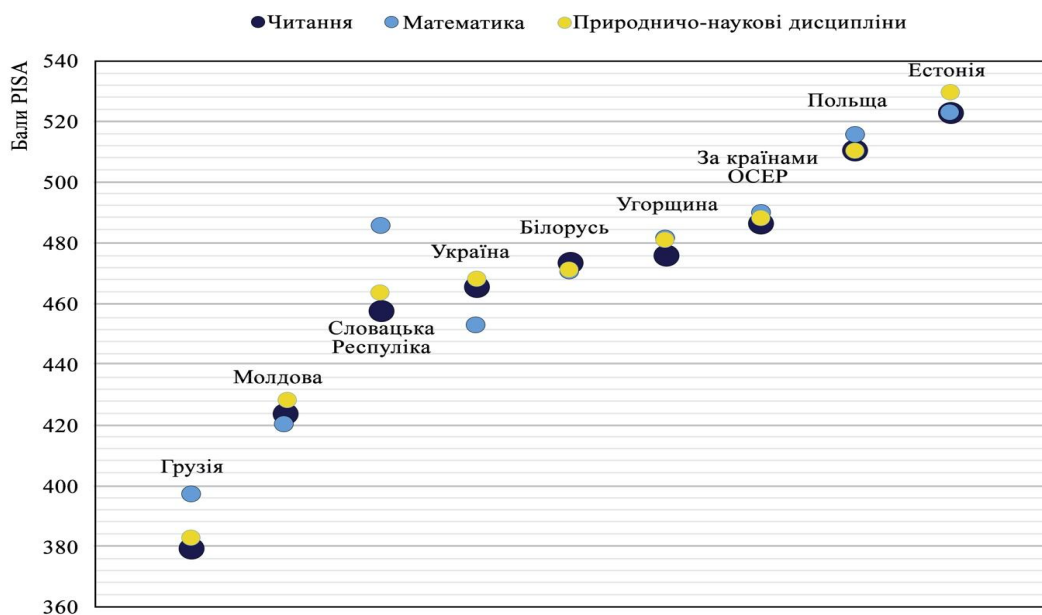


Рис. 1.2. Успішність учнів/студентів у читанні, математиці та природничо-наукових дисциплінах

Джерело: [33]

«36% українських учнів не змогли продемонструвати такий рівень, з них 15,6% не досягли навіть першого рівня математичної грамотності (Рис.1.3.). За даними Міжнародного звіту, у країнах ОЕСР таких учнів у середньому, відповідно, 24% та 9,1%. Водночас близько 38% українських учасників показали результати 3-6 рівнів, утім лише одиниці з них потрапили до шостого рівня. У країнах ОЕСР таких учнів значно більше – 53,8%» [33].

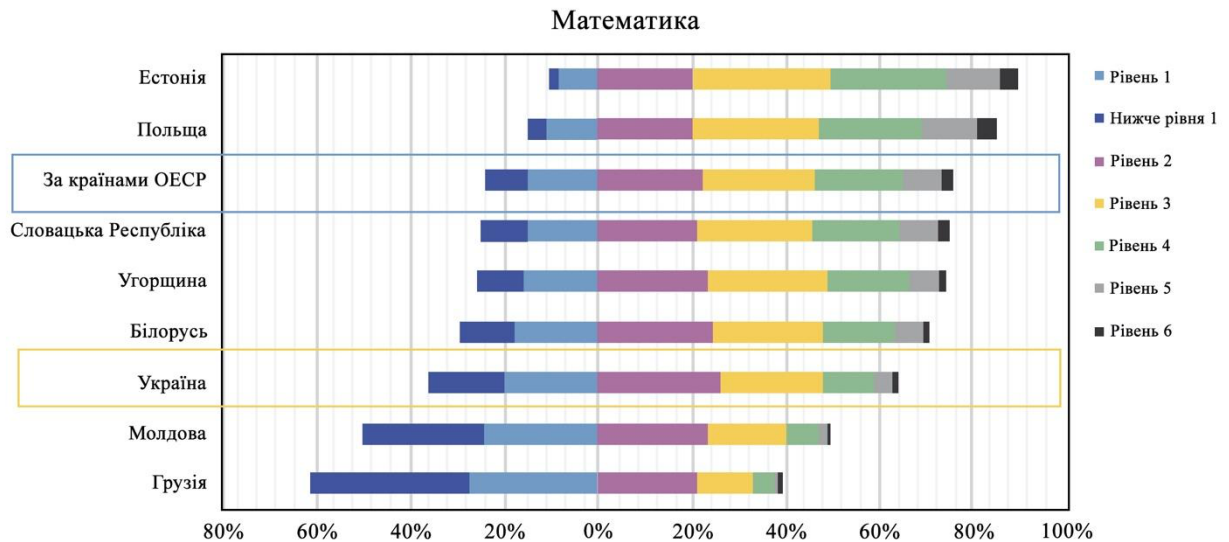


Рис. 1.3. Результати дослідження у блоці математики
Джерело: [33]

«Результати українських учнів у Національному звіті окремо порівнюються із середніми даними по ОЕСР, а також із результатами референтних країн (Білорусь, Грузія, Естонія, Молдова, Польща та Словацька Республіка). Останні обирали, виходячи з близьких показників соціально-економічного розвитку, а також культурної та історичної спорідненості з Україною» [35].

Переглядаючи результати дослідження можна зробити висновки, що

- «середні показники результатів українських учнів у всіх трьох галузях нижчі за середні по країнах Організація економічного співробітництва та розвитку. Ця різниця близька до еквівалента в один рік навчання.

- на нинішньому етапі перед Україною постає складне, але досяжне завдання: збільшити відсоток учнів із вищими рівнями сформованої грамотності.

- з-поміж трьох галузей в Україні найбільш проблемною є математика, у більшості референтних країн немає значних відмінностей між результатами у трьох предметних галузях.

- гендерні відмінності: дівчата демонструють значно вищий рівень читацької грамотності порівняно з хлопцями (ця тенденція спостерігається у середньому по країнах ОЕСР і у референтних країнах), з математичної та природничо-наукової грамотності дівчата демонструють нижчий рівень порівняно з хлопцями» [36].

Простежується залежність між середнім рівнем успішності учнів і їхнім соціально-економічним індексом. Так в Україні успішність учнів, які мають низькі показники соціально-економічного статусу, гірша, ніж таких самих учнів у країнах ОЕСР і майже наближаються до значень країн ОЕСР для учнів із високим соціально-економічним статусом.

РОЗДІЛ 2.

Компетентнісно-орієнтовані математичні завдання та аналіз завдань практичного змісту ЗНО з математики

2.1. Рівні математичної компетентності та їх основна характеристика, категорії для класифікації тестових завдань.

«Компетентнісний підхід в освіті в протилежність концепції «засвоєння знань» (суми інформації (відомостей)), припускає освоєння учнями різного роду умінь, що дозволяють їм в майбутньому діяти ефективно в ситуаціях професійного, особистого і громадського життя. У компетентнісному підході особливе значення надається умінням, що дозволяють діяти в нових, невизначених, проблемних ситуаціях, для яких заздалегідь не можна напрацювати відповідних засобів. Їх треба знаходити в процесі розв’язання подібних ситуацій і досягати необхідних результатів» [38].

Інакше кажучи, роблячи ремонт у ванній кімнаті, нам мало порахувати прощу квадрата чи прямокутника, а й потрібно визначити кількість кахлів, які потрібно закупити для ремонту. Це і є компетентнісний підхід.

Тестові завдання з математики в тестах PISA класифікуються за такими ознаками:

- за компетентністю (рівні компетентності);
- за змістовими категоріями (зміни й залежності, простір і форма, кількість, невизначеність і дані);
- за контекстними категоріями (особистісна, професійна, суспільна, наукова);
- за типами (з вибором відповіді, з короткою відповіддю, із структурованими питаннями);
- за рівнями складності (від найнижчого – рівень 1, до найвищого – рівень 6).

Оцінюються завдання трьома видами оцінок: «правильно»,

«неправильно» і «частково правильно».

Рівні математичної компетентності формуються відповідно видам діяльності, що їм відповідають:

а) Перший рівень компетентності включає в основному завдання з вибором правильної відповіді. Для цього рівня компетентності характерні: «знанням фактів, відтворення властивостей, пізнання еквівалентних математичних об'єктів, виконання стандартних процедур, використання стандартних алгоритмів і розвиток технічної сторони алгоритмічних умінь»[1].

Приклади першого рівня компетентності :

1. Розв'яжіть рівняння: $10x - 6 = 7x + 15$.
2. Яке число є середнім арифметичним чисел 8, 12, 17, 13, 5?
3. Запишіть 78% у вигляді звичайного дробу.

б) Другий рівень компетентності включає інтеграцію між різними областями та темами математики. «У рамках цього рівня компетентності учні повинні проявити вміння представити присутню в умові завдання інформацію відповідно до цієї ситуації і згідно з питанням, поставленим в завданні. При встановленні зв'язків між матеріалом з різних розділів математики від учнів потрібні вміння розрізняти і співвідносити визначення, умови, доведення, твердження, приклади. У цей рівень компетентності включається також вміння розкривати і інтерпретувати сенс записів, зроблених на формальній мові з використанням різних символів, перекласти їх на звичайну мову. В умовах завдань, які віднесені до цього рівня компетентності, часто пропонується деяка ситуація, що вимагає від учнів ухвалення рішення, пов'язаного з особливостями цієї ситуації»[38].

Приклади другого рівня компетентності:

1. Ви проїхали на машині одну третини шляху. На початку маршруту бензобак машини був повний, а зараз заповнений на три чверті. Чи вважаєте ви, що у вас є проблема?
2. Марічка живе за кілометр від школи, Михайло – за чотири. Яка відстань між будинками Марічки та Михайла?
3. У класі навчаються 32 учнів. Відношення числа дівчаток до числа хлопчиків дорівнює 5:3. Скільки хлопчиків навчаються в класі?

в) Третій рівень компетентності вимагає від учнів скласти математичну модель запропонованої ситуації: витягти з умови потрібну для розв'язання інформацію, розв'язати, проаналізувати та зробити висновки за даною математичною ситуацією. «Дана діяльність включає критичне мислення, аналіз і роздуми. Учні не лише мають бути здатні розв'язати запропоновану проблему, але також і сформулювати її відповідно до ситуації, що розглядається в завданні, а також мати глибоке розуміння суті і можливостей математики як науки. Цей рівень компетентності є серцевиною функціональної математичної грамотності і представляє значні труднощі для тестування. Для оцінки його досягнення не підходять завдання з вибором відповіді. Найбільше підходять для цього завдання з вільною відповіддю, розробка і оцінка виконання яких дуже обмежена»[32].

Приклади третього рівня компетентності:

1. В деякій країні в 1981 р. з державного бюджету на оборону виділялося 35 мільйонів доларів. Загальний щорічний бюджет склав 400 мільйонів. Наступного року, на оборону було виділено 20 мільйонів, а загальний бюджет становив 505 мільйонів доларів. Інфляція за цей рік склала 15 відсотків.

а) Ви запрошені прочитати лекцію в товаристві пацифістів. Ви маєте намір показати, що бюджет на оборону за цей час скоротився. Поясніть, як ви це зробите.

б) Ви запрошені прочитати лекцію у військовій академії. Ви маєте намір показати, що бюджет на оборону збільшився за цей період. Поясніть, як ви це зробите.

Змістові категорії завдань та відображення навчальних тем у них наведені у табл.2.1.

Таблиця 2.1.

Змістові категорії завдань та відображення навчальних тем

	Змістові категорії	Розділ математики	Зміст завдань дослідження PISA
1	Зміни й залежності	Алгебра	<p>Алгебраїчні вирази (словесна інтерпретація та перетворення алгебраїчних виразів, що включають числа, символи, арифметичні операції, степені й корені).</p> <p>Рівняння, нерівності та розв'язування текстових задач за допомогою них (лінійні рівняння й нерівності та ті, що зводяться до них; прості квадратні рівняння; аналітичні й неаналітичні методи розв'язання).</p> <p>Функції та їх графіки (переважно увагу приділено лінійним функціям, їх властивостям, різним формам їх опису й задання).</p>
2	Простір і форма	Геометрія	<p>Вимірювання та знаходження величин (кількісне визначення характеристик фігур та об'єктів, наприклад, вимірювання кутів, довжин відрізків, відстаней, периметрів, довжин кіл, площ й об'ємів геометричних фігур, співвідношення між одиницями вимірювання).</p> <p>Система координат (представлення й опис даних, їх розташування й залежності між ними).</p>

			<p>Плоскі й об'ємні геометричні фігури, зв'язок між ними та між їхніми елементами: співвідношення між елементами фігур (наприклад, теорема Піфагора для прямокутного трикутника), взаємне розташування, подібність і конгруентність, динамічні відношення, пов'язані з перетворенням і рухом фігур, а також відповідність між плоскими та об'ємними фігурами.</p>
3	Кількість	Арифметика	<p>Числа (цілі і дробові, ірраціональні; дії зі звичайними дробами, десятковими дробами; тощо). Арифметичні операції: зміст і властивості арифметичних операцій та їхні позначення.</p> <p>Відсотки. Відношення і пропорції (числовий опис величини за допомогою порівняльної мірки; застосування пропорцій і пропорційних міркувань для розв'язування задач).</p> <p>Наближені обчислення (наближені оцінювання значень числових виразів, включаючи значущі цифри й округлення).</p>
4	Невизначеність і дані	Стохастика	<p>Принципи підрахунків: прості комбінації та перестановки</p> <p>Збір, представлення й інтерпретація даних: характер і походження різних типів даних, їх збір і різні способи їх представлення й інтерпретації.</p> <p>Дисперсія даних та її опис: поняття дисперсії, розподіл і центральні тенденції наборів даних, способи опису й інтерпретації їх у кількісному вираженні.</p>

		<p>Вибірки: поняття вибірки, утворення вибірки із сукупності даних, зокрема прості виведення на основі властивостей вибірки.</p> <p>Випадковість і ймовірність: поняття випадкової події, випадкової зміни та їх представлення, частота і ймовірність подій, основні аспекти поняття ймовірності.</p>
--	--	---

У дослідженні PISA визначено чотири категорії для класифікації тестових завдань:

Особистісна. Проблематика цієї категорії зосереджена навколо діяльності окремої особи або групи людей. «Збірник задач з математики. 5-9 класи: Наскрізні лінії ключових компетентностей та їх реалізація» містить гарну добірку завдань саме такого характеру.

Приклад. У каві та чаї міститься кофеїн. Вміст кофеїну в чашці кожного з напоїв подано на діаграмі (рис. 2.1.).

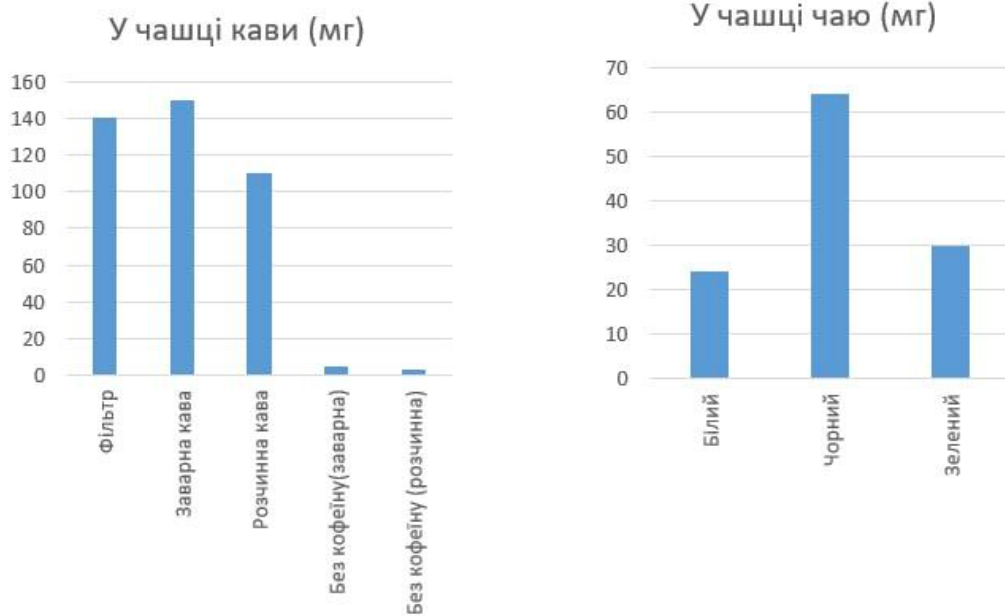


Рис.2.1. Вміст кофеїну в чашці кожного з напоїв

1) Скільки кофеїну міститься в чашці:

- а) заварної кави;
- б) фільтрованої кави;
- в) чорного чаю;
- г) зеленого чаю?

2) Максимальна безпечна доза кофеїну для дорослої людини — 400 мг. Яку найбільшу кількість чашок заварної кави можна випити протягом дня?

Вживати каву дітям можна лише з 14 –15 років. Вміст кофеїну призводить до перезбудження і порушення роботи серця. Крім того, кофеїн вимиває кальцій з організму, тоді як саме даний мікроелемент просто необхідний для систем і органів дитини. Краще каву замінити цикорієм, ячменем або шипшиною. Вони смачні і дуже корисні.

Професійна. Містить завдання професійного контексту будь-якого профілю.

Приклад. Заробітня платня

За один місяць роботи Максиму нараховують зарплату в розмірі 15400 грн. Із усіх нарахувань утримують податок на доходи фізичних осіб, який становить 18 %, та інші відрахування у розмірі 2,5 %.

Завдання 1. Скільки грошей Максим отримує за місяць?

А 12243 грн Б 14223 грн В 13422 грн

Завдання 2. Яку суму складають його відрахування за рік?

Завдання 3. Щомісячні витрати Максима становлять 8500 грн. Крім цього щомісяця на благодійність він віддає 10 % грошей, які він отримує за місяць? Скільки грошей може відкласти Максим щомісяця.

Завдання 4. Скільки місяців має заощаджувати Максим, щоб придбати тур у Карпати за 11500 грн?

Суспільна. «Завдання цієї категорії спрямовані на розв’язання проблем, що стосуються суспільства та реалізації в ньому особистісних інтересів»[2].

Приклад. Розгляньте графіки кількості сирит в Україні, всиновлених іноземцями і українцями впродовж 12 років (Рис 2.2.).

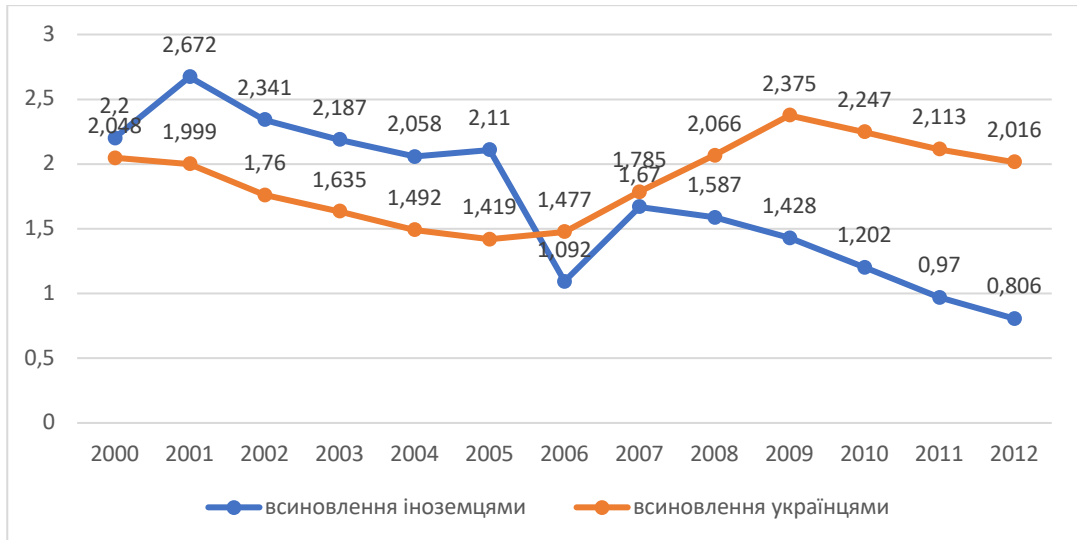


Рис. 2.2. Кількість сириг в Україні, всиновлених іноземцями і українцями впродовж 12 років

1. Чи збігаються області визначення функцій, заданих графіками?
2. Чи збігаються області значень функцій, заданих графіками?
3. На яких проміжках графік кожної з функцій:
 - а) спадає; б) зростає?
4. Упродовж яких років всиновлення іноземцями українських дітей-сиріг переважало над всиновленням їх українцями?

Розглянемо завдання з посібника «Я дослідник» [37], що доцільно віднести до суспільної категорії (Рис. 2.3.).

Завдання 12 Виконай самостійно

○ За результатами виступу спортсменів з фігурного катання складено таблицю оцінок журі. Фігуристи яких країн займуть призові місця?

Країна	Франція	Польща	Україна	Китай
Суддя 1	7,0	6,0	9,5	9,0
Суддя 2	8,5	7,0	10	8,5
Суддя 3	9,5	7,5	10	10
Суддя 4	7,0	9,0	9,5	10
Суддя 5	9,0	8,5	8,5	9,5
Суддя 6	8,0	6,5	7,5	10
Суддя 7	7,0	8,0	8,0	9,5
Сума				
Середня оцінка				

Відповідь: I місце — II місце — III місце —

Рис. 2.3. Завдання №12 з посібника «Я дослідник»

Наукова. Завдання цієї категорії передбачають застосування математики для аналізу явищ природного світу й наукових і технологічних питань і тем. Суто математичні завдання, у яких усі елементи стосуються світу математики, також належать до категорії наукових контекстів [37]. У посібниках «Я-Дослідник» [37;38], міститься значна кількість таких завдань. Їх зміст стосується одиниць вимірювання, роботи з даними, геометричних фігур тощо. Подаємо приклад однієї з таких задач «Відсотки і частини» (рис. 2.4.).

Завдання 3

Встанови відповідність між частинами і відсотками. Прочитай слово, що утворилося.








<input type="checkbox"/>		чверть	150 %	<input type="checkbox"/>	К
<input type="checkbox"/>		половина	50 %	<input type="checkbox"/>	О
<input type="checkbox"/>		п'ята частина	75 %	<input type="checkbox"/>	Л
<input type="checkbox"/>		ціле	200 %	<input type="checkbox"/>	А
<input type="checkbox"/>		три чверті	20 %	<input type="checkbox"/>	П
<input type="checkbox"/>		півтора	25 %	<input type="checkbox"/>	С
<input type="checkbox"/>		два	100 %	<input type="checkbox"/>	І

Рис. 2.4. Завдання №3 з посібника «Я дослідник»

Формування завдань для оцінювання рівня функціональної грамотності здійснюється 6-ма рівнями освітніх досягнень:

- 1 рівень – низький рівень елементарних знань і мала вірогідність успішного виконання завдання;
- 2 рівень – вміння застосовувати знання та навички в простих життєвих ситуаціях;
- 3–4 рівень – здатність використовувати набуті компетенції для отримання нової інформації;
- 5-6 рівень – уміння самостійно здійснювати процес аналізу, висувати власні гіпотези.

2.2. Приклади компетентнісно-орієнтованих завдань PISA

У сучасних підручниках є невелика кількість компетентнісно-орієнтованих завдань (в основному це завдання першого рівня), «але на базі наявних завдань можна розробити свої завдання, яка сприятимуть формуванню ключових компетентностей в учнів. Це означає, що зміст відповідних параграфів підручника потрібно розглядати як середовище, а не як матеріал, який у щоб то не стало необхідно засвоїти учням» [37].

Приклади компетентнісно-орієнтованих завдань PISA наведено в табл. 2.2.

Таблиця 2.2.

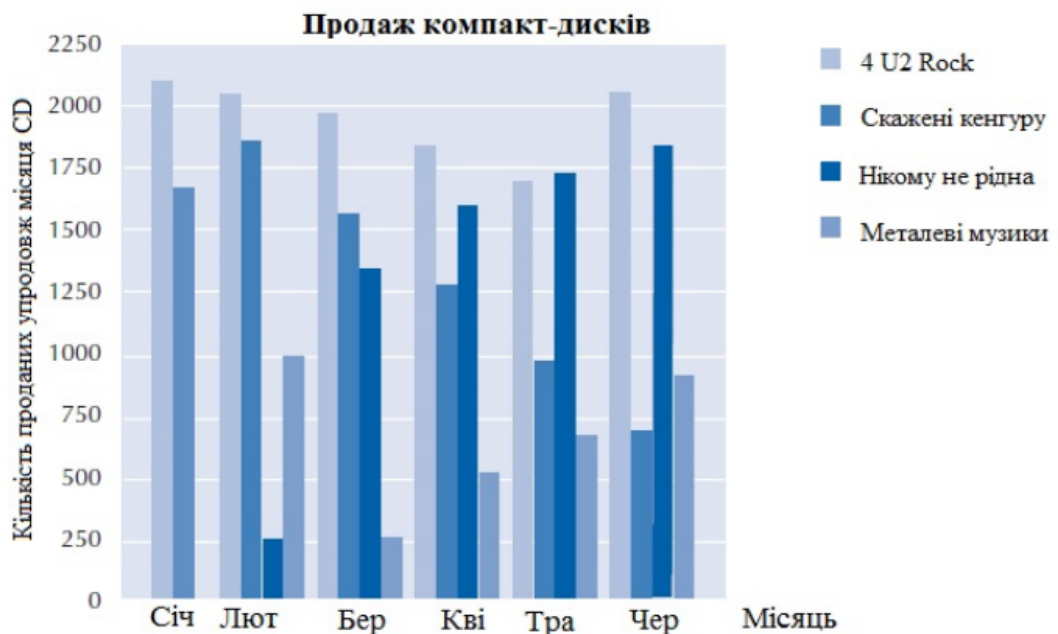
Приклади завдань з математики для формування функціональної грамотності учнів

Назва завдання	Номер завдання	Типи запитань			Область застосування				Контекст				Компетенція		
		Питання з вибором відповіді	Питання з короткою відповіддю	Питання з розгорнутою відповіддю	Прості форми	Зміни та залежності	Невизначеність і дані	Кількість	Особистий	Професійний	Науковий	Суспільний	Формулювання	Застосування	Інтерпретація
Музичний хіт-парад	1	+						+				+	+		
	2	+						+				+	+		
	3	+						+				+	+		
Фудзі	1	+						+				+	+		
	2		+				+					+		+	
	3		+			+						+			+
Піца	1			+	+				+					+	
Плбутові відходи	1			+		+					+				+
Кроки	1		+			+			+					+	
	2		+					+	+					+	
Клумби	1			+	+					+			+		
Скейтборд	1		+					+	+					+	
	2	+					+		+					+	
	3			+		+			+				+		
	1		+		+					+				+	

Приватний будинок	2		+			+			+			+	
Ритм серця	1		+			+				+			+
	2			+		+			+				+
Яблуні	1		+					+		+			+
	2		+			+				+			+
	3		+				+			+			+
Площа континенту	1		+			+				+			+
Гральні кубики	1	+						+		+		+	
Зростання лишайника	1		+				+			+			+
	2		+				+			+			+
Пограбування	1			+		+					+	+	
Склад ліків	1	+				+				+			+
	2	+					+			+			+
	3	+					+			+			+

Завдання 1. Музичний хіт-парад

У січні вийшли нові компакт-диски гуртів «4 U2 Rock» і «Скажені кенгуру». Після цього в лютому вийшли компакт-диски гуртів «Нікому не рідна» і «Металеві музики». Нижче на діаграмі показано продажі компакт-дисків цих гуртів із січня до червня.



<p>Запитання 1. Скільки компакт-дисків продав у квітні гурт «Металеві музики»?</p> <p>A 250 B 500 C 1000 D 1270</p>	<p>Необхідна стратегія є прямою: лише знайти визначену інформацію на діаграмі.</p>
<p>Запитання 2. У якому місяці гурт «Нікому не рідна» вперше продав більше компакт-дисків, ніж гурт «Скажені кенгуру»?</p> <p>A такого місяця не було B у березні C у квітні D у травні</p>	<p>Стратегія розв'язання потребує трохи більшого ніж у попередньому завданні, оскільки декілька елементів двох груп даних необхідно порівняти між собою.</p>
<p>Запитання 3. Менеджер гурту «Скажені кенгуру» схвилюваний через те, що кількість проданих компакт-дисків зменшилася з лютого до червня.</p> <p>Продаж якої кількості компакт-дисків цього гурту варто очікувати в липні, якщо та сама негативна тенденція зберігатиметься й надалі?</p> <p>A 70 компакт-дисків B 370 компакт-дисків C 670 компакт-дисків D 1340 компакт-дисків</p>	<p>Потрібно вирішити, наприклад, чи варто використовувати всі п'ять точок даних із лютого до червня для цього гурту, а натомість використати середнє значення з лютого до червня, а також чи варто точно розрахувати, намалювати або візуалізувати лінію тренду, чи достатньо лише працювати із загальною оцінкою середніх показників, відзначаючи при цьому, що кожен місяць падіння обсягу продажів зростає дещо більше, ніж на одну поділку вертикальної шкали.</p>

Джерело: складено на основі [13]

Завдання 2. Фудзі

Гора Фудзі – це знаменитий дрімаючий вулкан у Японії.



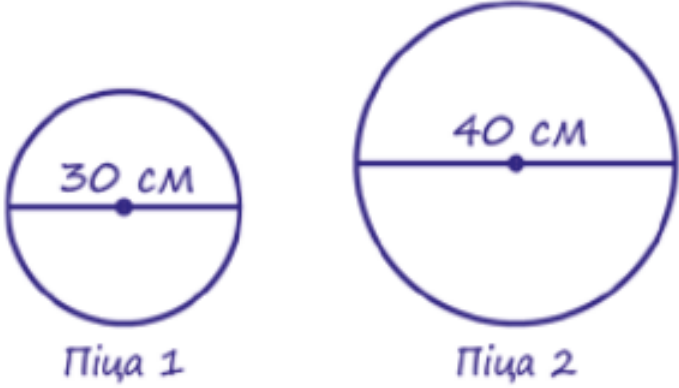
<p>Завдання 1: ФУДЗІ</p> <p>Гора Фудзі відкрита для сходження на неї лише з 1 липня до 27 серпня щороку. За цей період близько 200 000 людей сходять на гору Фудзі.</p> <p>Скільки в середньому людей сходять на гору Фудзі щодня?</p> <p>А 340 В 710 С 3400 D 7100 E 7400</p>	<p>Гора Фудзі відкрита для сходження просягом 31+17=48 днів. Обчислимо, якільки людей всередньому сходять на гору $200\ 000:48 \approx 4\ 167$ осіб. Найближча відповідь до цієї кількості – С.</p>
<p>Завдання 2 : ФУДЗІ</p> <p>Пішохідна доріжка Готемба, що веде в бік вершини гори Фудзі, має довжину близько 9 км.</p> <p>Туристи мають повертатися з 18-кілометрової прогулянки не пізніше 20.00. Тимофій розрахував, що він може йти вгору із середньою швидкістю 1,5 кілометра на годину, а</p>	<p>Оскільки Тимофію потрібно виконати підняття на спуск на гору, то використовуючи формулу залежності швидкості, шляху та часу порахуємо скільки часу турист витрачає на дорогу вгору та вниз.</p> $t_{\text{підняття}} = \frac{S}{v_{\text{вгору}}} = \frac{9}{1,5} = 6 \text{ год};$ $t_{\text{спуску}} = \frac{S}{2 \cdot v_{\text{вгору}}} = \frac{9}{3} = 3 \text{ год}.$

<p>спускатися – удвічі швидше. Ця швидкість урахує перерви на їжу й час для відпочинку. За допомогою показників швидкості, розрахованих Тимофієм, визначте, не пізніше якої години він повинен розпочати свою подорож, щоб повернутися до 20.00?</p>	<p>Отже, час, який потрібно витратити на всю дорогу $6+3=9$ год, тому Тимофій повинен вийти не пізніше 11.00 год.</p>
<p>Завдання 3: ФУДЗІ</p> <p>Тимофій одягнув крокомір, щоб підрахувати свої кроки під час походу доріжкою Готемба. Його крокомір показав, що він пройшов 22 500 кроків угору. Розрахуйте довжину кроку Тимофія під час його сходження 9-кілометровою доріжкою Готемба. Дайте відповідь у сантиметрах (см)</p>	<p>Оскільки відповідь потрібно надати у сантиметрах виконаємо перетворення відомих одиниць вимірювання, а саме $9 \text{ км} = 9\,000 \text{ м} = 900\,000 \text{ см}$. Отже довжина кроку Тимофія рівна $\frac{\text{довжина шляху}}{\text{кількість кроків}}$, тобто $\frac{900\,000 \text{ см}}{22\,500} = 40 \text{ см}$.</p>

Джерело: складено на основі [13]

Завдання 3. Піца

<p>У піцерії пропонують два види круглої піци однакової товщини, але різного розміру. Діаметр меншої піци дорівнює 30 см, і вона коштує 30 зедів. Діаметр більшої піци дорівнює 40 см, і вона коштує 40 зедів. Яку із піц вигідніше купити? Наведіть хід своєї роботи.</p>
--

 <p style="text-align: center;">Піца 1 Піца 2</p>	
<p>Важлива частина формулювання</p> <p>Застосування знань із категорії «Простір і форма», «Кількість»</p> <p>Формулювання математичної моделі для оцінки вигідності</p> <p>Інтерпретація математичного результату в термінах реального світу</p>	<p>Товщина піци однакова, отже, я можу порівняти їхні площі.</p> <p>Площа піци 1: $= \pi r^2 = \pi \times 15 \times 15 \text{ см}^2 = 106,5 \text{ см}^2$</p> <p>Площа піци 2: $= \pi r^2 = \pi \times 20 \times 20 \text{ см}^2 = 1256 \text{ см}^2$</p> <p>Ціна за 1 см^2 піци 1: $= 30 \text{ зедів} / 106,5 \text{ см}^2 = 0,04 \text{ зедів/см}^2$</p> <p>Ціна за 1 см^2 піци 2: $= 40 \text{ зедів} / 1256 \text{ см}^2 = 0,03 \text{ зедів/см}^2$</p> <p>Отже, 1 см^2 піци 2 дешевше + вона вигідніша</p>

Джерело: складено на основі [13]

Завдання 4. Побутові відходи

Виконуючи домашнє завдання з природознавства, учні зібрали інформацію про час розкладання декількох видів сміття, що викидають люди:

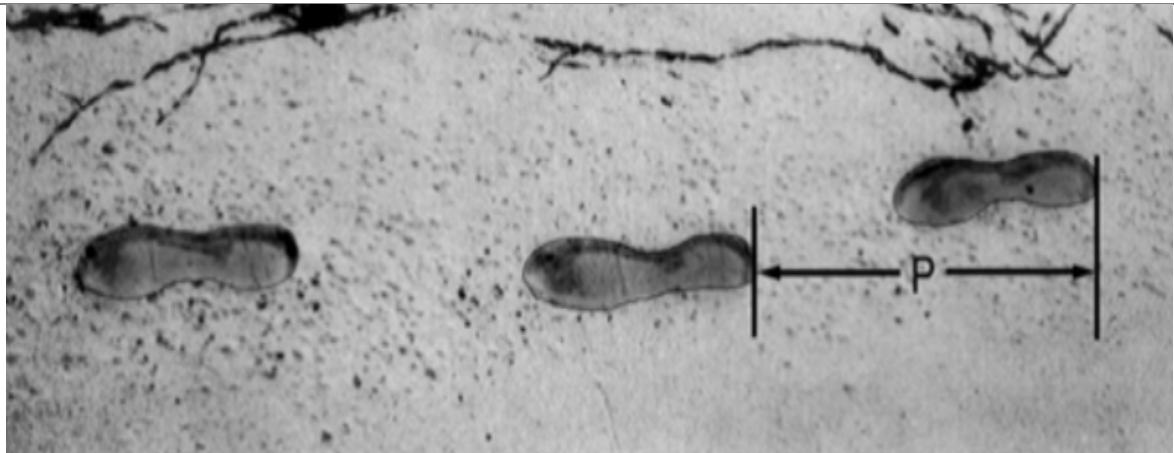
Види сміття	Час розкладання
Бананова шкірка 1–3 роки	1–3 роки
Апельсинова шкірка 1–3 роки	1–3 роки
Картонні коробки 0,5 року	0,5 року
Жувальна гумка 20–25 років	20–25 років
Газети Декілька днів	Декілька днів
Посуд із полістиролу Більше 100 років	Більше 100 років

Один з учнів хоче представити зібрані дані у формі стовпчастої діаграми. Наведіть одну причину, чому стовпчаста діаграма не підходить для відображення цих даних

Оскільки є велика різниця між найбільшим періодом часу розкладання деяких видів сміття й найменшим, буде важко відобразити точні дані і для 100 років, і для декількох днів.

Джерело: складено на основі [13]

Завдання 5. Кроки



На знімку зображено сліди людини, які вона залишила на піску. Довжина кроку P – відстань між двома сусідніми слідами. Залежність між числом кроків дорослого чоловіка й довжиною його кроку наближено виражається формулою $\frac{n}{P} = 140$, де n – кількість кроків за одну хвилину, P – довжина кроку в метрах.

Завдання 1: КРОКИ

Використовуючи наведену формулу, обчисліть довжину кроку Андрія, якщо він робить 70 кроків за хвилину. Запишіть хід своєї роботи.

За даною формулою отримуємо:

$$\frac{n}{P} = 140 \Leftrightarrow P = \frac{n}{140}$$

За умовою Андрій робить 70 кроків за хвилину, значить, $n = 70$. Довжина його кроку (в метрах) дорівнює $P = \frac{70}{140} = 0,5$.

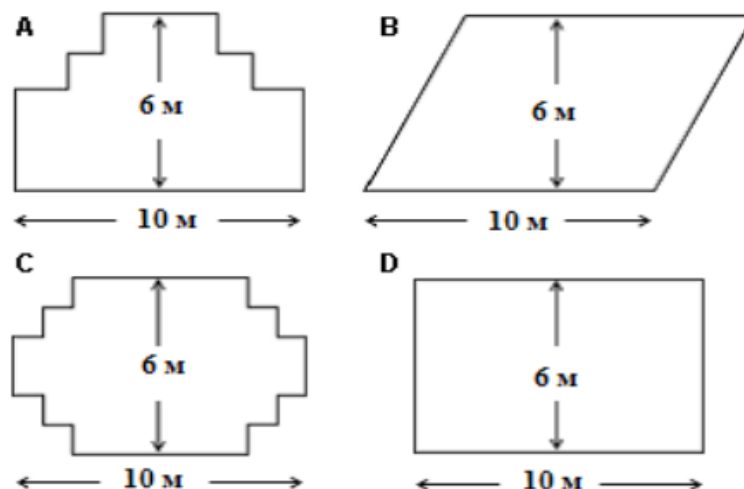
Відповідь: 0,5 м.

<p>Завдання 2: КРОКИ</p> <p>Богдан знає, що довжина його кроку дорівнює 0,80 м. Застосовуючи наведену вище формулу, обчисліть швидкість пересування Богдана в метрах за секунду та в кілометрах за годину. Запишіть хід своєї роботи.</p>	<p>За даною формулою отримуємо:</p> $\frac{n}{P} = 140 \Leftrightarrow n = 140P$ <p>За умовою довжина кроку Богдана дорівнює $P=0,80$ м. За хвилину він робить $n = 140 \cdot 0,8 = 112$ кроків.</p> <p>Тобто, за хвилину Богдан проходить $112 \cdot 0,8 = 89,6$ м</p> <p>Швидкість Богдана дорівнює</p> $V = 89,6 \text{ м/хв} = 89,6 \frac{1000}{\frac{1}{60}} \text{ км/год} = 5,376 \text{ км/год}$ <p>Відповідь: $V = 89,6 \text{ м/хв}; 5,376 \text{ км/год}$</p>
--	---

Джерело: складено на основі [13]

Завдання 6. Клумби

Садівник має 32 метри дерев'яної огорожі й хоче обнести нею клумбу. Він обирає форму клумби з таких:

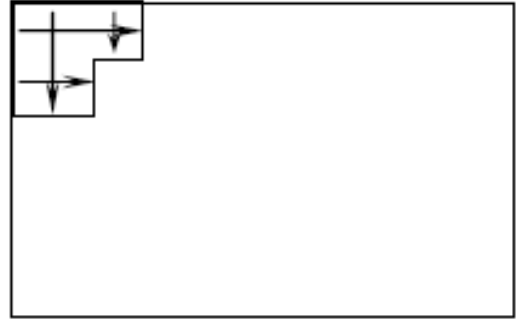


Обведіть «Так» або «Ні» для кожної форми клумби залежно від того, чи вистачить 32 м огорожі, щоб обнести нею клумбу

Форма клумби	Чи вистачить 32 м огорожі, щоб обнести нею клумбу?
Форма А	Так / Ні
Форма В	Так / Ні
Форма С	Так / Ні
Форма D	Так / Ні

Можна помітити, що периметри фігур А, С і D дорівнюють 32 м. Дійсно, перенесенням частин без зміни їх довжини з фігури D можна отримати фігури А і С (див. мал.).

Сума довжин маленьких вертикальних ділянок дає велику вертикаль. Аналогічно з горизонтальними ділянками.



Оскільки висота паралелограма (фігура В) дорівнює 6 м, то довжина його бічної сторони більше 6 м. Значить, сума довжин двох його бічних сторін більше 12 м. І разом з довжинами двох основ по 10 м вийде більше 32 м периметра. Для фігур А, С і D огорожі вистачить, а для фігури В – ні.

Відповідь: так, ні, так, так.

Джерело: складено на основі [13]

Завдання 7. Скейтборд

Сергій дуже захоплюється катанням на скейтборді. Він доволі часто відвідує магазин «Спорт», щоб з'ясувати ціни деяких товарів.

У цьому магазині можна купити повністю зібраний скейтборд. Але можна купити платформу, один комплект із 4 коліс, один комплект із 2 утримувачів коліс, а також комплект металевих і гумових складових частин і зібрати свій власний скейтборд. Ціни у магазині на ці товари представлені нижче:

Товар	Ціна в зедрах	
Зібраний скейтборд	82 або 84	
Платформа	40, 60 або 65	
Один комплект із 4 коліс	14 або 36	
Один комплект із 2 тримачів для коліс	16	
Один комплект металевих і гумових деталей (підшипники, гумові прокладки, болти, гайки)	10 або 20	

Запитання 1:

Сергій хоче сам зібрати для себе скейтборд. Яку найменшу і яку найбільшу ціну він може заплатити в цьому магазині за всі складові частини скейтборду?

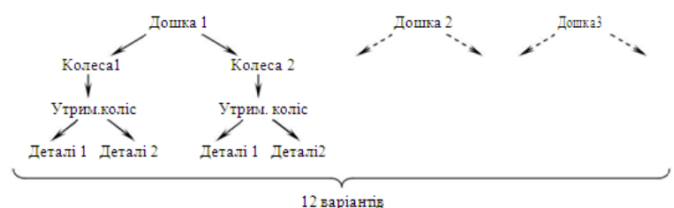
Максимальна ціна містить у собі ціни найдорожчих деталей, тобто $65+36+16+20=137$ грошових одиниць. Мінімальна ціна, аналогічно $40+14+16+10=80$ грошових одиниць.

Відповідь: 80 г.о, 137 г.о.

Запитання 2:

У магазині пропонуються на вибір три різні види дошок, два різні комплекти коліс, два різні комплекти металевих і гумових деталей. При цьому є тільки один вибір комплекту утримувачів коліс. Скільки різноманітних скейтбордів може зібрати Сергій із

Складемо схему збирання скейтборду



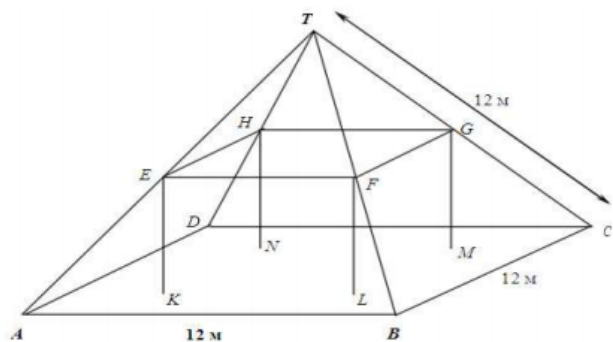
Відповідь: D.

<p>запропонованих складових частин?</p> <p>A. 6 B. 8 C. 10 D. 12</p>	
<p>Запитання 3:</p> <p>У Сергія 120 грошових одиниць, і він хоче зібрати найдорожчий скейтборд, який може собі дозволити на ці гроші. Скільки грошей він може витратити на кожну з 4 частин скейтборду?</p>	<p>Методом підбору визначаємо, скільки грошей Сергій може витратити на кожну деталь:</p> <p>платформа – 65 зедів; колеса – 14 дедів; тримачі для коліс – 16 зедів; комплект металевих і гумових деталей – 20 зедів.</p> <p>Разом на покупку витрачено – 115 зедів</p>

Джерело: складено на основі [13]

Завдання 8. Приватний будинок

На фотографії можна побачити житловий будинок, дах якого має форму піраміди. Нижче зображена математична модель даху будинку і вказані довжини деяких відрізків.



На цій моделі підлога горища будинку – квадрат ABCD. Балки, на які спирається дах, є сторонами бетонного блоку, що має форму прямокутного паралелепіпеда EFGHKL MN. E – середина ребра AT, F –

середина BT, G – середина CT, H – середина DT. Усі ребра піраміди дорівнюють 12 м.	
Запитання 1 Обчисліть площу підлоги горища – квадрата ABCD.	Довжина сторони квадрата ABCD дорівнює 12 м. Тоді його площа: $S = 12^2 = 144$ кв. м. Відповідь: 144 м².
Запитання 2 Знайдіть довжину відрізка EF – горизонтальної сторони бетонного блоку.	Оскільки E – середина ребра AT, а F – середина BT, значить, EF – середня лінія трикутника ABT. Тому EF в 2 рази менше довжини відрізка AB: $12 : 2 = 6$ м. Відповідь: EF = 6 м.

Джерело: складено на основі [13]

Завдання 9. Ритм серця

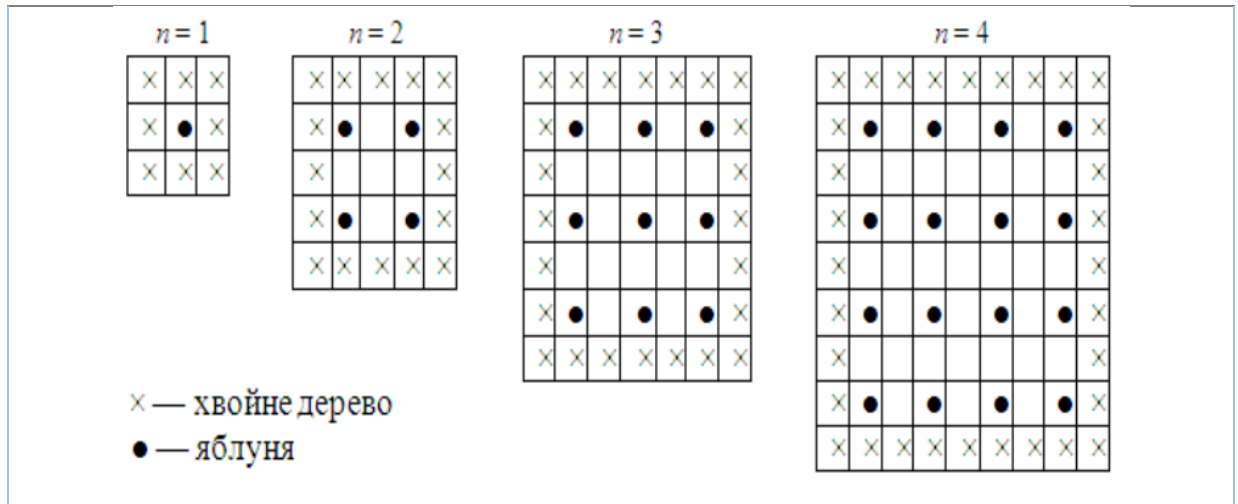
Серце – єдиний м'язовий орган, який не піддається управлінню людиною. Воно працює саме-по-собі і регулюється за допомогою вегетативної нервової системи. В нашому серці є так званий синусовий вузол, який задає ритм для роботи серця. Ритмічне скорочення і розслаблення серцевого м'язу і називають ритмом серця. Норму ритму серця можна порахувати за формулою: $118,1 - (0,75 * \text{вік})$.													
Завдання 1. Розрахуйте норму ритму серця для кожного віку, відповідь округліть до одиниць.	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Вік</th> <th>К-ть ударів серця/хв</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>10 років</td> <td>111</td> </tr> <tr> <td>25 років</td> <td>99</td> </tr> <tr> <td>40 років</td> <td>88</td> </tr> <tr> <td>65 років</td> <td>69</td> </tr> <tr> <td>70 років</td> <td>66</td> </tr> </tbody> </table>	Вік	К-ть ударів серця/хв	10 років	111	25 років	99	40 років	88	65 років	69	70 років	66
Вік	К-ть ударів серця/хв												
10 років	111												
25 років	99												
40 років	88												
65 років	69												
70 років	66												

Завдання 2. Роман, якому зараз 25 років з дитинства займається лижним спортом. В стані спокою кількість ударів його серця становить 71% від норми. Під час сну кількість скорочень серця зменшується на 20% від стану спокою. Під час звичайних тренувань кількість ударів серця знижується до 40, а при високий фізичних навантаженнях кількість ударів підвищується на третину від стану спокою. На графіку відмічено кількість ударів серця Романа протягом дня. Складіть, використовуючи графік, приблизний режим дня Романа.

Джерело: складено на основі [13]

Завдання 10. Яблуні

Фермер на садовій ділянці висаджує яблуні у формі квадрата, як показано на малюнку. Для захисту яблунь від вітру він саджає по краях ділянки хвойні дерева. Нижче на малюнку зображені схеми посадки яблунь і хвойних дерев для декількох значень n , де n – кількість рядів висаджених яблунь. Цю послідовність можна продовжити для будь-якого числа n .



Запитання 1. Заповніть таблицю

n	К-ть яблунь	К-ть хвойних дерев
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

Запитання 2. Є дві формули, що Ви можете використати для обчислення кількості висаджених яблунь і хвойних дерев в описаній вище ситуації кількість яблунь = n^2 кількість хвойних дерев = $8n$, де n – кількість рядів висаджених яблунь.

Для якого значення n число яблунь буде дорівнювати числу посаджених навколо них хвойних дерев?

$$n^2 = 8n \mid : n ;$$

$$n = 8.$$

Відповідь : при $n = 8$.

Запитання 3. Припустимо, що фермер вирішив поступово

Припустимо, що фермер збільшив на 1 ряд кількість яблук, тоді

<p>збільшувати кількість рядів яблунь на своїй ділянці. Що при цьому збільшуватиметься швидше: кількість висаджених яблунь або кількість хвойних дерев?</p>	<p>кількість хвойних дерев збільшиться на $8(n + 1) - 8n = 8$ шт., а кількість яблунь на $(n + 1)^2 - n^2 = 2n + 1$. Порівняємо отримані величини:</p> $2n + 1 > 8;$ $n > 4.$ <p>Відповідь: починаючи з чотирьох рядів, кількість яблунь збільшується швидше кількості хвойних дерев.</p>
---	--

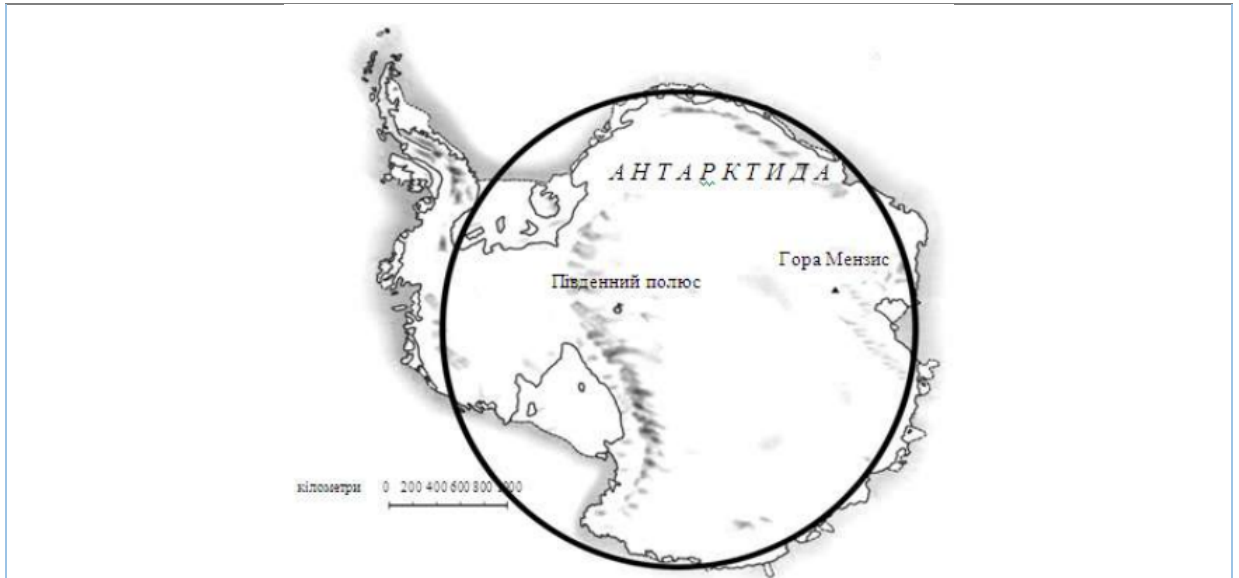
Джерело: складено на основі [42]

Завдання 11. Площа континенту

Нижче зображена карта Антарктиди. Зважаючи на масштаб цієї карти, визначте приблизну площу континенту.



Оцінімо площу Антарктиди площею круга, накладеного на континент (див. малюнок).



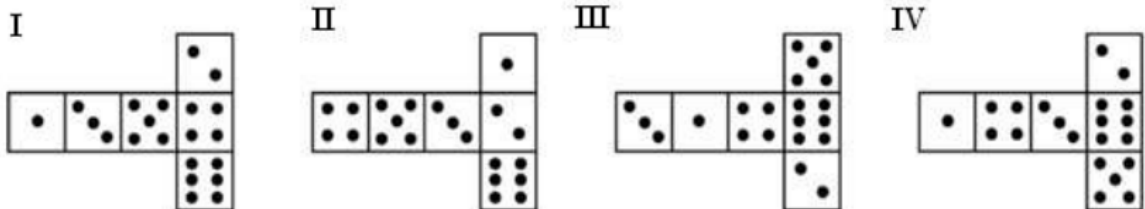
Вимірявши лінійкою діаметр накресленого круга і довжину 1000 км на масштабній лінійці, знайдемо їх відношення та визначимо реальний розмір круга. Він складає 4000 км. Площа круга дорівнює приблизно 12,6 млн кв. км.

Відповідь: 12,6 млн кв. км.

Джерело: складено на основі [42]

Завдання 12. Гральні кубики

На малюнку зображені два гральні кубики, для яких виконується таке правило: сума очок, зображених на двох будь-яких протилежних сторонах кубика, дорівнює семи. З яких розгорток, наведених нижче, можна скласти кубик, у якого сума очок на протилежних сторонах дорівнюватиме 7? Обведіть слово «Так» або «Ні» у кожному рядку наступної таблиці.



Розгортка	Чи виконується правило: сума очок	Розгортка	Чи виконується правило: сума очок
-----------	-----------------------------------	-----------	-----------------------------------

	на протилежних сторонах кубика дорівнює 7?		на протилежних сторонах кубика дорівнює 7?
I	Так/Ні	I	Ні
II	Так/Ні	II	Так
III	Так/Ні	III	Так
IV	Так/Ні	IV	Ні

Джерело: складено на основі [42]

Завдання 13. Зростання лишайника

Одним із наслідків глобального потепління є танення льоду деяких льодовиків. Через дванадцять років лід зникає, і крихітні рослини – лишайники – з'являються на скелях. Під час зростання лишайники утворюють кола. Співвідношення між діаметром кола і віком лишайника приблизно визначається формулою:

$d = 7 \cdot \sqrt{t - 12}$, при $t \geq 12$, де d – діаметр кола лишайника в міліметрах і t – кількість років, що минули з того часу, як лід розтанув.

Завдання 1.

Використовуючи формулу, розрахуйте діаметр лишайника через 16 років після того, як лід розтанув.

При $t = 16$

$$d = 7 \cdot \sqrt{16 - 12} = 14 \text{ мм}$$

Відповідь: за 16 років діаметр лишайника буде дорівнювати 14 мм.

Завдання 2.

Певного року діаметр лишайника складав 42 міліметри.

Скільки років тому розтанув лід у цьому місці? Наведіть розв'язання.

При $d = 42$ мм

$$42 = 7 \cdot \sqrt{t - 12} = 14 \text{ мм};$$

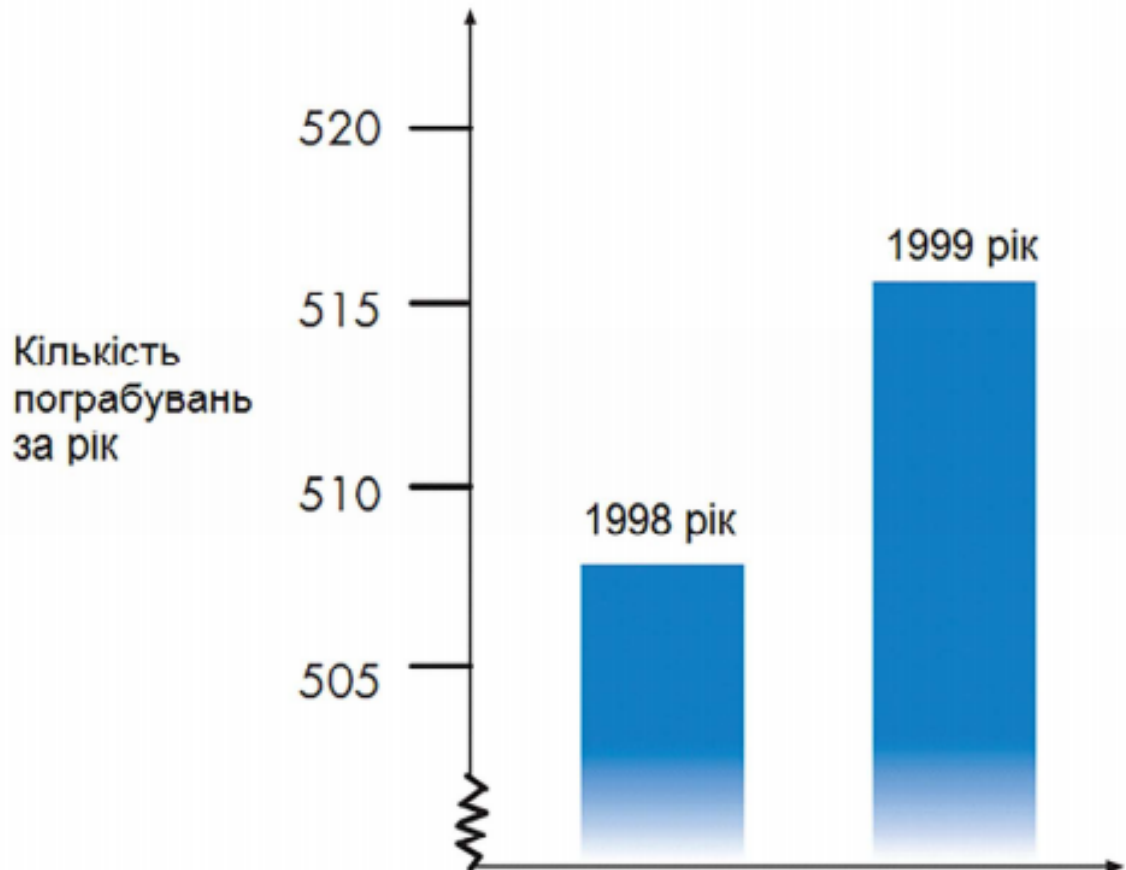
$$t = 48.$$

Відповідь: за 48 років лишайник досягне діаметру 42 мм.

Джерело: складено на основі [42]

Завдання 14. Пограбування

Телерепортер показав діаграму, яку наведено нижче, і заявив таке: «З діаграми видно, що порівняно з 1998 роком у 1999 році стрімко зросла кількість пограбувань».



Запитання.

Чи правильний висновок на основі цієї діаграми зробив телерепортер? Обґрунтуйте свою відповідь.

Відповідь

Ні, тому що він використав тільки верхню частину діаграми, і якщо подивитися на всю діаграму від 0 до 520, то можна було б побачити, що вона не настільки багато піднялася.

Джерело: складено на основі [42]

Завдання 15. Склад ліків

Жінці в лікарні вводять ін'єкцію пеніциліну. Її організм поступово розщеплює пеніцилін так, що через годину після введення ін'єкції тільки 60% пеніциліну є діючою. Цей процес повторюється: до кінця кожної години тільки 60% пеніциліну, який залишився вкінці попередньої години продовжує діяти.

Припустимо, що о 8 годині ранку жінці ввели дозу, об'ємом 300 мг пеніциліну.

Запитання 1. Заповніть таблицю, яка вказує кількість пеніциліну, що продовжує діяти в крові жінки в проміжку з 08:00 до 11:00.

Година	08:00	09:00	10:00	11:00
Пеніцилін (мг)	300	180	108	64,8 або 65

Запитання 2. Для того, щоб контролювати кров'яний тиск пацієнту потрібно приймати 80 мг ліків. Наступний графік вказує кількість ліків, які продовжують діяти в крові через один, два, три і чотири дні. Скільки ліків продовжує діяти вкінці першого дня?
 А. 6 мг. В. 12 мг. С. 26 мг. **D. 32 мг.**

Запитання 3. Графік з попереднього питання показує, що кожного дня приблизно така сама кількість з попереднього дні продовжує діяти в крові пацієнта. Який приблизний відсоток ліків із попереднього дня продовжує діяти вкінці кожного дня?
 А. 20%. В. 30%. **С. 40%.** D. 80%.

2.3. Аналіз завдань практичного змісту ЗНО з математики 2017-2021 років

Відповідно до Наказу МОН України №804, 2017 серед ключових компетенцій виділено «математичну», яка трактується як «розв'язувати задачі, зокрема практичного змісту; будувати і досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ, інтерпретувати та оцінювати результати; прогнозувати в контексті навчальних та практичних задач; використовувати математичні методи в життєвих ситуаціях». Визначні математики-методисти, такі як Л.М. Фрідман, Т.А. Іванова, Д. Пойа пояснювали зміст практико-орієнтовних завдань, як формаування в учні здатність вирішення конкретних проблем, які трапляються у реальному житті за допомогою узагальнених знань, умінь та навичок з математики.

В різній літературі зустрічається вимога щодо вміння розв'язувати «задачі», «прикладного», «практичного» змісту. В деяких методичних та навчальних розробках практична задач трактується, як нематематична, але, та, що розв'язується за допомогою математичних методів. На інший погляд – це «задача з готовими даними, що зводиться лише до побудови математичної моделі» або задача, в якій ставиться лише умова, а дані з неї потрібно «витягти» самостійно [42].

Отже задачі практичного змісту остаточно визначаємо як завдання, що відображують реальні життєві ситуації, вирішивши які учні застосовують математичні знання на практиці.

За діючою навчальною програмою з математики (Наказ МОН України №804, 2017) для завдань практичного змісту виділено окреме місце, яке пов'язане з ключовими компетенціями, практичною спрямованістю навчального матеріалу. В таблиці 2.3 виділено практичний зміст даних завдань, що передбачений навчальною програмою.

Таблиця 2.3

Задачі прикладного змісту у навчальній програмі

Предмет	Клас	Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів
Математика	5	Розв'язує сюжетні задачі з реальними даними щодо: використання природних ресурсів рідного краю; безпеки руху; знаходження периметрів та площ земельних ділянок, підлоги класної кімнати, об'єму об'єктів, що мають форму прямокутного паралелепіпеда; розрахунку сімейного бюджету, можливості здійснення масштабних покупок; розрахунків, пов'язаних із календарем і годинником тощо.
Математика	6	Розв'язує сюжетні задачі на: розрахунок відсоткового відношення різних величин (наприклад, працездатного населення регіону, калорій тощо); прийняття рішень у сфері фінансових операцій, розрахунок власних та родинних фінансів, комунальних платежів; вміння розпоряджатись власними коштами, в простих ситуаціях оцінювати очікувані та реальні витрати тощо.
Алгебра	7	Розв'язує сюжетні задачі: на рух з точки зору його безпеки; на розпорядження власними та родинними фінансами; фінансового змісту крізь призму історичних подій тощо.
Геометрія	7	Розв'язує задачі практичного змісту на: знаходження відстані до недоступної точки; встановлення рівновіддаленості об'єктів на поверхні Землі; використання жорсткості трикутника в будівництві тощо.
Алгебра	8	Розв'язує сюжетні задачі на: використання взаємозв'язків економічних явищ; види та розрахунки податків, платежів; рух; продуктивність праці; вартість товару; сумісну роботу; суміші та сплави тощо.
Геометрія	8	Розв'язує задачі практичного змісту на: визначення відстані до недоступної точки; висоти предмета;

		знаходження кутів (кута підйому дороги, відкосу, кута, під яким видно деякий предмет) тощо.
Алгебра	9	Розв'язує сюжетні задачі на: розрахунок та аналіз фінансової спроможності родини; розрахунок обсягу сплачених податків; прийняття рішень стосовно особистих та колективних фінансових питань тощо.
Геометрія	9	Розв'язує задачі на: знаходження невідомих елементів реальних об'єктів; знаходження площ реальних об'єктів, покриття площини правильними многокутниками тощо.
Алгебра	10	Моделює реальні процеси за допомогою степеневих функцій. застосовує тригонометричні функції до опису реальних процесів. Розуміє значення поняття похідної для опису реальних процесів, зокрема механічного руху. Розв'язує нескладні прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин.
Геометрія	10	Застосовує відношення паралельності між прямими і площинами у просторі до опису відношень між об'єктами навколишнього світу. Застосовує відношення між прямими і площинами у просторі, відстані і кути у просторі до опису об'єктів навколишнього світу. Розв'язує задачі на знаходження відстаней та кутів в просторі, зокрема практичного змісту.
Алгебра	11	Застосовує показникову та логарифмічну функції до опису реальних процесів. Застосовує ймовірнісні характеристики навколишніх явищ для прийняття рішень.
Геометрія	11	Застосовує вивчені формули і властивості до розв'язування задач, зокрема прикладного змісту. Розпізнає види тіл обертання, їхні елементи; многогранники і тіла обертання у їх комбінаціях в об'єктах навколишнього світу. Розв'язує задачі на обчислення об'ємів і площ поверхонь геометричних тіл, зокрема прикладного змісту.

Джерело: складено на основі [44]

Підрахувавши відсотковий вміст практичних завдань на основних сесіях 2017-2021 роки: ЗНО 2017-2019 включали 33 завдання; ЗНО 2020 – 35 завдань, ЗНО 2021 (стандартний рівень) – 34 завдання. З них 5-9 завдань практичного змісту, що відсотково складає 15-26%.

Проведемо аналіз практичних завдань ЗНО 2017-2021 за такою класифікацією:

1) За формою:

- тестові завдання з однією правильною відповіддю,
- завдання на встановлення відповідностей;
- структуровані завдання з короткою відповіддю;
- неструктуровані завдання з короткою відповіддю;
- завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю.

На основі проведеного дослідження наявності завдань практичного змісту на ЗНО 2017-2021 було сформовано таблицю 2.4

Таблиця 2.4

Кількість завдань практичного змісту у ЗНО 2017-2021

Форма завдання	2017	2018	2019	2020	2021
Тестові завдання з однією правильною відповіддю	2	3	3	3	5
Завдання на встановлення відповідностей	-	-	-	-	-
Структуровані завдання з короткою відповіддю	1	1	1	1	1
Неструктуровані завдання з короткою відповіддю	2	2	2	3	3
Завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю	-	-	-	-	-

Джерело: складено на основі [45]

Отже, бачимо, що за статистикою ЗНО 2021 містило найбільше завдань практичного змісту, хоча в категоріях «Завдання на встановлення

відповідностей» та «Завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю» ситуація не змінилася.

Знання та вміння, що перевіряються за допомогою завдань практично характеру подано у таблиці 2.5.

Таблиця 2.5

Завдання ЗНО практичного змісту та знання і вміння, що ними перевіряються

	Форма завдання	Знання та вміння, що перевіряються
1	Алгебраїчні тестові завдання з вибором однієї правильної відповіді	<p>Розуміння та аналіз інформації, що подана у вигляді діаграм, графіків, таблиць, малюнків, креслень та текстовій формі.</p> <p>Вміння використовувати ознаки подільності, знання про відношення та пропорції, середнє значення величини та елементи статистики.</p>
2	Геометричні тестові завдання з вибором однієї правильної відповіді	<p>Аналіз малюнків та креслень. Знання властивостей кутів, кола та круга, трикутників, чотирикутників.</p> <p>Вміння використовувати формули для знаходження лінійних розмірів та площ планіметричних фігур, площ поверхні та об'ємів стереометричних фігу.</p>
3	Завдання на встановлення відповідностей	Вміння аналізувати текстову інформацію та розв'язувати задачі алгебраїчним способом.
4	Структуровані завдання з короткою відповіддю	Вміння складати відношення та пропорції, та розв'язувати задачі на відсоткові розрахунки.
5	Неструктуровані завдання з короткою відповіддю	Вміння складати лінійні та квадратні рівняння, нерівності та їх системи, як математичну модель текстових задач, та розв'язувати їх, аналізувати отриману відповідь, знаходити наближене значення величини. Вміння знаходження ймовірності випадкової події, використання комбінаторних правил та формул.

Джерело: складено на основі [44]

2) За темами:

Проаналізуємо зв'язок завдань практичного змісту за класами та темами серед яких які задач присутні.

Таблиця 2.6

Теми практичних завдань для основних сесій ЗНО 2017 – 2021

Предмет	Клас	Тема
Математика	5	Середнє арифметичне Середнє значення величини Площа і периметр прямокутника і квадрата
Математика	6	Ознаки подільності на 2, 3, 5, 9, 10. Відношення Пропорції Відсоткове відношення двох чисел Відсоткові розрахунки Стовпчасті та кругові діаграми
Алгебра	7	Вирази зі змінними Тотожні перетворення виразу Лінійні рівняння та їх системи як математичні моделі текстових задач
Геометрія	7	Кути та їх властивості Коло. Круг
Алгебра	8	Квадратні рівняння Квадратне рівняння та рівняння, які зводяться до квадратних, як математичні моделі прикладних задач
Геометрія	8	Трикутники та чотирикутники. Їх властивості Теорема Піфагора
Алгебра	9	Основи комбінаторики, теорії ймовірностей та статистики
Алгебра та початки аналізу	11	Початки теорії ймовірностей та елементи статистики. Ймовірність випадкової події Елементи комбінаторики. Перестановки. Комбінації. Комбінаторні правила суми та добутку

Джерело: складено на основі [44]

3) За складністю

Складність завдань визначається як відсоток відношення кількості балів, які набрали учасники ЗНО за правильне розв'язання завдання до максимальної кількості балів, що можна було отримати за це завдання.

Завдання поділяються на 4 категорії:

- дуже легкі (> 80%);
- легкі (60-79%);
- оптимальні (40-59%);
- складні (21-39%)
- дуже складні (< 20%).

За даними Українського центру оцінювання якості освіти, я саме інформація взята із Офіційних звітів про проведення ЗНО 2017, 2018, 2019, 2020, 2021 сформовано діаграму щодо рівнів складності завдань практичного характеру. Результати представлено на рис. 2.5.



Рис. 2.5. Розподіл завдань практичного змісту основних сесій ЗНО 2017-2021 з математики

Джерело: складено на основі [44]

Опираючись на результати представлені на Рис.2.5. ми можемо сказати:

- у 2017 році легких завдань для учасників ЗНО не виявилось, а завдання складного та дуже складного характеру виявилися переважаючими серед всіх завдань практичного змісту. Завдання із теми «Відношення та пропорції» потрапили в категорії легких та складних завдань. Задачу за темою «Лінійні рівняння як математична модель текстових задач» виявилася дуже складною для учасників ЗНО 2017. Найгірше серед всіх завдань практичного змісту була виконана задача за темою «Початки теорії ймовірностей та елементи статистики»

- у 2018 році для учасників були присутні всі рівні завдань, окрім дуже легких. Значно переважали завдання складного змісту. До легкого рівня було віднесено завдання за темою «Ознаки подільності». Теми «Відношення і пропорції. Відсотки» та «Квадратні рівняння як математична модель текстових задач» лягли в основу складних завдань. Дуже складним для учасників виявилось завдання із теми «Елементи комбінаторики».

- у 2019 році знову зустрілися всі типи завдань, окрім дуже легких. Задача за темою «Елементи статистики» виявилася легкою, до оптимальних слід віднести завдання із теми «Числа та вирази», а складними виявилися завдання із тем «Трикутник. Чотирикутник. Їх властивості», «Відношення та пропорції. Відсотки», «Лінійні рівняння та їх системи як математична модель текстових задач». Найскладнішою виявилось завдання із теми «Елементи комбінаторики».

- у 2020 році присутні завдання всіх рівнів складності, зокрема статус «дуже легких» отримали завдання із теми «Відношення та пропорції» до оптимального рівня складності належать задачі із тем «Елементи комбінаторики» та «Числа та вирази». Складними та дуже складними були завдання із тем «Початки теорії ймовірностей та елементи статистики», «Лінійні рівняння та їх системи як математична модель текстових задач», «Відсотки» та «Трикутники. Чотирикутники. Їх властивості».

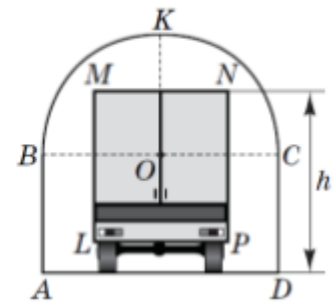
- у 2021 році для учасників не виявилося легких завдань. Дуже легким були завдання із теми «Числа та вирази». Оптимальними виявилися завдання із теми «Коло та круг. Їх властивості», складними – «Відсотки», «Трикутники. Чотирикутники. Їх властивості», «Відношення та пропорції», дуже складними – «Елементи комбінаторики», «Початки теорії ймовірностей та елементи статистики».

Отже, за результатами видно, що завдання практичного характеру одних і тих самих тем щорічно потрапляють до категорій складних та дуже складних.

Розглянемо декілька завдань практичного змісту ЗНО 2017-2021 та запропоновані розв'язки, які пропонуються сайтом osvita.ua.

Задача 1.

На рисунку зображено поперечний переріз аркового проїзду, верхня частина якого (дуга BKC) має форму півкола радіуса $OC = 2$ м. Відрізки AB і DC перпендикулярні до AD , $AB = DC = 2$ м. Яке з наведених значень є найбільшим можливим значенням висоти h вантажівки, за якого вона зможе проїхати через цей арковий проїзд? Уважайте, що $LMNP$ – прямокутник, у якому $MN = 2,4$ м і $MN \parallel AD$.



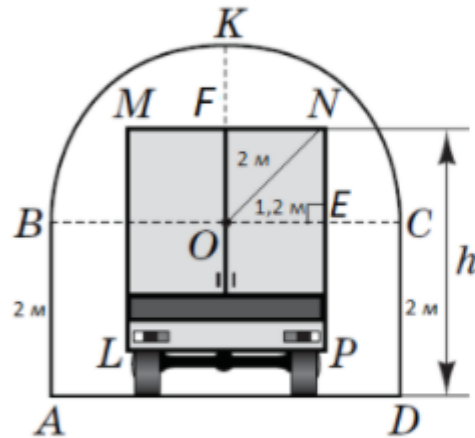
А	Б	В	Г	Д
4,4 м	4 м	3,7 м	3,5 м	3,2 м

Рис. 2.6 Задача ЗНО-2017

Джерело: [45]

ТЕМА: Геометрія. Планіметрія. Найпростіші геометричні фігури на площині та їхні властивості. Коло та круг. Трикутники. Чотирикутники.

Це завдання перевіряє вміння застосовувати означення, ознаки та властивості геометричних фігур до розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту; вміння застосовувати теорему Піфагора до розв'язування прямокутного трикутника, властивості прямокутника.



Розглянемо випадок, коли вантажівка дотикається аркового проїзду. При цьому $ON = OC = 2$ м (радіус аркового проїзду).

Оскільки $MN = 2,4$ м, а $MF = FN = 1,2$ м. $FN = OE = 1,2$ м. Значення NE знайдемо за теоремою Піфагора з $\triangle NEO$ ($\angle E = 90^\circ$).

$$NE = \sqrt{ON^2 - OE^2} = \sqrt{4 - 1,44} = \sqrt{2,56} = 1,6 \text{ м.}$$

Висота h вантажівки складається з суми $h = CD + NE = 2 + 1,6 = 3,6$ м.

При значенні $3,6$ м вантажівка дотикається арки, тому максимально можливе значення – $3,5$ м.

Рис. 2.7 Розв'язок задачі 1

Джерело: [45]

Задача 2.

У буфеті друзі купили кілька однакових тістечок вартістю 10 грн кожне і 5 однакових булочок вартістю x грн кожна. Яке з чисел може виражати загальну вартість цієї покупки (y грн), якщо x – ціле число?

А	Б	В	Г	Д
31	32	33	34	35

Рис. 2.8 Задача ЗНО – 2018

Джерело: [45]

ТЕМА: Числа і вирази. Дійсні числа (натуральні, цілі, раціональні та ірраціональні). Ознаки подільності чисел на 5, 10.

Це завдання перевіряє вміння використовувати ознаки подільності.

Друзі купили кілька однакових тістечок вартістю 10 грн кожне, тому вартість покупки виражається цілим числом, кратним 10. Крім того друзі купили 5 однакових булочок вартістю x грн кожна, вартість цієї покупки виражається числом, кратним 5. Числа 10 і 5 кратні 5, тому загальна вартість всієї покупки виражається числом, кратним 5.

Рис. 2.9 Розв'язок задачі 2

Джерело: [45]

Задача 3.

На діаграмі відображено розподіл кількості працівників фірми за віком. Скільки всього працівників працює на цій фірмі?

А	Б	В	Г	Д
40	96	120	144	110

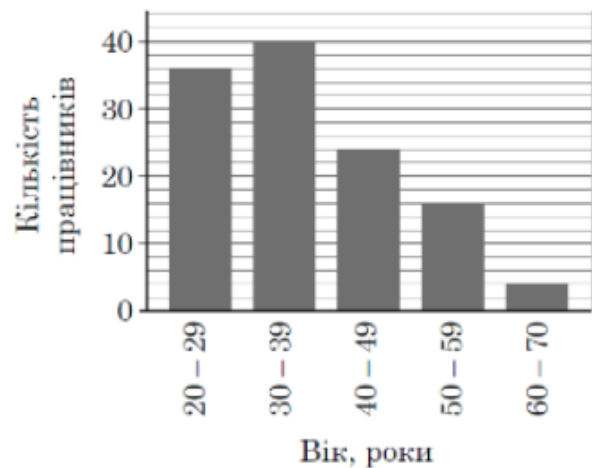


Рис. 2.10 Задача ЗНО – 2019

Джерело: [45]

ТЕМА: Алгебра і початки аналізу. Елементи статистики.

Це завдання перевіряє вміння аналізувати графічну, табличну, текстову та інші форми подання статистичної інформації.

Кількість працівників знаходимо з діаграми:

$$36 + 40 + 24 + 16 + 4 = 120 \text{ працівників.}$$

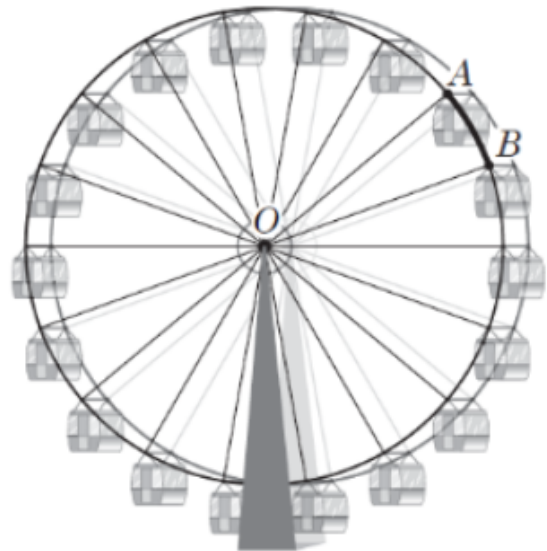
Отже, відповідь – В.

Рис. 2.11 Розв'язок задачі 3

Джерело: [45]

Задача 4.

Каркас колеса огляду складається з двох однакових кіл, до яких прикріплено 18 кабінок на однаковій відстані одна від одної, та ребер (радіусів кіл), що з'єднують місця прикріплення кабінок та центри кіл (див. рисунок). Довжина кожного ребра дорівнює 27 м. Визначте довжину дуги \overline{AB} кола із центром у точці O . Укажіть відповідь, найближчу до точної. Товщиною каркасу знехтуйте.



А	Б	В	Г	Д
12,6 м	9,5 м	5,4 м	4,6 м	3,2 м

Рис. 2.12 Задача ЗНО – 2020

Джерело: [45]

ТЕМА: Геометрія. Планіметрія. Коло та круг.

Завдання перевіряє вміння знаходити довжину кола та його дуги.

Довжина кола $C = 2\pi R$, $R = 27$ м. Отже, довжина всього кола $C = 2\pi \cdot 27 = 54\pi$ м.

Оскільки до каркаса прикріплено 18 кабінок, то довжина дуги AB дорівнює

$$l_{AB} = \frac{54\pi}{18} = 3\pi \approx 3 \cdot 3,14 = 9,42 \text{ м.}$$

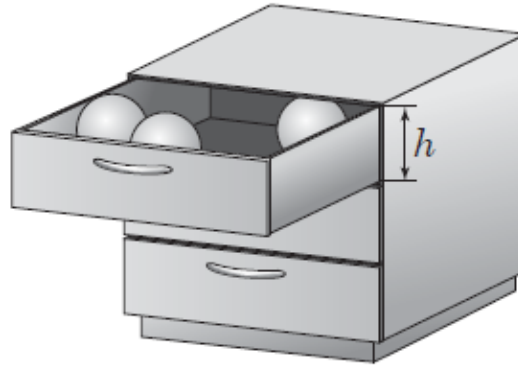
Найближча до точної відповідь Б.

Рис. 2.13 Розв'язок задачі 4

Джерело: [45]

Завдання 5.

Пластикові кульки радіуса 6 см зберігають у висувній шухлядці, що має форму прямокутного паралелепіпеда (див. рисунок). Якою з наведених може бути висота h цієї шухлядки?



- А** 3 см
- Б** 6 см
- В** 10 см
- Г** 13 см

Рис. 2.14 Задача ЗНО – 2021

Джерело: [45]

ТЕМА: Геометрія. Стереометрія. Многогранники.

Завдання скеровано на перевірку знання про многогранники та їх основні елементи, вміння розв'язування задач, зокрема практичного змісту.

Якщо радіус кульки 6 см, то діаметр – 12 см.

Для того, щоб кульки помістилися у шухлядці, її висота може бути 13 см.

Рис. 2.15 Розв'язок задачі 5

Джерело: [45]




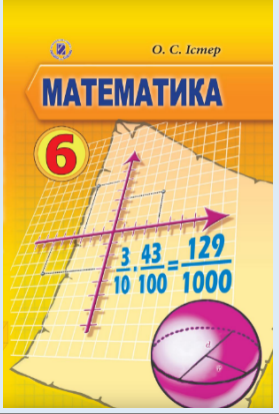
РОЗДІЛ 3.

Порівняльна характеристика підручників математики 5-9 класів.

У даному розділі проводиться порівняльна характеристика підручників з математики (рівень стандарт) для 5-9-х класів на наявність завдань практично-орієнтованого характеру. Підручники створені відповідно до Державного стандарту загальної середньої освіти та відповідають чинній програмі з математики.

Таблиця 3.1

Підручники з математики 5-9 класів обрані для проведення порівняльної характеристики

Математика, 5 клас	 <p>Математика. 5 клас : підруч. для закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. - Вид. 2-ге, доопрац. відповідч. програми. Х. : Гімназія, 2018. 272 с.: іл.</p>	 <p>Математика. 5 кл. : підруч. для закладів загальної середньої освіти / Н.А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. П. Бочко, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк. Вид. 2-ге, доопр. - К. : Видавничий дім «Освіта», 2018. - 240 с.</p>
Математика, 6 клас		

	<p>Математика : підруч. для 6 кл. загальноосвіт. навч. закладів / А. Г. Мерзляк, В. В. Полонський, М. С. Якір Х. : Гімназія, 2014. 400 с. : іл.</p>	<p>Математика : підруч. для 6-го кл. загальноосвіт. навч. закл. / О.С. Істер. К. : Генеза, 2014. 296 с. : іл.</p>
<p>Алгебра, 7 клас</p>	 <p>Алгебра : підруч. для 7 класу загальноосвіт. навч. закл. / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. · К.: Видавництво «Відродження», 2015. 288 с</p>	 <p>Алгебра : підруч. для 7-го кл. загальноосвіт. навч. закл. / О. С. Істер. Київ : Генеза, 2015. 256 с.</p>
<p>Геометрія, 7 клас</p>	 <p>Геометрія: Підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова. - К.: Видавництво «Відродження», 2015. – 192 с.</p>	 <p>Геометрія : підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. / О. М. Роганін, А. М. Капіносов. - Терно ціль : Підручники і посібники, 2015. - 240 с.</p>
<p>Алгебра, 8 клас</p>	 <p>Алгебра : підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Н. С. Прокопенко, Ю. О. Захарійченко, Н. Л. Кінашук.-Х. : Вид-во «Ранок», 2016. - 288 с. : іл.</p>	 <p>Алгебра : підруч. для 8 класу загальноосвіт. навч. закл. / Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. М. Коло мієць, З. О. Сердюк. - К.: УОВЦ «Оріон», 2016. - 336 с.</p>

<p>Геометрія, 8 клас</p>	 <p>Геометрія: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова. - К. : УОВЦ «Оріон», 2016. 224 с. : іл.</p>	 <p>Геометрія : підруч. для 8 кл. закл. загал. серед. осві ти / [А. П. Єршова, В. В. Голобородько, О. Ф. Крижановський, С. В. Єршов.] — 2-ге вид., перероб. - Харків.: Вид-во «Ранок», 2021. - 256 с. : іл.</p>
<p>Алгебра, 9 клас</p>	 <p>Алгебра: підруч. для 9 кл. общеобразование. учеб. закл. / Н. С. Прокопенко, Ю. А. Захарийченко, Н. Л. Кинашук. Харьков: Изд-во «Утро», 2017. – 288 с.</p>	 <p>Алгебра: учеб. для 9-го кл. общеобразование. учеб. закл. / О.С. Истер. – Киев: Генеза, 2017. 264 с.</p>
<p>Геометрія, 9 клас</p>	 <p>Геометрия: учеб. для 9 кл. общеобразование. учеб. закл. / [А.П. Ершова, В. В. Голобородько, О. Ф. Крыжановский, С. В. Ершов]. Харьков: Изд-во «Утро», 2017. - 256 с. : ил.</p>	 <p>Геометрія: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова. - К. : УОВЦ «Оріон», 2017. - 224 с. : іл.</p>

Підручник «Математика, 5» Г.Бевз та В. Бевз складається із 2 розділів, у яких містяться такі рубрики як: «Розв'язуємо усно», «Вправи», «Вправи на повторення» (у більшості параграфах тут міститься найбільше задач практичного змісту), «Задача від Мудрої сови» - особлива задача для якої потрібно проявити винахідливість та кмітливість, «Коли зроблено уроки», «Перевір себе». У підручнику немає окремо виділеної частини, яка містить задачі практичного характеру, проте вони частково містяться у кожному з розділів, складаючи близько 10-25% завдань.

Підручник «Математика, 5» Н.А. Тарасенкова, І.М. Богатирьова, О.М. Коломієць поділено на 7 розділів, а розділи, у свою чергу на параграфи. Найважливіші формулювання та правила наведено від заголовком «Запам'ятайте», а поради та узагальнення - «Зверніть увагу». У «Словничку» можна знайти переклад основних термінів англійською, французькою та німецькою мовами. Перевірити засвоєння матеріалу допоможе рубрика «Пригадайте головне», а поглибити свої знання «Дізнайтеся більше». Задачі підручника мають чотири рідня складності, які для розрізнення позначаються відповідними символами. У рубриці «Застосуйте на практиці» (Рис.3.1.) зібрані завдання, які пов'язані з реальним життям та допоможуть учням набувати математичних компетентностей.

Застосуйте на практиці

42. Запишіть підряд число, місяць і рік свого народження. Яке число ви одержали? Прочитайте його.

43. Навчальний рік розпочинається 1 вересня, а зимові канікули, як правило, — 25 грудня. Є ще тиждень канікул восени. Порахуйте, скільки днів учні навчатимуться у першому семестрі.

44. Що, на вашу думку, означають числа на знаках дорожнього руху (мал. 7–9)?



Мал. 7 Мал. 8 Мал. 9

Перевірте своє припущення за допомогою додаткових джерел інформації.

Рис. 3.1. Рубрика «Застосуйте на практиці»,
Математика, 5 клас Н.А. Тарасенкова

Задачі, що пов'язані з іншими ключовим компетентностями, містяться поміж основного переліку завдань та мають відповідні позначки. Практичні завдання складають близько 15-23% змісту.

Щодо 6-х класів, розглянемо підручник «Математика, 6 клас» А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір, який поділено на 4 параграфи, кожен з яких складається з пунктів. До кожного пункту підібрані задачі для самостійного розв'язання різного рівня складності на які вказують певні «Умовні позначення», кожен пункт завершується «Задачею від Мудрої Сови». Також міститься рубрика «Коли зроблено уроки» для поглиблення математичних знань, вкінці містяться розмальовки, замальовуючи які, після виконання завдань із підручника учні можуть провести самооцінювання із пройденого матеріалу. Завдання практичного змісту можна знайти серед запропонованих і їх, на жаль, не так і багато, близько 7-15% із кожного пункту.

Підручник «Математика, 6 клас» О.С. Істер складається із чотирьох розділів, що містять параграфи. Завдання, окрім умовних позначень для розподілу вправ відносно рівнів складності містять позначення із такою інтерпретацією: «треба запам'ятати», «запитання до вивченого теоретичного матеріалу», «вправи для повторення», «вправи підвищеної складності», «цікаві задачі для учнів неледачих». Рубрика «Завдання для перевірки знань з теми» допоможуть перевірити свої знання та підготуватися до тематичного оцінювання, рубрика «Для тих, хто любить математику» створена для математичних ентузіастів. В середньому до одного параграфа відноситься 25 - 40 завдань, відсоток задач практичного характеру коливається від 3-10%.

Для учнів 7-го класу навчальний предмет «Математика» поділяється на два самостійних напрямки, такі як «Алгебра» та «Геометрія». Проаналізуємо підручник «Алгебра, 7 клас» Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, який складається із чотирьох розділів та параграфів, що в них містяться. Кожен параграф підручника містить рубрику «Хочете знати ще більше?» для додаткових відомостей для учнів, рубрика «Перевір себе» допоможе закріпити, узагальнити та систематизувати здобуті знання, уміння та навички, а у рубриці «Виконаймо

разом!» наведено зразки розв'язання найважливіших видів вправ; матеріали рубрики «Історичні відомості» сприятимуть розширенню кругозору кожного учня. Підручник містить завдання різного рівня складності та завдання для домашнього виконання. Проаналізуємо наявність практико-орієнтованих завдань у цьому підручнику. Окрему рубрику та умовне позначення для завдань цієї категорії не створено. Компетентісно-орієнтовані завдання містяться серед задач для розв'язування і складають 4-15%, параграф «Розв'язування задач за допомогою рівнянь» та «Розв'язування задач складанням системи рівнянь» містить 98% завдань практичного характеру.

Таблиця 3.2.

Практичні завдання у підручнику «Алгебра, 7 клас» Г.П. Бевз

Назва розділу	Номери деяких практичних завдань, що їм відповідають
Цілі вирази	83, 92, 105, 206, 207, 209 – 213, 280, 282, 286-289
Розкладання многочленів на множники	-
Функції	700 – 702, 769, 786-788
Лінійні рівняння та їх системи	811, 823, 868, 972-974

Підручник «Алгебра, 7 клас» О.С. Істер складається із трьох розділів, які містять 30 параграфів. Перевірити свої знання можна, виконуючи завдання «Домашньої самостійної роботи», які подано в тестовій формі, та «Завдання для перевірки знань». «Задачі підвищеної складності» допоможуть поглибити знання з математики. Усі вправи розподілено відповідно до навчальних досягнень учня. Завдання практичного змісту не виносяться окремою рубрикою, окремого позначення не мають та складають близько 6-12%. Параграф «Розв'язування задач за допомогою рівнянь» та «Розв'язування задач складанням системи рівнянь» містить 98% завдань практичного характеру.

Таблиця 3.3.

Практичні завдання у підручнику «Алгебра, 7 клас» О.С. Істер

Назва розділу	Номери деяких практичних завдань, що їм відповідають
Цілі вирази	16, 20, 140, 182, 238, 239, 286-289, 519
Функції	734, 735, 753, 775, 776, 786, 830
Лінійні рівняння та їх системи	-

Підручник «Геометрія, 7 клас» Г.П. Бевз, В.Г. Бевз складається із 4-х розділів, що містять 21 параграф, зокрема, також матеріал виокремлюється в рубрики, наприклад: «Для допитливих» - містить додатковий матеріал, «Запитання і завдання для самоконтролю», «Виконаймо разом», «Самостійна робота», «Тестові завдання», «Типові задачі для контрольної роботи», «Задачі підвищеної складності». Цікавою та незвичною є рубрика «Геометрія навколо нас». Кожен параграф містить «Практичне завдання» (Рис.3.2.) творчого завдання, яке учні можуть виконати власноруч за допомогою вивченого матеріалу. Номери задач для домашнього опрацювання виділені блакитним кольором. Задачі компетентнісно-орієнтованого змісту складають близько 0-3%.

Практичне завдання

219. Виміряйте необхідні кути (мал. 106) і встановіть, чи є паралельними червоні та сині лінії, які визначають елементи схеми для вишивання українського рушника.

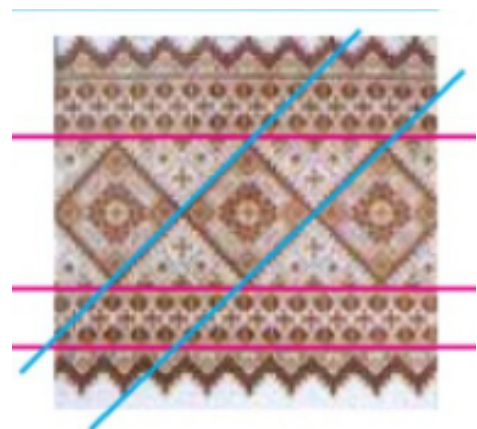


Рис. 3.2. Практичне завдання «Геометрія, 7 клас» Г.П. Бевз

Таблиця 3.4.

Практичні завдання у підручнику «Геометрія, 7 клас» Г.П.

Назва розділу	Номери деяких практичних завдань, що їм відповідають
Найпростіші геометричні фігури та їх властивості	22, 23, 55
Взаємне розташування прямих на площині	219, 247
Трикутники	287, 310, 460, 479, 492
Коло і круг. Геометричні побудови	-

Підручник «Геометрія, 7 клас О.М. Роганін, А.М. Капіносов поділено на чотири частини, кожна з яких складається з параграфів, а параграфи – з пунктів. У кожному параграфі є рубрики «Розв’язуємо разом», «Запитання та завдання», «Цікаво знати», «Бесіда після уроку», «Задачі до параграфа» (містять завдання за трьома рівнями та завдання рекомендовані для класної та домашньої роботи). Рубрики «Цікаво знати», «Застосуйте знання» (Рис. 3.3.), «Бесіда після уроку» рекомендовані для індивідуальної роботи учня. Завдання практико-орієнтованого характеру зустрічаються у рубриці «Застосуйте знання», посеред завдань для класної та домашньої роботи їх майже немає.

ЗАСТОСУЙТЕ ЗНАННЯ

1. Стародавні єгиптяни знали: якщо сторони трикутника містять 3, 4 і 5 однакових частини, то такий трикутник прямокутний. Користуючись рисунком, поясніть, як стародавні єгиптяни будували на місцевості прямий кут.
2. Користуючись рисунком, поясніть, як можна знайти висоту дерева.

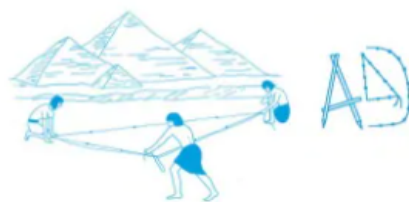


Рис. до завдання 1



Рис. до завдання 2

Рис. 3.3. Рубрика «Застосуйте знання» «Геометрія, 7 клас О.М. Роганін

Підручник «Алгебра, 8 клас» Н.С. Прокопенко, Ю.О. Захарійченко, Н.Л. Кінащук складається із двох розділів та 18-ти параграфів, що в них містяться. Підручник містить чимало рубрик, зокрема, «Вчора, сьогодні, завжди», «Актуальна задача», «Чи відомо вам!», «Ключовий момент», «Головна ідея», «Ключові терміни», «Приклади», «Тренуємося», «Інтелектуальний фітнес», «Перерва на логіку», «Math for life», «Знаю, вмію, можу», «Завдання із зіркою», «В один клік» тощо (Рис. 3.4.). У підручнику суттєва частина пов'язана із завданнями практико-орієнтованого характеру. Авторський колектив приділяє значну увагу відповіді на запитання «Де саме, учні можуть застосувати вивчену тему у житті?», що надає значної мотивації для вивчення математики.

ЗАСТОСОВУЄМО НА ПРАКТИЦІ

Рациональні вирази та рівняння — корисний інструмент для відображення реальних життєвих ситуацій, який допоможе вам:

- розв'язувати задачі на уроках фізики, хімії, біології, інформатики
- грамотно планувати свої витрати, бюджет, приймати обґрунтовані економічні рішення
- планувати подорожі, розраховувати оптимальний час і бюджет подорожі
- визначати витрати на виробництво, рейтинг продукції, прибуток від реалізації товарів; проводити маркетингові дослідження та аналізувати їх результати

ЧИ ВІДОМО ВАМ?



- Уперше прототип планшета подство побачило в серіалі «Star Trek» («Зоряний шлях»), який вийшов на екрани в 1966 р.
- У 1968 р. американський учений у галузі теорії обчислювальних систем Алан Кей запропонував концепцію планшетного комп'ютера.

АКТУАЛЬНА ЗАДАЧА

В одній зі шкіл для учнів 8-го класу замовили k планшетів. Ціна одного планшета становить a грн. Визначте:

- 1) вартість усіх планшетів;
- 2) середню ціну одного планшета, якщо замовлення здійснене через інтернет-магазин і на послуги доставки «Новою поштою» всього комплексу слід додатково сплатити m грн.

Розв'язання

- 1) Оскільки: вартість = ціна \times кількість, то вартість усіх планшетів становить $a \times k = ak$ (грн). Загальна вартість усіх планшетів з урахуванням доставки становитиме $(ak + m)$ грн.
- 2) Ціна одного планшета: $\frac{\text{заг. вартість}}{\text{кількість}} = \frac{ak + m}{k}$ (грн).

Вирази ak і $ak + m$ є цілими. Такі вирази знайомі нам із курсу алгебри 7-го класу. Вираз $\frac{ak + m}{k}$ відрізняється від них тим, що містить ділення на вираз зі змінною.

Рис. 3.4. Рубрики «Застосовуємо на практиці» та «Актуальна задача» «Алгебра, 8 клас» Н.С. Прокопенко

Практичні задачі містяться майже у кожній рубриці підручника і складають близько 25-35% всіх завдань, що значно випереджає всі підручники описані раніше. Рубрика «Math for life» (Рис. 3.5.) містить задачі на створення

математичних моделей до ситуацій із реального життя та різних сфер діяльності.

MATH FOR LIFE

ЗАДАЧА «СТРАХОВІ КОНСУЛЬТАНТИ»

У таблиці наведено результати продажу страхових полісів консультантами за тиждень. Проаналізуйте ефективність роботи консультантів, давши відповіді на запитання.

Консультанти	Дні тижня					
	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб
Антон	21	34	18	29	55	42
Олена	10	19	24	45	50	54
Віталій	42	30	17	37	48	39
Софія	25	43	38	16	49	33

- 1 Хто з консультантів продав найбільше полісів?
- 2 Складіть рейтинг консультантів за кількістю проданих полісів (у порядку зменшення кількості).
- 3 Якою є середня кількість полісів, проданих усіма консультантами за один день? Результат округліть до цілих.
- 4 У який день було продано найменшу кількість полісів?

МАЙБУТНЯ ПРОФЕСІЯ



Серед найбільш перспективних професій сьогодні все частіше називають професію страхового агента. Його робота полягає в пошуку клієнтів та укладанні з ними договорів майнового або особистого страхування. Шляхи одержання професії: навчання в середньому спеціальному або вищому навчальному закладі за фахом «Страхова справа», «Керування страхуванням», «Комерційне і соціальне страхування».

Рис. 3.5. Рубрика «Math for life», «Алгебра, 8 клас» Н.С. Прокопенко

Підручник «Алгебра, 8 клас» Н. Тарасенкова, І. Богатирьов, О. Коломієць, З. Сердюк містить три розділи, які поділені на параграфи, що містять різноманітні рубрики для активізації, засвоєння, повторення, поглиблення та закріплення математичних знань, а саме: «Зверніть увагу», «Дізнайтеся більше», «Пригадайте головне», «Розв'яжіть задачі», «Задачі на повторення» тощо. Вміння застосовувати математичні знання на практиці допомагає рубрика «Проявіть компетентність» (Рис. 3.6.), де учні зможуть побачити моделювання різних життєвих ситуації, які можна вирішити за допомогою здобутих математичних знань. З поміж завдань для класної та самостійної роботи також можна виділити задачі практико-орієнтованого характеру, що складають близько 9 – 37% всіх завдань.

Проявіть компетентність

70. Тато Сашка має два квадратні листи ДВП зі стороною x см. Для обшивки двох стінок скрині татові потрібно вирізати з них два прямокутники: перший — розмірами $(x - 10) \times (x - 20)$ см; другий — розмірами $(x - 10) \times (x - 30)$ см. У скільки разів площа першого прямокутника більша за площу другого? Складіть вираз і знайдіть його значення, якщо: 1) $x = 100$ см; 2) $x = 150$ см; 3) $x = 200$ см.

Рис. 3.6. Рубрика «Проявіть компетентність»,
«Алгебра, 8 клас» Н. Тарасенкова

Підручник «Геометрія, 8 клас» М. Бурда, Н. Тарасенкова поділений на чотири розділи, а розділи – на параграфи. Окрім основного теоретичного та практичного матеріалу підручник містить додаткові рубрики: «Пригадайте головне», «Дізнайтеся більше». У підручнику пропонуються поділ завдань за рівнями складності та вказують задачі рекомендовані для домашнього виконання. Аналогічно, як у підручнику з алгебри для 8-х класів цього авторського колективу пропонується рубрика «Проявіть компетентність» (Рис. 3.7) для набуття навичок використання математичних знань у житті. Серед рубрики «Розв'яжіть задачі» також містяться задачі практико-орієнтованого характеру, які складають близько 4 – 13%.

Проявіть компетентність

143. Поясніть принцип дії: механічної рейсшини (мал. 70); терезів (мал. 71).

144. На малюнках 72 і 73 зображено шарнірні пристрої для регулювання висоти.

- 1) Поясніть, як користуватися цими пристроями.
- 2) Чому за всіх можливих положень сторони CD вісь MN лампи завжди вертикальна, а площина кільця — горизонтальна?
- 3) Поясніть, як виготовити такі пристрої.





Мал. 72

Мал. 73

Рис. 3.7. Рубрика «Проявіть компетентність»,
«Геометрія, 8 клас» М. Бурда

Підручник «Геометрія, 8 клас» А. Єршова, В. Голобородько, О. Крижановський, С. Єршов має чотири розділи, кожний із яких складаються з параграфів, а параграфи – з пунктів. Вправи та задачі подані в підручнику поділяються на декілька груп: «Усні вправи», «Графічні вправи», «Письмові вправи». У підручнику містяться задачі різного рівня складності: від найлегшого до найважчого, що додатково можуть містити умовні позначення з рекомендаціями для вчителя. Додатково містяться рубрики: «Повторення», «Видатні математики України», «Повторення перед вивченням». Завдання практико-орієнтованого характеру зустрічаються досить рідко серед запропонованих задач до кожного параграфу, що становить близько 2 – 7%.

Таблиця 3.5.

Практичні завдання у підручнику «Геометрія, 8 клас» А. Єршова

Назва розділу	Номери деяких практичних завдань, що їм відповідають
Чотирикутники	84, 85, 191, 302
Подібність трикутників. Теорема Піфагора	396, 397, 445, 489
Многокутники. Площі многокутників	548, 627, 628
Розв'язування прямокутних трикутників	719, 737, 748, 749

Підручник «Алгебра, 9 клас» Н.С. Прокопенко, Ю.О. Захарійченко, Н.Л. Кінащук складається із трьох розділів, які містять параграфи. Для кращого засвоєння навчального матеріалу та розширення кругозору, окрім теоретичного матеріалу та задач, що йому відповідає, підручник містить рубрики: «Шляхом дослідження», «Цитати», «Вчора, сьогодні, завжди», «Слід знати», «Чи відомо Вам?», «Перерва на логіку», «Розминка», «To be smart». Задачі практичного характеру містяться у рубриках «Math for life» (Ри), «Актуальна задача» (Рис. 3.8.) та у завданнях для класної та домашньої роботи, де складають близько 8-17%.

АКТУАЛЬНА ЗАДАЧА

Вхідний квиток до музею коштує 50 грн, а квиток на кожну окрему виставку в музеї — 3,5 грн. Суму, витрачену на відвідування музею, можна розрахувати за допомогою виразу $A = 3,5 \cdot n + 50$ грн, де n — кількість квитків на окремі виставки. Скільки виставок можна відвідати, якщо витрати не повинні перевищувати 65 грн?

Коментар до розв'язання

За умовою $A \leq 65$. Отже, необхідно знайти таке ціле число n , що задовольнятиме нерівність $3,5 \cdot n + 50 \leq 65$. Для цього слід знати правила, за допомогою яких можна перетворювати числові нерівності. Пригадайте властивості рівнянь і виконайте завдання.

Рис. 3.8. Рубрика «Актуальна задача», «Алгебра, 9 клас» Н.С. Прокопенко

MATH FOR LIFE

ЗАДАЧА «БУДІВНИЦТВО АВТОЗАПРАВКОК»

З міста A виходять три автомагістралі (рис. 4). Автозаправки B і C розташовані на автомагістралях 1 і 3 відповідно. На автомагістралі 2 заплановано розмістити автозаправку D і побудувати дорогу, що сполучить усі три автозаправки. Де необхідно розмістити автозаправку D , щоб нова дорога BDC мала найменшу довжину? Відповідь обґрунтуйте.

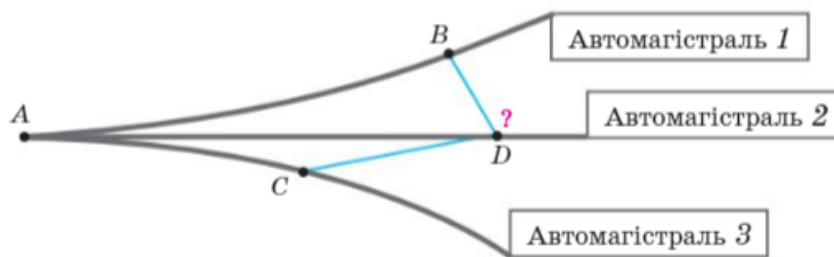


Рис. 4

Рис. 3.9. Рубрика «Math for life», «Алгебра, 9 клас» Н.С. Прокопенко

Підручник «Алгебра, 9 клас» О.С. Істер містить три розділи, а розділи — параграфи. Під час вивчення теоретичного матеріалу текст надрукований жирним шрифтом містить важливу для запам'ятовування інформацію. Особливу роль в підручнику відіграють умовні позначення, які відображають різні рівні складності завдань, рубрики «Треба запам'ятати», «Вправи для повторення», «А що раніше...», «Цікаві задачі для учнів неледачих» та рекомендовані завдання для класної та домашньої роботи.

Завдання компетентісно-орієнтованого характеру містяться у рубриці «Життєва математика» (Рис. 3.10.), а також зустрічаються серед завдань різного рівня складності і становлять близько 7-16% усіх завдань.



34. Для будівництва гаража можна використати один з двох типів фундаменту: бетонний або з піноблоків. Для фундаменту з піноблоків потрібно 3 кубометри піноблоків і 6 мішків цементу. Для бетонного фундаменту потрібно 3 тонни щебеню і 30 мішків цементу. Кубометр піноблоків коштує 780 грн, щебень – 185 грн за тонну, а мішок цементу коштує 65 грн. Скільки коштуватиме матеріал, якщо вибрати найдешевший тип фундаменту?

Рис. 3.10. Рубрика «Життєва математика», Алгебра, 9 клас» О.С. Істер

Підручник «Геометрія, 9 клас» А.П. Єрашова, В.В. Голобородько, О.Ф. Крижановський, С.В. Єршов містить п'ять розділів, кожен з яких складається з параграфів, а параграфи – з пунктів. Всі вправи подані в підручнику поділяються на три групи: усні вправи, графічні вправи та письмові задачі. Кожна група завдань містить три рівня складності завдань. Також у підручнику містяться рубрики «Готуємося до ДПА», «Для тих, хто хоче знати більше», «Математичні олімпіади». Завдання практико-орієнтованого характеру не виділяються та містяться посеред запропонованих завдань для класної та домашньої роботи і складають, близько, 3-8%.

Таблиця 3.6.

Практичні завдання у підручнику «Геометрія, 9 клас» А.П. Єрашова

Назва розділу	Номери деяких практичних завдань, що їм відповідають
Розв'язування трикутників	96, 106-108
Координати на площині	-
Геометричні перетворення	363, 382, 383
Вектори на площині	-
Правильні многокутники. Довжина кола. Площа круга	646-648, 650, 652, 655, 656

Підручник «Геометрія, 9 клас» М.І. Бурда, Н.А. Тарасенкова містить п'ять розділів, які для кращого засвоєння поділено на параграфи. Всі

запропоновані завдання поділені на чотири рівня складності, які мають відповідні умовні позначення. Також підручник містить рубрики «Поміркуйте», «Як діяти», «Дізнайтеся більше», «Типова задача». Завдання практичного характеру містяться у рубриці «Проявіть компетентність» та частково містяться серед запропонованих завдань і складають близько 5-4%.



Проявіть компетентність

41. Як на папері в клітинку побудувати відрізок $a\sqrt{2}$, $a\sqrt{5}$, якщо a — довжина сторони: 1) однієї клітинки; 2) двох клітинок?
42. Як на папері в клітинку побудувати прямокутний трикутник з вершинами у вузлах сітки й гіпотенузою, що лежить на горизонтальній лінії, якщо даний трикутник: 1) рівнобедрений; 2) не рівнобедрений?
43. Основу драбини завдовжки 6 м відсунуто від стіни на 1 м. На скільки знизиться верхній кінець драбини, якщо основу відсунути від стіни ще на 0,5 м? Розв'яжіть задачу, скориставшись системою координат.

Рис. 3.11. Рубрика «Проявіть компетентність»,
«Геометрія, 9 клас» А.П. Єрашова

Отже, провівши аналіз вище можемо звернути увагу, що більшість підручників з математики містять занадто мало практико-орієнтованих завдань, які пов'язані з вирішенням життєвих труднощів. Зміст задач за тенденцією PISA містить рівні: відтворення, встановлення зв'язків та міркувань. Не всі практико-орієнтовані завдання, що пропонуються у підручниках відповідають запропонованим рівням. Підручники авторського колективу Н. Прокопенко, Ю. Захарійченко, Н. Кінашук найкраще пристосовані для сучасного навчання. Вони містять безліч актуальних рубрик та додаткової інформації, яка стане у пригоді не тільки під час вивчення математики. У рубриці «Math for life» зібрані різноманітні життєві задачі, які вирішуються за допомогою створення математичної моделі ситуації та її розв'язання. Одночасно із цією рубрикою пропонується інформація про різноманітні сучасні професії, що, можливо, зацікавлять учнів.

Хоча у більшості підручників невелика кількість компетентісно-орієнтованих завдань (в основному це першого рівня), але на базі наявних задач можна розробити свої завдання, які сприятимуть формуванню

математичної грамотності учнів. Це означає, що зміст шкільних підручників потрібно розглядати як середовище, а не як матеріал, який учень повинен засвоїти за будь-яких умов. Практико-орієнтовані завдання можуть бути запропоновані учням на уроках будь-яких типів.

ВИСНОВКИ

Проведені дослідження Міжнародної програми оцінювання освітньої програми «PISA», порівняльна характеристика підручників математики середньої школи та аналіз компетентнісно-орієнтованих завдань дозволило встановити наступне:

1. В останні роки змінюється тенденція поглядів на те, якою має бути підготовка випускника основної школи. А саме, поряд з набуттям предметних знань та умінь, шкільна освіта повинна допомагати виробляти вміння використовувати ці знання у різноманітних ситуаціях, близьких до реальних. Саме тому, для вивчення цього питання, у 1997 році Організацією економічного співробітництва та розвитку (ОЕСР) було запроваджене наймасштабніше міжнародне дослідження якості освіти – «PISA» - Programme for International Student Assessment.
2. «PISA» — це потужний рушій реформ, що надає доказові дані про якість освіти. Вони допомагають урядам в усьому світі ефективно використовувати бюджет і змінювати освітні політики там, де це найбільше потрібно. Відмінною особливістю дослідницького підходу PISA є те, що у сучасному світі люди отримують користь не від знань, які вони отримали, а від умінь ефективно їх застосовувати при подоланні труднощів практичного характеру.
3. Оцінка знань проводиться серед учнів, які досягли 15-ти річчя. Орієнтація саме на цю категорію здобувачів освіти визначена тим, що у більшості країнах світу учні, саме цієї вікової категорії, закінчують здобуття основної освіти та визначаються із життєвим шляхом. Зміст дослідження зосереджений на визначення рівня сформованості основних напрямках навчання: читацька грамотність, математична грамотність та природничо-наукова грамотність.
4. Визначено, що у дослідженнях PISA перевірка математичної підготовки учнів заснована на понятті «математична грамотність», яке у їхньому

контексті визначається як «здатність людини визначати та розуміти роль математики у світі, в якому вона живе, висловлювати добре обґрунтовані математичні судження та використовувати математику так, щоб задовольняти у цьому і майбутньому потреби, властиві творчому, зацікавленому і мислячому громадянину.

5. У 2016 році наша країна вперше приєдналася до Міжнародного дослідження якості освіти учнів, а у 2018 році Україна вперше взяла повноцінну участь у дослідженні. Українські підлітки у віці 15 років, які взяли участь у PISA, під час дослідження навчались у старших класах різних закладів загальної середньої освіти, на 1-му курсі закладів вищої освіти I–II рівнів акредитації або у професійно-технічних закладах освіти.
6. PISA охоплює більш як 80 країн, що становлять понад 80 % світової економіки. У дослідженні беруть участь усі країни Організації економічного співробітництва та розвитку, тож Україні важливо бути серед них. PISA не прив'язується до освітніх програм. Дослідження має на меті визначити рівень компетентностей. Тобто, дослідження оцінює не суму теоретичних знань, а здатність учнів використовувати вміння, отримані в школі, у різних життєвих ситуаціях. Перехід до компетентнісного навчання — те, що лежить в основі Нової української школи і на чому будуються зміни, що вже розпочалися в початковій школі.
7. За результатами дослідження PISA-2018 рівень математичної грамотності українських учнів складає 453 бали, що відповідає другому рівню системи оцінювання PISA. Такі учні здатні розв'язувати задачі в ситуаціях, що допускають прямі умовиводи, можуть використовувати інформацію з одного джерела, представлену в одній формі. ОЕСР називає другий рівень базовим, який дає змогу брати ефективну і продуктивну участь у житті суспільства, зокрема як студенти, працівники та громадяни.

8. Компетентнісний підхід в освіті в протилежність концепції «засвоєння знань» (суми інформації (відомостей)), припускає освоєння учнями різного роду умінь, що дозволяють їм в майбутньому діяти ефективно в ситуаціях професійного, особистого і громадського життя. У компетентнісному підході особливе значення надається умінням, що дозволяють діяти в нових, невизначених, проблемних ситуаціях, для яких заздалегідь не можна напрацювати відповідних засобів. Їх треба знаходити в процесі розв'язання подібних ситуацій і досягати необхідних результатів
9. Рівні математичної компетентності формуються відповідно видам діяльності, що їм відповідають:
- **Перший рівень компетентності** включає в основному завдання з вибором правильної відповіді. Для цього рівня компетентності характерні: «знанням фактів, відтворення властивостей, пізнавання еквівалентних математичних об'єктів, виконання стандартних процедур, використання стандартних алгоритмів і розвиток технічної сторони алгоритмічних умінь;
 - **Другий рівень компетентності** включає інтеграцію між різними областями та темами математики. «У рамках цього рівня компетентності учні повинні проявити уміння представити присутню в умові завдання інформацію відповідно до цієї ситуації і згідно з питанням, поставленим в завданні. При встановленні зв'язків між матеріалом з різних розділів математики від учнів потрібні уміння розрізняти і співвідносити визначення, умови, доведення, твердження, приклади. У цей рівень компетентності включається також уміння розкривати і інтерпретувати сенс записів, зроблених на формальній мові з використанням різних символів, перекласти їх на звичайну мову;
 - **Третій рівень компетентності** вимагає від учнів скласти математичну модель запропонованої ситуації: витягти з умови

потрібну для розв'язання інформацію, розв'язати, проаналізувати та зробити висновки за даною математичною ситуацією. «Дана діяльність включає критичне мислення, аналіз і роздуми. Учні не лише мають бути здатні розв'язати запропоновану проблему, але також і сформулювати її відповідно до ситуації, що розглядається в завданні, а також мати глибоке розуміння суті і можливостей математики як науки. Цей рівень компетентності є серцевиною функціональної математичної грамотності і представляє значні труднощі для тестування. Для оцінки його досягнення не підходять завдання з вибором відповіді. Найбільше підходять для цього завдання з вільною відповіддю, розробка і оцінка виконання яких дуже обмежена.

10. В різній літературі зустрічається вимога щодо вміння розв'язувати «задачі», «прикладного», «практичного» змісту. В деяких методичних та навчальних розробках практична задач трактується, як нематематична, але, та, що розв'язується за допомогою математичних методів. На інший погляд – це «задача з готовими даними, що зводиться лише до побудови математичної моделі» або задача, в якій ставиться лише умова, а дані з неї потрібно «витягти» самостійно.
11. Аналіз розподілу завдань практичного змісту основних сесій ЗНО2017-2021 з математики показав наступні результати:
 - У 2017 році легких завдань для учасників ЗНО не виявилось, а завдання складного та дуже складного характеру виявилися переважаючими серед всіх завдань практичного змісту. Завдання із теми «Відношення та пропорції» потрапили в категорії легких та складних завдань. Задачу за темою «Лінійні рівняння як математична модель текстових задач» виявилася дуже складною для учасників ЗНО 2017. Найгірше серед всіх завдань практичного змісту була виконана задача за темою «Початки теорії ймовірностей та елементи статистики»;

- У 2018 році для учасників були присутні всі рівні завдань, окрім дуже легких. Значно переважали завдання складного змісту. До легкого рівня було віднесено завдання за темою «Ознаки подільності». Теми «Відношення і пропорції. Відсотки» та «Квадратні рівняння як математична модель текстових задач» лягли в основу складних завдань. Дуже складним для учасників виявилось завдання із теми «Елементи комбінаторики»;
- У 2019 році знову зустрілися всі типи завдань, окрім дуже легких. Задача за темою «Елементи статистики» виявилася легкою, до оптимальних слід віднести завдання із теми «Числа та вирази», а складними виявилися завдання із тем «Трикутник. Чотирикутник. Їх властивості», «Відношення та пропорції. Відсотки», «Лінійні рівняння та їх системи як математична модель текстових задач». Найскладнішою виявилось завдання із теми «Елементи комбінаторики»;
- У 2020 році присутні завдання всіх рівнів складності, зокрема статус «дуже легких» отримали завдання із теми «Відношення та пропорції» до оптимального рівня складності належать задачі із тем «Елементи комбінаторики» та «Числа та вирази». Складними та дуже складними були завдання із тем «Початки теорії ймовірностей та елементи статистики», «Лінійні рівняння та їх системи як математична модель текстових задач», «Відсотки» та «Трикутники. Чотирикутники. Їх властивості»;
- У 2021 році для учасників не виявилось легких завдань. Дуже легким були завдання із теми «Числа та вирази». Оптимальними виявилися завдання із теми «Коло та круг. Їх властивості», складними – «Відсотки», «Трикутники. Чотирикутники. Їх властивості», «Відношення та пропорції», дуже складними – «Елементи комбінаторики», «Початки теорії ймовірностей та елементи статистики». Отже, за результатами видно, що завдання практичного характеру одних і тих самих тем щорічно потрапляють до категорій складних та дуже складних.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Офіційний портал PISA Україна [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <http://pisa.testportal.gov.ua/>.
2. Міністерство освіти і науки України: PISA [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://mon.gov.ua/ua/tag/pisa>.
3. Кисельова К. PISA: усе, що треба знати про глобальне дослідження освіти [Електронний ресурс] / Катерина Кисельова. – 2019. – Режим доступу до ресурсу: <https://osvitoria.media/experience/pisa-use-shho-treba-znaty-pro-globalne-doslidzhennya-osvity/>.
4. Програми міжнародного оцінювання учнів – PISA. [Електронний ресурс] // Український центр оцінювання якості освіти – Режим доступу до ресурсу: <https://testportal.gov.ua/pisa/>.
5. Офіційний портал The Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://www.oecd.org/>.
6. PISA for developing countries [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://www.westat.com/project/pisa-developing-countries>.
7. School autonomy and accountability: Are they related to student performance?. // PISA IN FOCUS. – 2011. – №9.
8. PISA: мониторинг оценки качества образования в школе [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://www.education-medelle.com/articles/monitoring-otcenki-kachestva-obrazovaniya-v-schkole-pisa.html>.
9. Чашечникова О. С. МАТЕМАТИЧНА ГРАМОТНІСТЬ ЯК ОДНА ЗІ СКЛАДОВИХ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ / О. С. Чашечникова, І. М. Москаленко, Л. О. Калюсенко. // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. – 2009.
10. Чашечникова О. С. Розвиток математичних здібностей учнів основної школи. – Дисс...кпн, спеціальність 13.00.02 / Чашечникова О. С. – К., 1997. – 208 с

11.Прядко Н. О. Формування математичної грамотності учнів старшої школи / Н. О. Прядко // Вісник Чернігівського національного педагогічного університету. Педагогічні науки. – 2013. – Вип. 109. – С. 98-100.

12.Канакина Л. П. КОМПЕТЕНТНОСТНЫЙ ПОДХОД КАК СРЕДСТВО ПОВЫШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ И КУЛЬТУРЫ УЧАЩИХСЯ / Л. П. Канакина.

13.PISA: математична грамотність / уклад. Т. С. Вакуленко, В. П. Горох, С. В. Ломакович, В. М. Терещенко; перекл. К. Є. Шумова. – К. : УЦОЯО, 2018. – 60 с.

14.Чашечникова О.С. Деякі аспекти формування математичної грамотності учнів О.С. Чашечникова, М.В. Мельникова, Л.В. Носаченко, Ю.М. Тверезовська, Н.О. Шевчен КО // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики : матеріали всеук. наук.-метод. конф. (3-4 грудня 2009 р., м. Суми). Суми : Вид-во Сум ДПУ імені А.С. Макаренка, 2009. - С. 103-105.

15.Криворот Т.Г. Необходимость формирования математической грамотности будущих педагогов-исследователей

16. The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills, PISA, OECD Publishing.. // OECD. – 2003.

17.Draft PISA 2012 Mathematics Framework. OECD publishing. // OECD. – 2010.

18.PISA 2015 Design [Ref: EDU/PISA/GB(2012)5]. Paper presented at the 33rd meeting of PISA Governing Board, Tallinn, April 2012.. // OECD. – 2012.

19.Сбруєва А.А. Функціональна грамотність // Енциклопедія освіти / Акад. пед. наук України; головний ред. В.Г. Кремень. – К.: Юрінком Інтер, 2008. – С. 970 – 971.

20.Literacy Initiative for Empowerment (LIFE) 2005 – 2015. Vision and Strategies Paper. 2nd Edition. – Paris: UNESCO Basic Education Division, 2006.

21.Niss, M. (2003), “Mathematical Competencies and the learning of mathematics: the Danish KoM Project”, in Gagatsis a.and S. Papastavridis (eds.),

3rd Mediterranean Conference on Mathematics Education, the Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society, Athens, pp. 115-124, http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa_niss.pdf.

22. Хорошковська Т. УЧАСТЬ УКРАЇНИ В МІЖНАРОДНОМУ ДОСЛІДЖЕННІ ЯКОСТІ ОСВІТИ PISA-2018 / Тетяна Хорошковська. // Інститут педагогіки НАПН України, м. Київ, Україна.

23. Про PISA [Електронний ресурс] // PISA Ukraine. Український центр оцінювання якості освіти [Офіційний сайт]. – Режим доступу: <http://pisa.testportal.gov.ua/about-pisa>.

24. Розпорядження Кабінету Міністрів України «Деякі питання участі України у міжнародному дослідженні якості освіти PISA-2018» від 4 лютого 2016 р. № 72-р [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/72-2016-%D1%80>.

25. Стартує пілотний етап PISA-2018 [Електронний ресурс] // PISA Ukraine. Український центр оцінювання якості освіти [Офіційний сайт]. – Режим доступу: <http://pisa.testportal.gov.ua/стартує-пілотний-етап-pisa-2018.html>.

26. PISA-2018 [Електронний ресурс] // Український центр оцінювання якості освіти [Офіційний сайт]. – Режим доступу: <http://testportal.gov.ua/pisa/>.

27. What is PISA? [Електронний ресурс] // OECD. Programme for International Student Assessment (PISA). – Режим доступу: <http://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/>.

28. Навесні в Україні відбудеться пілотний етап дослідження PISA 2022 [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://osvitoria.media/news/navesni-v-ukrayini-vidbudetsya-pilotnyj-etap-doslidzhennya-pisa-2022/>.

29. Міністерство освіти і науки України: НОВА УКРАЇНСЬКА ШКОЛА [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://mon.gov.ua/ua/tag/nova-ukrainska-shkola>.

30. Офіційний портал НУШ [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://nus.org.ua/about/>.

31.Тарнавська Т. І. Відповідність ідеології PISA освітнім пріоритетам України [Електронний ресурс] / Тетяна Іванівна Тарнавська. – 2020. – Режим доступу до ресурсу: <https://vseosvita.ua/library/vidpovidnist-ideologii-pisa-osvitnim-prioritetam-ukraini-379008.html>.

32.Бахрушин В. Математика у PISA-2018: результати і висновки [Електронний ресурс] / Володимир Бахрушин // 2019 – Режим доступу до ресурсу: <https://nus.org.ua/articles/matematyka-u-pisa-2018-rezultaty-i-vysnovky/>.

33.OECD (2019), PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do, PISA, OECD Publishing, Paris, <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>.

34.Національний звіт за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2018 / кол. авт. : М. Мазорчук (осн. автор), Т. Вакуленко, В. Терещенко, Г. Бичко, К. Шумова, С. Раков, В. Горох та ін. ; Український центр оцінювання якості освіти. Київ : УЦОЯО, 2019. 439 с.

35.PISA-шок для України: Чому освіченість українських школярів нижча за середній рівень у світі [Електронний ресурс] // 2019 – Режим доступу до ресурсу: https://texty.org.ua/articles/98445/pisashok_dla_Ukrajiny_Chomu_osvichenist_ukrajinskyh_shkolariv-98445/.

36.PISA: аналіз результатів України [Електронний ресурс]. – 2020. – Режим доступу до ресурсу: <https://uied.org.ua/pisa-analiz-rezultativ-ukra%D1%97ni/>.

37.Білик А. А. Компетентнісно-орієнтовані завдання на уроках математики [Електронний ресурс] / Аліна Анатоліївна Білик. – 2019. – Режим доступу до ресурсу: <https://naurok.com.ua/kompetentnisno-orientovani-zavdannya-na-urokah-matematiki-95427.html>.

38.Васильєва Д. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЗАСТОСУВАННЯ ЗАВДАНЬ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ СФОРМОВАНOSTІ ЧИТАЦЬКОЇ, МАТЕМАТИЧНОЇ ТА ПРИРОДНИЧО-НАУКОВОЇ ГРАМОТНОСТІ. / Д. Васильєва, І. Горошкін, В. Надтока. – 2020.

39.Національний звіт за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2018 / М. Мазорчук та ін. Київ : УЦОЯО, 2019. 439 с.

40. PISA: математична грамотність / уклад. Т. С. Вакуленко, В. П. Горох, С. В. Ломакович, В. М. Терещенко; перекл. К. Є. Шумова. К. : УЦОЯО. 2018. 60 с.

41. Уроки PISA-2018 / кол. авт.: Васильєва Д. В., Головка М. В., Жук Ю. О., Козленко О. Г., Ляшенко О. І., Науменко С. О., Новосьолова В. І. Інститут педагогіки НАПН України. Київ : Педагогічна думка, 2020. 98 с.

42. Мартиненко Л. В. Збірник задач з математики (у рамках міжнародного дослідження PISA) / Любов Володимирівна Мартиненко.

43. Наказ МОН України №804, Про оновлені навчальні програми для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів [Електронний ресурс]. – 2017. – Режим доступу до ресурсу: <https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/v0804729-17#Text>.

44. Яковлєва О.М., Каплун В.М. Аналіз завдань практичного змісту ЗНО з математики 2017-2019 років. Фізико-математична освіта. 2019. Випуск 4(22). С. 142-149.

45. ЗНО онлайн з математики 2007-2021 [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://zno.osvita.ua/mathematics/>.