

ЧЕРНІВЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ЮРІЯ ФЕДЬКОВИЧА
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ
ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

ПМ&ІТ
2022

**ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА
ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ**

**Матеріали міжнародної наукової конференції,
присвяченої 60-річчю кафедри прикладної математики
та інформаційних технологій**

22-24 вересня 2022 року

Чернівці – 2022

УДК 51-7(08)

Б 597

Затверджено до друку вченою радою
факультету математики та інформатики
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича
(протокол №1 від 31 серпня 2022 року)

Матеріали міжнародної наукової конференції «Прикладна математика та інформаційні технології», присвяченої 60-річчю кафедри прикладної математики та інформаційних технологій, 22-24 вересня 2022 р. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2022. – 282 с.

Збірник матеріалів міжнародної наукової конференції «Прикладна математика та інформаційні технології» включає наукові роботи вчених України, Азії, Америки, Європи які проводять дослідження з теорії диференціальних та диференціально-функціональних рівнянь, диференціальних рівнянь з частинними похідними, математичного та комп'ютерного моделювання, теорії функцій, інформаційних технологій у прикладних задачах та освіті.

Для наукових працівників, аспірантів

© Кафедра прикладної математики та інформаційних технологій Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, 2022

ЧЕРНІВЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ЮРІЯ ФЕДЬКОВИЧА
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ
ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

AM&IT
2022

**ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА
ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ**

Матеріали міжнародної наукової конференції
присвяченої 60-річчю кафедри прикладної математики
та інформаційних технологій

22 – 24 вересня 2022 року
Чернівці – 2022

YURIY FEDKOVYCH CHERNIVTSI NATIONAL UNIVERSITY
DEPARTMENT OF APPLIED MATHEMATICS AND INFORMATION
TECHNOLOGY

AM&IT
2022

APPLIED MATHEMATICS AND INFORMATION TECHNOLOGY

Materials of International Scientific Conference,
dedicated to the 60th anniversary
of the Department of Applied Mathematics and Information Technology

September 22nd – 24th, 2022
Chernivtsi– 2022

Науковий комітет

Голова:	Роман Петришин - ректор Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича
Заступники голови:	Ярослав Бігун – професор, завідувач кафедри прикладної математики та інформаційних технологій Ольга Мартинюк - професор, деканка факультету математики та інформатики Ігор Черевко - професор, завідувач кафедри математичного моделювання
Члени наукового комітету:	Академік Роман Кушнір (Україна) Академік Микола Перестюк (Україна) Академік Аркадій Чикрій (Україна) Член-кор. Олександр Бойчук (Україна) Член-кор. Василь Слюсарчук (Україна) Професор Андрій Бомба (Україна) Професор Олександр Бурилко (Україна) Професор Василь Григорків (Україна) Професор Ростислав Григорчук (США) Професор Наталія Гук (Україна) Професор Іван Дияк (Україна) Професор Йозеф Діблік (Чехія) Професор Мар'ян Дмитришин (Україна) Професор Олександр Домошніцький (Ізраїль) Професор Олена Карлова (Україна) Професор Ольга Кічмаренко (Україна) Професор Думітру Козьма (Молдова) Професор Ігор Король (Україна) Професор Петро Костробій (Україна) Професор Владислав Літовченко (Україна) Професор Родіка Лука (Румунія) Професор Василь Мойсишин (Україна) Професор Михайло Петрик (Україна) Професор Микола Працьовитий (Україна) Професор Сергій Самохвалов (Україна) Професор Олександр Станжицький (Україна) Професор Андрій Тевяшев (Україна) Професор Володимир Федорчук (Україна) Професор Уршула Фориш (Польща) Професор Денис Хусайнов (Україна) Професор Олег Чертов (Україна) Професор Сергій Янчук (Німеччина)

Комітет з інформаційних технологій

Євген Девятков	віце-президент з розробки, компанія «SoftServe»
Ярослав Петришин	співзасновник компанії «PSV Game Studio»
Дмитро Різник	директор з маркетингу та бізнес-розвитку компанії «Agiliway»
Іван Рожко	Team Lead / Senior Python Developer, «Uvik Python Agency»
Юлія Старікова	регіональний менеджер компанії «AMC Bridge»
Олександр Ткаченко	керівник освітніх програм компанії «EPAM» у Західному та Південному регіонах
Олександр Ткачик	Software Architect, «SharpMinds», Netherlands
Дмитро Шкільнюк	голова правління «IT CHERNIVTSI Community»
Михайло Шкурей	директор ТОВ «Юкон-Софтваре» та ТОВ «Дісайд ЛТД»
Edwin Zuidendorp	CEO «Global Staffing Support», Netherlands

Організаційний комітет

Голова:	Ярослав Бігун - професор, завідувач кафедри прикладної математики та інформаційних технологій
Заступники голови:	Василь Маценко - доцент кафедри прикладної математики та інформаційних технологій Галина Мельник - доцент кафедри прикладної математики та інформаційних технологій Микола Філіпчук - доцент кафедри прикладної математики та інформаційних технологій
Члени оргкомітету:	Андрій Бардан, Олена Гусак, Іван Данилюк, Наталія Правіцка, Наталія Романенко, Тетяна Сопронюк, Богдан Шепетюк, Анастасія Юрійчук

Scientific committee

Chairman:

Roman Petryshyn rector of Yuriy Fedykovych Chernivtsi National University, professor

Deputy Chairmen:

Yaroslav Bigun head of the Department of Applied Mathematics and Informational Technologies, professor

Olha Martyniuk dean of the Faculty of Mathematics and Informatics, professor

Igor Cherevko head of the Department of the Department of Mathematical Modeling, professor

Roman Kushnir academician of the National Academy of Sciences of Ukraine, J. S. Pidstryhach Institute of Applied Problems of Mechanics and Mathematics

Mykola Perestyuk academician of the National Academy of Sciences of Ukraine, Taras Shevchenko Kyiv National University

Arkady Chikriy academician of the National Academy of Sciences of Ukraine, Ukraine Institute of Cybernetics of the National Academy of Sciences

Oleksandr Boychuk cor. member of the National Academy of Sciences of Ukraine, Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine

Vasyl Slyusarchuk cor. member of the National Academy of Sciences of Ukraine, National University of Water Management and Environmental Sciences

Andriy Bomba National University of Water Management and Environmental Sciences

Oleg Chertov National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

Oleksandr Burylko Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine

Vasyl Hryhorkiv Yuri Fedkovych Chernivtsi National University

Rostislav Grigorchuk University of Texas A&M, USA

Natalia Huk Oles Honchar Dnipro National University

Josef Diblik Central European Institute of Technology, Czech Republic

Ivan Dyak Ivan Franko Lviv National University

Maryan Dmytryshyn Vasyl Stefanyk Precarpathian National University

Alexander Domoshnitsky - Ariel University, Israel

Olena Karlova Yuri Fedkovych Chernivtsi National University

Olga Kichmarenko Odessa I. I. Mechnikov National University

Dumitru Kozma Tiraspol State University, Republic of Moldova

Igor Korol Uzhhorod National University

Petro Kostrobii Lviv Polytechnic National University

Vladislav Litovchenko Yuri Fedkovych National University of Chernivtsi

Rodika Luka Iasi Technical University, Gheorghe Asaki, Romania

Vasyl Moysyshyn Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas

Mykhailo Petryk Ivan Pulyuy Ternopil National Technical University

Mykola Pratsovyty M. R. Drahomanov National Pedagogical University

Serhiy Samokhvalov Dnipro State Technical University

Oleksandr Stanzhytsky - Taras Shevchenko National University of Kyiv

Andriy Tevyashev Kharkiv National University of Radio Electronics

Volodymyr Fedorchuk - Ivan Ogienko Kamyanets-Podilsky National University

Urszula Forisz University of Warsaw, Republic of Poland

Denis Khusainov Taras Shevchenko National University of Kyiv

Serhiy Yanchuk Humboldt University of Berlin, Federal Republic of Germany

Information Technology Committee

Eugene Devyatkov	Vice President of Development, SoftServe
Yaroslav Petryshyn	co-founder of PSV Game Studio
Dmytro Riznyk	Marketing and Business Development Director, Agiliway
Ivan Rozhko	Team Lead / Senior Python Developer, Uvik Python Agency
Yulia Starikova	the regional manager of AMC Bridge
Dmytro Shkilnyuk	Chairman of the Board of IT CHERNIVTSI Community
Mykhailo Shkurei	Director of Yukon-Software LLC and Diside LTD LLC
Yulia Starikova	the regional manager of AMC Bridge
Alexander Tkachik	Software Architect, SharpMinds, Netherlands
Edwin Zuijdendorp	CEO Global Staffing Support, Netherlands

Organizational committee

Chairman:

Yaroslav Bigun Head of the Department of Applied Mathematics and Information Technology

Deputy Chairmen:

Vasyl Matsenko, Halyna Melnyk, Mykola Filipchuk

Members of the organizing committee:

Andriy Bardan, Ivan Danyliuk, Inessa Krasnokutska, Natalia Romanenko, Mykhailo Pastula, Natalia Pravitska, Ihor Skutar, Tetyana Sopronyuk, Bohdan Shepetyuk, Anastasia Yuriychuk

Зміст

Пленарні доповіді

<i>Бігун Ярослав</i> Кафедрі прикладної математики та інформаційних технологій - 60	15
<i>Бурилко Олександр</i> Химерні стани у модульних мережах зв'язаних осциляторів	19
<i>Vorobets Yaroslav, Rostislav Grigorchuk</i> Maximal subgroups of ample groups	20
<i>Grigorchuk Rostislav, Christophe Pittet</i> Laplace and Schrödinger operators without eigenvalues on homogeneous amenable graphs	22
<i>Cozma Dumitru</i> Center conditions for a cubic system with an invariant straight line and an invariant cubic	26
<i>Мойсичин Василь</i> Окремі задачі механіки нафтогазового комплексу України	30
<i>Петрик Михайло</i> Mathematical model of filtration in the media of multi-dimensional nanoporous particles	33
<i>Працьовитий Микола, Гончаренко Яніна, Маслоva Юлія</i> Функції зі структурними і метричними фрактальними властивостями пов'язані з двосимвольними системами кодування чисел	37
<i>Слюсарчук Василь</i> Застосування рівнянь із запізненнями до розв'язання задач небесної механіки з урахуванням швидкості гравітації	41
<i>Станжицький Олександр, Шестак Ірина, Халецька Зоя, Денисенко Наталія</i> Стохастичне бідоменне рівняння. Модель серцевого дефібрилятора	42
<i>Cherevko Igor</i> , Approximation schemes for differential functional equations and their applications	44
Диференціальні та диференціально-функціональні рівняння	
<i>Assanova Anar T.</i> Nonlocal problem for integro-differential equations of mixed type	48
<i>Бігун Ярослав, Петришин Роман, Скутар Ігор</i> Багаточастотні системи із лінійно перетвореними аргументами і нелінійними багатоточковими і локально-інтегральними умовами	51
<i>Дворник Анатолій, Ткаченко Віктор</i> Частотна синхронізація періодичних розв'язків диференціальних рівнянь при імпульсних збуреннях	53
<i>Дорош Андрій, Гаюк Іван, Перцов Андрій</i> Лінійні крайові задачі для інтегро-диференціальних рівнянь нейтрального типу	56
<i>Zhmatov Sailaubay</i> Absolute stability of control systems with tachometric feedback taking into account external load	60
<i>Ліка Світлана, Матвій Олександр, Піддубна Лариса, Тузик Ірина</i> Застосування схем апроксимації для дослідження стійкості розв'язків лінійних диференціально-різницевих рівнянь	63

<i>Kadirbayeva Zhazira</i> A Problem for essentially loaded differential equations with integral condition	66
<i>Кусік Людмила</i> Умови існування та асимптотка одного класу розв'язків деякого диференціального рівняння другого класу	68
<i>Локазюк Олександр</i> Пониження порядку та інтегрування нормальних лінійних систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку	70
<i>Masliuk Hanna</i> On the multipoint linear boundary-value problems in Hölder spaces	72
<i>Neagu Vasile</i> Extension of linear operators with applications	74
<i>Salimov Ruslan, Stefanchuk Mariia</i> On the global finite mean oscillation and the Beltrami equation	76
<i>Станжицький Олександр, Кичмаренко Ольга, Могильова Вікторія, Ковальчук Тетяна</i> Оптимальне керування системами функціонально-диференціальних рівнянь з нескінченною пам'яттю	78
<i>Теплінський Юрій</i> Про майже-періодичні розв'язки нелінійних злічених систем диференціальних рівнянь, визначених на нескінченновимірних торах,	80
<i>Хусайнов Денис, Шакотько Тетяна, Шатирко Андрій</i> Збіжність процесів у моделях нейродинаміки з післядією	82
<i>Цань Вікторія, Ковальчук Тетяна</i> Коливність розв'язків лінійних диференціальних рівнянь та відповідних рівнянь на часових шкалах	85
<i>Чуйко Сергій, Чуйко Олексій, Кузьміна Влада</i> Умови розв'язності задачі, оберненої до інтегро-диференціального рівняння Фредгольма з виводженим ядром	88
<i>Şubâ Alexandru</i> Centers of cubic differential systems with the multiple line at infinity	92
<i>Щетиніна Олена, Денисенко, Ю. Діденко</i> Новий розв'язок диференціальних рівнянь руху гіростата зі змінним гіростатичним моментом	96
<i>Yeromina Tetiana, Olena Povarova (Sivak)</i> Continuous solutions of the systems of nonlinear functional equations for $t \in \mathfrak{R}$	100
Диференціальні рівняння з частинними похідними	
<i>Бойчук Олександр, Покутний Олександр, Ферук Віктор, Іскра Олег</i> Слабконелінійні гіперболічні диференціальні рівняння другого порядку у гільбертовому просторі	103
<i>Бугрій Олег, Хома Мар'яна</i> Формули інтегрування частинами для функцій з узагальнених просторів Соболева	107
<i>Городецький Василь, Мартинюк Ольга, Колісник Руслана</i> Про розв'язність нелокальної за часом задачі для еволюційних рівнянь із псевдо диференціальними операторами у просторах типу S	111
<i>Danyliuk Ivan</i> About the fundamental matrix of solutions of the Cauchy problem for a parabolic system of IDEs with an operator of Volterra-Fredholm type	113

<i>Журавльов Валерій, Гонгало Наталія</i> Критерій керованості інтегродиференціальних рівнянь з виродженим ядром у банахових просторах	116
<i>Журавльов Валерій, Слюсаренко Ірина</i> Умови розв'язності рівнянь з (2×2) – вимірними операторними матрицями у гільбертових просторах	120
<i>Івасюк Галина, Фратавчан Тоня</i> Про задачу Коші для параболічних за Ейделеманом систем	124
<i>Kindybaliiuk Arkadii, Prytula Mykola</i> Numerical scheme for backward heat equation via direct method of Lie-algebraic discrete approximations	128
<i>Klevchuk Ivan, Hrytchuk Mykola</i> Bifurcation of cycles in parabolic systems with weak diffusion	131
<i>Литовченко Владислав</i> Функція Гріна задачі Коші для параболічних рівнянь з від'ємним родом і змінними коефіцієнтами	135
<i>Лопушанська Галина, Лопушанський Андрій</i> Функція Гріна в обернених задачах з інтегральними умовами для рівняння дифузії з дробовою похідною за часом	138
<i>Пасічник Галина</i> Про фундаментальний розв'язок ультрапараболічного рівняння, коефіцієнти якого не залежать від змінних виродження і можуть зростати	140
<i>Пукальський Іван, Яшан Богдан</i> Оптимальне керування в крайовій задачі для еліптичних рівнянь з виродженням	142
<i>Туртуріка Віктор</i> Динамічне рівняння випадкових амплітуд на поверхні рідкого півпростору	144
Математичне та комп'ютерне моделювання	
<i>Бомба Андрій, Барановський Сергій</i> Логістичне узагальнення математичної моделі динаміки інфекційного захворювання з урахуванням дифузійних збурень та зосереджених впливів	148
<i>Борачок Ігор, Хапко Роман</i> Застосування методів Лагерра і фундаментальних розв'язків для наближеного розв'язування одновимірної оберненої нестационарної задачі	151
<i>Виклюк Ярослав</i> Безперервно-дискретна модель GeoSEIR для моделювання та аналізу географічного поширення COVID-19	155
<i>Vlasiuk Mariia</i> On the numerical approximation of the nonlinear inverse elastostatics problem	158
<i>Грушка Ярослав</i> Про часонезворотність узагальнених кінематик Хассані	162
<i>Диханов Станіслав, Гук Наталія</i> Кластеризація сторінок веб-ресурсу із застосуванням об'єктної моделі	163
<i>Dmytryshyn Marian, Dmytryshyn Lesia</i> A model of diffusion in the income distribution of the population	165
<i>Дрозденко Віталій, Працьовитий Микола</i> Premium Calculator — пілотне програмне забезпечення для аналізу вартості індивідуальних страхових контрактів	167

<i>Yehoshkin Danylo, Huk Natalia</i> The advantages of using MISO and MIMO models in fuzzy expert systems	170
<i>Каратаєва Тетяна, Кошманенко Володимир</i> Equilibrium states of the dynamical conflict system for three players with an parameter of external environment influence	172
<i>Карвацький Дмитро</i> Моделювання канторвалів за допомогою узагальнених послідовностей Фібоначчі	173
<i>Косович Ігор</i> Імітація поширення COVID-19 методом клітинних автоматів	176
<i>Kravchuk Oleg, Kriukova Galyna</i> Diffusion model in Image Transforms Inversion tasks	179
<i>Літвінчук Юлія</i> Порівняльний аналіз оптимізації гіперпараметрів нейронних мереж	181
<i>Lukashiv Taras, Malyk Igor, Nazarov Petr</i> Exponential stability in l.i.m. of one type of stochastic systems	184
<i>Луцник Тетяна, Черевко Ігор</i> Числовий аналіз епідеміологічних моделей із запізненням	186
<i>Мазуренко Віктор</i> Математичне моделювання поперечних коливань балки з дискретно-неперервним розподілом параметрів	190
<i>Маценко Василь</i> Аналіз неперервних моделей динаміки вікової структури біологічних популяцій	192
<i>Мельник Галина</i> Застосування алгоритму NSA в системі захисту комп'ютерної мережі	196
<i>Нестерук Ігор, Шепетюк Богдан</i> Моделювання форм вентилязованих тонких осесиметричних порожнин у вагомій рідині	198
<i>Rachko Denis, Huk Natalia</i> Neural network approach overview for stock market forecasting	201
<i>Ріпецький Євгеній, Ріпецький Роман, Коробков О.</i> Математична модель розкриття статичної невизначеності прольотних конструкцій на основі зворотних зв'язків	203
<i>Sarana Maksym</i> Text similarity detection by means of n-gram hashing	206
<i>Сатур Оксана</i> Залежність граничних станів динамічних систем конфлікту від вибору вектора взаємодії	210
<i>Сливка-Тилищак Ганна, Тегза Антоніна</i> Використання теорії $L_2(\Omega)$ процесів при моделюванні гауссового стаціонарного випадкового процесу з необмеженим спектром	214
Теорія функцій та її застосування	
<i>Барановський Олександр, Працьовитий Микола</i> Про один клас функцій, які зберігають хвости E-зображення чисел	217
<i>Біловицька Надія, Продан Ірина</i> Функції з локально складними диференціальними властивостями, пов'язані з нескінченносимвольними зображеннями чисел	219

<i>Козут Марія, Тимошкевич Лариса</i> Класифікація злічених графів Кокстера відносно індекса у проміжку $(\sqrt{\sqrt{5} + 2}; \frac{3}{\sqrt{2}}]$	221
<i>Козловський Козловський Микола</i> The special inverse problem on the Cech-Stone compactification	225
<i>Кривошия Ростислав</i> Про одне узагальнення критерію П'ятецького-Шапіро	226
<i>Макарчук Олег</i> Про спектр функції розподілу однієї випадкової величини типу Джессена-Вінтнера	228
<i>Мельник Василь</i> Використання поліномів Бернштейна для моделювання апроксимації функцій	230
<i>Ратушняк Софія, Працовитий Микола, Лисенко Ірина</i> Зображення чисел скінченними ланцюговими A_2 -дробами	231
<i>Савчук Віктор, Савчук Марина</i> Точні оцінки знизу найкращих наближень обмежених голоморфних функцій	235
<i>Сердюк Анатолій, Степанюк Тетяна</i> Рівномірні наближення сумами Фур'є на множинах згортки періодичних функцій високої гладкості	236
<i>Сердюк Анатолій, Соколенко Ігор</i> Наближення сумами Фур'є на класах диференційованих у сенсі Вейля-Надя функцій з високим показником гладкості в інтегральних метриках	238
<i>Скакун Дмитро</i> Асимптотичні властивості характеристичної функції випадкової величини з незалежними двійковими цифрами	240
<i>Тимошкевич Лариса, Пилипіва Олександра</i> Верхня оцінка відновлюючого спектрального числа для зважених графів	242
<i>Халецький Богдан</i> Про міру Лебега множини неповних сум одного степеневого ряду	245
<i>Шпитюк Дарина, Ратушняк Софія</i> Згортка двох сингулярних розподілів: класичного канторівського і випадкової величини з незалежними дев'ятірковими цифрами	247
Інформаційні технології у прикладних задачах та освіті	
<i>Бардан Андрій</i> Старікова Юлія, IFC-формат файлів для BIM моделей. Структура та його призначення	249
<i>Бузиновська Анастасія, Колісник Руслана</i> Технології доповненої реальності на уроках математики	251
<i>Готинчан Тетяна</i> Роль сучасних інформаційних технологій в освіті	253
<i>Гульпак Марина</i> Розробка програмного забезпечення для обліку ультразвукових досліджень	256
<i>Диренко Віктор</i> Побудова та дослідження стійкості різницевих схем Гіра	258
<i>Дробот Андрій</i> Створення мовного процесора для платформи .NET за допомогою Antlr	260
<i>Івасюк Роман</i> Розробка бізнес-логіки для проекту «Реабілітаційний центр «Особлива дитина»»	263

<i>Іфтода Богдан, Юрійчук Анастасія</i> Інформаційна карта функціонування державної мови	265
<i>Нікорак Олена</i> Проектор цифр ланцюгового зображення чисел засобами двосимвольного алфавіту	267
<i>Петрусяк Марія</i> Тестування програмного забезпечення у проекті «Реабілітаційний центр «Особлива дитина»»	269
<i>Слободян Ганна, Перун Галина</i> Мобільні застосунки для вивчення програмування в шкільному освітньому процесі	271
<i>Сопронюк Тетяна, Дробот Андрій</i> Інструменти розробки мов програмування для платформи .NET	273
<i>Філіпчук Микола, Філіпчук Ольга</i> Емулятор машини Тюрінга	277
<i>Шанін Антон</i> Розробка низькорівневого програмного забезпечення для маршрутизаторів на платформі ARM	280

Застосування схем апроксимації для дослідження стійкості розв'язків лінійних диференціально різницевих рівнянь

Світлана Іліка, Олександр Матвій, Лариса Піддубна, Ірина Тузик

s.ilika@chnu.edu.ua , o.matviy@chnu.edu.ua ,
l.piddubna@chnu.edu.ua , i.tuzyk@chnu.edu.ua

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

При дослідженні задач стійкості, осциляції, бифуркації, керування та стабілізації розв'язків лінійних диференціально-рóżницевих рівнянь важливу роль відіграє розміщення коренів відповідних характеристичних рівнянь, які у випадку таких рівнянь називають квазіполіномами.

Ефективних алгоритмів знаходження коренів квазіполіномів на даний час немає. При дослідженні апроксимації системи лінійних диференціально-рóżницевих рівнянь виявилось, що наближення неасимптотичних коренів їх квазіполіномів можна знаходити за допомогою характеристичних многочленів відповідних апроксимуючих систем звичайних диференціальних рівнянь.

У даній роботі досліджуються застосування схем апроксимації диференціально-рóżницевих рівнянь [1-6] до наближеного знаходження неасимптотичних коренів квазіполіномів та аналізу стійкості розв'язків систем лінійних диференціальних рівнянь із запізненням. Розглянемо лінійну систему із запізненням

$$\frac{dx}{dt} = \sum_{i=0}^k A_i x(t - \tau_i), \quad (1)$$

де $x \in R^n$, $A_i, i = \overline{1, k}$ - сталі матриці, $0 = \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_k = \tau$. Квазіполіном для системи (1) має вигляд:

$$\Phi(\lambda) = \det(\lambda E - \sum_{i=0}^k A_i e^{-\lambda \tau_i}). \quad (2)$$

Поставимо у відповідність системі (1) таку систему звичайних диференціальних рівнянь [2-3]

$$\begin{aligned} \frac{dz_0(t)}{dt} &= \sum_{i=0}^k A_i z_i(t), l_i = \left[\frac{\tau_i m}{\tau} \right], \\ \frac{dz_i(t)}{dt} &= \mu [z_{i-1}(t) - z_i(t)], i = \overline{1, m}, \mu = \frac{m}{\tau}. \end{aligned} \quad (3)$$

Для характеристичного рівняння апроксимуючої системи (3) має місце

співвідношення [3-4]

$$\Psi_m(\lambda) = \det(\lambda E - \sum_{i=0}^k A_i (\frac{\mu}{\mu + \lambda})^{l_i}) (\mu + \lambda)^{mn} \quad (4)$$

і послідовність функцій

$$H_m(\lambda) = \frac{\Psi_m(\lambda)}{(\mu + \lambda)^{mn}} \quad (5)$$

збігається при $m \rightarrow \infty$ до квазіполінома (2) [3-5].

Теорема 1. *Якщо нульовий розв'язок рівняння (1) експоненціально стійкий (нестійкий), тоді існує $t_0 > 0$ таке, що при $t > t_0$ нульовий розв'язок апроксимуючої системи (3) також експоненціально стійкий (нестійкий).*

Якщо для всіх $t > t_0$ нульовий розв'язок системи (3) експоненціально стійкий (нестійкий), тоді й нульовий розв'язок диференціально-різницевого рівняння із запізненням (1) експоненціально стійкий (нестійкий).

Із наведеної теореми дістаємо, що при достатньо великому t асимптотична стійкість (нестійкість) нульового розв'язку лінійного рівняння еквівалентна асимптотичній стійкості (нестійкості) нульового розв'язку системи апроксимуючих звичайних диференціальних рівнянь.

Для лінійних диференціальних рівнянь із запізненням апроксимаційні схеми дозволяють побудувати алгоритми наближеного знаходження неасимптотичних коренів відповідних квазіполіномів. Отримано зручні для комп'ютерного застосування розрахункові формули для скалярних диференціальних рівнянь з одним, двома і трьома запізненнями, а також для систем другого порядку [4-5]. Обчислення наближених значень коренів квазіполіномів за допомогою відповідних апроксимуючих поліномів можна здійснити за допомогою вбудованих функцій Matlab, Maple, Mathematica або за допомогою бібліотеки NumPy на платформі Python.

За допомогою наближених алгоритмів знаходження неасимптотичних коренів квазіполіномів запропоновано спосіб побудови коефіцієнтних областей стійкості для лінійних диференціальних рівнянь із запізненням та знаходження множини значень запізнення, для яких рівняння є асимптотично стійким [6].

Проведені чисельні експерименти на модельних тестових прикладах підтверджують ефективність запропонованих схем моделювання лінійних диференціальних рівнянь із запізненням.

1. Halanay A. Approximations of delays by ordinary differential equations. Recent advances in differential equations. – New York : Academic Press // Dynamic Games and Applications. – 1981. – Pp. 155–197.
2. Cherevko I., Piddubna L. Approximations of differential difference equations and calculation of nonasymptotic roots of quasipolynomials// Revue D'Analyse numerique et de theorie de l'approximations. – 1999.–28, №1 .–Pp. 15–21.
3. Матвій О.В., Черевко І.М. Про апроксимацію систем із запізненням та їх стійкість// Нелінійні коливання.– 2004.–7, №2.– С.208–216.
4. Матвій О.В., Пернай С.А., Черевко І.М. Про стійкість лінійних систем із запізненням // Наук. Вісник Чернівецького ун-ту: Зб. Наук. пр., Вип. 421. Математика. – Чернівці: Рута, 2008. – С. 66–70.
5. Іліка С.А., Піддубна Л.А., Тузик І.І., Черевко І.М. Апроксимація лінійних диференціально-різницевих рівнянь та її застосування// Буковинський математичний журнал. – 6, № 3–4. –2018. – С. 80 –83.
6. Cherevko I., Tuzyk I., Ilika S., Pertsov A. Approximation of Systems with Delay and Algorithms for Modeling Their Stability. 2021 11th International Conference on Advanced Computer Information Technologies ACIT'2021, Deggendorf, Germany, 15–17 September 2021. Pp. 49–52.