Міністерство освіти і науки України
Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича

МАТЕРІАЛИ

**студентської наукової конференції
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича**

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ

12-14 квітня 2022 року

Чернівці
Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича
2022

Анастасія Згирча
Науковий керівник – доц. Мироник В.І.

Барицентричні координати на факультативних заняттях в ЗЗСО

Великий давньогрецький мислитель Архімед приблизно 2200 років тому відкрив оригінальний спосіб доведення геометричних теорем, заснований на розгляді центру мас системи матеріальних точок (метод «геометрії мас»). Саме таким способом ним вперше була доведена теорема про перетин медіан трикутника. Метод Архімеда був розвинений видатними математиками, такими як Лагранж, Якобі, Мебіус (наприклад, в 1827 році німецький математик Август Фердинанд Мебіус ввів поняття барицентричних координат, за допомогою яких він зумів викласти проективну геометрію) та ін. Цей метод перетворився на ефективний і строго обгрунтований засіб геометричного дослідження. В останні десятиліття барицентричний метод почали використовувати і в обчислювальній математиці.

Нозв'язання багатьох геометричних задач можна отримати, використовуючи властивості мас (або барицентра системи матеріальних точок). "Барицентричне розв'язання" використовує поняття з механіки: маса, матеріальна точка, центр мас, правило важеля і спирається на наочні фізичні міркування. Ці міркування "по-перше, дають нам передчуття розв'язання, і, по-друге, підказують правильний хід міркувань" (Пуанкаре, 1854-1912).

На факультативних заняттях з математики у ЗЗСО можна розглядати тему, пов'язану з барицентричними координатами на площині так просторі. Учень, який хоче знати більше, ніж пропонується в обов'язковій програмі, може із задоволенням зануритись у новий, цікавий метод розв'язання геометричних задач і почерпнути багато цікавої інформації. Наведемо кілька прикладів, які можна запропонувати до розгляду на факультативних заняттях із вище зазначеної тематики.

Приклад 1. Відомі довжини трикутника. Обчислити відстань між точкою M перетину його медіан та центром O вписаного кола.

Розв'язання. Точки M і O мають такі Б-координати:

$M\,(1/3;\ 1/3;\ 1/3)$ і $O\,(a/2p;\ b/2p;\ c/2p)$.

Тому $|\mathrm{MO}|^2 = \left(\frac{1}{3}-\frac{b}{2p}\right)\left(\frac{1}{3}-\frac{c}{2p}\right)a^2 + \left(\frac{1}{3}-\frac{a}{2p}\right)\left(\frac{1}{3}-\frac{c}{2p}\right)b^2 +$

$$+\left(\frac{1}{3}-\frac{a}{2p}\right)\left(\frac{1}{3}-\frac{b}{2p}\right)c^2.$$

Приклад 2. Відомі довжини трикутника. Обчислити відстань між вершиною A трикутника ABC і центром вписаного кола, яке дотикається до сторони BC.

Розв'язання. Розглянемо базисний трикутник ABC. Нехай P – центр вписаного кола; Б-координати точки P дорівнюють $\left(-\frac{a}{2(p-a)};\frac{b}{2(p-a)};\ \frac{c}{2(p-a)}\right)$, де $2p = a+b+c$. Оскільки Б-координати точки A дорівнюють (1; 0; 0), то матимемо $|PA|^2 = \frac{bcp}{p-a}$.

Приклад 3. Відомі радіус R описаного навколо трикутника ABC кола,радіусrвписаного кола в цей трикутник і радіус r_a вписаного зовні кола, яке дотикається до сторони BC і продовжень двох інших сторін. Обчислити відстань між центрами O і O_a двох кіл.

Розв'язання. Нехай $a,\ b,\ c$ – довжини сторін трикутника ABC,p –його півпериметр, s – площа. Точки O і O_a мають Б-координати відносно трикутника ABC

$$\left(\frac{a}{2p};\frac{b}{2p};\ \frac{c}{2p}\right) \text{ і } \left(-\frac{a}{2(p-a)};\frac{b}{2(p-a)};\ \frac{c}{2(p-a)}\right).$$

Таким чином,

$$|OO_a|^2 = \frac{a^2bc}{p(p-a)} = \frac{4Rsa}{p(p-a)} = 4Rs\left(\frac{1}{p-a}-\frac{1}{p}\right) = 4R(r_a - r).$$

Список літератури

1. Фізика для бакалаврів. механіка, [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://physics.zfftt.kpi.ua/mod/book/view.php?id =272& chapterid=752.

2. Центр тяжіння та центр мас,[Електронний ресурс] − Режим доступу: https://physics.edera.com/vstup_do_dinamiki_ruhu_tila_po_ kolu /tsentr_tyazhinnya_ta_tsentr_mas.