Міністерство освіти і науки України
Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича

МАТЕРІАЛИ

**студентської наукової конференції
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича**

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ

12-14 квітня 2022 року

Чернівці
Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича
2022

Ірина Зозуляк
Науковий керівник – доц. Сікора В.С.

Застосування геометричних методів до розв'язування алгебраїчних задач

Історія математики включає дослідження та вивчення різноманітних методів та способів розв'язання як алгебраїчних, так і геометричних задач. Багато вчених, досліджуючи розв'язання саме алгебраїчних задач, звертали свою увагу на їх геометричне відображення. Зокрема, при розв'язанні квадратних рівнянь, або навіть елементарних рівнянь з модулями варто звертати увагу саме на геометричні методи їх розв'язання – побудова графіків та знаходження точок перетину, що і буде самим розв'язком задачі.

Актуальність цієї теми полягає в тому, що алгебраїчний розв'язок задачі не завжди може бути зрозумілим та доступним для деяких учнів, студентів. Геометричне ж трактування має на меті відобразити саме доведення чи розв'язок задачі наочно.

Перш за все, приступаючи до аналізу кожної алгебраїчної задачі, потрібно чітко визначити для себе алгоритм дій. Вивчаючи умову задачі, насамперед потрібно з'ясувати, чи зручним є геометричний спосіб її розв'язання і якщо так – побудувати геометричну модель поставленої завдання та далі розв'язувати її обраним геометричним методом.

Наприклад, аналізуючи методичні особливості розв'язування тригонометричних задач, варто зазначити, що вони часто розв'язуються не зовсім звичними методами, а от використання геометричних засобів дає короткий розв'язок: якщо потрібно виразити певну тригонометричну функцію через аркфункції, то варто розглядати задану функцію через радіанну міру гострого кута прямокутного трикутника – оптимальним тут є застосування теореми Піфагора, за опомогою якої знаходимо всі сторони утвореного трикутника, вибираємо потрібний кут та розглядаємо його як арккосинус, арктангенс чи арккотангенс відповідних чисел).

Приклад. Нехай $x, y, z \in \mathbb{R}$ такі, що

$$\sin x + \sin y + \sin z = 0 \text{ та } \cos x + \cos y + \cos z = 0.$$

Довести, що $\sin 2x + \sin 2y + \sin 2z = 0$ та

$$\cos 2x + \cos 2y + \cos 2z = 0.$$

Для доведення розглянемо вектори $\vec{b}_1 = (\cos x; \sin x)$, $\vec{b}_2 = (\cos y; \sin y)$, $\vec{b}_3 = (\cos z; \sin z)$, задані в прямокутній декартовій системі координат своїми координатами. Тоді $\vec{b}_1 + \vec{b}_2 + \vec{b}_3 = \vec{0}$. Це означає, що з цих векторів можна побудувати трикутник (кінець вектора $\vec{b}_1$ суміщаємо з початком вектора $\vec{b}_2$, кінець вектора $\vec{b}_2$ — з початком $\vec{b}_3$, кінець $\vec{b}_3$ — з початком $\vec{b}_1$), причому цей трикутник буде рівностороннім зі стороною, рівною 1 (бо $|\vec{b}_1| = \cos^2 x + \sin^2 x = 1$, аналогічно $|\vec{b}_2| = |\vec{b}_3| = 1$). Кути між довільними двома векторами дорівнюватимуть по $120°$ (чи $240°$).

Розглянемо тепер вектори $\vec{c}_1 = (\cos 2x; \sin 2x)$, $\vec{c}_2 = (\cos 2y; \sin 2y)$, $\vec{c}_3 = (\cos 2z; \sin 2z)$. Тоді кути між кожними двома з цих векторів дорівнюватимуть по $240°$ (чи $120°$), звідки маємо три одиничні вектори, кути між якими по $120°$, а тому їх сума також дорівнює нулю, звідки випливає потрібне.■

Зазначимо, що геометричні методи розв'язування алгебраїчних задач полегшують процес аналізу та складання рівнянь та допомагають знайти кілька способів розв'язування поставленого завдання. Як правило, такі методи варто застосовувати при розв'язуванні нестандартних чи олімпіадних задач. Проте, незважаючи на те, що геометричні методи часто спрощують розв'язування певних завдань, їх використання не завжди є доцільним – бездумне використання геометрії може призвести до певних труднощів.

Список літератури

1. Істер О.С. Алгебра 7-9 клас. – Київ: Генеза, 2017.– 264 с.
2. Агатій В.О. Основні способи розвязування тригонометричних рівнянь // Крайова освіта. – 2009. – 25 верес. (№36). – С.12-13.
3. Минка Г. Застосування геометричної інтерпретації в алгебрі // Математика в школі. – 1999. - №1. – С.34-36.
4. Бродський Я. Геометричні образи в алгебраїчних задачах // Математика в школі. – 2003. - №7. – С.25-32.
5. Романенко А.О. Геометричний погляд на алгебраїчні задачі// У світі математики. – 2009. – Т.15, Вип.4. – С.33-38.