





Міністерство освіти і науки України Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

РАДІОАВТОМАТИКА

Навчальний посібник

Укладачі: С.Д. Галюк, Д.А. Вовчук



Чернівці Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича 2022

УДК 621.396.078(075.8) Р 154

Друкується за ухвалою Вченої ради Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича (протокол № 7 від 30 червня 2022 року)

Рецензенти:

- *Семенов А. О.* д. т. н., проф. (професор кафедри радіотехніки Вінницького національного технічного університету)
- **Озірковський Л. Д.** д. т. н., доц. (доцент кафедри теоретичної радіотехніки та радіовимірювань Національного університету "Львівська політехніка")

Робулець П. Ф. – к.т.н. (головний інженер Західного регіону ПрАТ "Київстар")

Укладачі: С.Д. Галюк, Д.А. Вовчук

Р 154 Радіоавтоматика : навч. посіб. Чернівці : Чернівец. нац. ун-т ім. Ю. Федьковича. 2022. 176 с.

У навчальному посібнику наведено теоретичні відомості щодо принципів функціювання, методів аналізу та синтезу систем радіоавтоатики. Розглянуто типові ланки та характеристики таких систем, питання забезпечення стійкості та визначення показників якості роботи. Наведені приклади аналізу та розрахунку систем радіоавтоматики.

Навчальний посібник призначений для студентів ЗВО спеціальності 172 – "Телекомунікації та радіотехніка", а також для студентів суміжних спеціальностей.

УДК 621.396.078(075.8)

© Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, 2022

Зміст

Передмова 5
1. Основні поняття і методи систем радіоавтоматики 7
1.1. Основні поняття та визначення
1.2. Класифікація систем радіоавтоматики
2. Математичні методи опису систем автоматики
2.1. Математична модель системи
2.2. Перетворення Лапласа 16
2.3. Перехідна та імпульсна характеристики
2.4. Частотні характеристики систем РА 22
3. Типові ланки систем радіоавтоматики
3.1. Підсилювальна ланка
3.2. Ідеальна інтегрувальна ланка
3.3. Аперіодична ланка
3.4. Ідеальна та інерційна диференціювальні ланки
3.5. Форсувальна ланка
3.6. Коливна ланка
3.7. Ланка затримки
3.8. Ізодромна ланка
3.9. Пропорційно-інтегрувальна ланка
4. Розрахунок та перетворення структурних схем
4.1. Види з'єднань у системах РА
4.2. Правила перетворення структурних схем
5. Стійкість автоматичних систем
5.1. Аналіз стійкості за коренями характеристичного рівняння 63
5.2. Критерій Гурвіца.
5.3. Критерій Михайлова
5.4. Критерій Найквіста
5.5. Критерій Найквіста в логарифмічій формі

6. Критерії якості систем автоматики
6.1. Показники якості перехідного процесу
6.2. Частотні показники якості
6.3. Показники точності роботи систем РА
7. Корекція, синтез та підвищення якості
систем радіоавтоматики
7.1. Регулятори та закони регулювання
7.2. Синтез системи РА 94
7.3. Корекція у системах PA
8. Системи радіоавтоматики
8.1. Системи частотного автопідлаштування
8.2. Системи фазового автопідлаштування
8.3. Застосування систем ФАПЧ
8.4. Системи автоматичного регулювання підсилення
8.5. Часові автоселектори
8.6. Кутомірні системи стеження
9. Електромеханічні елементи систем радіоавтоматики 136
9.1. Сельсини
9.2. Сервоприводи
9.3. Крокові двигуни
10. Нелінійні системи автоматики
11. Цифрові системи радіоавтоматики
11.1. Цифрові фазові дискримінатори
11.2. Цифрові частотні дискримінатори
11.3. Цифрові часові дискримінантори
12. Робасті та адаптивні системи
12.1. Принципи робастого контролю
12.2. Адаптивні системи радіоавтоматики
Додаток. Приклади тестових завдань проміжного та під-
сумкового контролю

Передмова

Історично першою відомою системою, де застосовано принцип автоматичного регулювання, був давньогрецький водяний годинник, винайдений приблизно у 270 р. до н.е. У такому годиннику необхідно було підтримувати постійний рівень води в баці.

Теорія автоматичних систем керування була започаткована в кінці XIX ст. працями Дж. Максвела та І. Вишнеградського. Проте більш ніж століттям раніше у 1765р. І. Ползуновим винайдено паровий двигун, а з часом і простий поплавковий регулятор для контролю рівня води у котлі. У 1984 англійський механік Дж. Уатт побудував відцентровий регулятор швидкості парової машини. Принцип керування за відхиленням, використаний І. Ползуновим та Дж. Уаттом, лежить в основі сучасних систем автоматики. Максвел та Вишнеградський здійснили системний підхід до проблеми автоматичного регулювання, в результаті чого отримано методологію дослідження різноманітних за принципом дії та структурою систем, а також закладено основи теорії стійкості регулювання за оберненим зв'язком.

Системи радіоавтоматики почали застосовуватися в 1930-х роках для автоматичного регулювання підсилення в радіоприймачах. Виділення радіоавтоматичних систем в окремий клас пов'язане з умовами роботи в складі різного роду радіосистем, де обробка сигналів здійснюється при наявності шумів та завад.

Радіоавтоматика охоплює широкий клас автоматичних систем, де участь людини у процесі керування неможлива або недоцільна. Радіоуправління, радіонавігація, радіолокація, інтернет речей, робототехніка, радіозв'язок та телекомунікації поєднує використання систем автоматичного регулювання підсилення, частоти, фази, відстеження затримки сигналів, системи синхронізації та пошуку сигналів, принципи роботи та розроблення яких вивчаються в курсі "Радіоавтоматика".

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів професійних знань в царині теоретичних основ аналізу та синтезу автоматичних пристроїв

5

і систем радіолокації, навігації та радіозв'язку, фізичних основ функціонування елементів, пристроїв і систем радіоавтоматичних комплексів, методів побудови сучасних систем радіоавтоматики і основних тенденцій їх розвитку.

Вивчення дисципліни "Радіоавтоматика" базується на курсах "Вища математика", "Теорія електричних кіл", "Сигнали і процеси в радіотехніці", "Цифрові пристрої та мікропроцесори", "Пристрої приймання та оброблення сигналів".

Основні завдання дисципліни "Радіоавтоматика":

- ознайомити студентів з основними поняттями та особливостями роботи автоматичних систем регулювання;
- вивчити фізичні явища та процеси, що лежать в основі синтезу і побудови автоматичних систем регулювання;
- засвоїти методи аналізу стійкості та оцінки якості роботи замкнених систем радіоавтоматики;
- вивчити принципи побудови та проєктування типових автоматичних пристроїв, що входять до складу радіотехнічних систем та комплексів.

1. Основні поняття і методи систем радіоавтоматики

1.1. Основні поняття та визначення

Автоматика – галузь науки і техніки, що охоплює теорію і практику автоматичного управління, а також принципи побудови автоматичних систем.

Автоматичне управління – зміна по деякому закону будь-якої фізичної величини без безпосередньої участі людини за допомогою спеціальних автоматичних пристроїв – систем автоматичного керування (САК). Прикладами САК є системи автосупроводу рухомих об'єктів по дальності (АСД) і напряму (АСН), слідкуючий вимірювач швидкості рухомих об'єктів, системи обертання антени оглядової радіолокаційної станції та ін. Якщо керуюча дія формується з участю людини, то таке управління називається автоматизованим.

Регулювання – це частковий випадок управління, при якому необхідний стан об'єкта забезпечується шляхом стабілізації однієї або кількох фізичних величин у межах заданих значень. САК – загальна назва всіх автоматичних систем. САР є частковим випадком систем автоматичного керування.

Автоматичне регулювання – підтримка заданого значення будь-якої фізичної величини без безпосередньої участі людини за допомогою спеціальних автоматичних регуляторів. Поширеними в побутовій техніці системами автоматичного регулювання (САР) є стабілізатор напруги, система автоматичного регулювання підсилення (АРП), система автоматичного підлаштування частоти (АПЧ) гетеродина приймача.

Елемент автоматики – ланка автоматичної системи, що виконує певну функцію і характеризується призначенням, принципом дії, пристроєм (конструкцією) та електронною схемою.

Радіоавтоматика – галузь науки і техніки, що займається питаннями теорії і принципами побудови радіоавтоматичних систем.

Радіоавтоматичною системою (РАС) називається така система, в якій

передавання інформації здійснюється за допомогою радіосигналів. Відмінністю РАС від САК є те, що як носій керуючої інформації використовується радіосигнал неперервної або імпульсної форми. Інформацію, необхідну для роботи РАС, добувають шляхом автоматичного вимірювання параметрів радіосигналу: амплітуди, частоти, фази, напряму і часу його надходження та інших параметрів. РАС є невід'ємними частинами систем зв'язку, радіоуправління, радіолокації, радіонавігації, робототехніки, де використовуються як слідкуючі вимірювачі, фільтри, демодулятори, просторові і часові фільтриселектори для здійснення синхронізації багатоканальних системах передавання інформації, стабілізації частоти генераторів та розв'язання інших численних задач.

Особливістю систем радіоавтоматики є здійснення обробки радіосигналу радіотехнічними методами з широким використанням радіоелектронних приймально-підсилювальних, генеруючих і перетворюючих пристроїв. При цьому враховуються властивості радіосигналу, зумовлені застосованим методом модуляції, наявністю амплітудних, фазових та інших флуктуацій, впливом внутрішніх шумів радіоприймальних пристроїв.

1.2. Класифікація систем радіоавтоматики

За характером задаючої дії (алгоритмом функціонування) радіоавтоматичні системи поділяють на системи стабілізації, системи програмного керування та системи стеження. У системах стабілізації задаючий вплив (фізичний параметр, який необхідно стабілізувати) незмінний (наприклад, стабілізатор напруги живлення); у системах програмного керування він змінюється за певною, заздалегідь відомою програмою (наприклад, політ безпілотного літального апарату по заданому маршруту); у системах стеження задаючий вплив наперед невідомий і, як правило, випадковий (наприклад, відстеження траєкторії польоту літака радіолокатором). Системи стабілізації та системи програмного керування є частковими випадками систем стеження, коли задаючий вплив постійний або є відомою функцією часу. Виділяють оптимальні та адаптивні системи, що мають складні алгоритми функціонування, пов'язані з оптимізацією процесу управління за заданим критерієм. За видом вхідного сигналу радіоавтоматичні системи поділяють на неперервні і дискретні. У першому випадку сигнали – неперервні функції часу, у другому – дискретні (ступінчасті, імпульсні). У свою чергу, серед дискретних систем окремо розглядають імпульсні та цифрові.

За видом рівнянь, що описують систему, всі радіоавтоматичні системи поділяють на лінійні і нелінійні. У першому випадку вони описуються лінійними диференціальними (або різницевими для дискретних систем) рівняннями, у другому – нелінійними. Крім дискретизації за часом у цифрових системах здійснюється дискретизація (квантування) сигналів за рівнем. Квантування за рівнем є нелінійною операцією, тому з точки зору математичного опису вони є дискретними нелінійними системами.

За стабільністю параметрів системи в часі (постійні або змінні параметри) всі системи поділяють на стаціонарні й нестаціонарні. Перші описуються рівняннями (диференціальними або різницевими) з постійними коефіцієнтами (параметрами), другі – рівняннями зі змінними, залежними від часу, параметрами. Стаціонарна система використовується, коли вхідний сигнал стаціонарний. Якщо характеристики вхідного сигналу змінюються в часі, тоді для унеможливлення втрати системою працездатності необхідно відстежувати такі зміни. Наприклад, у системах автоматичного підлаштування частоти при зміні рівня вхідного сигналу повинно змінюватися підсилення в системі, інакше може статися зрив стеження за частотою. Для розв'язання цієї проблеми до складу системи автоматичного підлаштування частоти включають систему автоматичного регулювання підсилення. Окремий клас нестаціонарних систем РА складають адаптивні системи, які використовуються у разі неповної початкової інформації, коли закон зміни параметрів вхідного сигналу невідомий.

За видом керованої змінної системи поділяють на системи автоматичного підлаштування частоти (АПЧ), системи автоматичного регулювання підсилення (АРП), системи автоматичного визначення напрямку на джерело радіохвиль, системи автоматичного супроводу по дальності.

Системи автоматичного підлаштування частоти призначені для стеження за значенням частоти вхідного сигналу. В результаті роботи цих систем формується керований сигнал з частотою, яка прямує до частоти вхідного сигналу. Системи АПЧ, залежно від складу пристрою управління, поділяють на *системи частотного автоматичного підлаштування частоти* (ЧАПЧ) і *системи фазового автоматичного підлаштування частоти* (ФАПЧ). Відповідно пристрій управління системи ЧАПЧ містить частотний детектор, а системи ФАПЧ – фазовий детектор. На основі систем АПЧ будують системи синхронізації, синтезатори частот, демодулятори сигналів.

Системи автоматичного регулювання підсилення призначені для стабілізації рівня сигналу на виході підсилювача, якщо рівень вхідного сигналу відрізняється від номінального або змінюється в часі. Системи АРП використовуються в трактах проміжної частоти радіоприймачів.

Системи автоматичного визначення напрямку на джерело радіохвиль (кутомірні системи спостереження або пеленгатори, системи автоматичного супроводу за напрямком - ACH) призначені для вимірювання кутових координат рухомих об'єктів і стеження за їх положенням у просторі. Такі системи використовуються в радіолокації та радіонавігації, в системах стільникового зв'язку.

Системи автоматичного супроводу по дальності використовуються в радіолокації і радіонавігації, призначені для вимірювання віддалі до обраної цілі та стеження за її радіальним рухом у просторі. Принцип роботи цих систем полягає у визначенні затримки між переданим і відбитим від цілі імпульсами.

Залежно від значення похибки регулювання в усталеному режимі САК поділяють та статичні й астатичні.

Статичною САК називають систему, в якій регульована величина при зміні зовнішніх збурень на об'єкті, змінюючись у деяких допустимих межах, після закінчення перехідного процесу набуває різних значень. Тобто в статичних системах в усталеному режимі помилка регулювання відмінна від нуля.

Регулювальна характеристика в загальному випадку має вигляд

$$y = C + \Delta(x), \tag{1.1}$$

де C – середнє значення регульованої величини x, $\Delta(x)$ – функція збурення, що визначає відхилення регульованої величини від її середнього значення в межах зони регулювання. Необхідною умовою якісного регулювання є вико-

нання нерівності $C >> \Delta(x)$.

В *астатичних* САК після закінчення перехідного процесу похибка регулювання дорівнює нулю.

За принципом управління, що визначає загальну структуру, РАС поділяють на

- розімкнені системи (з управлінням за збуренням);
- замкнені системи (з управлінням за неузгодженням);
- системи з комбінованим керуванням;
- системи з адаптивним керуванням.

При розробленні системи керування принцип управління вибирають у залежності від технічних умов роботи системи, складності задачі, яка розв'язується, заданих показників якості управління. Сучасні РАС, як правило, будуються за структурою замкнених систем, які уможливлюють коректну роботу системи з врахуванням непередбачуваності впливу шумів та збурень.

Принцип керування за збуренням використовується в розімкнених системах (рис. 1.1). Будь-який процес керування передбачає наявність деякого пристрою - об'єкта керування (ОК), режим роботи якого задається сигналом керування u(t). Наприклад, у системі фазового автопідлаштування частоти об'єктом керування є генератор, частота коливань напруги якого (вихідний сигнал системи) автоматично підтримується на заданому рівні, визначеному частотою вхідного сигналу. Сигнал керування u(t) формується пристроєм керування (ПК) згідно з метою управління (задаючим впливом) x(t). Вихідний сигнал об'єкта керування y(t) називають регульованим та вимірюють за допомогою спеціального *давача* (Д). Процес вимірювання супроводжується виникненням похибок, зумовлених шумом вимірювання $g_{\rm m}(t)$. Об'єкт керування працює в умовах зміни стану навколишнього середовища (температури, тиску, вологості і т. п.), коливань напруг джерел живлення, що знижує якість роботи системи. Вплив цих факторів у функціональній схемі враховується введенням випадкового сигналу g(t), який називають збурюючою дією.

У розімкнених системах (1.1) сигнал управління залежить тільки від керувального впливу:

$$u(t) = F(x(t)).$$
 (1.2)

У таких системах РА забезпечується заздалегідь заданий функціональний



Рис. 1.1. Розімкнена система РА

зв'язок між керувальним впливом і вихідним сигналом.

При u(t) = F(x(t), g(t)) має місце керування за збуренням, за якого ПК виробляє керувальний вплив u(t) на ОК, що компенсує дію збурення g(t). Функціональна схема РАС з компенсацією збурення наведена на рис. 1.2. На практиці, як правило, неможливо компенсувати вплив усіх негативних факторів, оскільки більшість із них не можна виміряти, або їх врахування суттєво ускладнює систему.



Рис. 1.2. РАС із керуванням за збуренням

Характерною ознакою розімкненої системи є те, що пристрій керування не отримує ніякої інформації про результат роботи об'єкта керування і не може врахувати можливі розбіжності між очікуваним та отриманим станом системи. Звідси головний недолік розімкненої системи – низька точність роботи. За принципом розімкненого керування працює годинник, банкомат, автомат, що видає певні предмети (квитки, шоколад, воду) і т.д. Прикладом такої системи можуть бути системи управління стрільбою з рушниці або артилерійської зброї.

Через наявність завад, що діють на систему, та нестабільність пристроїв розімкнені системи не забезпечують високу точність роботи, тому в радіоавтоматиці застосовуються рідко.

У замкнених системах або в системах зі зворотним зв'язком (рис. 1.3)



Рис. 1.3. Замкнена система РА

сигнал управління формується на основі виміряного відхилення керованої величини від бажаного значення. Роботу пристрою керування можна описати функціональною залежністю

$$u(t) = F(x(t), y_{\rm B}(t)).$$
 (1.3)

Керуюча дія u(t) прикладається до об'єкта управління доти, доки є відхилення між задаючою дією x(t) та станом об'єкта керування $y_{\rm B}(t)$. Відхилення керованої величини від необхідного значення може бути зумовлено впливом різного роду збурень або зміною задаючої дії. Таким чином, замкнена система працює так, щоб весь час зводити до нуля неузгодженість $x(t) - y_{\rm B}(t)$. Принцип зворотного зв'язку – основний принцип керування. Він лежить в основі переважної більшості систем управління, оскільки вирішальну роль під час керування відіграє інформація про результати керування.

Вирази (1.2) і (1.3) називають *алгоритмами*, або *законами управління* систем РА.

За рахунок зворотного зв'язку вплив завад і нестабільності параметрів на якість роботи замкнених РАС значною мірою компенсується, тому якість їх роботи вища, ніж у розімкнених системах. Системи з управлінням за відхиленням зменшують різницю між задаючою дією та цільовою величиною незалежно від того, яка причина її викликала: зовнішні збурення, зміна параметрів системи, чи зміна задаючої дії. До недоліків замкнених систем можна віднести нижчу швидкодію та проблему забезпечення стійкості їх роботи.

Системи з комбінованим керуванням поєднують властивості розімкнених та замкнених РАС, забезпечують високу точність і швидкодію.

Адаптивний принцип управління використовується якщо відсутня повна інформація про умови роботи РАС. Адаптивні системи будуються за принципом замкнених систем, мають у своєму складі додаткові блоки та контури для аналізу показників якості процесу керування або зовнішніх умов, до яких необхідна адаптація. Такі системи можуть змінювати параметри і/або структуру пристрою керування в процесі роботи, зважаючи на зміни параметрів та характеру збурень, режиму роботи об'єкта керування та ін.

Запитання та завдання для самоперевірки

- 1. Що вивчає радіоавтоматика?
- 2. У чому відмінність між автоматикою та радіоавтоматикою?
- 3. Де використовується система радіоавтоматики?
- 4. У чому полягає відмінність між автоматичним управлінням та автоматичним регулюванням?
- 5. Назвіть основні структурні елементи системи автоматичного керування.
- 6. За якими ознаками класифікують системи радіоавтоматики?
- 7. Наведіть класифікацію систем за принципом управління.
- 8. Які переваги й недоліки розімкненої системи автоматики?
- 9. Які переваги і недоліки замкненої системи автоматики?
- 10. Запишіть закони управління для розімкненої та замкненої системи автоматики.
- 11. Поясніть відмінність між статичною та астатичною системами.

2. Математичні методи опису систем автоматики

2.1. Математична модель системи

Для аналізу та синтезу системи керування необхідно мати її математичну модель, яка описує взаємозв'язок змінних стану системи та їх поведінку у процесі роботи, тобто у часі. Поведінка змінних стану системи у часі називається *динамікою системи*. Оскільки система складається з взаємопов'язаних функціональних елементів, то для отримання її математичного опису необхідно знати математичні моделі окремих елементів. Математичний опис елемента встановлює зв'язок у часі між його поточними значеннями вихідних та вхідних величин (сигналів).

Фізичні процеси, що відбуваються в системах РА, описуються нелінійними диференціальними рівняннями, які можна аналітично розв'язати тільки в окремих випадках. Переважно застосовують лінеаризацію рівнянь, побудовану на припущені, що в досліджуваному динамічному процесі зміни стану системи відбуваються таким чином, щоб їх відхилення від усталених значень залишалися весь час досить малими величинами. Ця умова виконується для замкнених систем, оскільки вони працюють за принципом компенсації помилки.

Процеси в лінійних системах описуються лінійними диференційними рівняннями виду

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_0 y(t) = b_m x^{(m)}(t) + b_{m-1} x^{(m-1)}(t) + \dots + b_0 x(t),$$
(2.1)

де x(t), y(t) – вхідний та вихідний сигнали відповідно; a, b – коефіцієнти.

У стаціонарних системах РА коефіцієнти диференційного рівняння (2.1) є постійними величинами, в нестаціонарних – змінними і залежними функціями часу.

Задачею математичного дослідження системи радіоавтоматики є визна-

чення реакції системи x(t) на задану вхідну дію y(t) та знаходження деяких характеристик або параметрів системи, що визначають її загальні властивості.

Методи аналізу лінійних систем РА ґрунтуються на використанні принципу суперпозиції, який полягає в наступному. Якщо на систему надходить керувальна дія, яку можна представити у вигляді суми простих дій

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) + \dots + x_k(t),$$
(2.2)

тоді для лінійної системи, що описується оператором еволюції F(*), вихідний сигнал визначається як сума реакцій на кожний доданок в (2.2), тобто справедливо

$$F(x(t)) = F(x_1(t)) + F(x_2(t)) + \dots F(x_k(t)).$$
(2.3)

Якщо співвідношення (2.2) не виконується, тоді систему називають нелінійною.

Отримати розв'язки диференційного рівняння (2.1) обчислювально складно, а в багатьох випадках, наприклад, у системах стеження, неможливо, оскільки апріорі не відома задаюча дія. З цих причин дослідження систем РА ведеться за допомогою непрямих методів, що базуються на використанні перетворень Лапласа і Фур'є.

Аналіз систем РА можна здійснювати в часовій та частотній областях – відповідно розрізняють часові та частотні методи дослідження. Основою для досліджень у часовій області є пряме й обернене перетворення Лапласа, в частотній області – пряме і обернене перетворення Фур'є.

У теорії систем РА використовуються такі основні характеристики: перехідна й імпульсна функції, комплексний коефіцієнт передачі або частотна характеристика, які уможливлюють отримання повної інформації про властивості системи та можливості їх зміни.

2.2. Перетворення Лапласа

Перетворення Лапласа спрощує процес розв'язання диференційного рівняння (2.1). Перетворенням Лапласа функції дійсної змінної f(x) називається функція комплексної змінної, така, що

$$F(p) = \mathcal{L}\{f(x)\} = \int_0^\infty f(x)e^{-px}dx.$$
(2.4)

Оберненим перетворенням Лапласа функції комплексної змінної f(x) називається функція F(p) дійсної змінної, така, що

$$f(x) = \mathcal{L}^{-1}\{F(p)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} f(x)e^{px}dp,$$
 (2.5)

де с – деяке дійсне число.

Візьмемо елемент системи РА, що має один вхід і один вихід. Застосувавши перетворення Лапласа до диференційного рівняння (2.1), отримаємо

$$D(p)Y(p) = N(p)X(p) + M_0(p), (2.6)$$

де $D(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ...a_0$; $N(p) = b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + ...b_0$; Y(p) – перетворення Лапласа для вихідного сигналу системи; X(p) – перетворення Лапласа для вхідного сигналу; $M_0(p)$ – многочлен, що відображає початкові умови.

Уведемо наступні позначення

$$K(p) = \frac{N(p)}{D(p)}; \qquad (2.7)$$

$$K_0(p) = \frac{M_0(p)}{D(p)}.$$
(2.8)

Тоді вираз (2.6) набуде вигляду

$$Y(p) = K(p)X(p) + K_0(p).$$
(2.9)

Залежність K(p) називають *передавальною функцією*, а $K_0(p)$ – *передавальною функцією* відносно початкового стану системи РА.

Знання перетворення Лапласа вихідного сигналу уможливлює знаходже-

ння усталеного значення вихідного сигналу

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{p \to 0} pY(p). \tag{2.10}$$

Якщо на вході діє одиничний сигнал, тоді при $K_0(p)=0$, усталене значення можна отримати як

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{p \to 0} pK(p)X(p) = \lim_{p \to 0} pK(p)\frac{1}{p} = \lim_{p \to 0} K(p).$$
(2.11)

Знаменник передавальної функції, прирівняний до нуля D(p) = 0, називають *характеристичним рівнянням*. Корені цього рівняння визначають характер вільних сигналів у системі.

Рівняння (2.9) пов'язує зображення вихідного сигналу системи із зображенням вхідного сигналу і початковим станом системи. Функція K(p) характеризує динамічні властивості системи РА, не залежить від вхідного сигналу x(t) і повністю визначається параметрами системи a_i, b_i .

При нульових початкових умовах передавальна функція системи РА дорівнює відношенню зображень Лапласа вихідного і вхідного сигналів. Передавальна функція є дробнораціональною функцією щодо оператора перетворення Лапласа:

$$k(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots a_0}.$$
(2.12)

Ступінь полінома знаменника п передавальної функції визначає порядок системи РА. У реальних системах ступінь полінома чисельника передавальної функції не може перевищувати ступеня полінома знаменника, тобто т <= n. Це є умовою фізичної реалізованості системи РА.

Корені полінома чисельника передавальної функції K(p) (розв'язки рівняння N(p) = 0) називають *нулями*, а корені полінома знаменника D(p) = 0(характеристичного рівняння) – *полюсами* системи РА. Коефіцієнти передавальної функції є дійсними числами, тому недійсні нулі і полюси можуть бути тільки комплексно-спряженими величинами.

При аналізі систем РА нулі і полюси (особливі точки передавальної функції) зображають точками на площині комплексної змінної p (рис. 2.1). Якщо передавальна функція системи не містить особливих точок в правій частині площини *p* (справа від осі ординат), тоді систему називають *мінімальнофазовою*, в іншому випадку її вважають *немінімально-фазовою*.



Рис. 2.1. Зображення особливих точок передавальної характеристики на комплексній площині

Диференційне рівняння (2.1), що містить функції y(t) і x(t), при нульових початкових умовах рівносильне лінійному алгебраїчному рівнянню в операторній формі

$$a_{n}p^{n}Y(p) + a_{n-1}p^{n-1}Y(p) + \dots a_{0}Y(p) = b_{m}p^{m}X(p) + b_{m-1}p^{m-1}X(p) + \dots b_{0}X(p).$$
(2.13)

Для знаходження перехідного процесу y(t) з рівняння (2.13) визначають його зображення Y(p). Потім сигнал y(t) можна отримати, користуючись таблицями оригіналів і зображень, або за відомими формулами оберненого перетворення Лапласа.

Приклад 1. Знайти передавальну функцію, часову залежність та усталене значення вихідного сигналу при дії на вході одиничного сигналу, якщо система задана диференційним рівнянням

$$a\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = b\frac{dx(t)}{dt} + x(t), y(0_{-}) = 0, \quad x(0_{-}) = 0, \quad (2.14)$$

де а, b – параметри.

Перетворення Лапласа для рівняння (2.14) матиме вигляд

$$apY(p) + Y(p) = bpX(p) + X(p),$$
 (2.15)

звідки операторне зображення вихідного сигналу

$$Y(p) = X(p)\frac{bp+1}{ap+1},$$
(2.16)

передавальна функція системи

$$K(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{bp+1}{ap+1}.$$
(2.17)

Для вхідного сигналу (див. (2.21) і (2.22)) $X(p) = \frac{A}{p}, A = const$, тоді

$$Y(p) = \frac{A}{p}\frac{bp+1}{ap+1} = \frac{A(b-a)}{a}\frac{1}{p+\frac{1}{a}} + \frac{A}{p}.$$
 (2.18)

Знайдемо усталене значення вихідного сигналу

$$y_{\infty} = \lim_{p \to 0} p \frac{A}{p} \frac{bp+1}{ap+1} = A.$$
 (2.19)

Обернене перетворення Лапласа від (2.18) дасть нам часову залежність вихідного сигналу

$$y(t) = \frac{A(b-a)}{a}e^{-\frac{1}{a}t} + A\sigma(t), \qquad (2.20)$$

де $\sigma(t)$ – одинична функція.

Кожен елемент системи РА в загальному випадку описується диференціальним рівнянням виду (2.1). Отже, при виведенні диференційного рівняння системи в цілому необхідно спільно розв'язати кілька диференціальних рівнянь вищих порядків.

2.3. Перехідна та імпульсна характеристики

Перехідною характеристикою <math>g(t) називають реакцію системи на одиничний ступінчастий вхідний сигнал. Розглянемо випадок, коли на систему діє

одиничний сигнал:

$$\sigma(t) = \begin{cases} 1, \ t > 0, \\ 0, \ t < 0. \end{cases}$$
(2.21)

Перетворення Лапласа сигналу (2.21)

$$X(p) = \mathcal{L}(\sigma(t)) = \frac{1}{p}.$$
(2.22)

Знайдемо зображення вихідного сигналу, яке пов'язане із зображенням вхідного сигналу через передавальну характеристику K(p)

$$G(p) = K(p)X(p).$$
 (2.23)

Вихідний сигнал системи знаходиться за допомогою зворотного перетворення Лапласа

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}(G(p)) = \mathcal{L}^{-1}(\frac{K(p)}{p}).$$
 (2.24)

Отже, для визначення перехідної характеристики системи треба передавальну характеристику розділити на p і знайти зворотне перетворення Лапласа.

Імпульсною характеристикою називають відгук системи на вхідний дельта-імпульс. Як математичну модель короткого імпульсу використаємо δ -функцію

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, t = 0\\ 0, t \neq 0. \end{cases}$$
(2.25)

Розглянемо випадок, коли вхідний сигнал $x(t) = \delta(t)$. За таблицями перетворення Лапласа знайдемо зображення вхідного сигналу X(p) = 1. Сигнал на виході системи

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}(X(p)K(p)) = \mathcal{L}^{-1}(K(p)).$$
(2.26)

Отже, імпульсну характеристику системи можна знайти за допомогою оберненого перетворення Лапласа від передавальної функції.

Зазначимо, що між перехідною і імпульсною характеристиками існує та-

кий зв'язок:

$$h(t) = \frac{dg(t)}{dt}.$$
(2.27)

На підставі теореми згортки (інтегралу Дюамеля), знаючи імпульсну характеристику системи РА h(t), сигнал на виході y(t) при довільному сигналі на вході x(t) можна знайти як:

$$y(t) = \int_0^t x(t-\tau)h(\tau)d\tau.$$
 (2.28)

Якщо відома перехідна характеристика системи РА, тоді рівняння (2.28) матиме вигляд:

$$y(t) = x(0)g(t) + \int_0^t \frac{dx(\tau)}{d\tau} g(t-\tau)d\tau.$$
 (2.29)

Оскільки імпульсна та перехідна характеристики є реакцією системи на вхідний сигнал, що надходить до системи в момент часу t = 0, то умовою фізичної реалізованості системи є відсутність сигналу відгуку до потрапляння сигналу на вхід, тобто

$$g(t) = 0, \ t < 0, \tag{2.30}$$

$$h(t) = 0, \ t < 0. \tag{2.31}$$

Знання імпульсної або перехідної характеристики при заданому вхідному сигналі уможливлює аналіз системи у часовій області. Основою цього аналізу є застосування інтегралу Дюамеля для знаходження вихідного сигналу.

2.4. Частотні характеристики систем РА

Нехай $S_{\text{вx}}(j\omega)$ і $S_{\text{вих}}(j\omega)$ – спектральні густини відповідно вхідного і вихідного сигналів системи РА. Тоді відношення

$$K(j\omega) = \frac{S_{\text{BHX}}(j\omega)}{S_{\text{BX}}(j\omega)}$$
(2.32)

називається комплексним частотним коефіцієнтом передавання системи. Якщо відома передавальна функція K(p), тоді $K(j\omega)$ можна отримати формально, без будь-яких обчислень, шляхом заміни у виразі передавальної функції змінної p на $j\omega$

$$K(j\omega) = K(p)|_{p=j\omega}.$$
(2.33)

Як функцію комплексної змінної $K(j\omega)$ можна представити в такому вигляді:

$$K(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega), \qquad (2.34)$$

де $P(\omega)$ і $Q(\omega)$ – відповідно дійсна та уявна частини.

У показниковій формі частотна характеристика має вигляд:

$$K(j\omega) = |K(j\omega)|e^{j\phi(\omega)}, \qquad (2.35)$$

де $|K(\omega)| = \sqrt{P(\omega)^2 + Q(\omega)^2} = K(\omega)$ – амплітудно-частотна характеристика (АЧХ); $\phi(\omega) = \arctan \frac{P(\omega)}{Q(\omega)}$ – фазо-частотна характеристика (ФЧХ) системи.

Якщо відомо $K(j\omega)$, тоді нескладно знайти усталену реакцію системи на гармонічну вхідну дію.

Приклад 2. Знайти сигнал на виході системи з комплексним частотним коефіцієнтом передавання $K(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega\tau}$, якщо вхідний сигнал $u(t) = U_0 \cos \omega t$.

Вхідний та вихідний сигнали відрізнятимуться амплітудами та початковими фазами. Перетворимо $K(j\omega)$ до такого вигляду

$$K(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega\tau} = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}e^{-\arctan\omega\tau}.$$

Система змінить амплітуду вхідного сигналу у $\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$ разів та внесе затримку за фазою, яка дорівнює — arctan $\omega\tau$. Вихідний сигнал буде таким

$$y(t) = \frac{u_0}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \cos(\omega t - \arctan \omega \tau).$$

АЧХ визначає залежність між амплітудами вхідного і вихідного сигналів. ФЧХ показує залежність зсуву фаз між вхідним і вихідним сигналами від частоти. При фіксованому значенні частоти ω_i комплексний частотний коефіцієнт передавання $K(\omega_i) = P(\omega_i) + jQ(\omega_i) = K(\omega_i)e^{j\phi(\omega_i)}$ можна зобразити вектором на комплексній площині, як показано на рис. 2.2 *а.* Зміна частоти призведе до зміни довжини і розміщення вектора, а кінець вектора опише деяку траєкторію. Така траєкторія при зміні частоти від $\omega = 0$ до $\omega \to +\infty$ називається амплітудно-фазовою частотною характеристикою (АФЧХ) або годографом (рис. 2.2, *b*).



Рис. 2.2. Комплексне подання передавальної функції: *a* – зображення комплексного числа на площині; *b* – приклад годографа

В інженерній практиці частіше застосовують *логарифмічні частотні характеристики* (ЛЧХ). Логарифмічну АЧХ знаходять як

$$L(\omega) = 20 \lg |K(j\omega)|. \tag{2.36}$$

Для побудови логарифмічної АЧХ по осі ординат відкладають значення в децибелах, а по осі абсцис – частоту в логарифмічному масштабі (див. рис. 3.1, *c*, *d* на с. 27). Для побудови логарифмічної ФЧХ по осі ординат відкладають її значення в радіанах. Основною перевагою ЛЧХ є менша кількість обчислень, необхідна для їх побудови, та більша інформативність.

При використанні ЛЧХ за одиницю вимірювання частоти приймається декада. *Декадою* називається неперервний діапазон частот, для якого верхня і нижня частоти відрізняються в 10 разів. У логарифмічному масштабі на осі частот смуга в одну декаду не залежить від частоти і має довжину, яка

дорівнює $\lg 10\omega - \lg \omega = \lg 10 = 1$. ЛЧХ уможливлює якісне відображення частотних властивостей системи у широкому діапазоні частот.

Запитання та завдання для самоперевірки

- 1. Для чого необхідна математична модель системи?
- 2. Що розуміють під динамікою системи?
- 3. Яка умова фізичної реалізації системи?
- 4. Для чого необхідна лінеризація системи?
- Дайте визначення комплексного частотного коефіцієнта передавання, операторної передавальної функції, імпульсної та перехідної характеристики.
- 6. У чому полягає принцип суперпозиції?
- 7. Запишіть пряме та обернене перетворення Лапласа.
- 8. Як на основі відомої передавальної функції отримати характеристичне рівняння?
- 9. Що називають нулями та полюсами передавальної функції?
- 10. Як знайти усталене значення вихідного сигналу, якщо відома передавальна функція системи?
- 11. Як пов'язані імпульсна та перехідна характеристики?
- 12. У чому полягає умова фізичної реалізованості системи радіоавтоматики?
- 13. Що називають годографом?
- 14. У чому перевага логарифмічних частотних характеристик?

3. Типові ланки систем радіоавтоматики

Пристрої систем РА, що мають різне конструктивне виконання і принципи роботи, часто задають однаковими математичними моделями. До типових належать ланки, що описуються диференційними рівняннями не вище другого порядку.

Математичні моделі типових ланок можуть описувати об'єкти і пристрої регулювання. Пристрої регулювання, що застосовуються в радіоавтоматиці, називають *регуляторами*. Як правило, регулятор довільної складності можна зобразити у вигляді з'єднання типових ланок.

Ланку характеризує її відгук на деякий вхідний сигнал. Для лінійних ланок і лінійних систем цей відгук повністю визначає їх динамічні властивості, позаяк до лінійних ланок і систем можна застосувати принцип суперпозиції, що дозволяє за реакцією лінійного елемента на якийсь відомий вплив знайти його реакцію на дію довільного вигляду.

3.1. Підсилювальна ланка

Динаміка підсилювальної (безінерційної, пропорційної) ланки описується алгебраїчним рівнянням

$$y(t) = kx(t), \tag{3.1}$$

де x(t) – вхідний сигнал; y(t) – вихідний сигнал; k – коефіцієнт підсилення (або передавання).

Передавальна функція підсилювальної ланки не залежить від часу

$$K(p) = k. (3.2)$$

Частотний коефіцієнт передавання постійний для всієї частотної осі

$$K(j\omega) = k. \tag{3.3}$$

АЧХ і ФЧХ визначаються як $K(\omega) = k$ і $\phi(\omega) = 0$ для всіх ω , а ЛАЧХ

ланки $L(\omega) = 20 \lg k$. Частотні характеристики підсилювальної ланки наведені на рис. 3.1.



Рис. 3.1. Частотні характеристики підсилювальної ланки: a - AYX; $b - \Phi YX$; $c - \Pi AYX$; $d - \Pi \Phi YX$

Перехідна характеристика підсилювальної ланки (рис. 3.2, *a*) за формою аналогічна формі вхідного сигналу – ступінчастому впливу (2.21):

$$g(t) = k\sigma(t). \tag{3.4}$$

Імпульсна характеристика ланки (рис. 3.2, b) має вигляд дельта-функції

$$h(t) = \delta(t). \tag{3.5}$$

Прикладами підсилювальної ланки є дільник напруги (атенюатор), безінерційний підсилювач (у лінійному режимі без спотворень частотних характеристик сигналу) (рис. 3.3) та інші системи, якщо їх динаміку можна описати рівнянням виду (3.1).

Для резистивного дільника напруги, наведеного на рис. 3.3, a, коефіцієнт передавання $k = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$, для підсилювача сигналу на ОП (рис. 3.3, b) – k =



Рис. 3.2. Часові характеристики підсилювальної ланки: *a* – перехідна характеристика; *b* – імпульсна характеристика



Рис. 3.3. Приклади підсилювальної ланки: *а* – дільник напруги; *b* – підсилювач на ОП

 $-\frac{R_2}{R_1}$.

3.2. Ідеальна інтегрувальна ланка

Динаміка ідеальної інтегрувальної ланки описується диференційним рівнянням

$$\frac{dy(t)}{dt} = kx(t), \ y(t) = k \int_0^{t'} x(t)dt,$$
(3.6)

де k – коефіцієнт передачі, що має розмірність c^{-1} .

Передавальна функція інтегрувальної ланки отримується застосуванням перетворення Лапласа до (3.6)

$$K(p) = \frac{k}{p},\tag{3.7}$$

f

а частотні характеристики визначаються виразами

$$K(\omega) = \frac{k}{\omega},\tag{3.8}$$

$$\phi(\omega) = \arctan(-\infty) = -\frac{\pi}{2}.$$
(3.9)

АЧХ і ФЧХ інтегрувальної ланки, побудовані відповідно до формул (3.8) і (3.9), наведені на рис. 3.4. Коефіцієнт передавання інтегрувальної ланки зменшується зі збільшенням частоти, а зсув фаз між вхідним і вихідним сигналами залишається незмінним і дорівнює $-\frac{\pi}{2}$.

ЛАЧХ інтегрувальної ланки на підставі (3.8) можна знайти як



$$L(\omega) = 20 \lg K(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \omega. \tag{3.10}$$

Рис. 3.4. Частотні характеристики ідеальної інтегрувальної ланки при k = 1: $a - AYX; b - \Phi YX; c - ЛАYX; d - Л\Phi YX$

ЛАЧХ інтегрувальної ланки є прямою лінією (рис. 3.4, c), що проходить із нахилом -20дБ/дек через точку на осі частот $\omega = k$.

ЛФЧХ (рис. 3.4, d) відрізняється від представленої на рис. 3.4, b характеристики $\phi(\omega)$ лише масштабом по осі частот.

Перехідна характеристика інтегрувальної ланки являє собою лінійну функцію часу (рис. 3.5, *a*)

$$g(t) = kt, t > 0, (3.11)$$

а імпульсна – ступінчасту функцію (рис. 3.5, b)



$$h(t) = k. \tag{3.12}$$

Рис. 3.5. Часові характеристики ідеальної інтегрувальної ланки при k = 1: a – перехідна; b – імпульсна

Необмежене зростання перехідної функції з часом вказує на неможливість фізичної реалізації такої ланки. Жодна фізична система або схема не може забезпечити необмежене значення сигналу на виході.

Інтегрування, наближене до ідеального, можна реалізувати на операційному підсилювачі згідно зі схемою на рис. 3.6. Такий інтегратор працюватиме коректно, якщо у вхідному сигналі відсутня постійна складова.

Практичні схеми інтеграторів застосовуються для накопичення сигналу на обмеженому інтервалі часу. Прикладами інтегрувальних ланок є інтегратор на основі операційного підсилювача (рис. 3.6), редуктор виконавчого пристрою системи обертання антени та інші, якщо рівняння їх динаміки мають вигляд (3.6).



Рис. 3.6. Інтегратор на ОП

3.3. Аперіодична ланка

У порівнянні з ідеальною інтегрувальною ланкою аперіодична ланка здійснює частотно-вибіркове інтегрування вхідного сигналу. Прикладом аперіодичної ланки є RC- і RL-фільтри нижніх частот (рис. 3.7) та інші ланки, математичну модель яких можна задати рівнянням виду

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t), \qquad (3.13)$$

де T – постійна часу, зумовлена наявністю реактивного елемента (ємності або індуктивності); k – коефіцієнт передавання. Для RC-фільтра НЧ T = RC, k = 1 (рис. 3.7, a), а для LC-ФНЧ $T = \frac{L}{R}$, k = 1 (рис. 3.7, b).



Рис. 3.7. Приклади аперіодичних ланок першого порядку

Передавальна функція аперіодичної ланки

$$K(p) = \frac{k}{(1+Tp)}.$$
(3.14)

Амплітудно-частотна і фазочастотна характеристики ланки описуються виразами

$$K(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}},\tag{3.15}$$

$$\phi(\omega) = -\operatorname{arctg}(\omega T). \tag{3.16}$$

АЧХ і ФЧХ аперіодичної ланки, наведені на рис. 3.8, *a*, *b*, є монотонно спадаючими функціями частоти.

Для побудови ЛАЧХ ланки необхідно визначити логарифмічну функцію АЧХ у децибелах на основі формули (3.15):

$$L(\omega) = 20 \lg K(\omega) = 20 \lg \frac{k}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}} = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T)^2}.$$
 (3.17)

Точна побудова ЛАЧХ полягає в послідовному розрахунку значень $L(\omega)$ для різних частот ω . Побудову ЛАЧХ зазвичай спрощують, замінюючи залежність $L(\omega)$ її асимптотами. Для аперіодичної ланки ЛАЧХ задається двома асимптотами (рис. 3.8, e). Перша асимптота характеризує ЛАЧХ при малих частотах, коли величиною $\omega^2 T^2$ можна знехтувати, тобто $\omega^2 T^2 << 1$. Тому

$$L_1(\omega) \cong 20 lgk. \tag{3.18}$$

Друга асимптота характеризує ЛАЧХ при великих частотах, кол
и $\omega^2 T^2 {\gg} 1,$ тобто

$$L_2(\omega) \cong 20 \lg k - 20 \lg \omega T. \tag{3.19}$$

За одну декаду ЛАЧХ зміниться на величину

$$\Delta L = -20 \lg 10 \omega_i T + 20 \lg \omega_i T = -20 \exists \mathsf{B}. \tag{3.20}$$

Нахил асимптоти становитиме 20 дБ при зростанні частоти на одну декаду (рис. 3.8, *e*). Точку з'єднання обох асимптот можна знайти з рівності

$$L_1(\omega_{\rm c}) = L_2(\omega_{\rm c}),$$



Рис. 3.8. Частотні характеристики аперіодичної ланки першого порядку при k = 1, T = 1: a - AYX; $b - \Phi YX$; $c - \Lambda AYX$; $d - \Lambda \Phi YX$; e -годограф $A\Phi YX$; f -асимптотична ΛAYX

$$-20 \lg \omega_{\rm c} T = 0$$

звідки $\omega_{\rm c} = \frac{1}{T}$.

Величина $\omega_{\rm c}$ визначається постійною часу ланки і називається частотою

спряження. Найбільше відхилення асимптотичної ЛАЧХ від ЛАЧХ має місце на частоті спряження і дорівнює 3 дБ.

Логарифмічна фазочастотна характеристика аперіодичної ланки першого порядку

$$\phi(\omega) = -\operatorname{arctg}(\omega T). \tag{3.21}$$

На частоті спряження значення зсуву фази

$$\phi(\omega_{\rm c}) = -\frac{\pi}{4}.\tag{3.22}$$

Перехідна характеристика інерційної ланки

$$g(t) = k(1 - e^{-t/T}),$$
 (3.23)

а імпульсна

$$h(t) = \frac{dg(t)}{dt} = \frac{k}{T}e^{-t/T}.$$
(3.24)

Побудовані за формулами (3.23), (3.24) характеристики при k = 1, T = 1 зображені на рис. 3.9.



Рис. 3.9. Часові характеристики аперіодичної ланки першого порядку: *а* –перехідна; *b* – імпульсна

3.4. Ідеальна та інерційна диференціювальні ланки

Рівняння динаміки та передавальна функція ідеальної диференціювальної ланки наступні:

$$y(t) = k \frac{dx(t)}{dt}, \qquad (3.25)$$

$$K(p) = kp. (3.26)$$

Передавальна функція ланки K(p) не задовольняє умову фізичної реалізованості, тому ланку називають ідеальною.

Частотні характеристики ланки

$$K(j\omega) = j\omega k, \qquad (3.27)$$

$$K(\omega) = \omega k, \phi(\omega) = \frac{\pi}{2}, \qquad (3.28)$$

$$L(\omega) = 20 \lg K(\omega) = 20 \lg k + 20 \lg \omega.$$
(3.29)

На рис. 3.10 наведено приклади частотних характеристик ідеальної диференціювальної ланки. Можна побачити, що чим швидше змінюється вхідний сигнал (чим більша похідна), тим більшим буде сигнал на виході.

Перехідна функція ланки

$$g(t) = \delta(t), \tag{3.30}$$

імпульсна

$$h(t) = \frac{d\delta(t)}{dt}.$$
(3.31)

Неможливість фізичної реалізації ідеальної диференціювальної ланки випливає з її перехідної характеристики (3.30), що має вигляд дельта-функції. Жоден реальний фізичний пристрій не дає змоги отримати стрибок вихідного сигналу безкінечної амплітуди. Якщо вважати операційний підсилювач ідеальним з частотно-незалежним коефіцієнтом підсилення, а спектр вхідного сигналу обмеженим зверху, то схема диференціатора, наведена на рис. 3.11, описується рівняннями (3.25-3.31). Недоліком такої схеми є сильна чутливість до високочастотних шумів – коефіцієнт передавання зі зростанням частоти


Рис. 3.10. Частотні характеристики ідеальної диференціювальної ланки при $T_1 = 1c, T_2 = 5c, k = 1$: a - AYX; $b - \Phi YX$; $c - \Lambda AYX$; $d - \Lambda \Phi YX$; $e - rodorpaф A\Phi YX$

теоретично прямує до безмежності.

Приклади інерційних ланок із диференціювальними властивостями наве-



Рис. 3.11. Диференціювальна ланка на ОП

дено на рис. 3.12. Операторна передавальна функція схем

$$K(p) = k \frac{pT_2}{1 + pT_1},\tag{3.32}$$

де $T_1 = T_2 = RC$, k = 1 – для схеми RC-фільтра високих частот, $T_1 = R_1C$, $T_2 = R_2C$, k = -1 – для схеми на ОП.



Рис. 3.12. Приклади фізичної реалізації диференціювальної ланки

Для АЧХ і ФЧХ на основі (3.32) отримаємо

$$K(\omega) = k \frac{\omega T_2}{\sqrt{1 + \omega^2 T_1^2}},\tag{3.33}$$

$$\phi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctan(\omega T_1). \tag{3.34}$$

Асимптотична ЛАЧХ

$$L(\omega) = \begin{cases} 20 \log \omega T_2, \, \omega < \frac{1}{T_1}, \\ 20 \log \frac{T_2}{T_1}, \, \omega > \frac{1}{T_1}, \end{cases}$$
(3.35)

де точка перетину асимптот $\omega_{\mathrm{c}} = \frac{1}{T_{\mathrm{1}}}$.

Частотні задежності, отримані на основі рівнянь (3.32-3.35), наведено на рис. 3.13. З порівняння рис. 3.10 та рис. 3.13 випливає, що характеристики інерційної диференціювальної ланки наближаються до характеристик ідеальної ланки тільки в області низьких частот. Це наближення тим краще, чим менше значення T_1 .

3.5. Форсувальна ланка

Диференціальне рівняння і передавальна функція форсувальної ланки першого порядку

$$y(t) = T \frac{dx(t)}{dt} + x(t),$$
 (3.36)

$$K(p) = 1 + Tp,$$
 (3.37)

де Т – постійна часу диференціювання.

Частотні характеристики:

$$K(j\omega) = 1 + j\omega T, \qquad (3.38)$$

$$K(\omega) = \sqrt{1 + (\omega T)^2}, \qquad (3.39)$$

$$\phi(\omega) = \arctan\omega T. \tag{3.40}$$

Перехідна й імпульсна функції:

$$g(t) = \sigma(t) + T\delta(t), \qquad (3.41)$$

$$h(t) = \delta(t) + T \frac{d\delta(t)}{dt}.$$
(3.42)

Форсувальну ланку першого порядку неможливо реалізувати фізично, що випливає з (3.41) і (3.42). Реальні форсувальні ланки зазвичай штучно вводять в автоматичну систему для компенсації інерційності аперіодичних ланок і прискорення перехідних процесів.

На практиці застосовуються форсувальні ланки з передавальною функці-



Рис. 3.13. Частотні характеристики інерційної диференціювальної ланки при $T_1 = 1c, T_2 = 5c: a - AYX; b - \Phi YX; c - ЛАYX; d - Л\Phi YX; e - асимптотична ЛАYX; f - годограф АФYX при <math>k = 1, T_1 = T_2 = 1$

єю (рис. 3.14).

$$K(p) = k \frac{1 + T_1 p}{1 + T_2 p},\tag{3.43}$$



Рис. 3.14. Приклад форсувальної ланки

де $T_1 = R_1 C$ – постійна часу форсувальної частини; $T_2 = \frac{R_1 R_2 C}{(R_1 + R_2)}$ – постійна часу інерційної частини; $k = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$.

На основі (3.43) можна отримати АЧХ та ФЧХ ланки

$$K(\omega) = k \sqrt{\frac{1 + \omega^2 T_1^2}{1 + \omega^2 T_2^2}},$$
(3.44)

$$\phi(\omega) = \arctan(\omega T_1) - \arctan(\omega T_2). \tag{3.45}$$

Логарифмічна АЧХ описується за допомогою трьох асимптот

$$L(\omega) = \begin{cases} 20 \log k, \ \omega < \omega_1, \\ 20 \log k + 20 \log \omega T_1, \ \omega_1 < \omega < \omega_2, \\ 20 \log k + 20 \log \frac{T_1}{T_2}, \ \omega > \omega_2, \end{cases}$$
(3.46)

де $\omega_1 = \frac{1}{T_1}, \ \omega_2 = \frac{1}{T_2}.$

Частотні залежності для фосувальної ланки наведено на рис. 3.15. Диференціювальні властивості проявляються в діапазоні частот $(\frac{1}{T_1} < \omega < \frac{1}{T_2}).$

Передавальні характеристики реальної форсувальної ланки (3.66) і пропорційно-інтегрувальної (3.43) ідентичні. Проте для схем рис. 3.24 неможливо виконати умову $T_1 >> T_2$. На відміну від пропорційно-інтегрувальної ланки, годограф форсувальної ланки розміщений у першому квадранті, як показано на рис. 3.15.

Як видно з рис. 3.15 d, форсувальна ланка створює випередження за фазою у вузькій смузі частот ($\omega \approx 1$) для заданих значень параметрів.

Розглянемо послідовне включення реальної форсувальної й аперіодичної ланок при k = 1 (рис. 3.16).



Рис. 3.15. Частотні характеристики форсувальної ланки при k = 0.2, $T_1 = 5c$, $T_2 = 1c$: a - AYX; $b - \Phi YX$; $c - \Lambda AYX$; $d - \Lambda \Phi YX$; $e - асимптотична \Lambda AYX$; $f - годограф A\Phi YX$

Нехай аперіодична ланка має велику інерційність, а інерційність реальної форсувальної ланки значно менша $T_1 \gg T_2$. Передавальна функція двох



Рис. 3.16. Застосування форсувальної ланки

послідовних ланок

$$K(p) = \frac{1 + T_1 p}{1 + T_2 p} \cdot \frac{1}{1 + T_1 p} = \frac{1}{1 + T_2 p}.$$
(3.47)

Вираз (3.47) є передавальною функцією аперіодичної ланки з меншою інерційністю, ніж $K_2(p)$. Отже, введення реальної форсувальної ланки дає змогу підвищити швидкодію аперіодичної ланки.

3.6. Коливна ланка

Коливною називають ланку другого порядку, в якій спостерігається коливний характер перехідного процесу. Смуговий *RLC*-фільтр, наведений на рис. 3.17, є одним із прикладів коливальної ланки.



Рис. 3.17. Приклад коливної ланки

Коливна ланка описується диференційним рівнянням другого порядку

$$T^{2}\frac{d^{2}y}{dt^{2}} + 2\xi T\frac{dy}{dt} + y = x,$$
(3.48)

де $T = \sqrt{LC}$ – постійна часу ланки (не період коливань); $\xi = \frac{R}{2\rho}$ – коефіцієнт затухання; $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ – хвильовий опір коливального контуру. Якщо $\xi = \frac{R}{2\rho} = 0$, ланка не розсіює енергію й називається консерватив-

Якщо $\xi = \frac{R}{2\rho} = 0$, ланка не розсіює енергію й називається консервативною. Консервативна ланка є ідеалізованим випадком, коли можна знехтувати втратами енергії в контурі. Частотні характеристики коливної ланки такі:

$$K(j\omega) = \frac{k}{1 - \omega^2 T^2 + j2\xi\omega T} = \frac{k(1 - \omega^2 T^2 - j2\xi\omega T)}{(1 - \omega^2 T^2)^2 + 4\xi^2\omega^2 T^2},$$
(3.49)

$$K(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + 4\xi^2 \omega^2 T^2}},$$
(3.50)

$$\phi(\omega) = \begin{cases} -\arctan\frac{2\xi\omega T}{1-\omega^2 T^2}, & \omega \le \frac{1}{T}, \\ -\pi - \arctan\frac{2\xi\omega T}{1-\omega^2 T^2}, & \omega > \frac{1}{T}. \end{cases}$$
(3.51)

Залежності (3.49-3.51) у лінійному та логарифмічному маштабах наведено на рис. 3.18, *a*, *e*. Годограф коливної ланки має вигляд дуги з початком у точці (1, 0) при $\omega = 0$ і кінцем в (0, 0) при $\omega \to 0$.

Імпульсна та перехідна характеристики коливної ланки при 0 < ξ <<< 1 являють собою затухаючі періодичні процеси (рис. 3.18, f) і описуються залежностями

$$h(t) = \frac{k}{T\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi}{T}t} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t\right),$$
(3.52)

$$g(t) = k - \frac{e^{-\frac{k\xi}{T}t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t + \arctan\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right).$$
 (3.53)

Кутова частота власних коливань ланки $\omega_{\rm вл} = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$ залежить від коефіцієнта затухання ξ . Зростання ξ зумовлює зменшення частоти власних коливань, які зникають при $\xi = 1$.

Прикладами коливної ланки є електричний коливний контур, електродвигун постійного струму, маятник та інші системи, які можна подати у вигляді математичної моделі (3.48).

3.7. Ланка затримки

Ланка затримки передає на вихід вхідний сигнал без спотворення, але з деяким запізненням *T*.



Рис. 3.18. Характеристики коливної ланки при $T = 1c, \xi = 0.1$: $a - AYX; b - \Phi YX; c - ЛАYX; d - Л\Phi YX; e - годограф; f - імпульсна характеристика$

Передавальна функція ланки затримки

$$K(p) = e^{-pT},$$
 (3.54)

де T – час затримки.

Частотні характеристики:

$$K(j\omega) = e^{-j\omega T},\tag{3.55}$$

$$K(\omega) = 1, \tag{3.56}$$

$$\phi(\omega) = -\omega T. \tag{3.57}$$

Годограф ланки затримки має вигляд кола з центром у початку координат та радіусом 1 (див. рис. 3.19 *e*).



Рис. 3.19. Годограф ланки затримки

Прикладом ланки затримки можуть бути радіолінії, довгі лінії, послідовність *LC*-ланок, ультразвукові лінії затримки. Властивостями затримувати сигнал володіють усі інтегрувальні ланки.

3.8. Ізодромна ланка

Ізодромна ланка описуюється диференційним рівнянням виду

$$T_2 \frac{dy}{dt} = T_1 \frac{dx}{dt} + x, \qquad (3.58)$$

де T_1, T_2 – постійні часу.

Приклад ізодромної ланки на операційному підсилювачі наведено на рис. 3.20. Параметри ланки такі: $T_1 = R_2 C, T_2 = R_1 C.$



Рис. 3.20. Ізодромна ланка на ОП

Передавальна функція ізодромної ланки

$$K(p) = \frac{1+pT_1}{pT_2} = \frac{k_1}{p} + k_2 \tag{3.59}$$

де $k_1 = -\frac{1}{T_2}, k_2 = -\frac{R_2}{R_1}$ для схеми на рис. 3.20.

Із (3.59) випливає, що ізодромну ланку можна отримати як паралельне з'єднання ідеальної інтегрувальної та пропорційної ланок (рис. 3.21).



Рис. 3.21. Еквівалентна схема ізодромної ланки

Частотні характеристики ланки матимуть вигляд

$$K(j\omega) = \frac{k_1}{j\omega} + k_2, \qquad (3.60)$$

$$K(\omega) = \frac{\sqrt{k_1^2 + \omega^2 k_2^2}}{\omega},\tag{3.61}$$

$$\phi(\omega) = \operatorname{arctg}(\omega T_1) - \frac{\pi}{2}.$$
(3.62)

Приклад частотних характеристик для ізодромної ланки наведено на рис. (3.22). В області низьких частот ланка працює як ідеальна інтегрувальна, забезпечуючи високий коефіцієнт передавання. При зростанні частоти ($\omega > \frac{1}{T_1}$) коефіцієнт передавання стабілізується, тобто сильніше проявляються властивості пропорційної ланки. Асимптотична ЛАЧХ складається з двох ділянок, яким відповідає точка перетину $\omega = \frac{1}{T_1}$ (рис. 3.22, *e*).



Рис. 3.22. Частотні характеристики ізодромної ланки при $k_1 = 0.1, k_2 = 10, T_1 = 10c$: $a - AYX; b - \Phi YX; c - ЛАYX; d - Л\Phi YX; e - асимптотична ЛФ YX$

Перехідна та імпульсна характеристики ізодромної ланки:

$$g(t) = k_2 \sigma(t) + k_1 t, \qquad (3.63)$$

$$h(t) = k_2 \delta(t) + k_1. \tag{3.64}$$



Рис. 3.23. Часові характеристики ізодромної ланки при $k_1 = 0.1, k_2 = 10, T_1 = 10c$: a – перехідна та b – імпульсна

Ізодромна ланка застосовується для динамічного коректування в системах автоматики. Якщо необхідно використання двох інтеграторів, один із них заміняється ізодромною ланкою. Так забезпечується стійкість системи.

3.9. Пропорційно-інтегрувальна ланка

Пропорційно-інтегрувальні ланки (рис. 3.24) описуються диференційним рівнянням виду

$$T_2\frac{dy}{dt} + y = T_1\frac{dx}{dt} + x, (3.65)$$

де $T_1 = R_1C$, $T_2 = (R_1 + R_2)C$ – для схеми рис. 3.24, a, або $T_1 = RC_1$, $T_2 = (C_1 + C_2)R$ для схеми рис. 3.24, b.

Передавальну функцію пропорційно-інтегрувальної ланки можна отримати, здійснивши над (3.65) перетворення Лапласа (2.4):

$$K(p) = \frac{1 + pT_1}{1 + pT_2}.$$
(3.66)



Рис. 3.24. Приклади пропорційно інтегрувальних ланок

Частотні характеристики ланки матимуть вигляд

$$K(j\omega) = \frac{1+j\omega T_1}{1+j\omega T_2},\tag{3.67}$$

$$K(\omega) = \sqrt{\frac{1 + (\omega T_1)^2}{1 + (\omega T_2)^2}},$$
(3.68)

$$\phi(\omega) = \operatorname{arctg}(\omega T_1) - \operatorname{arctg}(\omega T_2). \tag{3.69}$$

З рис. 3.25, *а* випливає, що пропорційно-інтегрувальна ланка на високих частотах вносить постійне затухання, а на низьких – працює як інтегрувальна ланка (за винятком малої області де $\omega \to 0$).

Часові характеристики пропорційно-інтегрувальної ланки

$$g(t) = 1 - (1 - \frac{T_1}{T_2})e^{-\frac{t}{T_2}},$$
(3.70)

$$h(t) = \frac{1}{T_2} (1 - \frac{T_1}{T_2}) e^{-\frac{t}{T_2}}.$$
(3.71)

Наявність пропорційної частини уможливлює відмінне від нуля значення сигналу на виході ланки у початковий момент часу (рис. 3.26).

Приклад 3. Знайти та побудувати асимптотичну ЛАЧХ пропорційноінтегрувальної ланки при $T_1 = 1c, T_2 = 5c.$



Рис. 3.25. Частотні характеристики пропорційно-інтегрувальної ланки при $T_1 = 1c, T_2 = 5c: a - AYX; b - \Phi YX; c - ЛАYX; d - Л\Phi YX; e - годограф АФYX$

Знайдемо логарифмічну залежність

$$L(\omega) = 20 \lg K(\omega) = 20 \lg \sqrt{\frac{1 + (\omega T_1)^2}{1 + (\omega T_2)^2}} = 10 \lg (1 + (\omega T_1)^2) - 10 \lg (1 + (\omega T_2)^2).$$
50



Рис. 3.26. Часові характеристики пропорційно інтегрувальної ланки при $T_1 = 1c, T_2 = 5c: a$ – перехідна та b – імпульсна

Розглянемо три випадки з урахуванням, що $T_1 < T_2$.

- 1. Якщо $\omega T_2 << 1$, $\omega T_1 << 1$, тоді $L_1(\omega) \approx 0 \ \partial B$.
- 2. Якщо $\omega T_1 << 1, \ \omega T_2 >> 1,$ тоді $L_2(\omega) \approx -20 \lg \omega T_2.$
- 3. Якщо $\omega T_1 >> 1$, $\omega T_2 >> 1$, тоді $L_3(\omega) \approx 20 \lg \frac{T_1}{T_2} = -13.9794 \ \partial E$.

Точки перетину асимптот знайдемо з рівностей у цих точках

$$L_{2}(\omega_{1}) = L_{1}(\omega_{1}), \ -20 \lg \omega_{1}T_{2} = 0 \ \Rightarrow \omega_{1} = \frac{1}{T_{2}} = 0.2pa\partial/c,$$
$$L_{3}(\omega_{2}) = L_{2}(\omega_{2}), \ 20 \lg \frac{T_{1}}{T_{2}} = -20 \lg \omega_{2}T_{2} \ \Rightarrow \omega_{2} = \frac{1}{T_{1}} = 1pa\partial/c.$$



Рис. 3.27. Асимптотична ЛАЧХ пропорційно-інтегрувальної ланки

Вигляд асимптотичної ЛАЧХ пропорційно-інтегрувальної ланки наведено на рис. 3.27. Нахил асимптоти в діапазоні частот $\omega_1 < \omega < \omega_2$ становить $-20 \partial E / \partial e \kappa$.

Запитання та завдання для самоперевірки

- 1. Які ланки автоматики називають типовими?
- 2. Яка ланка не здійснює затримки сигналу за фазою?
- 3. Які типові ланки мають інтегрувальні властивості?
- 4. Які типові ланки мають диференціювальні властивості?
- 5. Чому проявляється інерційність деяких типових ланок?
- Нарисуйте приклади електричних схем, що реалізують типові ланки радіоавтоматики.
- 7. Яким є нахил асимптот ЛАЧХ аперіодичної ланки першого порядку в області високих та низьких частот?
- 8. Як знаходять точки перетину асимптот ЛАЧХ?
- 9. Який тип ланок застосовується для прискорення перехідного процесу?
- 10. Поясніть, від якого параметру і як залежить частота власних коливань коливної ланки.

4. Розрахунок та перетворення структурних схем

4.1. Види з'єднань у системах РА

Для визначення передавальної функції системи радіоавтоматики треба вміти спрощувати структурні схеми для різних способів з'єднання окремих ланок. У системах РА зустрічаються три види з'єднань ланок: послідовне, паралельне і з'єднання ланок за схемою з оберненим зв'язком.

Схема послідовно з'єднаних ланок наведена на рис. 4.1. Знайдемо зв'язок між характеристиками окремих ланок та системи. Відповідно до визначення передавальної функції, з урахуванням того, що вихідний сигнал однієї ланки є вхідним для наступного, для кожної ланки можна записати

$$K_1(p) = \frac{Y_1(p)}{X(p)}; \ K_2(p) = \frac{Y_2(p)}{Y_1(p)}; \ \dots; \ K_n(p) = \frac{Y_n(p)}{Y_{n-1}(p)}.$$
(4.1)



Рис. 4.1. Послідовне з'єднання ланок

Перемноживши передавальні функції (4.1), отримаємо

$$K(p) = \frac{Y_n(p)}{X(p)} = K_1(p)K_2(p)\dots K_n(p) = \prod_{i=1}^n K_i(p).$$
(4.2)

Отже, передавальна функція послідовно з'єднаних ланок дорівнює добутку передавальних функцій кожної з ланок.

Частотні характеристики ланок при послідовному з'єднанні отримуються на основі (4.2) заміною $p = j\omega$

$$K(j\omega) = K_1(j\omega)K_2(j\omega)\dots K_n(j\omega) = |K(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}, \qquad (4.3)$$

$$K(\omega) = |K_1(j\omega)| |K_2(j\omega)| \dots |K_n(j\omega)|$$
$$= K_1(\omega)K_2(\omega)\dots K_n(\omega) = \prod_{i=1}^n K_i(\omega), \qquad (4.4)$$

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \ldots + \varphi_n(\omega) = \sum_{i=1}^n \phi_i(\omega).$$
(4.5)

АЧХ системи послідовно з'єднаних ланок дорівнює добутку АЧХ окремих ланок. ФЧХ такої системи отримують як суму ФЧХ окремих підсистем.

ЛАЧХ можна отримати з (4.4)

$$L(\omega) = 20 \lg K(\omega) = L_1(j\omega) + L_2(j\omega) + \dots + L_n(j\omega) = \sum_{i=1}^n L_i(\omega), \quad (4.6)$$

де $L_i(\omega) = 20 \lg K_i(\omega).$

Отже, при послідовному з'єднаннні ЛАЧХ системи знаходять підсумовуючи ЛАЧХ окремих ланок. Це істотно спрощує практичну побудову логарифмічних частотних характеристик у порівнянні зі звичайними характеристиками.

Варто зауважити, що співвідношення (4.1-4.6) справедливі, якщо в результаті з'єднання кожна наступна ланка (за напрямом проходження сигналу) не змінює передавальну функцію попередньої. Інакше передавальну функцію *i*-тої ланки необхідно складати з урахуванням впливу наступної. У системах промислової автоматики для розв'язки каскадів часто використовують схему на операційному підсилювачі.

У випадку паралельного з'єднання ланок (рис. 4.2) на вхід подається один і той самий сигнал, а вихідні сигнали підсумовуються. При цьому справедливі такі залежності між вхідними і вихідними сигналами ланок:

$$Y_1(p) = K_1(p)X(p); Y_2(p) = K_2(p)X(p); \dots Y_n(p) = K_n(p)X(p);$$
(4.7)

$$Y(p) = \sum_{i=1}^{n} Y_i(p) = (K_1(p) + K_2(p) + \dots + K_n(p))X(p).$$
(4.8)

Із (4.8) отримаємо передавальну функцію

$$K(p) = \sum_{i=1}^{n} K_i(p).$$
 (4.9)

Отже, передавальна функція ланок у разі паралельного з'єднання дорівнює сумі передавальних функцій окремих ланок.



Рис. 4.2. Паралельне з'єднання ланок

Передавальну функцію паралельно з'єднаних ланок як комплексну величину запишемо через суму дійсної і уявної частин

$$K(j\omega) = \sum_{i=1}^{n} K_i(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega), \qquad (4.10)$$

де $P(\omega) = \sum_{i=1}^{n} P_i(\omega)$ – дійсна частина; $Q(\omega) = \sum_{i=1}^{n} Q_i(\omega)$ – уявна частина комплексної частотної характеристики ланок.

На основі (4.10) можна знайти амплітудну і фазову частотні характеристики за формулами

$$K(\omega) = |K(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}, \qquad (4.11)$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}.$$
(4.12)

На вхід ланки, охопленої оберненим зв'язком, подається сигнал

розузгодження $s(t) = x(t) - y_2(t)$, якому відповідає перетворення Лапласа $s(t) \iff S(p)$. Застосувавши властивості передавальної характеристики до схеми на рис. 4.3, отримаємо таку систему рівнянь

$$\begin{cases} S(p) = X(p) - K_2(p)Y_1(p), \\ Y_1(p) = K_1(p)S(p). \end{cases}$$
(4.13)



Рис. 4.3. З'єднання ланок за схемою з від'ємним оберненим зв'язком

Розв'язавши (4.13) відносно $Y_1(p)$, отримаємо

$$Y_1(p) = \frac{K_1(p)}{1 + K_1(p)K_2(p)}X(p), \qquad (4.14)$$

звідки знайдемо передавальну функцію ланок, з'єднаних за схемою з оберненим зв'язком

$$K(p) = \frac{Y_1(p)}{X(p)} = \frac{K_1(p)}{1 + K_1(p)K_2(p)}.$$
(4.15)

Вираз (4.15) отриманий для випадку від'ємного оберненого зв'язку. Нескладно показати, що для додатного оберненого зв'язку справедливо

$$K(p) = \frac{Y_1(p)}{X(p)} = \frac{K_1(p)}{1 - K_1(p)K_2(p)}.$$
(4.16)

Частотні характеристики ланок з від'ємним та додатним оберненими

зв'язками мають вигляд

$$K(j\omega) = \frac{K_1(j\omega)}{1 \pm K_1(j\omega)K_2(j\omega)},\tag{4.17}$$

$$K(\omega) = \frac{K_1(\omega)}{\sqrt{(1 \pm P(\omega))^2 + Q^2(\omega)}},$$
(4.18)

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) \mp arctg \frac{Q(\omega)}{1 \pm P(\omega)}, \qquad (4.19)$$

де $P(\omega) = \Re(K_1(j\omega)K_2(j\omega)), Q(\omega) = \Im(K_1(j\omega)K_2(j\omega)).$

Схема довільної складності може бути подана як комбінація вище описаних способів з'єднання.

Розглянемо приклади знаходження передавальної функції складніших схем.

Приклад 4. Знайти передавальну функцію системи, структурна схема якої наведена на рис. 4.4.



Рис. 4.4. Структурна схема системи до задачі 4

Застосувавши правила для послідовного та паралельного з'єднання ланок, отримаємо

$$K(p) = K_1(p)K_2(p)[K_3(p) - K_4(p)]K_5(p).$$

Приклад 5. Знайти передавальні функції системи зображеної на рис. 4.5:

- за сигналом управління x(t);
- за збуренням n(t);
- відносно похибки $\Delta(t)$ за сигналом управління x(t);
- відносно похибки $\Delta(t)$ за збуренням n(t).

Відносно сигналу управління x(t) система є послідовним з'єднанням ланок $K_1(p)$ і $K_2(p)$, замкнених основним від'ємним оберненим зв'язком, тому



Рис. 4.5. Структурна схема системи до задачі 5

згідно з (4.15)

$$K_{yx}(p) = \frac{K_1(p)K_2(p)}{1 + K_1(p)K_2(p)},$$

де перший індекс позначає вхідний сигнал, другий – вихідний.

На основі заданої схеми зв'язок між збуренням N(p) та вихідним сигналом Y(p) в операторній формі

$$Y(p) = K_2(p)(N(p)K_3(p) - K_1(p)Y(p)),$$
(4.20)

звідки передавальна функція за збуренням

$$K_{yn}(p) = \frac{Y(p)}{N(p)} = \frac{K_2(p)K_3(p)}{1 + K_1(p)K_2(p)}.$$
(4.21)

Якщо вихідним сигналом є похибка $\Delta(t)$, тоді

$$X(p) - \Delta(p)K_1(p)K_2(p),$$
 (4.22)

звідки

$$K_{\Delta x} = \frac{\Delta(p)}{X(p)} = \frac{1}{1 + K_1(p)K_2(p)}.$$
(4.23)

Передавальну функцію відносно похибки $\Delta(t)$ за збуренням n(t) можна знайти, якщо врахувати, що $\Delta(p) = -Y(p)$. На основі рівняння (4.21) отримаємо

$$K_{\Delta n}(p) = \frac{Y(p)}{N(p)} = -\frac{\Delta(p)}{N(p)} = -\frac{K_2(p)K_3(p)}{1+K_1(p)K_2(p)}.$$
(4.24)

4.2. Правила перетворення структурних схем

Під структурною схемою САК у теорії автоматичного керування розуміють графічне зображення математичної моделі системи у вигляді з'єднання ланок, яке відповідає функціональній схемі даної системи. При цьому кожна ланка структурної схеми позначається прямокутником, у якому вказують передавальні функції, рівняння динаміки або часові характеристики динамічних властивостей даної ланки. Вхідні і вихідні величини на структурних схемах можуть бути записані у вигляді зображень або їх оригіналів.

За допомогою структурних схем легко простежити зв'язки між ланками, їх вплив на проходження сигналів у системі.

Ланки структурної схеми позначають окремі елементи, їх об'єднання, а також частини системи. Якщо відомі передавальні характеристики окремих ланок, тоді можливе перетворення складних структурних схем на простіші, що в ряді випадків необхідно для знаходження відповідних рівнянь системи на основі відомих формул.

Ланки, які забезпечують алгебраїчне підсумовування деяких величин, позначають колом, поділеним на чотири рівні сектори. Від'ємний знак вхідних величин вказують або знаком «мінус», або затушовуванням відповідного сектора (рис.4.6).



Рис. 4.6. Позначення суматора в системах РА

Якщо точка знімання сигналу переноситься проти напряму проходження сигналу, тоді у вітку, яка переноситься, необхідно додати ланку з передавальною характеристикою, що зустрічається на шляху між попередньою і новою точками знімання сигналу (рис. 4.7, a, b). У протилежному випадку, якщо точка знімання сигналу переноситься за напрямом проходження сигналу, у схему включається ланка з оберненою передавальною характеристикою (рис. 4.7, a, c).



Рис. 4.7. Перенесення точки знімання сигналу: *a* – початкова схема; *b* – перенесення точки знімання сигналу проти напряму проходження сигналу; *c* – перенесення точки знімання сигналу за напрямом проходження сигналу

За аналогічними правилами здійснюються перенесення точки сумування сигналів (рис. 4.8 та 4.9).



Рис. 4.8. Перенесення точки сумування сигналів за напрямом проходження сигналу: *a* – початкова схема; *b* – перетворена схема



Рис. 4.9. Перенесення точки сумування сигналів проти напрямку проходження сигналу: *a* – початкова схема; *b* – перетворена схема

У складніших випадках для перетворення необхідно провести допоміжні розрахунки.

Приклад 6. Перенести точку знімання сигналу з 1 в 2 на схемі рис. 4.10, а.



b

Рис. 4.10. Перетворення структурної схеми:
 a — початкова схема; b — перетворена схема

Для розв'язання задачі знайдемо зв'язок між величинами $X_2(p)$ і $Y_1(p)$. Ланки з передавальними функціями $K_1(p)$ і $K_2(p)$ з'єднані паралельно, тому справедливі співвідношення

$$\begin{cases} Y_1(p) = X_1(p) + X_2(p), \\ X(p) = \frac{X_1(p)}{K_1(p)} = \frac{X_2(p)}{K_2(p)}. \end{cases}$$
(4.25)

Із другого рівняння

$$X_1(p) = \frac{K_1(p)}{K_2(p)} X_2(p).$$
(4.26)

Підставивши (4.26) у перше рівняння системи (4.25), отримаємо

$$Y_1(p) = X_2(p)\left(1 + \frac{K_1(p)}{K_2(p)}\right).$$
(4.27)

Розв'яжемо (4.27) відносно $X_2(p)$

$$X_2(p) = \frac{K_2(p)}{K_1(p) + K_2(p)} Y_1(p).$$
(4.28)

З (4.28) випливає, що при перенесенні точки знімання сигналу необхідно ввести фіктивну ланку з передавальною функцією $\frac{K_2(p)}{K_1(p)+K_2(p)}$. Перетворена схема наведена на рис. 4.10, *b*.

Отже, загальне правило перетворення структурних схем таке:

При перенесенні точки знімання сигналу необхідно ввести фіктивну ланку з передавальною функцією, що еквівалентна передавальній функції між кінцевою і початковою точками схеми.

Знаючи правила перетворення структурних схем, можна досить просто виконати завдання перетворення одноконтурних і деяких багатоконтурних систем.

Запитання та завдання для самоперевірки

- 1. Назвіть способи з'єднання ланок, що зустрічаються в системах автоматики.
- 2. Як знайти передавальну функцію та ЛАЧХ послідовно з'єднаних ланок?
- 3. Як знайти передавальну функцію та ЛАЧХ паралельно з'єднаних ланок?
- 4. Що називають сигналом розходження при з'єднанні ланок за схемою з оберненим зв'язком?
- 5. Як знаходять передавальні функції при змішаному з'єднанні ланок?
- 6. Як змінюється структурна схема при перенесенні точки знімання сигналу за (проти) напрямом проходження сигналу?
- 7. Як змінюється структурна схема при перенесенні точки сумування сигналів за (проти) напрямом проходження сигналу?
- 8. Чи змінює введення фіктивних ланок при перетворенні структурних схем параметри вихідних сигналів?

5. Стійкість автоматичних систем

Під стійкістю лінійної системи розуміють її здатність повертатися в початкове (або близьке до нього) положення після зникнення дії факторів збурення, які вивели систему зі стану початкової рівноваги. Якщо після зникнення зовнішнього впливу система не повертається до стану рівноваги, тоді вона нестійка або знаходиться на межі стійкості. У нестійкій системі похибки керування стають неприпустимо великими, тому для нормального функціонування системи радіоавтоматики необхідно, щоб вона була стійкою.

Поняття стійкості також застосовується до нелінійних систем. Причому розглядають як стійкість стану спокою, так і стійкість періодичних, хаотичних чи квазіперіодичних рухів у системі. Для нелінійних систем користуються поняттям стійкості "в малому" (при малих збуреннях) і стійкості "у великому" (збурення і відхилення від стану рівноваги в системі великі). Якщо нелінійна система нестійка "в малому", тоді вона буде нестійкою і "у великому". Тому, виконуючи аналіз стійкості нелінійних систем, насамперед розглядають їх стійкість "в малому". Перевірка стійкості стану рівноваги нелінійної системи "в малому" проводиться тими ж методами, що і для лінійних систем.

Дослідження системи на стійкість доцільно проводити на початковому етапі її вивчення, тому що такий аналіз виконується порівняно просто і дозволяє виключити з подальшого розгляду завідомо непридатні (нестійкі) системи або скоректувати їх параметри.

Розглянемо деякі методи визначення стійкості автоматичних систем.

5.1. Аналіз стійкості за коренями характеристичного рівняння

Нехай система задана диференційним рівнянням

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_0 y(t) = b_m x^{(m)}(t) + b_{m-1} x^{(m-1)}(t) + \dots + b_0 x(t).$$
(5.1)

У загальному випадку розв'язок (5.1) є сумою вільної та вимушеної складової

$$y(t) = y_{\rm B}(t) + y_{\rm BHM}(t). \tag{5.2}$$

Вимушена складова $y_{\text{вим}}(t)$ виникає внаслідок дії вхідного сигналу x(t) і визначається правою частиною рівняння (5.1). Вільну складову $y_{\text{в}}(t)$ знаходять як розв'язок однорідного рівняння

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \ldots + a_0 y(t) = 0,$$
 (5.3)

якому, згідно з перетворенням Лапласа, відповідає характеристичне рівняння

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_0 = 0.$$
(5.4)

Варто додати, що характеристичне рівняння можна отримати, прирівнявши до нуля знаменник передавальної характеристики (2.7).

Стійкість лінійної системи повністю визначається характером її власних коливань, тобто розв'язком рівняння (5.4), і не залежить від величини і форми збурення x(t). Загальний розв'язок (5.3) пов'язаний із коренями характеристичного рівняння (5.4) так

$$y_{\rm B}(t) = \sum_{i=1}^{n} C_i e^{p_i t}, \qquad (5.5)$$

де p_i – корені характеристичного рівняння (5.4); C_i – постійні інтегрування, які залежать від початкових умов.

Розглянемо характер вільних коливань у залежності від розв'язків характеристичного рівняння.

- Нехай усі корені дійсні і від'ємні p_i < 0. У цьому випадку кожна складова рівняння вільного руху (5.5) з часом зменшуватиметься до нуля, перехідний процес буде затухаючим, а система – стійкою до збурення.
- 2. Один із коренів додатний $p_k > 0$, всі інші від'ємні $p_i < 0$, $i \neq k$. Тоді один із доданків у (5.5) з часом зростатиме до безкінечності, тому система буде нестійкою.
- 3. Усі корені характеристичного рівняння дійсні і від'ємні, за винятком

двох, які є комплексно-спряженими

$$p_k = \alpha + j\beta, p_{k+1} = \alpha - j\beta.$$
(5.6)

Кореням p_k і p_{k+1} відповідатимуть складові вільного руху

$$C_k e^{(\alpha+j\beta)t} + C_{k+1} e^{(\alpha-j\beta)t} = D e^{\alpha t} \sin(\beta t + \varphi), \qquad (5.7)$$

$$D = 2\sqrt{(C_k C_{k+1})}, \ \varphi = \operatorname{arctg} \frac{C_k + C_{k+1}}{C_k - C_{k+1}}.$$
(5.8)

У цьому випадку характер перехідного процесу залежатиме від знака дійсної частини коренів (5.6).

Якщо $\alpha < 0$, тоді перехідний процес матиме вигляд затухаючого гармонічного коливання з обвідною $De^{\alpha t}$, а система буде стійкою (рис. 5.1, *a*).

Якщо $\alpha > 0$, тоді амплітуда коливання $De^{\alpha t}$ з часом зростатиме до безкінечності, а система буде нестійкою (рис. 5.1 *b*).

Якщо $\alpha = 0$, тоді у системі виникнуть автоколивання з амплітудою D (рис. 5.1, c).



Рис. 5.1. Характер перехідного процесу в залежності від значення коренів характеристичного рівняння для: *a* – стійкої системи; *b* – нестійкої системи; *c* – системи в режимі періодичних автоколивань

На основі проведеного аналізу можна зробити наступні висновки:

- 1. Лінійна система стійка, якщо всі корені характеристичного рівняння від'ємні або комплексні з від'ємною дійсною частиною.
- 2. Якщо серед коренів характеристичного рівняння лінійної системи є додатні корені або комплексні корені з додатною дійсною частиною, тоді збурений рух вихідної системи буде нестійким.

Для відображення поведінки системи залежно від вигляду коренів характеристичного рівняння замкненої системи часто використовують комплексну площину коренів (рис. 2.1). Для стійкості системи РА необхідно і достатньо, щоб усі корені характеристичного рівняння на площині комплексної змінної були розміщені зліва від уявної осі. Система РА знаходиться на межі стійкості, якщо один або більше коренів характеристичного рівняння розташовані на уявній осі.

Недоліком аналізу стійкості за значеннями коренів характеристичного рівняння є складність аналітичних методів розв'язання алгебраїчних рівнянь високого порядку, які при n > 4 не мають загального розв'язку. Крім того, виникає необхідність багато разів розв'язувати характеристичні рівняння при проведенні аналізу впливу зміни параметрів. Тому було розроблено методи, що дозволяють досліджувати стійкість САК без знаходження коренів характеристичного рівняння, які дістали назву критеріїв стійкості.

Існують алгебраїчні і частотні критерії стійкості, які дають змогу з'ясувати, чи всі корені характеристичного рівняння замкненої системи знаходяться в лівій півплощині, без розв'язання цього рівняння.

Частотні критерії дають змогу оцінити стійкість замкнених AC за частотними характеристиками розімкнених систем без визначення коренів характеристичного рівняння замкненої системи. До частотних критеріїв належать критерій Михайлова та критерій Найквіста.

5.2. Критерій Гурвіца

Критерій Гурвіца широко застосовується в автоматиці для дослідження стійкості систем, що описуються диференційними рівняннями не вище четвертого порядку. Критерій зводиться до перевірки визначників Гурвіца, що складаються за коефіцієнтами характеристичного рівняння (5.4). Для отримання головного визначника Гурвіца всі коефіцієнти, починаючи з коефіцієнта при (n - 1)ій похідній, виписують послідовно до вільного члена по головній діагоналі. Стовпці вгору від головної діагоналі доповнюють коефіцієнтами у порядку зменшення їх індексів. Місця, які повинні бути зайняті коефіцієнтами з індексом вище n і нижче 0, заповнюють нулями:

$$\Delta_{n} = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 \\ a_{n} & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{0} \end{vmatrix} .$$
(5.9)

Згідно із критерієм Гурвіца, система стійка, якщо при додатному знаку всіх коефіцієнтів характеристичного рівняння (5.4) будуть додатними головний визначник Гурвіца $\Delta_n > 0$ і його діагональні мінори $\Delta_{n-1} > 0, ..., \Delta_2 > 0.$

Якщо всі мінори, за винятком передостаннього, додатні, а мінор Δ_{n-1} дорівнює нулю, то система знаходиться на межі стійкості. Вважаючи відомими всі параметри системи, крім одного (наприклад, це може бути коефіцієнт підсилення системи), можна визначити критичне значення цього параметра, при якому система знаходиться на межі стійкості.

Діагональні мінори можна знайти, відкинувши з матриці головного визначника рівну кількість рядків і стовпців, наприклад:

$$\Delta_{2} = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_{n} & a_{n-2} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{3} = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_{n} & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}.$$
(5.10)
(5.11)

Якщо всі коефіцієнти характеристичного рівняння (5.4) додатні, тоді для систем малої розмірності умови перевірки на стійкість спрощуються. Для стійкості систем першого і другого порядку (n = 1, 2) достатньо, щоб всі коефіцієнти характеристичного рівняння (5.4) були додатні.

Умовою стійкості систем, що описуються диференціальним рівнянням третього порядку (n = 3), достатньо виконання нерівності

$$a_1 a_2 > a_0 a_3.$$
 (5.12)

Для систем четвертого порядку (n = 4) достатня умова стійкості задається наступною нерівністю:

$$a_1 a_2 a_3 > a_0 a_3^2 + a_4 a_1^2. (5.13)$$

Аналогічні нерівності можна отримати для систем більш вищого порядку n>4.

При $n \leq 4$ алгебраїчний критерій Гурвіца зручний як для визначення стійкості системи із заданими параметрами, так і для отримання аналітичного співвідношення між параметрами системи, при яких стійкість має місце.

Приклад 7. Перевірити на стійкість систему, задану характеристичним рівнянням $3p^3 + 5p^2 + 7p + 4 = 0.$

Для заданої системи третього порядку всі коефіцієнти характеристичного рівняння додатні:

$$a_0 = 4 > 0, a_1 = 5 > 0, a_2 = 7 > 0, a_3 = 3 > 0.$$

Перевіримо умову стійкості (5.12):

$$7 * 5 > 4 * 3.$$

Умова виконується, тому система стійка.

Приклад 8. Знайти умови стійкості замкненої системи, наведеної на рис. 5.2, якщо

$$K_p(p) = \frac{k(1+T_1p)}{p^2(1+T_2p)}.$$
(5.14)



Рис. 5.2. Замкнена система РА

Передавальна функція ланки зворотного зв'язку заданої системи (рис. 5.2) $K_3(p) = 1$. Відповідно до (4.15) для замкненої системи з від'ємним оберненим зв'язком

$$K(p) = \frac{K_p(p)}{1 + K_p(p)K_3(p)} = \frac{k(1 + T_1p)}{T_2p^3 + p^2 + kT_1p + k}$$

Характеристичне рівняння замкненої системи

$$T_2p^3 + p^2 + kT_1p + k = 0.$$

Усі коефіцієнти рівняння додатні й дорівнюють: $a_0 = k, a_1 = kT_1, a_2 = 1, a_3 = T_2$. Підставивши у нерівність (5.12) значення коефіцієнтів, отримаємо умову стійкості $T_1 > T_2$.

5.3. Критерій Михайлова

Критерій Михайлова зручний для аналізу лінійних систем високого порядку. Оцінка стійкості системи за даним критерієм виконується на основі годографа Михайлова, який будують із використанням характеристичного рівняння замкненої системи за наступним алгоритмом:

1. У характеристичному поліномі замкненої системи

$$D(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_0$$
(5.15)

здійснюють заміну змінної $p = j\omega$, після чого виділяють дійсну $A(\omega)$ і уявну $B(j\omega)$ частини

$$D(j\omega) = a_n j\omega^n + a_{n-1} j\omega^{n-1} + \ldots + a_0 = A(\omega) + jB(\omega).$$
 (5.16)

2. Задавши значення ω в межах від 0 до $+\infty$, на комплексній площині в

координатах $A(\omega)$, $B(\omega)$ будують годограф $D(j\omega)$, який при зміні ω від 0 до + ∞ обертається проти годинникової стрілки (рис. 5.3). При $\omega = 0$ функція $D(j\omega) = a_0$, тобто годограф починається на дійсній осі, а при $\omega \to \infty$ модуль функції $D(j\omega)$ необмежено зростає.



Рис. 5.3. Годограф Михайлова

3. Оцінка стійкості системи здійснюється за виглядом і розміщенням кривої $D(j\omega)$ відносно квадрантів площини $(A(\omega), B(\omega))$.

Згідно з критерієм Михайлова замкнена система стійка, якщо годограф $D(j\omega)$ починається на додатній частині дійсної осі і при зміні частоти від $\omega = 0$ до $+\infty$ послідовно огинає проти часової стрілки п квадрантів, де n -порядок системи. На рис. 5.4, а наведено приклад годографа стійкої системи порядку n = 4.

Довести критерій Михайлова можна так. Нехай $p_1, \ldots p_i, \ldots p_n$ – корені характеристичного рівняння $D(j\omega) = 0$. Тоді $D(j\omega)$ можна представити у вигляді добутку множників

$$D(j\omega) = a_n(j\omega - p_1)(j\omega - p_1)\dots(j\omega - p_i)\dots(j\omega - p_n).$$
(5.17)

Якщо всі корені $p_i = a_i \pm j b_i$ мають від'ємну дійсну частину $a_i < 0$ (тобто система стійка), тоді зміні частоти від $\omega = 0$ до $\omega = +\infty$ відповідатиме поворот вектора $D(j\omega)$ на кут n^{π}_2 проти годинникової стрілки:

$$\arg D(j\omega) = \sum_{i=1}^{n} \arg(j\omega - p_1) = \sum_{i=1}^{n} \arg(j\omega + a_i \pm jb_i) = \sum_{i=1}^{n} \arctan\frac{\omega \pm b_i}{a_i},$$
$$\lim_{\omega \to +\infty} \arg D(j\omega) = \sum_{i=1}^{n} \arctan\infty = n\frac{\pi}{2}.$$
(5.18)

Тобто при $\omega \to +\infty$ вектор $D(j\omega)$ буде знаходитися в квадранті n.

Годограф Михайлова будується на основі вектора $D(j\omega)$ при зміні частоти від нуля до безкінечності з певним кроком. Спростити побудову можна, якщо знайти точки перетину годографа з осями координат і з'єднати їх плавною лінією. Для цього з рівняння $A(\omega) = 0$ визначаються значення частот, що відповідають точкам перетину годографа $D(j\omega)$ з уявною віссю, підставляють їх у вираз $B(\omega)$. У результаті одержують відповідні координати. Аналогічно знаходять точки перетину $D(j\omega)$ з дійсною віссю, прирівнюючи до нуля уявну частину $B(\omega)$.

Після того, як знайдені значення ω , при яких годограф $D(j\omega)$ перетинає осі координат, тобто нулі $A(\omega)$ і $B(\omega)$, немає необхідності будувати сам годограф. Із формулювання критерію випливає, що система стійка, якщо нулі $A(\omega)$ і $B(\omega)$ чергуються зі зростанням ω , починаючи з $\omega = 0$, коли $B(\omega) = 0$, а $A(\omega) > 0$.



Рис. 5.4. Оцінка стійкості системи РА за критерієм Михайлова: *a* – стійка система; *b* – система на межі стійкості; *b* – нестійка система

Умовою перебування системи РА на межі стійкості є проходження годографа Михайлова через початок координат при деякій частоті ω_0 . Проте для знаходження на межі стійкості може бути пропущено лише один квадрант. Іншими словами, годограф Михайлова для системи на межі стійкості повинен бути таким, щоб малою деформацією на початку координат можна було задовольнити критерій Михайлова. Наприклад, годограф на рис. 5.4, *b* відповідає знаходженню системи РА на межі стійкості, а графік на рис. 5.4, *c* – нестійкій системі РА.
5.4. Критерій Найквіста

Критерій Найквіста базується на побудові годографа комплексного частотного коефіцієнта передавання розімкненої системи керування. За відсутності математичного опису системи або окремих ланок критерій використовує експериментальні частотні характеристики.

Розглянемо розімкнену систему РА, що не містить інтегрувальних ланок. Комплексну частотну характеристику такої системи можна представити у вигляді відношення поліномів

$$K_{\rm p}(j\omega) = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \dots + b_0}{a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_0} = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)}.$$
 (5.19)

Якщо замкнути розімкнену систему за допомогою основного від'ємного зворотного зв'язку з $K_{33}(j\omega) = 1$, тоді передавальну функцію замкненої системи можна подати як

$$K_{3}(j\omega) = \frac{K_{\rm p}(j\omega)}{1 + K_{\rm p}(j\omega)} = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega) + N(j\omega)}.$$
(5.20)

Вираз $1 + K_p(j\omega)$ є характеристичним поліномом замкненої системи, записаним через передавальну характеристику розімкненої системи. Використавши (5.19), отримаємо

$$K_{\rm p}(j\omega) + 1 = \frac{D(j\omega) + N(j\omega)}{D(j\omega)} = \frac{c_n(j\omega)^n + c_{m-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + c_0}{a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_0}, \quad (5.21)$$

де $D(j\omega) + N(j\omega) = c_n(j\omega)^n + c_{m-1}(j\omega)^{n-1} + ... + c_0$ – характеристичний поліном замкненої системи; $D(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + ... + a_0$ – характеристичний поліном розімкненої системи.

Знайдемо зміну аргументу вектора $K_{\rm p}(j\omega) + 1$ для випадку, коли замкнена і розімкнена системи стійкі:

$$\arg(K_{\rm p}(j\omega) + 1) = \arg(D(j\omega) + N(j\omega)) - \arg D(j\omega),$$
$$\lim_{\omega \to +\infty} \arg(K_{\rm p}(j\omega) + 1) = 0.$$
(5.22)

Таким чином, якщо розімкнена і замкнена системи стійкі, то зміна аргументу вектора $K_{\rm p}(j\omega) + 1$ дорівнює нулю, отже, його годограф не охоплює початку координат (рис. 5.5, *a*). В іншому випадку, коли годограф $K_{\rm p}(j\omega) + 1$ охоплює початок координат, зміна його аргументу не дорівнює нулю і система в замкненому стані нестійка.

Очевидно, що про зміну аргументу вектора $K_p(j\omega) + 1$ зручніше судити по годографу частотної характеристики розімкненої системи. Дійсно, зміна аргументу вектора $K_p(j\omega)$ дорівнюватиме нулю (рис.5.5, δ), якщо годограф частотної характеристики розімкненої системи не охоплює точку з координатами (-1, j0). Звідси випливає формулювання критерію Найквіста.



Рис. 5.5. Критерій стійкості Найквіста: a – годограф $K_3(j\omega)$ стійкої системи; b – годограф $K_p(j\omega)$ стійкої системи

Якщо розімкнена система PA стійка, тоді для стійкості замкненої системи необхідно і достатньо, щоб годограф частотної характеристики розімкненої системи не охоплював точку з координатами (-1, j0) при зміні частоти від $\omega = 0$ до $\omega = +\infty$. Система знаходитиметься на межі стійкості, якщо годограф проходитиме через точку (-1, j0).

В астатичних розімкнених системах, що містять інтегрувальні ланки з передавальною функцією виду $K(p) = \frac{k}{p}$, годограф не є замкненим контуром, оскільки модуль комплексного коефіцієнта передавання ланки при $\omega = 0$ дорівнює безкінечності. У таких системах для перевірки, чи охоплює годограф точку (-1, j0), його доповнюють дугою безкінечного радіуса, що починається на додатній дійсній півосі координат і проводиться за часовою стрілкою до перетину з годографом. Формулювання критерію стійкості при цьому не змінюється.

Якщо система РА нестійка в розімкненому стані, тоді замкнена система буде стійкою, якщо годограф частотної характеристики розімкненої системи m/2 раз охоплює точку з координатами (-1, j0), де m – кількість полюсів розімкненої системи, розміщених на комплексній площині справа від уявної осі. Це означає, що вектор із центром у точці (-1, j0), ковзаючи по годографу, при зміні частоти від 0 до $+\infty$ повинен повертатися проти годинникової стрілки на кут πm .

При цьому точка (-1, j0) вважається охопленою в тому випадку, якщо при зміні частоти від $\omega = 0$ до $\omega = +\infty$ перетин відрізка $(-\infty, -1)$ на дійсній осі здійснюється зверху вниз. Охопленню величиною $\pm \frac{1}{2}$ відповідає початок годографа на відрізку $(-\infty, -1)$.

На рис. 5.6 наведено приклади годографів розімкнених систем, що мають один додатний полюс. Крива 1 охоплює точку (-1, j0) $-\frac{1}{2}$ раз і відповідає нестійкій замкненій системі, крива 2 з охопленням $\frac{1}{2}$ відповідає стійкій замкненій системі.



Рис. 5.6. Стійкість астатичних систем: крива 1 — система нестійка; крива 2 — система стійка

Приклад 9. Передавальна функція системи в розімкненому стані має вигляд

$$K(p) = \frac{k}{p(1-pT)} \tag{5.23}$$

Перевірити систему на стійкість у замкненому стані.

Визначимо кількість нестійких коренів характеристичного рівняння системи в розімкненому стані. Прирівнявши до нуля знаменник передавальної функції (5.23), отримаємо характеристичне рівняння системи в розімкненому стані. Розв'язки рівняння: $p(1 - pT) = 0, p_1 = 0, p_2 = \frac{1}{T}$.

Перший корінь p_1 умовно стійкий, йому відповідає інтегрувальна ланка, другий $p_2 > 0$ – нестійкий. Таким чином, розімкнена система має один додатний полюс, тому є нестійкою. Для стійкості замкненої системи необхідно, щоб годограф охоплював точку $(-1, j0) \frac{1}{2}$ раз.

Побудуємо годограф системи у розімкненому стані. Комплексний коефіцієнт передавання системи в розімкненому стані має вигляд

$$K(j\omega) = K(p)|_{p=j\omega} = \frac{k}{j\omega(1-j\omega T)} = \frac{kT}{1+\omega^2 T^2} - j\frac{k}{\omega(1+\omega^2 T^2)} = A(\omega) + jB(\omega) + jB$$

У таблиці 5.1 наведено залежність від частоти ω значень дійсної $A(\omega)$ і уявної $B(\omega)$ частин комплексного коефіцієнта передавання $K(j\omega)$. Годограф системи доповнений дугою нескінченно великого радіуса (рис. 5.7), оскільки передавальна функція (5.23) містить інтегрувальну ланку. Годограф розімкненої системи (рис. 5.7) не охоплює точку (-1, j0), тому замкнена система буде нестійкою.

Табл. 5.1. До задачі 9

ω	$A(\omega)$	$B(\omega)$
0	kT	$-\infty$
$\frac{1}{T}$	$\frac{kT}{2}$	$-\frac{kT}{2}$
$-\infty$	+0	-0

Частотні критерії можуть бути успішно застосовані до систем, що описуються диференціальними рівняннями високого порядку або містять ланки затримки з комплексним коефіцієнтом передавання, який не є дробнораціональною функцією. Критерії Михайлова і Найквіста в порівнянні з алгебраїчними уможливлюють у процесі побудови годографа визначення співвідношення між параметрами системи, що забезпечують її стійкість. Застосування частотних критеріїв допомагає краще зрозуміти фізичні причини порушення і передбачити шляхи досягнення стійкості.



Рис. 5.7. Годограф системи (5.23)

5.5. Критерій Найквіста в логарифмічій формі

У процесі експлуатації параметри системи (коефіцієнти підсилення, постійні часу) через зміни зовнішніх умов, коливань напруг джерел енергії, нестабільність параметрів та з інших причин відрізняються від розрахункових значень. Якщо не вживати певних заходів, то система РА може стати нестійкою. Для виключення цього явища при проєктуванні намагаються забезпечити певний запас стійкості системи, який характеризує відстань годографа частотної характеристики розімкненої системи до точки з координатами (-1, j0).

Розрізняють запас стійкості за амплітудою і за фазою. Запас стійкості визначають на двох частотах: частоті зрізу ω_{3p} і критичній частоті ω_{kp} . На частоті зрізу АЧХ розімкненої системи дорівнює одиниці:

$$|K(j\omega_{\rm 3p})| = 1.$$
 (5.24)

На критичній частоті ФЧХ набуває значення, що дорівнює $-\pi$:

$$\varphi(\omega_{\rm kp}) = -\pi. \tag{5.25}$$

Запас стійкості за амплітудою (рис. 5.8) визначається на критичній частоті $\omega_{\rm kp}$ і показує, у скільки разів необхідно змінити модуль комплексного коефіцієнта передавання розімкненої системи, щоб замкнена система потрапила на межу стійкості

$$\alpha = \frac{1}{|K(j\omega_{\rm kp})|}.\tag{5.26}$$

Запас стійкості за фазою $\Delta \varphi$ (рис. 5.8) показує наскільки значення ФЧХ розімкненої системи на частоті зрізу ω_{3p} відрізняється від $-\pi$:

$$\Delta \varphi = \pi - \varphi(\omega_{\rm 3p}). \tag{5.27}$$

Необхідний запас стійкості за амплітудою становить не менше двох, за фазою – більше 0,5 радіан.



Рис. 5.8. Оцінка запасу стійкості на основі годографа

У більшості практичних випадків для оцінки стійкості системи простіше побудувати логарифмічні частотні характеристики системи й використати критерій Найквіста в логарифмічній формі.

Якщо система абсолютно стійка в розімкненому стані, тоді для стійкості замкненої системи необхідно і достатньо, щоб ЛАЧХ перетинала вісь абсцис раніше, ніж ФЧХ лінію $-\pi$, тобто необхідно, щоб $\omega_{3p} < \omega_{\kappa p}$. Приклади логарифмічних характеристик стійкої і нестійкої систем наведено на рис. 5.9, *a* і *b* відповідно.

Система, нестійка в розімкненому стані, буде стійкою в замкненому стані, якщо при додатній ЛАЧХ кількість перетинів ФЧХ рівня $\phi(\omega) = -\pi$ знизу доверху при $\omega < \omega_{3p}$ на $\frac{k}{2}$ разів більша за кількість перетинів у зворотньому напрямі, де k – кількість додатних коренів розімкненої системи у правій півплощині. На рис. 5.10 наведено приклад логарифмічних характеристик стійкої замкненої системи, яка нестійка в розімкненому стані.

На основі ЛАЧХ можна визначити запаси стійкості. Запас за фазою $\Delta \varphi$ знаходять по ФЧХ на частоті зрізу, як показано на рис. 5.11. Запас стійкості



Рис. 5.9. Логарифмічні частотні характеристики системи: *a* – стійкої; *b* – нестійкої



Рис. 5.10. Визначення стійкості замкненої системи, що нестійка в розімкненому стані

за підсиленням ΔL дорівнює значенню АЧХ на критичній частоті і береться з протилежним знаком.

Якщо $\omega_{\rm 3p} = \omega_{\rm kp}$, тоді система знаходиться на межі стійкості.





Запитання та завдання для самоперевірки

- 1. Що розуміють під стійкістю автоматичної системи?
- 2. Який характер мають перехідні процеси у стійкій та нестійкій системах?
- 3. Що таке межа стійкості?
- 4. Як розташовані корені характеристичного рівняння системи на комплексній площині, що знаходиться на межі стійкості?
- 5. Сформулюйте критерій стійкості Гурвіца.
- 6. Як за критерієм Гурвіца визначаються межі стійкості?
- 7. Сформулюйте критерії стійкості Михайлова і Найквіста.
- 8. Сформулюйте критерій стійкості Найквіста в логарифмічній формі.
- 9. Що називають частотою зрізу, критичною частотою?
- Що таке запаси стійкості? Як вони визначаються по АФЧХ розімкненої системи?
- 11. Як визначаються запаси стійкості по ЛЧХ?
- 12. Який сенс запасів стійкості за підсиленням та за фазою?
- 13. Чим визначається характер вільних коливань лінійної системи властивостями системи чи вхідного сигналу?

6. Критерії якості систем автоматики

Забезпечення стійкості – першочергове завдання при проєктуванні автоматичних систем. Не менш важливим є забезпечення заданої якості процесу управління. У стійкій системі перехідний процес може мати спадний характер, проте помилки регулювання можуть бути настільки великими, що таку систему не можна використовувати на практиці.

Закони зміни керувальних впливів і завад зазвичай заздалегідь невідомі, тому якість роботи систем РА визначається непрямими ознаками, які називають показниками якості роботи системи.

6.1. Показники якості перехідного процесу

На перехідні процеси в системах РА накладаються певні обмеження, пов'язані з особливостями роботи систем. Наприклад, у системах автоматичного супроводу цілі РЛС для уникнення зриву цілі не допускаються великі кути відхилення антени від сталого значення. Для підвищення надійності роботи механічних вузлів обмежується кількість коливань антени в перехідному процесі.

Якість процесу управління визначається поведінкою AC при переході з одного режиму роботи на інший. За характером *nepexidнi npoцecu* поділяють на монотонні, коливальні й аперiодичні з перерегулюванням.

Монотонними є перехідні процеси, в яких відхилення регульованої величини y від усталеного значення y_0 плавно зменшується, без зміни знака похідної (рис. 6.1, крива 1).

Коливальними називають перехідні процеси, при яких в системі існують гармонічні коливання з деяким періодом T і амплітудою, що поступово зменшується (рис. 6.1, крива 2).

Аперіодичними процесами з перерегулюванням називають перехідні процеси, при яких керована величина набуває усталеного значення після одного, двох або більше коливань із різними періодами (неперіодичні процеси) при наявності перерегулювання (рис. 6.1, крива 3).



Рис. 6.1. Характер перехідних процесів у системах РА: монотонний процес – крива 1, коливний процес – крива 2, аперіодичний процес – крива 3

Під *перерегулюванням* розуміють максимальне відхилення керованої величини Δy в сторону, протилежну початковому відхиленню від усталеного значення y_0 .

До основних показників якості перехідного процесу в системі РА відносять такі параметри:

- тривалість перехідного процесу Т_п, що дорівнює інтервалу часу з моменту подачі сигналу до моменту часу, коли вихідний сигнал відрізнятиметься від його сталого значення не більше ніж на 5%. Для аперіодичної ланки з постійною часу T тривалість перехідного процесу знаходять як T_п = 3T;
- перерегулювання, що дорівнює відношенню максимального відхилення вихідного сигналу в перехідному процесі до сталого значення: у = ^{Δy}/_{y0}. Перерегулювання характеризує схильність системи до коливань, тобто близькість до коливальної межі стійкості. Вважається, що запас стійкості достатній, якщо у знаходиться в межах від 0.1 до 0.3. Для аперіодичного перехідного процесу перерегулювання дорівнює нулю;
- час встановлення першого максимуму вихідного сигналу t_m, що характеризує швидкість зміни вихідного сигналу в перехідному процесі. Як правило, збільшення швидкодії призводить до зростання перерегулювання;
- частота коливань у перехідному процесі $\omega = \frac{2\pi}{T}$, де T період коливань.

Приклад 10. Використовуючи операторний метод Лапласа, оцінити якісні показники перехідного процесу в замкненій системі (рис. 6.2).



Рис. 6.2. Схема з'єднання

Передавальна функція замкненої системи

$$K_3(p) = \frac{K_p(p)}{1 + K_p(p)} = \frac{10}{p + 10}.$$

З огляду на те, що зображення Лапласа від функції одиничного стрибка $X(p) = \frac{1}{p}$, знаходимо зображення керованої змінної:

$$Y(p) = K_p(p)X(p) = \frac{10}{p(p+10)}$$

За таблицею перетворень Лапласа знаходимо оригінал:

$$y(t) = 1 - e^{-10t}$$

що збігається з перехідною характеристикою інерційної ланки з постійною часу T = 0, 1c. Отже, перехідний процес монотонний тривалістю $t_{\rm n} = 3T = 0, 3 c$.

6.2. Частотні показники якості

Частотні показники якості роботи системи РА визначаються при гармонійному вхідному сигналі на основі нормованої АЧХ замкненої системи (рис. 6.3). Нормування виконується до значення коефіцієнта передавання на частоті $\omega = 0$.

Залежно від співвідношення параметрів, АЧХ стійкої замкненої системи або має пік, або є спадною функцією частоти (рис. 6.4 *a*). Зменшення піку АЧХ відповідає зменшенню амплітуди і кількості коливань, що здійснюються системою в перехідному режимі. На рис. 6.4, *b* показані перехідні характеристики при різних співвідношеннях параметрів системи відповідно до



Рис. 6.3. Нормована АЧХ замкненої системи

параметрів $K_{3}(\omega)$.

Отже, наявність та величина піку АЧХ може служити непрямою оцінкою величини перерегулювання і коливальності процесу.



Рис. 6.4. Зв'язок між показниками якості: *а* – приклади АЧХ; *b* – відповідні перехідні характеристики

Аналіз кривих на рис. 6.4 свідчить про те, що при зменшенні максимуму АЧХ перехідний процес загасає швидше. При спадній характеристиці $K_3(\omega)$ (крива 3) перехідний процес монотонний (без перерегулювання).

До частотних показників якості роботи систем РА належать: смуга пропускання, резонансна частота, показник коливальності.

Смугою пропускання $\omega_{\rm n}$ називають діапазон частот, у якому значення АЧХ більше або дорівнює одиниці. Якщо АЧХ замкненої системи РА в усьому діапазоні частот менше одиниці, тоді смуга пропускання розраховується за рівнем 0, 7 (послабленням за потужністю у 2 рази).

Резонансна частота $\omega_{\rm p}$ – це частота, що відповідає максимуму АЧХ (якщо він існує) замкненої системи, і характеризує частоту коливань у перехідному процесі та швидкодію системи. Чим більше частота $\omega_{\rm p}$, тим вища

швидкодія. При цьому час перехідного процесу

$$t_{\rm \pi} \cong \frac{\pi}{\omega_{\rm p}}.\tag{6.1}$$

Смуга пропускання і резонансна частота пов'язані співвідношенням

$$\omega_{\pi} = 2\omega_p \cos \Delta \varphi, \tag{6.2}$$

де $\Delta \varphi$ – запас стійкості за фазою.

Показником коливальності М називають максимальне значення АЧХ замкненої системи (рис. 6.3). Зазвичай намагаються забезпечити значення показника коливальності не більше двох.

Можна показати, що показник коливальності пов'язаний із запасом стійкості за фазою співвідношенням

$$M = \frac{1}{\sin \Delta \varphi}.$$
(6.3)

Для забезпечення малої коливальності і великої швидкодії системи необхідно вибрати її структуру і параметри так, щоб АЧХ мала малий пік і широку смугу пропускання. Згідно з технічними вимогами, величина M повинна вибиратися в межах 1, 2 — 1, 5, а смуга пропускання $\omega_{\rm n}$ визначається заданим часом перехідного процесу $t_{\rm n}$.

6.3. Показники точності роботи систем РА

Характер перехідного процесу лінійної системи автоматики, на відміну від стійкості, залежить не тільки від параметрів системи, але і від початкових умов та збурювальної дії. За реакцією системи РА на одиничний стрибкоподібний сигнал судять про показники якості перехідного процесу і *статичну помилку* системи.

Для статичної системи (яка не містить інтегрувальні ланки) статична помилка в усталеному режимі визначається підсиленням за постійним струмом і становить

$$e_{\rm cr} = \frac{1}{1 + K(0)},\tag{6.4}$$

для астатичних систем -

$$e_{\rm cr} = 0.$$
 (6.5)

Якщо сигнал на вході системи відрізняється від одиниці, тоді в перехідному процесі змінюється тільки масштаб вихідного сигналу.

Із виразу (6.4) випливає, що для підвищення точності (зменшення статичної помилки) необхідно збільшувати коефіцієнт передачі розімкненої системи K(0). Тут виявляється протиріччя між вимогою точності (збільшення K(0)) та стійкості (обмеження K(0)).

Динамічна помилка – це помилка в усталеному режимі роботи системи при дії на неї нестаціонарного сигналу виду

$$x(t) = \sum_{i=0}^{k} a_i t^i.$$
 (6.6)

Перехідна помилка – помилка при роботі системи в перехідному процесі, який виникає при відпрацюванні початкового розлаштування.

Динамічна точність роботи систем РА визначається при повільно змінних вхідних сигналах (з обмеженою кількістю похідних, відмінних від нуля). Сигнал (6.6) належить до повільнозмінних і має k похідних, відмінних від нуля, а похідна порядку k+1 дорівнює нулю. Гармонійний сигнал не повільнозмінний, оскільки кількість його похідних необмежена.

Перехідні процеси в системах РА згасають значно швидше в порівнянні зі швидкістю зміни сигналу (6.6), що зумовлює досягнення сталого динамічного режиму роботи системи.

Розглянемо вплив збурення (6.6) на систему РА. Відповідно до перетворення Лапласа, операторне зображення сигналу помилки E(p) виражається через передавальну функцію помилки $K_e(p)$

$$E(p) = K_e(p)X(p) = \left[C_0 + C_1p + \frac{1}{2}C_2p^2 + \dots + \frac{1}{k!}C_kp^k\right]X(p), \qquad (6.7)$$

при цьому часова залежність сигналу помилки становитиме

$$e(t) = C_0 x(t) + C_1 \dot{x}(t) + \frac{1}{2} C_2 \ddot{x}(t) + \dots + \frac{1}{k!} C_k x^{(k)}(t), \qquad (6.8)$$

де C_i – коефіцієнти помилок.

У рівнянні (6.7) виконано розкладання передавальної функції помилки $K_e(p)$ в ряд Маклорена.

Кількість доданків в останньому виразі (6.8) обмежена, позаяк сигнал x(t)є повільно змінним збуренням. Чим менші значення коефіцієнтів помилок C_i , тим вища точність системи при довільному детермінованому впливі. При обчисленні C_i для систем із астатизмом не вище другого порядку зазвичай обмежуються тільки першими трьома.

Для знаходження коефіцієнтів C_i відомі три способи. У першому способі використовується передавальна функція похибки, коефіцієнти C_i знаходять як

$$C_{i} = i! \frac{d^{i}}{dp^{i}} K_{e}(p)|_{p=0}.$$
(6.9)

Другим способом коефіцієнти помилок знаходяться шляхом ділення поліномів – чисельника передавальної функції помилки на її знаменник.

Найбільш зручним є третій спосіб. Передавальну функцію помилки подамо у вигляді

$$K_e(p) = \frac{b_n p^n + b_{n-1} p^{n+1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n+1} + \dots + a_1 p + a_0}.$$
(6.10)

Перемноживши поліном знаменника (6.10) на (6.7), отримаємо

$$\left[a_{n}p^{n} + a_{n-1}p^{n+1} + \dots + a_{1}p + a_{0}\right] \left[C_{0} + C_{1}p + \frac{1}{2}C_{2}p^{2} + \dots + \frac{1}{k!}C_{k}p^{k}\right] = b_{n}p^{n} + b_{n-1}p^{n+1} + \dots + b_{1}p + b_{0}.$$
(6.11)

Розкривши дужки та прирівнявши коефіцієнти при однакових степенях *р* зліва і справа у виразі (6.11), визначимо формули для послідовного обчислення коефіцієнтів помилок. У результаті виходить, що

$$C_0 = \frac{b_0}{a_0};$$
 (6.12)

$$C_1 = \frac{1}{a_0} \left[b_1 - a_1 C_0 \right]; \tag{6.13}$$

$$C_2 = \frac{2}{a_0} \left[b_2 - a_2 C_0 - a_1 C_1 \right].$$
(6.14)

Коефіцієнти помилок мають розмірність c^i . Перший доданок у виразі (6.8) називають помилкою за положенням, а коефіцієнт C_0 – коефіцієнтом помилки за положенням, другий доданок – помилкою за швидкістю, а коефіцієнт C_1 – коефіцієнтом помилки за швидкістю. Аналогічно третій доданок у (6.8) називають помилкою прискорення, а коефіцієнт C_2 – коефіцієнтом помилки щодо прискорення.

Для астатичних систем РА перших *n* коефіцієнтів помилок дорівнюють нулю, де *n* – порядок астатизму системи.

Приклад 11. Знайти статичну помилку системи на рис. 6.5, якщо $K_1(p) = \frac{k_1}{T^2 p^2 + 2T\xi p + 1}$ при а) $K_2(p) = k_2$; b) $K_2(p) = \frac{k_1}{p}$.



Рис. 6.5. До задачі 11

Знайдемо передавальну функцію системи відносно помилки $\Delta(t)$ до задаючої дії x(t). Складемо операторне рівняння

$$X(p) - \Delta(p)K_1(p)K_2(p) = \Delta(p),$$

звідки

$$K_{\Delta}(p) = \frac{\Delta(p)}{X(p)} = \frac{1}{1 + K_1(p)K_2(p)}$$

Для першої умови з урахуванням (2.11) отримаємо

$$\Delta_{\rm ycr} = \lim_{p \to 0} K_{\Delta}(p) = \lim_{p \to 0} \frac{1}{1 + K_1(p)K_2(p)} = \lim_{p \to 0} \frac{1}{1 + \frac{k_1k_2}{T^2p^2 + 2T\xi p + 1}} = \lim_{p \to 0} \frac{T^2p^2 + 2T\xi p + 1}{T^2p^2 + 2T\xi p + 1 + k_1k_2} = \frac{1}{k_1k_2} \neq 0,$$

тобто система статична.

Для другої умови аналогічно знайдемо

$$\Delta_{\rm ycr} = \lim_{p \to 0} K_{\Delta}(p) = \lim_{p \to 0} \frac{1}{1 + K_1(p)K_2(p)} = \lim_{p \to 0} \frac{1}{1 + \frac{k_1}{p} \frac{k_2}{T^2 p^2 + 2T\xi p + 1}} = \lim_{p \to 0} \frac{p(T^2 p^2 + 2T\xi p + 1)}{p(T^2 p^2 + 2T\xi p + 1) + k_1 k_2} = 0.$$

У другому випадку система астатична.

Запитання та завдання для самоперевірки

- 1. Наведіть класифікацію перехідних процесів.
- 2. Дайте визначення монотонного, аперіодичного та коливного перехідних процесів.
- 3. Що називають перерегулюванням?
- 4. Як пов'язана швидкодія системи з величиною перегулювання?
- 5. Як пов'язані АЧХ і характер перехідного процесу?
- 6. Дайте визначення показника коливальності системи. Як пов'язаний показник коливальності зі стійкістю системи?
- 7. Як пов'язані коефіцієнт передавання розімкненої системи за постійним струмом та статична помилка?
- 8. Дайте визначення динамічної помилки.
- 9. Чому дорівнює помилка за положенням для астатичної системи?

7. Корекція, синтез та підвищення якості систем радіоавтоматики

Під синтезом системи РА розуміють процедуру створення системи управління об'єктом, що володіє заданими технічними характеристиками. У найзагальнішому випадку автоматична система містить об'єкт та пристрій керування. Об'єкт керування – незмінна частина системи. Тому завданням синтезу є розроблення пристрою управління (регулятора), тобто визначення його структури, параметрів, залежності між вхідними та вихідними сигналами (закону управління) з урахуванням властивостей об'єкта.

Підвищення якості процесу управління полягає у зміні динамічних властивостей системи з метою забезпечення заданих показників якості, основними з яких є стійкість, точність та швидкодія. Досягти цього можна двома шляхами: підлаштуванням регулятора або введенням коректувальних пристроїв. Підлаштування регулятора полягає в раціональній зміні його параметрів, тобто коефіцієнтів передавання та постійних часу так, щоб забезпечити дотримання поставлених умов щодо якості управління. Якщо задачу неможливо розв'язати зміною параметрів регулятора, тоді змінюють структуру системи. Для цього використовують схеми коректування, які змінюють динаміку системи в необхідному напрямі. Засоби корекції є динамічними ланками із заданими передавальними функціями. Їх уведення приводить до зміни передавальної функції регулятора, що уможливлює формування необхідного закону управління для забезпечення поставлених вимог до системи.

7.1. Регулятори та закони регулювання

У загальному випадку закон регулювання замкненої системи описується (1.3). Пристрій керування, згідно із законом регулювання, на основі сигналу помилки виробляє керувальну дію для об'єкта керування. Для систем стеження пристрій керування, як правило, називають регулятором, а вираз (1.3) – законом регулювання.

Для лінійного регулятора зв'язок між сигналом регулювання u(t) та помилкою e(t) можна задати як

$$u(t) = k_{\Pi}e(t) + k_i \int e(t)dt + k_{\Pi}\frac{de(t)}{dt}, \qquad (7.1)$$

де k_{π}, k_{μ}, k_{i} – коефіцієнти передавання.

Закон регулювання (7.1) враховує можливість формування керувальної дії за пропорційним, інтегрувальним та диференціювальним принципом. Залежно від того, які з доданків реалізуються реальною системою (один, два чи всі), розрізняють різні закони регулювання та відповідні регулятори.

Для виявлення властивостей регуляторів розглянемо замкнену систему, наведену на рис. 7.1, де об'єкт керування описується передавальною функцією $K_0(p) = k_0$.



Рис. 7.1. Корекція системи РА

П-регулятор. У цьому випадку закон регулювання має вигляд

$$u(t) = k_1 e(t).$$
 (7.2)

П-регулятор є підсилювачем (пропорційною ланкою) з коефіцієнтом передавання $K_p(p) = k_1$ та передавальною функцією системи за помилкою

$$K_{xe} = \frac{1}{1 + k_0 k_1}.\tag{7.3}$$

Статична помилка при ступінчає
тому сигналі на вході $x(t) = A\sigma(t)$ дорівнюватиме

$$e_{\rm cr} = \frac{A}{1 + k_0 k_1} \neq 0. \tag{7.4}$$

Тобто статична помилка для розглянутої системи пропорційна до задаючої дії A і обернено пропорційна коефіцієнту підсилення розімкненої системи k_0k_1 .

Використання пропорційних регуляторів забезпечує відносно високу швид-

кодію.

I-регулятор. Сигнал регулювання формується пропорційно до інтегралу помилки

$$u(t) = k_i \int e(t)dt.$$
(7.5)

Передавальна функція І-регулятора

$$K_p(p) = \frac{k_i}{p}.\tag{7.6}$$

Для замкненої системи на основі І-регулятора передавальна функція за помилкою e(t)

$$K_{xe} = \frac{p}{p + k_0 k_i}.\tag{7.7}$$

Згідно з (2.11) з врахуванням (7.7) отримаємо, що статична помилка $e_{\rm cr} = 0$, тобто система астатична за задаючою дією.

Розглянута система володіє високою точністю в усталеному режимі. Потрібно пам'ятати, що при використанні І-регулятора збільшується схильність системи до коливань, що пояснюється зниженням швидкодії регулятора, оскільки після збурення в початковий період часу значення інтеграла мале.

ПІ-регулятор. При необхідності забезпечити високу точність в усталеному режимі та швидкодію в перехідному режимі використовують ПІ-регулятори. Сигнал управління такого регулятора має вигляд

$$k_{\pi}e(t) + k_i \int e(t)dt.$$
(7.8)

Передавальна функція ПІ-регулятора

$$k_p(p) = \frac{k_{\scriptscriptstyle \Pi} p + k_i}{p}.$$
(7.9)

Можна показати, що відносно помилки e(t) для замкненої системи на рис. 7.1 передавальна функція буде

$$K_{xe} = \frac{p}{p + k_0 (k_{\pi} p + k_i)},\tag{7.10}$$

що відповідає астатичній системі.

На початковому етапі роботи ПІ-регулятора працює пропорційна частина, яка швидко зменшує неузгодження e(t) до рівня статичної помилки. Далі зростає вплив інтегральної частини, яка компенсує статичну помилку.

Інтегрування в І- та ПІ-регуляторах зменшує запас стійкості системи.

ПД-регулятор. Такий регулятор доцільно використовувати, якщо об'єкт керування працює в динамічному режимі. Закон регулювання та передавальна функція регулятора описуються залежностями

$$u(t) = k_{\pi}e(t) + k_{\pi}\frac{de(t)}{dt},$$
 (7.11)

$$K_p(p) = k_{\pi} + k_{\mu}p.$$
 (7.12)

Використання похідної від помилки регулювання уможливлює врахування тенденції до її зміни.

Для системи регулювання, заданої структурною схемою на рис. 7.1 при $K_o(p) = k_0$, передавальна функція за помилкою

$$K_{xe} = \frac{1}{1 + k_0 (k_{\pi} p + k_{\pi})},\tag{7.13}$$

а помилка в усталеному режимі

$$e_{\rm ct} = \frac{1}{1 + k_0 (k_{\rm m} p + k_{\rm g})} \neq 0 \tag{7.14}$$

не дорівнює нулю, тобто система статична.

Наявність похідної в законі регулювання (7.11) уможливлює формування керувальної дії навіть за відсутності помилки на вході регулятора, що збільшує швидкодію системи та запас стійкості, пригнічує коливання. Недоліком такого регулювання за похідною є зростання чутливості системи до високочастотних завад, що випливає з АЧХ ПД-регулятора:

$$K_p(j\omega) = \sqrt{k_{\pi}^2 + k_{\mu}^2 \omega^2}.$$
 (7.15)

Наприклад, для гармонічної завади на вході з частотою ω отримаємо її

підсилення за амплітудою в ω разів.

ПІД-регулятор. Пропорційно-інтегрально-диференціювальний регулятор широко застосовується в промислових системах автоматичного управління, точного контролю та позиціювання. Приклад однієї з найпростіших схем ПІДрегулятора наведено на рис. 7.2. Передавальна функція

$$K(p) = -(k_{\pi} + \frac{k_i}{p} + k_{\pi}p), \qquad (7.16)$$

де $k_{\Pi} = \frac{R_1 C_1 + R_2 C_2}{R_1 C_2}, \ k_d = R_2 C_1, \ k_i = \frac{1}{R_1 C_2}$ – параметри регулятора.

Відносно помилки керування e(t) ПІД-регулятор виробляє сигнал управління, що містить пропорційну, інтегрувальну та диференціювальну складові.

Пропорційна складова виробляє сигнал для компенсації поточного відхилення регульованої величини від заданої. Інтегрувальна складова зводить статичну помилку до нуля. Диференціювальна складова уможливлює передбачення помилки управління в наступні моменти часу та протидіє виникненню цієї помилки.



Рис. 7.2. ПІД-регулятор на базі ОП

Відомо багато методів визначення параметрів ПІД-регулятора. У методі "затухання до чверті амплітуди" на початку встановлюються значення $k_i = 0$ і $k_{\rm d} = 0$. Далі повільно збільшують $k_{\rm n}$, поки замкнена система не досягне межі стабільності. Коли система буде на межі стабільності, повільно зменшуючи $k_{\rm n}$, намагаються досягнути такого відгуку системи, коли його амплітуда у двох сусідніх періодах зменшується в 4 рази (рис. 7.3). На практиці $k_{\rm n}$ зменшують приблизно в 2 рази. На наступному кроці збільшують k_i і $k_{\rm d}$ так, щоб досягти необхідного відгуку на одиничний сигнал. Вплив зміни параметрів ПІД-регулятора на деякі характеристики описано в таблиці 7.1.

У методі Циглера-Нікольса спочатку знаходять критичне значення коефі-



Рис. 7.3. Налаштування ПІД-регулятора

Табл. 7.1. Вплив збільшення коефіцієнтів ПІД-регулятора на відгук системи

Поведінка коефіцієнта	Порородунорония	Час перехідного	Статична
підсилення	перерегулювання	процесу	помилка
Збільшення $k_{ m n}$	збільшується	незначний вплив	зменшується
Збільшення k_i	збільшується	збільшується	зменшується до нуля
Збільшення $k_{\rm д}$	зменшується	зменшується	не впливає

цієнта підсилення пропорційної частини K_u , при якому виникають коливання (система втрачає стійкість) та період цих коливань T_u . При цьому повинно бути встановлено $k_i = 0$ і $k_{\rm d} = 0$. Параметри регулятора розраховують за формулами, наведеними у таблиці 7.2.

Табл. 7.2. Налаштування регуляторів методом Циглера-Нікольса

Регулятор	k_{π}	k_i	$k_{ m A}$
Пропорційний	$0, 5K_u$	-	-
Пропорційно- інтегрувальний	$0,45K_u$	$\frac{0.54K_u}{T_u}$	-
ПІД	$0, 6K_u$	$\frac{1,2K_u}{T_u}$	$\frac{0.6K_uT_u}{8}$

Метод Циглера-Нікольса ефективний при налаштуванні регуляторів для контролю більшості процесів, проте не для всіх.

Популярність PID-регуляторів пояснюється їх задовільними характеристиками в широкому діапазоні робочих умов і частково їх функціональною простотою, що дає змогу керувати ними простим і зрозумілим способом.

7.2. Синтез системи РА

Задача синтезу системи радіоавтоматики полягає у виборі структурної схеми (функціонально необхідної частини системи та коригувальних пристро-

їв), параметрів системи та способу її технічної реалізації за умови виконання технічного завдання. Якщо задані показники якості та характеристики керувальних і збуджувальних дій, тоді задача синтезу системи РА зводиться до вибору структурної схеми, яка забезпечить показники якості роботи не гірше заданих.

Розрізняють три групи методів синтезу автоматичних систем. Раніше найбільше розповсюдження в інженерній практиці мали *графоаналітичні методи* синтезу, що базуються на логарифмічних частотних характеристиках розімкненої системи. У таких методах використовуються непрямі методи оцінювання якості перехідного процесу, запасу стійкості за фазою та амплітудою, коливальності та частоти зрізу. В *аналітичних методах* синтезу знаходять функціональні залежності між показниками якості і параметрами системи. Значення параметрів визначають із умови максимізації значень знайдених залежностей. *Методи моделювання* уможливлюють розв'язання задачі синтезу шляхом цілеспрямованого перебору значень наборів параметрів у заданих допустимих межах і пошуку таких, що задовольняють поставлені вимоги технічного завдання.

Частотні методи синтезу належать до графоаналітичних і включають кілька етапів. На *nepuomy emani* синтезу знаходять бажану передавальну функцію розімкненої системи, яка дозволяє забезпечити задані вимоги. Загальний вигляд переданої функції наступний:

$$K(p) = k \frac{\prod_{i=0}^{l} (1+pT_i)}{\prod_{j=l+1}^{m} (1+pT_j)},$$
(7.17)

де T_i , T_j – постійні часу; n – порядок астатизму системи; k – коефіцієнт підсилення.

При обраних l, n, m задача синтезу зводиться до пошуку параметрів k, T_i, T_j коефіцієнта передавання (7.17).

Величина k визначається заданим значенням статичної помилки (6.4) або помилки за швидкістю для автоматичної системи першого порядку $k = \frac{1}{C_1}$.

За заданим значенням коливальності системи M, згідно з формулою (6.3),

знаходять запас стійкості за фазою

$$\Delta \phi = -\arcsin\frac{1}{M}.\tag{7.18}$$

Якщо відома смуга пропускання ω_{n} , тоді можна розрахувати частоту зрізу проєктованої системи

$$\omega_{\rm 3p} = \frac{\omega_{\rm m}}{2\cos\Delta\phi}.\tag{7.19}$$

Для заданої керувальної дії при обраному ступені астатизму системи встановлюється зв'язок між параметрами та коефіцієнтами помилок. Значення параметрів k, T_i, T_j знаходять розв'язуючи отримані рівняння. Далі будують ЛАЧХ розімкненої системи $L(\omega)$. Для виключення коливальності перехідного процесу необхідно, щоб частота зрізу відповідала ділянці ЛАЧХ із нахилом -20 $\partial \delta / \partial e \kappa$. Достатньою умовою відсутності коливальності є виконання нерівності $\omega_1 > 4\omega_{\rm 3p}$, де ω_1 – перша частота спряження вища за частоту зрізу. Також необхідно, щоб отримана система була мінімально-фазовою.

На другому emani для забезпечення заданих показників якості на основі ЛАЧХ розімкненої системи $L(\omega)$ будують необхідну ЛАЧХ скоректованої системи $L_{c\kappa}(\omega)$. При цьому скоректована система повинна залишатися мінімально-фазовою, тому що тільки в цьому випадку характеристика $L_{c\kappa}(\omega)$ повністю визначає якість процесу управління.

На *третьому emani* з отриманих $L(\omega)$ та $L_{c\kappa}(\omega)$ визначають характеристику коректувальної ланки послідовного типу як

$$L_{\kappa}(\omega) = L_{c\kappa}(\omega) - L(\omega).$$
(7.20)

При потребі перераховують послідовне з'єднання на інший спосіб (паралельний або з оберненими зв'язками).

На *четвертому emani* будують ЛАЧХ реальної скоректованої системи та визначають реальні показники якості процесу управління.

7.3. Корекція у системах РА

Необхідність корекції випливає з протиріччя, яке виникає при одночасній вимозі забезпечити високу точність для усталеного та динамічного режимів. Наприклад, зменшення статистичної похибки вимагає збільшення коефіцієнта підсилення розімкненої системи, що призводить до погіршення динамічних характеристик та зменшення запасу стійкості. Збільшення коефіцієнта підсилення при незмінній формі АЧХ призводить до зростання частоти зрізу. Як наслідок, зменшується запас стійкості за фазою. При цьому може статися, що частота зрізу ω_3 перевищить частоту спряження ω_c , тобто виконається умова балансу фаз, і система стане нестійкою.

Для забезпечення необхідного запасу стійкості за фазою і амплітудою необхідно компенсувати затримку сигналу у смузі частот в області ω_3 . Це можна зробити включенням послідовно до основної системи пристрою, який, на відміну від інших ланок системи, вноситиме не затримку, а випередження за фазою гармонічних коливань у вказаній смузі частот.

У радіотехніці як коректувальні елементи використовують пасивні та активні електричні кола. Підключати коректувальні ланки до основної системи регулювання можна послідовно, паралельно або за схемами з оберненими зв'язками, як наведено на рис. 7.4.



Рис. 7.4. Способи підключення коректувальних ланок Послідовно, як правило, включають коректувальні ланки інтегрувально-

го типу, які підвищують точність системи за рахунок збільшення порядку астатизму (рис. 7.4, *a*).

Диференціювальні ланки включають паралельно. Їх введення уможливлює підвищення запасу стійкості в області високих частот (рис. 7.4, *b*).

При корекції за допомогою обернених зв'язків коректувальна ланка може бути включенна в коло оберненого зв'язку (рис. 7.4, c) або послідовно з незмінною частиною системи (рис. 7.4, d). В обох випадках зміна характеристики повної системи залежить від властивостей коректувальної ланки.

Можливі комбінації різних способів корекції, коли необхідний запас стійкості досягається за допомогою послідовного та паралельного зв'язку. Динамічні властивості лінійної системи можуть бути однаковими при будь-якому типі коректувальних пристроїв, тому використання пристроїв корекції певного типу визначається зручністю технічної реалізації.

Однією з поширених схем, що застосовуються для розв'язання задач коректування, є форсувальна ланка, наведена на рис. 3.14. Частоту ω_m , на якій ланка створює максимальне випередження, можна знайти, прирівнявши до нуля похідну від (3.45)

$$\frac{d\phi(\omega)}{d\omega} = \frac{T_1}{1 + (\omega T_1)^2} - \frac{T_2}{1 + (\omega T_2)^2} = 0,$$
(7.21)

звідки

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}} = \sqrt{\omega_1 \omega_2},\tag{7.22}$$

де ω_1 , ω_2 – частоти спряження, що відповідають точкам перетину асимптот ЛАЧХ (рис. 3.15, *e*). Частота ω_m належить середній асимптоті з нахилом 20 $\partial \delta / \partial e \kappa$.

Максимальне значення кута випередження

$$\phi_m = \arctan\sqrt{\frac{1}{k}} - \arctan\sqrt{k}. \tag{7.23}$$

З (7.23) випливає, що для отримання більшого кута випередження необхідно зменшити коефіцієнт підсилення ланки k.

Нехай комплексний частотний коефіцієнт передавання розімкненої і си-

стеми без корекції

$$K_p(p) = \frac{k_p}{j\omega(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)}.$$
(7.24)

Принцип отримання системи з корекцією можна зрозуміти з рис. 7.5.



Рис. 7.5. Корекція форсувальною ланкою

Логарифмічна АЧХ розімкненої системи без корекції $L(\omega)$ складається з трьох асимптот з частотами спряження $\frac{1}{T_1}$ і $\frac{1}{T_2}$ та нахилом 20, 40, 60 $\partial \delta / \partial e \kappa$. Збільшенню коефіцієнта підсилення відповідає піднімання ЛАЧХ, яка позначена як $L_1(\omega)$. При цьому частота зрізу зростає від ω_3 до ω_{3ck} , і система стає нестійкою ($\omega_{31} > \omega_c$).

Введення в схему форсувальної ланки з характеристикою $L_{\kappa}(\omega)$ змінює результуючу ЛАЧХ до $L_{c\kappa}(\omega) = L_1(\omega) + L_{\kappa}(\omega)$, при цьому частота зрізу не змінюється і дорівнює $\omega_{3c\kappa}$. Результуюча ЛФЧХ $\phi_{c\kappa}(\omega)$ є сумою ЛФЧХ ланки корекції $\phi_{\kappa}(\omega)$ та основної системи $\phi(\omega)$, тобто $\phi_{c\kappa}(\omega) = \phi(\omega) + \phi_{\kappa}(\omega)$.

З рис. 7.5 видно, що в результаті введення у коло регулювання форсувальної ланки отримано зменшення затримки за фазою в смузі ω_{3ck} з $\Delta \phi$ до $\Delta \phi_{ck}$. Запас стійкості скоректованої системи $\Delta \phi_{ck}$ при $\omega = \omega_{3ck}$ повинен відповідати вимогам до системи управління.

Перевагою використання послідовної форсувальної ланки є одночасне збільшення коефіцієнта підсилення та частоти зрізу при зменшенні помилки системи в усталеному режимі. Це також зменшує час перехідного процесу.

Недоліками коректування форсувальною ланкою є внесення послаблення в області низьких частот, де зосереджений спектр корисного сигналу та пропускання високочастотних шумів і завад без послаблення. Послаблення буде тим більшим, чим більше випередження повинна забезпечити форсувальна ланка. Для компенсації послаблення може знадобитися додаткове підсилення корисного сигналу. Пропускання високочастотних шумів і завад призводить до зменшення відношення сигнал/шум та збільшення динамічних помилок системи.

Якщо разом із задаючою дією на систему надходять завади, то диференціювальні ланки не забезпечують бажаний результат. У цьому випадку система повинна пропускати сигнал і пригнічувати завади. З метою зменшення рівня завад систему необхідно коректувати інтегрувальними ланками, якими можна збільшити коефіцієнт підсилення, не збільшуючи частоти зрізу. Найчастіше для виконання такого завдання використовують пропорційноінтегрувальні ланки, наведені на рис. 3.24.

Із ЛФЧХ (рис. 3.24, *d*) видно, що пропорційно-інтегрувальна ланка вносить затримку за фазою у вузькій області середніх частот. Максимальному куту затримки відповідає частота

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}} = \frac{1}{T_1 \sqrt{k}},\tag{7.25}$$

де $k = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$ (для схеми на рис. 3.24, *a*).

Максимальний кут відставання за фазою

$$\phi_m = -\arctan\sqrt{\frac{1}{k}} + \arctan\sqrt{k} \tag{7.26}$$

зростає при зменшенні коефіцієнта k.



Рис. 7.6. Корекція пропорційно-інтегрувальною ланкою

Нехай система, яку необхідно скоректувати, задана ЛАЧХ $L(\omega)$, наведеною на рис. 7.6. Для зменшення усталеної помилки збільшується підсилення системи, що зміщує ЛАЧХ вверх до $L_1(\omega)$. Збільшення частоти зрізу з ω_3 до ω_{31} та втрату чи зменшення запасу стійкості необхідно компенсувати інтегрувальною ланкою так, щоб зберегти вигляд ЛАЧХ і ЛФЧХ в околі ω_3 . Введення пропорційно-інтегрувальної ланки корекції з ЛАЧХ $L_{\kappa}(\omega)$ та ЛФЧХ $\phi_{\kappa}(\omega)$ зменшує підсилення в області ω_3 . ЛАЧХ скоректованої системи буде $L_{c\kappa}(\omega)$. В області середніх частот також має місце збільшення затримки за фазою, проте система зберігає стійкість. Недоліком корекції послідовними інтегрувальними ланками є зменшення швидкодії системи.

Внесення затримки – недолік пропорційно-інтегрувальних контурів. Проте, якщо область відставання змістити в сторону низьких частот, то втратами у запасі стійкості системи можна знехтувати, а погіршення перехідного процесу буде незначним.

Запитання та завдання для самоперевірки

1. Поясніть відмінність між завданням синтезу та корекції.

- 2. Які схеми застосовуються як регулятори в системах РА?
- 3. Назвіть способи включення коректувальних пристроїв системах РА.
- 4. Які закони регулювання поєднуються ПІД-регулятором?
- 5. Які схеми використовуються як диференціювальні та інтегральні коректувальні пристрої?
- 6. Які коректувальні ланки використовують для збільшення швидкодії системи РА?
- 7. Як впливає збільшення коефіцієнта підсилення системи на величину усталеної помилки та запасу стійкості за фазою?
- Назвіть переваги і недоліки застосування коректувальної ланки для корекції системи РА.
- 9. Які переваги і недоліки застосування пропорційно-інтегрувальної ланки для корекції системи РА?

8. Системи радіоавтоматики

8.1. Системи частотного автопідлаштування

Системи частотного автопідлаштування частоти (ЧАПЧ) належать до класу систем стеження і широко застосовуються:

- у радіоприймальних пристроях для стабілізації проміжної частоти;
- у генераторах сигналів для стабілізації частоти генерованих коливань;
- як вузькосмугові, керовані за частотою фільтри (слідкуючі фільтри);
- у доплерівських системах стеження;
- у пристроях частотної селекції сигналів;
- як демодулятори ЧМ-коливань.

Розглянемо принцип дії системи ЧАПЧ на прикладі схеми стабілізації проміжної частоти приймача (рис. 8.1). У змішувачі вхідний сигнал $u_c(t)$ із частотою ω_c перетворюється в сигнал $u_{np}(t)$ проміжної частоти ω_{np} , який підсилюється в ППЧ і подається на частотний дискримінатор (ЧД). На інший вхід змішувача надходить опорне коливання $u_r(t)$, що виробляється гетеродином (підналаштовуваним генератором). Номінальна частота ω_{0r} гетеродина відрізняється від номінальної проміжної частоти ω_{0np} на фіксоване значення $|\omega_{0r} - \omega_{0np}| = const$. Залежно від співвідношення ω_{0r} і ω_{0np} розрізняють "нижнє", коли $\omega_{0c} > \omega_{0r}$, і "верхнє" настроювання гетеродина $\omega_{0c} < \omega_{0r}$. Для визначеності далі вважатимемо, що використовується "нижнє" настроювання гетеродина:

$$\omega_{0\mathrm{np}} = \omega_{0\mathrm{c}} - \omega_{0\mathrm{r}}.\tag{8.1}$$

Коливання проміжної частоти підсилюються в ППЧ, налаштованому на оптимальне значення ω_{0np} , а коливання сумарної частоти $\omega_{0c} + \omega_{0r}$ та комбінаційні складові пригнічуються.

Через нестабільність частоти передавача, а також відхилення частоти сигналу внаслідок ефекту Доплера, проміжна частота $\omega_{\rm np}$ відрізняється від $\omega_{\rm 0np}$ на невідому величину $\Delta \omega = \omega_{\rm np} - \omega_{\rm 0np}$, що є випадковою функцією часу. На



Рис. 8.1. Система стабілізації проміжної частоти на основі ЧАПЧ виході частотного дискримінатора формується сигнал розузгодження

$$u_{\rm ЧД}(\Delta\omega) = F(\Delta\omega). \tag{8.2}$$

Залежність (8.2) нелінійна і називається дискримінаційною характеристикою. Типовий вигляд дискримінаційної характеристики наведено на рис. 8.2.



Рис. 8.2. Дискримінаційна характеристика ЧД

При малих відхиленнях $\Delta \omega$ дискримінаційну характеристику апроксимують лінійною залежністю

$$u_{\rm ЧД}(\Delta\omega) = k_{\rm g}\Delta\omega + n(t), \tag{8.3}$$

де $k_{\rm d} = \frac{du(\Delta\omega)}{d(\Delta\omega)}$ – крутизна характеристики, доданок n(t) враховує вплив випадкових факторів.

Напруга керування гетеродином формується за допомогою ФНЧ, який із сигналу неузгодження $u_{\rm ЧД}(t)$ виділяє низькочастотну складову, що несе інформацію про повільні зміни частоти $\omega_{\rm пр}$. Напруга на виході ФНЧ

$$u(\Delta\omega) = K_{\Phi}(p)u_{\rm HZ}(\Delta\omega), \qquad (8.4)$$

де $K_{\Phi}(p)$ – передавальна функція ФНЧ.

Регулювальна характеристика гетеродину в загальному випадку нелінійна, проте при невеликих неузгодженнях частоти з достатньою точністю може бути апроксимована лінійною залежністю

$$\omega_{\Gamma} = \omega_{0\Gamma} + k_{\Gamma} u(\Delta \omega), \qquad (8.5)$$

де $k_{\rm r} = \frac{d\omega_{\rm r}(u(\Delta\omega)}{du(\Delta\omega)}$ — крутизна регулювальної характеристики.

У процесі роботи схеми частота гетеродину змінюється так, щоб відхилення $\Delta \omega$ зменшувалося, а проміжна частота із заданою точністю збігалася з центральною частотою ППЧ ω_{np} .

Враховуючи (8.1-8.5), отримаємо

$$\Delta\omega_{\Gamma} = \omega_{\Gamma} - \omega_{0\Gamma} = k_{\Gamma}u(\Delta\omega) = k_{\Gamma}K_{\Phi}(p)u_{\mathrm{H}\mathrm{I}}(\Delta\omega) = k_{\Gamma}K_{\Phi}(p)(k_{\mathrm{I}}\Delta\omega + n(t)).$$

$$(8.6)$$



Рис. 8.3. Структурна схема ЧАПЧ

На основі рівняння (8.6) можна побудувати структурну схему системи ЧАПЧ за неузгодженням $\Delta \omega$, яку наведено на рис. 8.3. Відхилення проміжної частоти від номінального значення дорівнює нулю $\Delta \omega = 0$, тільки якщо відхилення частоти вхідного сигналу $\Delta \omega_c$ компенсується зміщенням частоти гетеродина $\Delta \omega_{\rm r}$, тобто $\Delta \omega_c = \Delta \omega_{\rm r}$.

У сучасній техніці системи ЧАПЧ переважно будуються на точніших системах фазового автопідлаштування частоти, які розглядаються далі.

8.2. Системи фазового автопідлаштування

У системах фазового автопідлаштування частоти (ФАПЧ) одночасно здійснюється стеження за частотою і фазою сигналу, що відрізняє їх від систем ЧАПЧ, у яких інформація про фазу втрачається. При цьому в ФАПЧ розлаштування за частотою зводиться до нуля.

У радіотехнічних системах ФАПЧ застосовується:

- у радіоприймальних пристроях як вузькосмугові слідкуючі фільтри при відновленні коливання носійної частоти для сигналів із односмуговою та балансною модуляцією, фазовою маніпуляцією;
- при виділенні сигналу на фоні шумів у доплерівських вимірювальних системах;
- для побудови керованих за частотою генераторів високостабільних коливань;
- для стабілізації проміжної частоти приймачів;
- як демодулятори ЧМ- і ФМ-сигналів;
- у синтезаторах частот;
- у синхронних детекторах.

Функціональна схема системи ФАПЧ показана на рис. 8.4. Коливання сигналу $u_c(t)$ і генератора керованого напругою (КГ) $u_r(t)$ надходять на пристрій, який називається фазовим дискримінатором, або фазовим детектором (ФД). При розузгодженні зазначених коливань за значенням фази на виході фазового детектора формується напруга $u_d(t)$, залежна від величини і знака цієї неузгодженості. ФНЧ виділяє повільнозмінну складову з $u_d(t)$, а вихідна напруга ФНЧ $u(\Delta \phi)$ змінює частоту коливань керованого генератора.



Рис. 8.4. Схема ФАПЧ

Як ФНЧ найчастіше використовується пропорційно-інтегрувальна ланка

з коефіцієнтом передавання

$$K(p) = \frac{1 + pT_1}{1 + pT_2}, \ T_1 \ll T_2, \tag{8.7}$$

де T_1, T_2 – постійні часу.

Відомо, що зміна фази коливання пов'язана з його миттєвою частотою як $\Delta \phi = \int_{t_1}^{t_2} \omega(t) dt$. Тому при зміні частоти коливання керованого генератора змінюється фаза сигналу $u_{\Gamma}(t)$. Управління частотою керованого генератора в системі ведеться так, що початкова розбіжність фаз коливань сигналу і керованого генератора зменшується, і вони підтримуються близькими один до одного. Виходом схеми у режимі детектування є сигнал $u(\Delta \phi)$, у режимі стабілізації – $u_{\Gamma}(t)$.

До основних характеристик системи ФАПЧ належать смуга утримання та смуга захоплення.

Смугою захоплення Δf_3 називається смуга частот, у межах якої початкове відхилення від номінального значення може бути скомпенсоване системою. Іншими словами, це найбільша початкова різниця фаз вхідного сигналу та генератора, за якої система ФАПЧ може ввійти в режим спостереження.

Смугою утримання Δf_y називається смуга частот, у межах якої відхилення частоти відносно номінального значення може бути скомпенсоване системою, яка знаходиться в режимі стеження. Смуга утримання визначається діапазоном зміни напруги керування генератора.

Смуга захоплення менша за смугу утримання $\Delta f_3 < \Delta f_y$. Це пояснюється тим, що у перехідному режимі при захопленні (режимі биття) ФНЧ відфільтровує високочастотну частину сигналу биття, тому напруга керування генератора не може досягнути максимального значення.

Дискримінаційна характеристика ФД є періодичною функцією різниці фаз вхідних сигналів $\Delta \varphi = \Delta \varphi(t) = \varphi_c(t) - \varphi_r(t)$:

$$F(\Delta\varphi) = \alpha \frac{U_c U_{\Gamma}}{2} \sin(\Delta\varphi(t)), \qquad (8.8)$$

де α – коефіцієнт пропорційності; U_c, U_{Γ} – амплітуди коливань вхідного сигналу і генератора.

107
Напруга керування на виході ФНЧ визначається повільнозмінною складовою вихідного сигналу дискримінатора

$$u(\Delta\varphi) = K(p)u_{\rm g}(t), \tag{8.9}$$

де $u_{d}(t) = F(\Delta \varphi) + n(t); n(t) - флуктуаційна складова; <math>K(p)$ – операторний коефіцієнт передавання ФНЧ.

Фаза сигналу керованого генератора змінюється за законом

$$\varphi_{\Gamma} = \varphi_{\Gamma 0} + \int_0^t \omega_{\Gamma}(t) dt, \qquad (8.10)$$

де φ_{r0} – початкова фаза керованого генератора.

При малих відхиленнях, коли $\Delta \phi(t) << 2\pi$, регулювальну характеристику КГ можна описати лінійною залежністю

$$\omega_{\Gamma} = \omega_{\Gamma 0} + \delta \omega_{\Gamma} + Su(\Delta \varphi), \qquad (8.11)$$

де ω_{r0} – номінальна частота КГ; $\delta\omega_r$ – нестабільність частоти КГ; S – крутизна регулювальної характеристики.

Об'єднавши (8.8-8.11), отримаємо модель системи ФАПЧ відносно розузгодження фаз вхідного сигналу і гетеродина

$$\Delta \varphi = \varphi_{\Gamma 0} + \int_0^t \left[\omega_{\Gamma 0} + \delta \omega_{\Gamma} + SK(p)(F(\Delta \varphi) + n(t)) \right] dt.$$
(8.12)

Структурна схема ФАПЧ, що описується (8.12), зображена на рис. 8.5.



Рис. 8.5. Структурна схема ФАПЧ

Інтегруванню у (8.12) відповідає ланка з передавальною характеристикою $\frac{1}{p}$. Обов'язкова наявність інтегрувальної ланки вказує на те, що система астатична за похибкою регулювання по частоті сигналу, тобто може повністю компенсувати збурення частоти вхідного сигналу.

8.3. Застосування систем ФАПЧ

Синтезатори частот непрямого синтезу

Синтезатор частот – це пристрій, який формує гармонійне коливання з будь-якою частотою із заданої дискретної множини (сітки) частот за допомогою одного опорного генератора (ОГ). Розрізняють синтезатори частот прямого і непрямого синтезу. Аналогові синтезатори прямого синтезу формують сітку частот шляхом множення, ділення, віднімання і додавання коливання ОГ. Аналогові синтезатори непрямого синтезу формують сітку частот шляхом зміни параметрів сигналу зворотного зв'язку в системі ФАПЧ. Синтезатори прямого синтезу мають високу швидкодію, яка оцінюється часом перемикання синтезатора з однієї частоти на іншу. Синтезатори непрямого синтезу забезпечують більше відношення сигнал/шум (приблизно на 20 дБ).

Схема найпростішого синтезатора частот непрямого синтезу зображена на рис. 8.6. У системі ФАПЧ синтезатора відбувається синхронізація коливань з частотами Δf і $\frac{f_{\text{BMX}}}{N}$. Якщо коефіцієнт ділення змінюється, наприклад, збільшується на одиницю, тоді частота керованого коливання змінюється на величину $\Delta f = \frac{f_{\text{BHX}}}{N+1}$. На виході отримаємо $f_{\text{BMX}} = \Delta f(N+1)$. Отже, крок сітки частот синтезатора дорівнює Δf .



Рис. 8.6. Синтезатор частоти з подільником зі змінним коефіцієнтом поділу (ПЧЗКП), ПЧ – подільник частоти

Дільник частоти в колі ОГ необхідний для забезпечення невеликого кроку сітки частот, оскільки високостабільний ОГ низької частоти (одиниці і десятки кілогерц) складно реалізувати.

Демодуляція АМ-сигналу

Ефективні демодулятори часто будуються з використанням синхронного детектора (СД). Принцип роботи такого детектора полягає в перемноженні вхідного $m(t) \sin(t, \phi(t))$ та опорного $\sin(t, \phi_r(t))$ сигналів і виділенні низькочастотної складової $m(t) \cos(\Delta \phi(t))$ за допомогою ФНЧ (рис. 8.7). Для коректної роботи СД необхідно, щоб різниця фаз $\Delta \phi(t)$ була близькою до нуля, тоді $\cos(\Delta \phi(t)) \approx 0$. У протилежному випадку множник $\cos(\Delta \phi(t))$ послаблює вихідний сигнал. Сигнал на виході СД дорівнює нулю, якщо $\Delta \phi(t) = \frac{\pi}{2}$. Синхронні детектори використовуються для детектування сигналів амплітудної (AM), балансної (БМ) та односмугової модуляції (ОМ), цифрової маніпуляції. Робота СД вимагає наявності опорного сигналу, який за фазою збігається з фазою носійного коливання. Тому такий спосіб називають когерентним прийманням.



Рис. 8.7. Принцип роботи синхронного детектора

Система відновлення носійного сигналу призначена для розв'язання задачі фазової синхронізації за носійним сигналом у процесі демодуляції. Для коректної роботи синхронного детектора необхідно, щоб фаза опорного гармонічного сигналу з генератора збігалася з фазою носійного коливання модульованого вхідного сигналу. Якщо має місце розбіжність, тобто $\Delta \phi(t) \neq 0$, тоді виникає послаблення вихідного сигналу як результат впливу множника $\cos(\Delta \phi(t))$. Якщо $\Delta \phi = \frac{\pi}{2}$, то сигналу на виході детектора не буде.

Приклад використання ФАПЧ як фільтра спостереження для синхронного амплітудного детектування AM сигналу наведено на рис. 8.8. Контур ФАПЧ призначений для формування опорного коливання для амплітудного синхронного детектора (АСД). На вхід АСД подається вхідний сигнал $u_c(t) = U_{c0}(1 + m(t)) \sin \omega_0 t$ та сигнал синхронізованого носійного коливання $u(t) = U_0 \sin \omega_0 t$. АСД виконує перемноження вхідних сигналів та виділення низькочастотної складової. На виході отримаємо сигнал, пропорційний модулюючому коливанню $u_{\text{вих}}(t) = \frac{U_{c0}U_0}{2}m(t).$



Рис. 8.8. Реалізація фільтра спостереження для синхронного амплітудного детектора

При демодуляції ОМ-сигналів для синхронізації керованого генератора завжди використовується пілот-сигнал, що є неповністю пригніченим носійним коливанням. Без пілот-сигналу детектування ОМ-сигналу неможливе. Демодуляцію ОМ-сигналів виконують згідно зі схемою, наведеною на рис. 8.9. Пілот-сигнал виділяється з модульованого сигналу s(t) смуговим фільтром (ФПС) і використовується ФАПЧ для формування опорного когерентного коливання для синхронного детектора. Смуговий фільтр необхідний для пригнічення пілот-сигналу у вхідному сигналі синхронного детектора.

Для демодуляції БМ-сигналів за схемою на рис. 8.9 замість СФ використовують режекторний фільтр (РФ).

Демодуляція ФМ сигналу

Звичайна схема ФАПЧ для приймання фазоманіпульованого сигналу непридатна, оскільки напруга керування змінює свій знак залежно від закону фазової модуляції.

Для відновлення фазоманіпульованого сигналу використовують схему Костаса-Петровича, наведену на рис. 8.10. Схема складається з синфазного та квадратурного каналів із опорними сигналами, які відрізняються за значенням фази на $\frac{\pi}{2}$. Фазові детектори перемножають вхідний сигнал $m(t)\cos(\omega_0 t + \omega_0 t)$



Рис. 8.9. Схема демодуляції ОМ та БМ-сигналів

 ϕ), $m(t) = \pm 1$ з опорними $\cos \omega_0 t$ і $\sin \omega_0 t$ відповідно для синфазного і квадратурного каналів. Для уникнення залежності сигналу керування генератором (КГ) від інформаційної послідовності m(t) сигнали з виходу ФНЧ1 і ФНЧ2 додатково перемножуються, в результаті отримаємо $m^2(t) \sin 2\phi$.

Відновлення сигналу виконує пристрій прийняття рішення (ППР). Моменти прийняття рішення задаються сигналом тактової синхронізації (СТС). У стаціонарному режимі, якщо похибка фази $\Delta \varphi \ll \pi$, вихідний сигнал ППР співпадатиме з переданим повідомленням m(t).



Рис. 8.10. Схема Костаса

Можливий випадок, коли фазова помилка 2φ дорівнює π , а не 0. У такому випадку на виході ППР буде відтворюватися протилежний символ. Для унеможливлення цього на практиці використовується відносна фазова маніпуляція (ВФМ). При ВФМ порівнюються значення двох двійкових символів, які необхідно передати. При цьому один із них передається зміною фази наступного символу, інший – збереженням фази. Один із двох можливих варіантів ВФМ такий: Перший переданий символ опорний, і його значення завжди відоме на приймальній стороні. Тоді, якщо наступний символ "1", – змінюємо фазу носійного сигналу, якщо наступний символ "0", – не змінюємо фазу. Відновлення виконується за правилом: якщо фаза не змінилася, тоді наступний символ "0", якщо фаза змінилася – наступний прийнятий символ "1". Приклад наведено у табл. 8.1.

Табл. 8.1.

Перетворення сигналу при відностій фазовій маніпуляції

m(t)	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
$\varphi(t)$	0	0	π	π	0	π	π	π	0	0
m'(t)	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0

При ВФМ помилка визначення фази одного символу призводить до неправильного відновлення двох послідовних символів на приймальній стороні.

Смуга пропускання канальних фільтрів вибирається з умови

$$\Delta f_{(\Phi \mathrm{H} \mathrm{Y} 1, \Phi \mathrm{H} \mathrm{Y} 2)} \ge \frac{1}{T},$$

де Т – тривалість передавання символа.

Фільтр у колі оберненого зв'язку виділяє повільнозмінну складову, тому його смуга пропускання повинна відповідати умові

$$\Delta f_{\Phi H \Psi} \ll \Delta f_{(\Phi H \Psi 1, \Phi H \Psi 2)}.$$

Схема Костаса також використовується

- для відновлення носійної частоти та демодуляції БМ. У цьому випадку демодульований сигнал отримується на виході ФНЧ1, а контур КГ, фазоповертач, ФД, ФНЧ1 виконує роль синхронного детектора;
- як слідкуючі фільтри у доплерівських вимірювачах швидкості, зокрема у супутникових радіонавігаційних системах.

Для уникнення впливу модуляції на відновлення носійного коливання при демодуляції ФМ-*M*-сигналів використовують піднесення сигналу до степеня

M (рис. 8.11). У результаті такої операції утворюється ряд гармонік носійного коливання, серед яких смуговим фільтром виділяється *M*-гармоніка, необхідна для роботи контура ФАПЧ. Частота сигналу генератора, поділена на *M*, буде опорним сигналом демодулятора (Д).



Рис. 8.11. Схема демодуляції ФМ-М-сигналів

Тактова синхронізація

Завданням системи тактової синхронізації (СТС) є формування тактових імпульсів, які необхідні для узгодження в часі роботи цифрових схем обробки сигналів. Приймач повинен "знати", коли починається і закінчується переданий символ. Якщо інтервал задати неправильно, то помилка приймання може стати недопустимо великою. Наприклад, у фільтраційних приймачах для відновлення інформації використовують узгоджені фільтри (УФ), для яких з метою максимізації відношення сигнал/шум необхідно запам'ятовувати вихідний сигнал у момент його максимального значення (рис. 8.12, а). Затримка сигналу між передавачем і приймачем τ , як правило, невідома і може змінюватися з часом, тому момент взяття відліку на виході УФ визначається на основі прийнятого сигналу. У приймачах кореляційного типу для правильного визначення енергії сигналу необхідно задати інтервал інтегрування символу $[t_1, t_2]$, вчасно подати опорний сигнал на корелятор (K) та взяти відлік для прийняття рішення про переданий символ (рис. 8.12, b). Тут СТС необхідна для забезпечення управління роботою генератора опорних сигналів (ГОС), пристрою прийняття рішення (ППР) та корелятора.



Рис. 8.12. Оброблення сигналу: *a* – фільтраційним приймачем; *b* – кореляційним приймачем

Розглянемо схему символьної синхронізації з відновленням фронтів, наведену на рис. 8.13. У схемі використовується властивість цифрового сигналу змінювати знак на виході узгодженого фільтра (або корелятора) при зміні знаку (символу) цифрового сигналу. Система відновлення фронтів (СВФ) складається з обмежувача (О), диференціатора, випрямляча та смугового фільтра (СФ). За допомогою обмежувача із сигналу узгодженого фільтра (УФ) формується послідовність прямокутних імпульсів $s_i(t - \tau)$. Диференціатор виділяє передній і задній фронти сигналу $s_i(t - \tau)$, з яких випрямляч формує послідовність однополярних коротких імпульсів з тактовою частотою $\omega_{\rm T}$. Смуговий фільтр виділяє гармонічну складову тактової частоти $s(t) = \cos(\omega_{\rm T}(t-\tau))$, яка також містить інформацію про затримку τ . Приклад перетворення сигналу у процесі відновлення фронтів наведено на рис. 8.14.



Рис. 8.13. Символьна синхронізація з відновленням фронтів

Отриманий гармонічний сигнал використовуєтся для синхронізації тактового генератора (ТГ) за допомогою ФАПЧ. Додаткова затримка тактового сигналу на $\frac{T}{2}$ компенсує зсув, що виник внаслідок роботи схеми відновлення фронтів. На фазовий дискримінатор (ФД) подається не послідовність імпульсів ТГ, а гармонічний сигнал, виділений з тактового за допомогою смугового



Рис. 8.14. Перетворення сигналів схемою відновлення фронтів

фільтра.

Якщо цифровий сигнал тривалий час не змінює знак, тобто має довгі послідовності однакових символів, то стає неможливим виділення фронтів імпульсів. Це призведе до зменшення амплітуди синхронізуючого сигналу s(t), і з часом синхронізація може перерватися, що унеможливить відновлення інформації. Для уникнення такого явища у цифрових системах передавання використовують спеціальні методи формування цифрового сигналу, наприклад, застосовують псевдовипадкові послідовності.

Використання ФАПЧ у фазових РНС

Фазові радіонавігаційні системи (ФРНС) використовуються для визначення місцеположення об'єктів у просторі на основі сигналів наземних станцій (радіомаяків).

Структурна схема ФРНС, що визначає координати рухомого об'єкта (наприклад, літака, корабля, ракети та ін.), наведена на рис. 8.15. На вхід приймача надходять сигнали від трьох наземних станцій (радіомаяків), що працюють у режимі часового розділення (всі станції випромінюють коливання однієї частоти у різні інтервали часу). Одна зі станцій (ведуча) синхронізує інші (ведені) станції так, щоб початкові фази сигналів усіх випромінюючих станцій були однакові. Приймач являє собою селективний підсилювач



Рис. 8.15. Схема бортового приймача ФРНС

(СП), налаштований на частоту сигналів. Розділення сигналів проводиться за допомогою ключів (Кл), керованих системою часової синхронізації (С). Для стеження за фазою кожного сигналу використовується своя система ФА-ПЧ. Цифровий фазометр (ЦФМ) вимірює фазові зсуви сигналів двох ведених станцій відносно сигналу ведучої станції і перетворює їх у цифрові коди, що вводяться в мікроЕОМ. Остання розв'язує навігаційні рівняння на основі виміряних радіонавігаційних параметрів, відомих координат наземних станцій, параметрів руху об'єкта (швидкості, висоти) та інших даних, у результаті чого видає інформацію про координати об'єкта (довготу, широту) на пристрій відображення інформації (ПВІ).

Використання ФАПЧ у фазовому пеленгаторі



Рис. 8.16. Приклад застосування систем ФАПЧ в фазовому пеленгаторі У фазовому пеленгаторі (рис. 8.16) прийнятий сигнал надходить на дві рознесені ненаправлені антени. У кожному каналі використовується окремий приймач (Пр1 і Пр2) із загальним гетеродином і своя система ФАПЧ, яка відстежує фазу прийнятого сигналу. Завдяки тому, що відстані від радіомаяка до кожної антени неоднакові, фазові зсуви сигналів у загальному випадку відрізняються. Рівність має місце при прийманні з напряму, перпендикулярного до бази, тобто до лінії, що з'єднує обидві антени. Відносний фазовий зсув сигналів, однозначно пов'язаний з вимірюваною кутовою координатою, яку називають пеленгом, вимірюється цифровим фазометром (ЦФМ), перетворюється в цифровий код і перераховується за допомогою ЕОМ в пеленг.

8.4. Системи автоматичного регулювання підсилення

Завдання систем автоматичного регулювання підсилення (АРП) полягає у стабілізації рівня сигналу на виході приймача при коливаннях рівня вхідного сигналу, що можуть досягати значень до 100 дБ. Такі коливання найчастіше зумовлені змінами відстані між передавачем і приймачем та умов поширення радіохвиль. Необхідність застосування системи АРП зумовлена тим, що за її відсутності кінцеві каскади приймача можуть перевантажуватися, що призведе до нелінійних спотворень сигналу. Наприклад, у системах стеження зміна рівня сигналу призводить до зміни крутизни та форми дискримінаційної характеристики, внаслідок чого погіршуються показники якості системи.

Розглянемо класифікацію систем АРП.

За принципом дії системи АРП поділяються на:

- системи з оберненим зв'язком;
- системи з прямим зв'язком;
- комбіновані системи;
- безшумні системи.

Системи з оберненим зв'язком (рис. 8.17, *a*) забезпечують високу якість регулювання, проте можуть бути нестійкими.

Для систем із прямим зв'язком (рис. 8.17, *b*) характерна абсолютна стійкість, близька до ідеальної амплітудна характеристика. Недоліком таких схем є нездатність компенсувати дестабілізуючі фактори, наприклад, вплив зміни температури і напруги джерела живлення.

Комбіновані системи об'єднують переваги систем зі зворотним і прямим

зв'язками (рис. 8.17 с).

У безшумних системах (системах із затримкою) (рис. 8.17, d) усувається такий недолік попередніх схем: при зменшенні рівня сигналу на вході коефіцієнт посилення збільшується, що призводить до значного посилення шумів. У безшумних системах керуючий сигнал $u_p(t)$ порівнюється з напругою зміщення u_{3M2} , і якщо $u_p(t) < u_{3M2}$, тоді виробляється напруга, яка вимикає другий підсилювач. Затримка в роботі АРП забезпечується тим, що на діод амплітудного детектора подається зсув u_{3M} , що замикає діод, доти, поки рівень сигналу u_{BMX} не перевищує це зміщення, тобто на час, коли рівень вхідного сигналу не перевищує граничного значення u_{BX} min.



Рис. 8.17. Структурні схеми систем АРП: *a* – схема з оберненим зв'язком; *b* – схема з прямим зв'язком; *c* – комбінована система; *d* – безшумна система

За кількістю контурів регулювання системи АРП поділяють на одноконтурні та багатоконтурні.

За способом зміни підсилення у системах АРП можлива

- зміна крутизни характеристики підсилювального приладу;
- зміна коефіцієнта передачі атенюатора;
- шунтування навантаження.
- За видом сигналу управління розрізняють аналогові та цифрові

системи АРП.

Розглянемо найпростішу однопетльову систему АРП з керуванням по неузгодженості (рис. 8.17, *a*). Вхідний сигнал надходить на підсилювач з регульованим коефіцієнтом підсилення. Це може бути підсилювач високої частоти, перші каскади підсилювача проміжної частоти та ін. Вихідний сигнал керованого підсилювача $u_{\text{вих}}(t)$ детектується амплітудним детектором (Д), фільтрується від шумів і сигналів завад за допомогою ФНЧ. Так формується напруга регулювання $u_p(t)$, яка далі подається на вхід підсилювача та змінює його коефіцієнт підсилення. При збільшенні рівня вихідного сигналу зростає напруга регулювання, що призводить до зменшення підсилення, і навпаки: при зменшенні рівня сигналу $u_{\text{вх}}(t)$ напруга $u_p(t)$ зменшується, а коефіцієнт підсилення зростає. Так досягається стабілізація рівня вихідного сигналу при зміні рівня вхідного сигналу. У реальних системах така стабілізація здійснюється неідеально, що проявляється у коливанні рівня вихідного сигналу на кілька децибел.

На рис. 8.18 зображені амплітудні характеристики підсилювачів: крива 1 відповідає ідеальному лінійному підсилювачу, крива 2 – реальному підсилювачу без АРП, крива 3 – підсилювачу з АРП із затримкою (безшумна система), крива 4 – підсилювачу з АРП. Перевагою системи АРП із затримкою є відсутність зниження підсилення в режимі слабкого сигналу, яке має місце при звичайному АРП, а також стабільний рівень вихідного сигналу.



Рис. 8.18. Амплітудні характеристики підсилювачів

У практичних схемах для підвищення глибини регулювання АРП в коло зворотного зв'язку включають підсилювач постійного струму.

Фільтр нижніх частот призначений для відфільтровування шумової складової напруги $u_{\rm d}(t)$, яка швидко змінюється в часі, і має широкий спектр. Крім того, ФНЧ не повинен пропускати складових сигналу з частотами модуляції, тобто його частота зрізу повинна бути меншою за найнижчу частоту в спектрі модулюючого сигналу. В іншому випадку підсилення AMсигналу буде супроводжуватися придушенням амплітудної модуляції (зменшенням глибини модуляції). Пояснюється це тим, що, крім постійної складової, що пропорційна до рівня вихідного сигналу, напруга регулювання містить низькочастотне модулююче коливання, що пройшло через ФНЧ. Унаслідок від'ємного зворотного зв'язку (якщо знехтувати фазовим зсувом, внесеним ФНЧ) підсилювач працює як амплітудний модулятор, напруга керування якого протифазна модулюючому коливанню. Це призводить до зменшення глибини модуляції АМ-сигналу на виході підсилювача в порівнянні з вхідним сигналом.

Знайдемо математичну модель системи АРП. Вважатимемо, що підсилювач і детектор безінерційні, тобто такі, що не вносять затримку по фазі між вхідним і вихідним сигналом. Для лінійного підсилювача амплітудна характеристика має вигляд

$$U_{\rm BMX}(t) = k_p U_{\rm BX}(t). \tag{8.13}$$

Регулювальна характеристика підсилювача в лінійному наближенні при малих значеннях $U_p \approx 0$ може бути описана виразом

$$k(U_p) = k_0 - k_p U_p, (8.14)$$

де $k_p = \frac{dk(U_p)}{U_p} |_{U_p=0}$ – крутизна регулювальної характеристики; $k_0 = k(0)$ – коефіцієнт підсилення при розімкненому колі зворотного зв'язку.

При лінійному детектуванні характеристику АД можна апроксимувати:

$$U_{\rm d} = \begin{cases} k_{\rm d} (U_{\rm BMX} - U_{\rm 3M}), U_{\rm BMX} \ge U_{\rm 3M}, \\ 0, U_{\rm BMX} < U_{\rm 3M}, \end{cases}$$
(8.15)

де $k_{\rm A} = \frac{dU_{\rm A}}{U_{\rm BHX}} |_{U_{\rm BHX}} - крутизна характеристики (коефіцієнт передачі) детектора.$

Регулювальна напруга $U_p(t)$ пов'язана з вихідною напругою детектора

диференціальним рівнянням в операторній формі

$$U_p(t) = K_{\Phi}(p)U_{\mathfrak{A}}(t).$$
 (8.16)

Об'єднавши рівняння (8.13 - 8.16), отримаємо загальне рівняння системи АРП для режиму сильного сигналу, коли $U_{\rm Bux} \geq U_{\rm 3M}$, –

$$U_{\text{BMX}}(t) = [k_0 + k_p k_{\text{A}} (U_{\text{3M}} - U_{\text{BMX}}) K_{\Phi}(p)] U_{\text{BX}}(t).$$
(8.17)

Відповідно до рівняння (8.17) можна скласти структурну схему системи АРП. Залежно від того, що вважати впливом – напругу зміщення U_{3M} чи амплітуду вхідного сигналу $U_{BX}(t)$, отримаємо або систему стабілізації, або систему стеження. З точки зору математичного опису це несуттєво, оскільки методи аналізу систем стабілізації і систем стеження загальні.



Рис. 8.19. Структурна схема системи АРП в режимі стеження

На рис. 8.19 наведена структурна схема системи АРП як системи стабілізації. Схема описує лінійну нестаціонарну систему, нестаціонарність якої зумовлена наявністю ланки зі змінним коефіцієнтом передачі $U_{\rm BX}(t)$. У стаціонарному режимі, коли $U_{\rm BX}(t) = const$, система описується лінійним диференціальним рівнянням із постійними коефіцієнтами, яке може використовуватися при аналізі стійкості.

8.5. Часові автоселектори

Часові автоселектори, або системи стеження за затримкою (ССЗ), призначені для відстеження часу затримки прийнятого сигналу. Вони широко використовуються у радіолокації, радіонавігації, радіоуправлінні для стеження за віддаллю до об'єкта, а також в радіозв'язку та телебаченні як системи часової синхронізації.

Принцип дії таких систем розглянемо на прикладі некогерентної імпульсної РЛС стеження.



Рис. 8.20. Принцип роботи РЛС

Зондувальний сигнал являє собою пачку радіоімпульсів заданої форми (наприклад, періодичну послідовність прямокутних радіоімпульсів) з постійною або змінною за відомим законом частотою заповнення і випадковою від імпульсу до імпульсу початковою фазою. Відбитий від цілі сигнал надходить у приймач РЛС, де підсилюється, фільтрується від завад і детектується. На виході приймача формується послідовність відеоімпульсів, затриманих щодо зондувальних імпульсів на час $\tau = \frac{2D}{c}$, який визначається дальністю D до цілі (c – швидкість поширення радіохвиль, яка дорівнює швидкості світла). Якщо ціль рухається, то затримка τ змінюється від імпульсу до імпульсу. Для вимірювання часу τ та пов'язаної з ним дальності D використовується слідкуючий вимірювач, який відстежує змінну затримку τ . Кажуть, що в такій системі здійснюється автоматичний супровід по дальності.

Функціональна схема часового автоселектора наведена на рис. 8.21. Послідовність відеоімпульсів із виходу приймача $U_c(t-\tau)$ надходить на часовий дискримінатор (ЧД), де порівнюється за значенням затримки з двома опорними прямокутними імпульсами $U_c(t - \hat{\tau} + \frac{\tau_i}{2})$ і $U_c(t - \hat{\tau} - \frac{\tau_i}{2})$, які зміщені в часі між собою на тривалість імпульсу τ_i . Формуються опорні імпульси генератором імпульсів синхронізації (ГІС), який керується схемою керування затримкою (СКЗ).

Вимірювання дальності здійснюється шляхом вимірювання часу затримки опорних імпульсів щодо синхроімпульсу, що визначає момент випроміню-



Рис. 8.21. Система стеження за затримкою сигналу

вання сигналу. ФНЧ послаблює дію завад і формує керувальну напругу, яка компенсує початкову часову неузгодженість, а також помилку, зумовлену рухом цілі. В режимі стеження при $\Delta \tau \rightarrow 0$ напруга на виході дискримінатора відсутня, тому для підтримки постійної напруги керування для СКЗ фільтр (ФНЧ) обов'язково містить інтегрувальні ланки, для запам'ятовування значення напруги керування. В іншому випадку напруга керування дорівнюватиме нулю, і автосупровід цілі унеможливлюється.

Вихідна напруга дискримінатора U(t) залежить від величини і знака часової неузгодженості $\Delta \tau = \tau - \hat{\tau}$. Низькочастотна повільнозмінна складова U(t) використовується для управління СКЗ, де здійснюється затримка опорного імпульсу $U_{\rm on}(t)$ на величину $\hat{\tau}$. Опорний імпульс $U_{\rm on}(t)$ надходить від пристрою пошуку сигналу.

Схема часового дискримінатора наведена на рис. 8.22. Дискримінатор складається із двох ідентичних каналів, у кожному з яких містяться часовий селектор (ключ) та інтегратор зі скиданням. На виходах інтеграторів будуть напруги, що дорівнюють значенням кореляційних функцій між вхідним $U_c(t-\tau)$ та опорними $U_c(t-\hat{\tau}+\frac{\tau_i}{2})$ і $U_c(t-\hat{\tau}-\frac{\tau_i}{2})$ сигналами. Вихідна напруга дискримінатора формується як різниця сигналів на виходах інтеграторів.



Рис. 8.22. Структурна схема часового дискримінатора

Автокореляційні функції (АКФ) опорних імпульсів наведено на рис. 8.23, *a* і *b*. Дискримінаційна характеристика отримується відніманням АКФ затриманого $U_c(t - \hat{\tau} + \frac{\tau_i}{2})$ та випереджаючого $U_c(t - \hat{\tau} - \frac{\tau_i}{2})$ імпульсів. Вигляд дискримінаційної характеристики $U(\Delta \tau)$ для прямокутного опорного імпульсу зображено на рис. 8.23, *c*.



Рис. 8.23. Дискримінаційна характеристика часового дискримінатора

Якщо $\Delta \tau \leq \frac{3\tau_i}{2}$, тоді на виході дискримінатора формується напруга, яка за допомогою системи керування затримкою зміщує опорні імпульси так, щоб зменшити розузгодження $\Delta \tau$ до нуля. Знак напруги $U(\Delta \tau)$ визначає зміщення селекторних імпульсів у сторону випередження або запізнення.

Часові діаграми, що пояснюють роботу дискримінатора, наведено на рис. 8.24. Сигнал на виході кожного каналу являє собою послідовність імпульсів, тривалість яких визначається знаком і величиною розузгодження $\Delta \tau$. Інтегратори формують постійну напругу, пропорційну тривалості імпульсів ЧС. Скидання інтеграторів проводиться по передньому фронту опорних імпульсів для кожного каналу. Оскільки інтегратори зберігають сигнал протягом періоду повторення імпульсів, зміна затримки сигналу через рух цілі буде відстежуватися системою безпомилково.

Приклад електричної схеми аналогового часового перетворювача системи автосупроводу цілі імпульсного радіолокатора наведено на рис. 8.25. Імпульс цілі поступає на два логічних помножувача $\&_1$ та $\&_2$. Якщо імпульс цілі $s_{\mathfrak{q}}(t)$ збігається із раннім $s_{\mathfrak{p}}(t)$ та пізнім $s_{\mathfrak{n}}(t)$ імпульсами стеження, на виході логічних елементів будуть відмінні від нуля сигнали (рис. 8.26). Тривалість сигналів на виході $\&_1$ дорівнює $t_{\mathfrak{n}}$, а на виході $\&_2 - t_{\mathfrak{p}}$. Ранній імпульс на виході інтегратора збільшує вихідну напругу на $\frac{E}{RC}t_{\mathfrak{p}}$, а пізній – зменшує цю напругу на $\frac{E}{RC}t_{\mathfrak{n}}$.

Сигнал на виході часового перетворювача після k+1-го вхідного імпульсу







Рис. 8.25. Аналоговий часовий перетворювач



Рис. 8.26. Часові діаграми сигналів АЧП

цілі буде

$$u[(k+1)T_{\rm n}] = u[kT_{\rm n}] + \frac{E}{RC}t_{\rm p}[(k+1)T_{\rm n}] - \frac{E}{RC}t_{\rm n}[(k+1)T_{\rm n}], \qquad (8.18)$$

де $u[kT_{\Pi}]$ – напруга на виході до надходження k + 1-го імпульсу цілі; T_{Π} – період повторення імпульсів цілі.

Зміна сигналу на виході

$$\Delta u[(k+1)T_{\rm II}] = \frac{E}{RC}(t_{\rm p} - t_{\rm II}).$$
(8.19)

У разі, якщо тривалість імпульсу цілі та імпульсів стеження однакова і дорівнює τ , статична характеристика часового дискримінатора на основі часового перетворювача збігається із наведеною на рис. 8.23, *с*.

Системи стеження за затримкою ПВП

У РНС та РЛС точного визначення віддалі часто застосовують псевдовипадкові послідовності. Як правило, переданий сигнал являє собою носійне коливання, фаза якого може приймати два значення, 0 або π , і задається ПВП. Такий спосіб модуляції називається фазовою маніпуляцією (ФМ). У приймачах ФМ-сигналів необхідно встановити і компенсувати невідому затримку між переданою і прийнятою послідовностями.

Система стеження за затримкою ПВП містить генератор псевдовипадкової послідовності, ідентичний генератору передавача, який формує дві послідовності, -S і +S, затримані між собою на період одного символу τ_0 (рис. 8.27). Сигнали -S і +S є опорними для часового дискримінатора. На вхід системи стеження за затримкою, як правило, подається сигнал з виходу підсилювача проміжної частоти приймача $U_c(t - \tau)$.



Рис. 8.27. Система стеження за затримкою ПВП

Часовий дискримінатор складається з двох каналів, кожен із яких мі-

стить помножувач, смуговий фільтр (СФ) та амплітудний детектор (АД) (рис. 8.28). Затримана -S та випереджаюча +S копії ПВП перемножуються з вхідним сигналом $U_c(t - \tau)$. Смуга пропускання СФ налаштована на коливання проміжної частоти і вибирається набагато меншою, ніж ширина спектра вхідного сигналу. Це дає змогу підняти відношення сигнал/шум на вході АД порівняно із входом ЧД.



Рис. 8.28. Структурна схема часового дискримінатора системи стеження за затримкою ПВП

У режимі пошуку коло ФНЧ-КТГ розривається, а ГПВП керується пилоподібною напругою з ГПН. Завданням ГПН є зміщення ПВП у такий спосіб, щоб зменшити часову невизначеність до значення $\pm \frac{\tau_0}{2}$, коли відбувається захоплення сигналу. Після захоплення система переходить у режим стеження. Часова затримка τ знаходиться як часовий зсув між послідовністю S_0 та переданою ПВП.

Знайдемо структурну схему часового автоселектора. Нехай $\Delta \tau$ – розузгодження в часі між прийнятим сигналом і селекторними імпульсами

$$\Delta \tau = \tau - \hat{\tau}. \tag{8.20}$$

Вихідна напруга дискримінатора залежить від $\Delta \tau$

$$u_{\mathfrak{I}}(t) = u(\Delta \tau) + n(t), \qquad (8.21)$$

де n(t) – шумова складова.

Форма дискримінаційної характеристики $u(\Delta \tau)$ залежить від виду сигна-

лу. При малих відхиленнях
 $\Delta\tau$

$$u(\Delta \tau) \cong k_{\mathrm{d}} \Delta \tau, \ u_{\mathrm{d}}(t) = k_{\mathrm{d}} \Delta \tau + n(t).$$
(8.22)

Для сигналів прямокутної форми останній вираз справедливий, якщо $|\Delta \tau| \leq \frac{\tau_0}{2}$.

Залежність між напругою керування і вихідним сигналом дискримінатора

$$u_{\kappa}(t) = K_{\Phi}(p)u_{\pi}(t), \qquad (8.23)$$

де $K_{\Phi}(p)$ – передавальна функція ФНЧ.

Регулювальна характеристика в лінійному наближенні

$$\hat{\tau}(t) = k_{\rm p} u_{\rm \kappa} + \hat{\tau}_0, \qquad (8.24)$$

де $\hat{\tau}_0$ – затримка при розімкненому колі оберненого зв'язку; $k_p = \frac{d\hat{\tau}}{du_\kappa}\Big|_{u_\kappa=0}$ – крутизна регулювальної характеристики.

Модель системи стеження за затримкою отримується на основі (8.20-8.24):

$$\Delta \tau = \tau - \hat{\tau} = \tau + \hat{\tau}_0 - k_p K_{\Phi}(p) (k_{\mu} \Delta \tau + n(t)) =$$
$$= \tau' - k_p K_{\Phi}(p) (k_{\mu} \Delta \tau + n(t)), \qquad (8.25)$$

де $\tau' = \tau + \hat{\tau}_0.$

Структурна схема ССЗ, що відповідає (8.25), наведена на рис. 8.29.



Рис. 8.29. Структурна схема системи стеження за затримкою

8.6. Кутомірні системи стеження

Кутомірні системи стеження (системи автосупроводу за напрямом) призначені для автоматичного визначення напряму на джерело радіосигналу і широко застосовуються в РЛС і РНС для автоматичного супроводу за напрямком, радіозв'язку для наведення приймальних антен, у радіоуправлінні для наведення снарядів і ракет на цілі.

Розглянемо приклад амплітудного сумарно-різницевого пеленгатора для розв'язання задачі пеленгування на площині (рис. 8.30). Антенна система формує дві діаграми спрямованості, які частково перекриваються (рис. 8.31, а). У схемі застосовується рівносигнальний метод пеленгування, тому напряму на джерело сигналу відповідає таке положення антени, за якого з обох діаграм приймається однаковий за потужністю сигнал. На виході хвилевідного моста (XM) отримується сумарний $u_{\text{сум}}(t)$ та різницевий $u_{\text{різн}}(t)$ сигнали, які у відповідних каналах приймача переносяться на проміжну частоту, підсилюються і подаються на фазовий детектор (ФД). Сигнал $u_{\text{сум пр}}(t)$ опорний для ФД. На виході ФД отримаємо постійну напругу, яка буде пропорційна до різницевого сигналу $u_{\text{різн пр}}(t)$, а її полярність визначатиме знак відхилення відносно рівносигнального напряму. Увесь тракт від виходу антени до виходу $\Phi \square$ відіграє роль кутового дискримінатора. Сигнал $u_{\Phi \square}(t)$ підсилюється та подається на систему управління антеною (СУА), яка коригує параметри руху антени за допомогою редуктора. Фізично СУА є двигуном, який обертає антенну систему.

Пеленгатор працює в режимі стеження (супроводу), якщо початкове кутове розлаштування знаходиться в межах смуги захоплення $\pm \theta_0$. Якщо початкове розлаштування більше ($|\Delta \alpha| > \theta_0$) або якщо стався зрив режиму стеження, тоді необхідно виконати попередній пошук за напрямом.

Система автоматичного регулювання підсилення (АРП) зменшує залежність дискримінаційної характеристики пеленгатора від амплітуди прийнятих сигналів.

Нехай $\alpha_{\rm II}$ – справжній азимут цілі (пеленг відносно напряму на північ), а



Рис. 8.30. Структурна схема сумарно-різницевого пеленгатора

 $\hat{\alpha}_{\mathbf{u}}$ – оцінка азимуту. Тоді похибка оцінки напряму

$$\Delta \alpha = \alpha_{\rm II} - \hat{\alpha}_{\rm II}. \tag{8.26}$$

З метою спрощення вважатимемо, що кутовий дискримінатор безінерційний, а ФД виконує перемноження сигналів. Тоді сигнал на вході СУА

$$U_{\rm KJ} = k_{\rm II}(U(\Delta\alpha) + n(t,\alpha)), \tag{8.27}$$

де $k_{\rm m}$ – коефіцієнт підсилення підсилювача; $U(\Delta \alpha)$ – дискримінаційна характеристика (рис. 8.31, b); $n(t, \Delta \alpha)$ – шумова складова, що залежить від внутрішніх шумів приймача, зовнішніх завад та кута $\Delta \alpha$.

На виході дискримінатора сигнал пропорційний добутку сумарного та різницевого сигналів приймача

$$U(\Delta \alpha) = k' U_{\text{сум пр}}(t) U_{\text{різн пр}}(t), \qquad (8.28)$$

де k' – коефіцієнт пропорційності.

Якщо припустити, що АРП забезпечує ідеальну стабілізацію, тоді $U_{\text{сум пр}}(t) = U_0 = const.$ Приймачі в обох каналах ідентичні й керовані одним



Рис. 8.31. Характеристики сумарно-різницевого пеленгатора: *а* – діаграми спрямованості антенної системи; *b* – дискримінаційна характеристика кутомірної системи стеження

гетеродином, тому

$$U_{\text{сум пр}}(\Delta \alpha) = k(\theta_1(\Delta \alpha) + \theta_2(\Delta \alpha)) = U_0,$$

$$U_{\text{різн пр}}(\Delta \alpha) = k(\theta_2(\Delta \alpha) - \theta_1(\Delta \alpha)),$$
(8.29)

де $\theta_1(\Delta \alpha), \theta_2(\Delta \alpha)$ – парціальні діаграми спрямованості антенної системи; k – коефіцієнт підсилення сигналу на шляху вихід антени – вхід ФД.

Із врахуванням (8.29) дискримінаційну характеристику можна подати як

$$U(\Delta \alpha) = k' U_0^2 \frac{\theta_2(\Delta \alpha) - \theta_1(\Delta \alpha)}{\theta_1(\Delta \alpha) + \theta_2(\Delta \alpha)}.$$
(8.30)

Із (8.30) випливає, що вихідний сигнал кутового дискримінатора визначається властивостями антени, зокрема величиною рознесення парціальних діаграм спрямованості 2d, і кутом $\Delta \alpha$. У режимі стеження при малих $\Delta \alpha$ дискримінаційну характеристику можна апроксимувати лінійною залежністю

$$U(\Delta \alpha) = k_{\rm g} \Delta \alpha, \tag{8.31}$$

де $k_{\rm d}$ – крутизна дискримінаційної характеристики ФД.

СУА (двигун) є інерційною ланкою першого порядку, що описується операторним рівнянням

$$\Omega(t) = K(p)U_{\rm KZ},\tag{8.32}$$

де $\Omega(t)$ – кутова швидкість обертання двигуна; $K(p) = \frac{k_{\rm дв}}{1+T_{\rm дв}p}$ – передавальна функція інерційної ланки; $k_{\rm дв}$ – коефіцієнт передавання; $T_{\rm дв}$ – постійна часу, що враховує інерційні властивості двигуна та антенної системи.

Редуктор є інтегрувальною ланкою, що фізично виконує перетворення поворотів двигуна у кутове положення антени. Зв'язок між кутовою швидкістю $\Omega(t)$ і оцінкою напряму антени $\hat{\alpha}_{\mu}$ такий:

$$\hat{\alpha}_{\rm II} = \frac{k_p}{p} \Omega(t), \tag{8.33}$$

де k_p – коефіцієнт передавання редуктора.

На основі (8.26, 8.26, 8.31-8.33) отримаємо лінеаризовану математичну модель системи стеження за напрямом

$$\hat{\alpha}_{\mathrm{II}} = \frac{k_{\mathrm{II}}k_p k_{\mathrm{AB}}}{p(1+T_{\mathrm{AB}}p)} (k_{\mathrm{A}}\Delta\alpha + n(t,\alpha)).$$
(8.34)

Структурна схема кутомірної системи стеження зводиться до загального вигляду систем стеження (рис. 8.32). Лінійна модель (8.34) може бути використана для визначення запасу стійкості, швидкодії, перерегулювання, точності та інших показників якості системи.



Рис. 8.32. Структурна схема кутомірної системи стеження

На точність роботи кутомірної системи стеження впливає ряд збурювальних дій, основними з яких є: флуктуація відбитого від цілі радіолокаційного сигналу, кутовий шум, шум вхідних каскадів приймача. На структурній схемі (рис. 8.32) цей вплив враховується як $n(\Delta \alpha, t)$.

Запитання та завдання для самоперевірки

1. Де застосовуються системи частотного автопідлаштування частоти?

2. Поясніть принцип роботи системи ЧАПЧ.

- Наведіть типову дискримінаційну характеристику частотного дискримінатора.
- 4. Наведіть структурну схему системи ЧАПЧ.
- 5. Де застосовуються системи фазового автопідлаштування частоти?
- 6. Поясніть принцип роботи системи ФАПЧ.
- Наведіть типову дискримінаційну характеристику фазового дискримінатора.
- 8. Наведіть структурну схему системи ФАПЧ.
- 9. Дайте визначення смуги захоплення, смуги утримання. Як пов'язані смуга захоплення та утримання?
- 10. Чому ФАПЧ є астатичною системою?
- 11. У чому відмінність систем ФАПЧ і ЧАПЧ?
- 12. Нарисуйте функціональну схему синтезатора частоти зі змінним коефіцієнтом поділу. Поясніть принцип роботи синтезатора та системи ФАПЧ у ньому.
- 13. Нарисуйте функціональну схему та поясніть принцип роботи синхронного детектора.
- 14. Чому при відновленні сигналів односмугової та балансної модуляції з використанням синхронного детектора необхідно відновлювати носійне коливання?
- Нарисуйте функціональні схеми та поясніть принцип застосування синхронного детектора та системи ФАПЧ для детектування AM, БМ та ОМ-сигналів.
- 16. Нарисуйте функціональну схему та поясніть принцип роботи схеми Костаса.
- 17. Розкрийте суть принципу відносної фазової маніпуляції. Чим зумовлена необхідність її застосування?
- 18. Розкрийте призначення та області застосування систем АРП.
- 19. Наведіть класифікацію систем АРП за принципом дії. Наведіть функціональні схеми та поясніть принцип роботи.
- 20. У чому відмінність безшумної системи АРП від інших?
- 21. Для чого необхідний ФНЧ в АРП?
- 22. Яке призначення та області застосування систем стеження за затримною

сигналу?

- 23. Наведіть структурну схему та поясніть принцип роботи часового дискримінатора. Як утворюється дискримінація характеристика?
- 24. Поясніть принцип застосування ССЗ у системі автоматичного супроводу за віддаллю.
- 25. Як працює система стеження за затримкою ПВП?
- 26. Яке призначення кутомірних систем стеження?
- 27. Поясніть принцип роботи сумано-різницевого пеленгатора.
- 28. До яких ланок автоматики належать двигун та редуктор?

9. Електромеханічні елементи систем радіоавтоматики

9.1. Сельсини

У різних галузях промисловості, в системах автоматики і контролю часто виникає необхідність синхронного і синфазного обертання або повороту двох і більше осей, механічно не пов'язаних одина з іншою (наприклад, на РЛС – радіолокаційних системах з антеною, що обертається). Такі завдання виконуються за допомогою систем синхронного зв'язку.

Сельсин – це система зі з'єднаних електричних двигунів змінного струму, що самосинхронізуються. Сельсин-передачі працюють за принципом звичайної механічної передачі, тільки обертальний момент між валами передається не зубами шестерень, а магнітним потоком без безпосереднього контакту. Сельсини використовуються для вимірювання та дистанційного передавання механічного кута повороту за допомогою електричних сигналів між пристроями, не зв'язаними між собою механічними зв'язками. Приклади сельсинів наведено на рис. 9.1.



Рис. 9.1. Сельсини (зліва на право): МТ-5, АДТ-32ВМ, ДИ-423, ДИД1101

За призначенням сельсини поділяються на сельсин-давачі, сельсинприймачі та диференційні сельсини. Сельсини використовуються парами: сельсин-давач електрично з'єднується із сельсин-приймачем. Інколи один сельсин-давач може керувати кількома приймачами. Конструктивно сельсини виконуються у вигляді ротора та статора з обмотками змінного струму.

У залежності від способу живлення сельсини поділяються на трифазні та однофазні. У трифазних є трьохфазні обмотки збудження та синхронізації.

Однофазний сельсин має одну однофазну обмотку, інша – трифазна.

За конструктивним виконанням сельсини бувають контактні, у яких обмотка ротора з'єднана з зовнішнім колом за допомогою контактних кілець і щіток, та безконтактні, що не мають контактних елементів.

За режимами роботи розрізняють сельсини, що працюють в індикаторному або трансформаторному режимі, та диференційні сельсини.

Один із варіантів реалізації схеми однофазного сельсина наведено на рис. 9.2. Ротор має одну обмотку та виконується з явно вираженими полюсами. Статор утворює магнітопровід із неявно вираженими полюсами, на якому розміщені під кутом 120° одна до одної три обмотки, з'єднані зіркою. Іншими своїми кінцями котушки статорів у сельсин-давачі (СД) та сельсинприймачі (СП) з'єднуються трипровідною лінією.



Рис. 9.2. Сельсин-передача в індикаторному режимі

В індикаторному режимі відбувається дистанційне передавання кута. При цьому зовнішній навантажувальний момент на вал сельсин-приймача практично відсутній. Зазвичай вал сельсин-приймача повертає стрілку або його поворот перетворюється у показання на індикаторі вимірювального приладу.

Обмотки роторів з'єднуються паралельно та живляться від джерела змінної напруги u(t) (рис. 9.2). Якщо кути повороту відповідних обмоток сельсиндавача α_1 і сельсин-приймача α_2 по відношенню до осей полюсів однакові, а обмотки роторів у сельсинів увімкнені в одну мережу, тоді пульсуючі магнітні поля, створені обмотками збудження, наведуть у з'єднаних одна з одною обмотках синхронізації однакові і протилежно направлені електрорушійні сили, які компенсують одна одну. При цьому в статорних обмотках синхронізації не виникає струмів і електромагнітні моменти сельсинів дорівнюють нулю. Якщо повернути ротор сельсин-давача на деякий кут $\Delta \alpha$ відносно положення ротора сельсин-приймача, то відповідні фази у статорних обмотках сельсинів будуть в різних умовах по відношенню до магнітних полів, тому їх електрорушійні сили не будуть однаковими. Як наслідок в обмотках синхронізації виникнуть струми, які, взаємодіючи з магнітними полями ротота СП, створять обертальні моменти, під дією яких $\Delta \alpha$ зменшиться.

У трансформаторному режимі виходом сельсин-передачі є клеми роторної обмотки сельсин-приймача (рис. 9.3). У вихідному положенні ротори зміщені на 90° відносно один одного. При цьому індукована у роторі давача ЕРС дорівнює нулю. Якщо повернути ротор-давача, то на роторі приймача виникатиме ЕРС, пропорційна куту неузгодженості роторів:

$$E_{\rm np} = E_{max} \sin(\Delta \alpha). \tag{9.1}$$



Рис. 9.3. Сельсин-передача в трансформаторному режимі

Якщо ротор сельсин-приймача зафіксувати в деякому положенні, то за рівнем вихідної напруги можна визначати кут повороту ротора сельсин-давача. Після підсилення вихідна напруга використовується для управління великим навантаженням.

Принцип застосування сельсинів для задання кута повороту антени наведено на рис. 9.4. Необхідний напрям задається сельсин-давачем. Сигнал розузгодження сельсинів підсилюється та керує виконавчим двигуном. Двигун повертає вал навантаження і через механічний зворотний зв'язок вал ротора сельсин-приймача. Таким чином, коли ротори обох сельсинів приймуть однакове положення, сигнал неузгодження дорівнюватиме нулю і обертання навантаження припиниться. Така схема використовується, наприклад, коли необхідно забезпечити синхронне обертання антен двох або більше радіолокаторів. Крім того, ця схема використовується для забезпечення синхронного обертання пускових установок зенітних ракет, зенітних артилерійських снарядів та інших систем. Редуктор у системі необхідний для підвищення чутливості антени до зміни сигналу на роторі сельсин-приймача. Сельсин-приймач, електричний двигун та редуктор конструктивно виконуються як один блок. Блок кінцевих вимикачів (БКВ) відключає двигун, якщо кут повороту антени перевищує допустимі межі.



Рис. 9.4. Структура пристрою обертання антени

Диференційний сельсин застосовується у тих випадках, коли потрібно контролювати різницю кутів повороту двох осей, тобто їх неузгодженість. Два сельсин-давача встановлюють на валах, кути повороту яких порівнюються між собою. Трикотушковими обмотками ротори цих сельсинів з'єднані з трикотушковими обмотками статора і ротора третього диференційного сельсин-приймача (рис. 9.5). Кут повороту ротора диференціального сельсина дорівнює різниці кутів повороту сельсин-давачів.



Рис. 9.5. Диференційний сельсин

Сельсини забезпечують статичну кутову помилку не більше 2.5°. Основними електричними параметрами сельсинів є напруга збудження (десятки-сотні вольт), частота напруги збудження (50Гц, 400Гц та ін.), споживана потужність, струм.

9.2. Сервоприводи

Із розвитком цифрових технологій у радіоавтоматиці, робототехніці, промисловості та радіолюбительській практиці дедалі частіше застосовують виконавчі механізми на основі сервоприводів та крокових двигунів.

Сервопривід складається із синхронного двигуна, давача швидкості та положення, а також контролера (рис. 9.6). Структурна схема системи автоматичного регулювання на основі сервопривода наведена на рис. 9.7. Регулятор на основі сигналу неузгодження між заданим та поточним положеннями формує сигнал управління двигуном. Залежно від задачі може використовуватися пропорційний, пропорційно-інтегральний, пропорційно-інтегральнодиференційний регулятори. Випускаються також програмовані контролери, де можна самостійно задати необхідний закон регулювання. Двигун за допомогою редуктора забезпечує рух будь-якого механічного навантаження з великою точністю не тільки за швидкістю обертання, а й по куту повороту, який може бути витриманий до долей градуса. Давачами положення у сервоприводах можуть бути потенціометри, давачі на ефекті Холла, абсолютні та відносні енкодери різних типів і конструкцій та ін.



Рис. 9.6. Сервопривід Arduino: *a* – зовнішній вигляд; *b* – структура Кут повороту валу двигунів постійного струму у сервоприводах задається тривалістю імпульсного сигналу. Приклад часової діаграми сигналів наведено на рис. 9.8. Використовується модуляція ширини імпульсів із частотою повто-



Рис. 9.7. Сервопривід як система автоматичного регулювання

рення 50Гц (період 20 мс). Якщо тривалісь імпульсу становить 1 мс, 1.5 мс і 2 мс, то двигун повернеться на 0, 90 і 180 градусів, як зазначено на діаграмі. Ці імпульси подаються в схему керування сервоприводом, яка, у свою чергу, керує рухом двигуна. Варто зауважити, що вказана часова специфікація справедлива не для всіх сервоприводів.



Рис. 9.8. Часова діаграма сигналів управління сервоприводом

9.3. Крокові двигуни

Кроковий привід складається із синхронного крокового електричного двигуна та контролера. Останній забезпечує подачу імпульсів управління на обмотки двигуна та їх почергове включення відповідно до заданої програми. Кроковий двигун перетворює сигнали управління у переміщення валу на певний кут і забезпечує його фіксацію в заданому положенні. Кількість кроків таких електродвигунів становить від 100 до 400, з величиною кроку від $0.9 - 3.6^{\circ}$. Для одного повного обороту ротора потрібна певна постійна кількість імпульсів. Чим менший крок, тим більшу точність позиціонування може забезпечити кроковий двигун. Для роботи крокового двигуна не потрібний зворотний зв'язок, оскільки шляхом підрахунку імпульсів завжди можна дізнатися, на який кут повернувся вал двигуна і скільки оборотів він зробив.

Конструктивно кроковий двигун складається зі статора, на якому розміщені котушки збудження, і ротора з постійними магнітами. Така конструкція забезпечує фіксацію ротора після відпрацювання керуючої команди.

На статорі розташовано кілька обмоток. При подачі напруги на котушку статора під впливом магнітного поля ротор повертається на певний кут відповідно до просторового положення обмотки. При її знеструмленні і подаванні сигналу керування на іншу котушку ротор займає іншу позицію. Кожен поворот валу відповідає одному кроку. При зворотній послідовності подачі напруги на котушки ротор буде обертатися у протилежному напрямку.

Для повороту ротора на менший кут одночасно включаються 2 обмотки статора. Кількість кроків обмежена, і залежить від кількості полюсів статора електромотора. Задля більш плавного обертання ротора на котушки статора можуть подаватися різні за амплітудою струми, різниця яких визначає положення ротора. Такий спосіб керування уможливлює збільшення кількості кроків двигуна.

До недоліків крокових двигунів можна віднести досить низьку швидкість, пропуск кроків при високому (вище розрахункового) навантаженні на валу, зниження моменту при високій частоті обертання і великий час розгону.

Основна різниця між кроковим двигуном і сервоприводом полягає в наявності зворотного зв'язку за положенням, швидкістю та моментом на валу ротора.

Запитання та завдання для самоперевірки

- 1. Яке призначення сельсин-передачі?
- 2. Як працюють сельсин-передачі у індикаторному, трансформаторному та диференційному режимах?
- 3. Як використовуються сельсини для керування поворотом антени?
- 4. Опишіть принцип роботи сервопривода та крокового двинуна.

10. Нелінійні системи автоматики

Нелінійна система автоматики містить не менше одного нелінійного елемента. Нелінійними є основні елементи більшості реальних систем, зокрема дискримінаційні та регулювальні характеристики. Задачі вивчення нелінійних систем, як і лінійних, полягають у визначенні стійкості, статичних режимів, поведінки при різних початкових умовах та впливу шумів.

Завдяки наявності нелінійності система може мати нові, не притаманні лінійним системам властивості, зокрема стійкі періодичні автоколивання, залежність перехідних процесів від початкових умов, нові точки рівноваги, зрив режиму стеження.

Структурна схема нелінійної системи з одною нелінійністю наведена на рис. 10.1. Схема складається з нелінійного елемента (HE) та лінійної частини, що позначена еквівалентною ланкою з коефіцієнтом передавання $K_e(p)$.



Рис. 10.1. Структурна схема нелінійної системи автоматики

Як правило, нелінійні характеристики реальних елементів ідеалізують зручними для аналізу залежностями. Найчастіше використовують нелінійності типу "реле", "зона нечутливості", обмежувач, гістерезис та дискримінаційна, наведені на рис. 10.2.

Відомо ряд методів аналізу нелінійних систем:

Метод фазової площини полягає в аналізі траєкторій системи на площині $(x, \frac{dx}{dt})$. Метод застосовується для систем 1-2 порядку і уможливлює виявлення періодичних режимів та оцінку стійкості при довільних початкових умовах.

Метод кусково-лінійної апроксимації полягає у розбитті характеристики нелінійного елемента на декілька лінійних частин. У межах кожної частини система буде лінійною і може бути проаналізована відповідними методами.


Рис. 10.2. Ідеалізовані нелінійності систем автоматики: *a* – "реле"; *b* – "зона нечутливості"; *c* – обмежувач; *d* – гістерезис; *e* – дискримінаційна

Результати об'єднуються та робляться висновки про систему в цілому. Метод ефективний, якщо кількість лінійних частин невелика.

Метод гармонічної лінеаризації належить до наближених методів аналізу систем автоматики, і полягає у заміні нелінійного елемента лінійним еквівалентом.

Нехай на вході нелінійного кола діє періодичний сигнал

$$x(t) = a\sin\omega t,\tag{10.1}$$

то сигнал на виході цього кола теж буде періодичним. Розкладемо його в ряд Фур'є:

$$y(t) = F(a\sin\omega t) = q_1(a)a\sin\omega t + q_2(a)a\cos\omega t + y_{\text{вищ.пор.}}(t), \qquad (10.2)$$

де $y_{\text{вищ.пор.}}(t)$ – доданок, що враховує складові другої і вищих гармонік; $q_1(a)$, $q_2(a)$ – залежні від амплітуди коефіцієнти ряду.

Вважатимемо нелінійну характеристику симетричною відносно початку координат (описується непарною функцією). За такої умови постійна скла-

дова на виході буде відсутня. Тоді

$$q_1(a) = \frac{1}{a\pi} \int_0^{2\pi} F(x) \sin \omega t d\omega t, \qquad (10.3)$$

$$q_2(a) = \frac{1}{a\pi} \int_0^{2\pi} F(x) \cos \omega t d\omega t.$$
(10.4)

Застосувавши до лівої і правої частин виразу (10.2) неперервне перетворення Лапласа при нульових початкових умовах з врахуванням, що

$$\cos\omega t \Longleftrightarrow \frac{p}{p^2 + \omega^2},\tag{10.5}$$

$$\sin \omega t \Longleftrightarrow \frac{\omega}{p^2 + \omega^2},\tag{10.6}$$

$$a\cos\omega t \iff \frac{X(p)p}{\omega},$$
 (10.7)

отримаємо рівняння гармонічної лінеаризації:

$$Y(p) = \left(q_1(a) + q_2(a)\frac{p}{\omega}\right) X(p),$$
 (10.8)

де $q_1(a), q_2(a)$ – коефіцієнти гармонічної лінеаризації.

Нелінійна характеристика з точністю до вищих гармонік описується лінійною залежністю (10.8), в якій $q_1(a)$ і $q_2(a)$ залежать від амплітуди вхідного сигналу. Після лінеаризації система РА є лінійною і може аналізуватися методами, розробленими для лінійних систем (рис. 10.3).



Рис. 10.3. Структурна схема лінеаризованої системи

Метод гармонічної лінеаризації ефективний, якщо домінуюча перша гармоніка вихідного сигналу, а всіма вищими можна знехтувати, або вони подавляються вузькосмуговими фільтрами.

Метод статистичної лінеаризації наближений і може бути застосова-

ний до аналізу нелінійних систем довільного порядку. Суть методу полягає у заміні нелінійного елементу лінійною ланкою, в якої коефіцієнт передавання визначається з умови статистичної еквівалентності нелінійної і лінійної ланок.

Метод моделювання є одним з найшвидших і сучасних способів оцінити властивості нелінійної системи, проте вимагає знань і вміння застосовувати спеціальні програмні засоби.

Запитання та завдання для самоперевірки

- 1. Які нелінійності зустрічаються у системах радіоавтоматики?
- 2. Які методи застосовуються для аналізу нелінійних систем?
- 3. Поясніть суть методу гармонічної лінеаризації.

11. Цифрові системи радіоавтоматики

Широке впровадження цифрових систем PA, що спостерігається в останні роки, зумовлене зростанням вимог до якості роботи систем автоматики, збільшенням об'єму оброблюваної інформації та значним ускладненням об'єктів управління. Точність реалізації алгоритмів управління у цифрових системах не залежить від величини технологічних допусків на значення параметрів цифрових елементів та їх нестабільності, а визначається тільки періодом дискретизації та розрядністю цифрових блоків системи і може бути доволі високою.

Основними перевагами цифрових систем радіоавтоматики в порівнянні з аналоговими є:

- більші обчислювальні можливості;
- можливість використання складних алгоритмів обробки сигналів;
- висока стабільність характеристик та параметрів, зокрема відсутність дрейфу нуля у дискримінаторах та інших цифрових пристроях;
- спрощення процесів переналаштування структури і регулювання параметрів, у тому числі в процесі роботи;
- вища надійність.

У радіотехнічних пристроях та системах радіоуправління цифрові системи радіоавтоматики застосовуються для стабілізації частоти, вимірювання відстані, управління антенами РЛС і РНС, формування команд керування різними об'єктами.

Типова структурна схема цифрової системи радіоавтоматики наведена на рис. 11.1. Вхідний сигнал x(t) надходить на перетворювач сигнал-код (ПС/К), який здійснює перетворення неперервного сигналу в кодову послідовність, придатну для подальшого використання в цифровій обчислювальній машині (ЦОМ). Як правило, ПС/К будується на основі аналого-цифрових перетворювачів. Якщо задающий сигнал x(t) цифровий, то блока ПС/К на вході може не бути. ЦОМ виконує заданий алгоритм із формування сигналу управління об'єктом керування (ОК). Вихідний сигнал ЦОМ перетворюються в неперервний сигнал за допомогою перетворювача код-сигнал (ПК/С), що являє собою цифро-аналоговий перетворювач. Оцифроване значення регульованої величини y(t) надходить на ЦОМ по колу зворотнього зв'язку.



Рис. 11.1. Типова структурна схема цифрової системи РА

ЦОМ виконує функцію цифрового дискримінатора та цифрових фільтрів, які формують сигнал управління для об'єкта керування. Фізичною реалізацією цифрової обчислювальної машини може бути схема на цифрових елементах, мікроконтролер, програмована логікова схема, спеціалізований цифровий сигнальний процесор, персональний комп'ютер тощо.

Цифрові системи РА належать до нелінійних і дискретних АС. Операція квантування за рівнем – це нелінійна операція, що супроводжується виникненням спотворень сигналу, які називають шумом квантування. Дискретизація – це лінійна операція. Тому, якщо знехтувати шумом квантування, цифрові системи можна розглядати як лінійні дискретні системи автоматики.

Математичним апаратом аналізу цифрових систем радіоавтоматики є Z-перетворення, більш загальне відносно перетворення Фур'є та Лапласа.

Дискретний за часом сигнал можна подати у вигляді

$$x^{*}(t) = x(t) \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - nT)$$
(11.1)

– послідовності δ -функцій, площі яких дорівнюють значенням неперервного сигналу в дискретні моменти часу nT.

Візьмемо перетворення Лапласа від (11.1)

$$X(p) = \int_0^\infty x^*(t)e^{-pt}dt = \sum_{n=0}^\infty x(nT)e^{-pnT},$$
(11.2)

x(nT) – дискретна функція. Заміною $e^{-pT} = z$ отримаємо

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT)z^{-n} = Z(x(t)), \qquad (11.3)$$

яке називають z-перетворенням сигналу x(t).

Дискретною передавальною функцією називають відношення *z*-перетворення вихідного сигналу до *z*-перетворення вхідного сигналу

$$K(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}.$$
 (11.4)

У цифрових системах дискретна передавальна функція відіграє таку саму роль, як передавальна функція у неперервних системах.

11.1. Цифрові фазові дискримінатори

Цифрові фазові дискримінатори виконують перетворення різниці фаз вхідних сигналів $\Delta \phi$ в деяке число $n(\Delta \phi, kT), T$ – період дискретизації.

Один із варіантів побудови дискримінатора, що виконує перетворення в межах контуру регулювання, наведений на рис. 11.2 *a*, а епюри сигналів у вузлах схеми – на рис. 11.2, *b*.





Із вхідного сигналу $u_{\text{вх}}(t)$ обмежувач формує послідовність прямокутних імпульсів $u_{\text{вх імп}}(t)$, яка додається за модулем 2 із опорним сигналом $u_{\text{оп}}(t)$ типу "меандр". Сигнал $u_1(t)$ буде послідовністю прямокутних імпульсів, тривалість яких залежить від різниці фаз вхідного і опорного сигналів. Щоб отримати цифровий сигнал n(kT), напруга $u_1(t)$ безпосередньо та після інвертування подається на логічні елементи "&1" та "&2". На другі входи логічних елементів "&1", "&2" подаються рахункові імпульси із генератора рахункових імпульсів (ГРІ). Реверсивний лічильник підраховує різницю кількості імпульсів із виходів логічних елементів $n_1 - n_2$, що і буде шуканим числом n(kT):

$$n(kT) = \frac{\frac{T_{\rm on}}{2} - \Delta t}{T_{\rm pax}} = \frac{T_{\rm on}}{2T_i} - \frac{2\Delta t}{T_i},$$
(11.5)

де $T_{\text{оп}} = \frac{1}{f_c}$ – період повторення опорних імпульсів; $T_i = \frac{1}{f_i}$ – період повторення рахункових імпульсів.

Кількість рівнів та помилка квантування залежать від співвідношення частот f_c і f_i вхідного сигналу та ГРІ. Зі зростанням $\frac{f_i}{f_c}$ кількість рівнів квантування збільшується. Крок квантування за фазою

$$\Delta \phi = 2\pi \frac{T_c}{T_i} = 2\pi \frac{f_i}{f_c}.$$
(11.6)

Схема, наведена на 11.2, спроститься, якщо поставити завдання визначати лише знак відхилення фази вхідного сигналу відносно опорного. Дискримінатор релейного типу (рис. 11.3) працює згідно з правилом

$$n(\Delta\phi) = \begin{cases} 1, \Delta\phi >= 0, \\ -1(0), \Delta\phi < 0, \end{cases}$$
(11.7)

що описує нелінійність типу "реле", наведену на рис. 10.2.





Із вхідного сигналу $u_{\rm BX}(t)$ формується послідовність прямокутних імпуль-

сів $u_{\text{вх імп}}(t)$, яка у прямому та інвертованому вигляді подається на логічні помножувачі. На інші входи логічних елементів надходять короткі імпульси додатної полярності $u_{\text{оп}}$ із частотою f_i . Залежно від знака неузгодженості фази між вхідним і опорними сигналами на відповідний елемент подається високий рівень напруги, і на його вихід проходять імпульси опорного сигналу.

11.2. Цифрові частотні дискримінатори

Цифрові частотні дискримінатори забезпечують високу точність і сумісні із цифровими пристроями оброблення сигналів. Можливі два способи побудови цифрових частотних дискримінаторів: цифрова реалізація аналогового прототипу дискримінатора з розташованими коливальними контурами та реалізація принципу частотоміра або періодоміра.

Дискримінатор із розлаштованими контурами складається з АЦП, двох цифрових фільтрів ЦФ1 і ЦФ2, двох квадратичних перетворювачів Кв1 і Кв2, суматора та накопичувача (Н) (рис. 11.4). Частота дискретизації f_{d} визначається шириною смуги вхідного сигналу та центральною частотою дискримінатора f_0 . Цифрові фільтри мають АЧХ із центральними частотами f_- і f_+ , що зміщені по відношенню до центральної частоти f_0 на величину $\pm F$. Накопичувач необхідний, якщо період знімання чисел із виходу дискримінатора T_{3H} більший, ніж період дискретизації $T = \frac{1}{f_0}$, що використовуються в АЦП. При цьому з'являється можливість накопичення й усереднення результату вимірювання.

Принцип роботи цифрового частотного дискримінатора, побудованого на базі частотоміра, можна зрозуміти зі схеми, наведеної на рис. 11.5 *а*. Схема підраховує кількість періодів вхідного сигналу протягом фіксованого часу вимірювання $T_{\text{вим}}$ та порівнює її з еталонним N_0 . На вході обмежувача маємо підсилений та стабілізований за амплітудою вхідний сигнал $u_{\text{вх}}(t)$ (рис. 11.5, *b*). На виході обмежувач створює послідовність прямокутних імпульсів $u_{\text{вх імп}}(t)$, передній фронт яких збігається з моментами переходу сигналу через нульовий рівень знизу вверх. Лічильник підраховує різницю кількості імпульсів формувача і опорного значення $N - N_0$ упродовж часу вимірювання $T_{\text{вим}}$. Початок та кінець вимірювань задаються сигналами $u_{\text{п}}$ та $u_{\text{к}}$. На



Рис. 11.4. Цифровий частотний дискримінатор: *a* – структурна схема; *b*, *c* – принцип отримання дискримінаційної характеристики

виході тригера маємо імпульс тривалістю $T_{\text{вим}}$.



Рис. 11.5. Цифровий частотний дискримінатор на основі частотоміра: *а* – структурна схема; *b* – епюри сигналів

Вимірюване відхилення частоти знаходять як

$$\Delta f = \frac{N - N_0}{T_{\text{BHM}}}.$$
(11.8)

Похибка вимірювання обернена до часу вимірювання

$$\delta f = \frac{1}{T_{\text{вим}}}.$$
(11.9)

11.3. Цифрові часові дискримінантори

Цифровий часовий дискримінантор, що застосовується при вимірюванні часового розузгодження в межах контуру регулювання, наведено на рис. 11.6 а. Вхідний сигнал $u_{\text{вх}}(t)$ подається на логічні елементи "&1" та "&2", на інші входи яких подаються опорні імпульси $u_{\text{оп1}}(t)$ та $u_{\text{оп2}}(t)$ (рис. 11.6, b). На виході "&1" та "&2" отримуємо імпульси, тривалість яких залежить від зсуву у часі вхідного сигналу по відношенню до опорних імпульсів. Сигнали $u_1(t)$ та $u_2(t)$ відкривають логічні елементи "&3" та "&4", які пропускають на свій вихід рахункові імпульси з ГРІ. Кількість рахункових імпульсів n_1 і n_2 , що подаються на вхід реверсивного лічильника, залежить від тривалості імпульсів $u_1(t)$ та $u_2(t)$. На виході лічильника отримуємо різницю $n = n_2 - n_1$, пропорційну з точністю до періоду повторення імпульсів ГРІ часовому зсуву вхідного сигналу $\Delta \tau$. Описана вище схема виконує перетворення часового розузгодження $\Delta \tau$ в число n(kT). Величина кроку квантування дорівноє періоду повторення рахункових імпульсів.

Якщо опорні та рахункові імпульси синхронізовані за фазою, то дискримінаційна характеристика цифрового часового дискримінатора має вигляд ступінчастої кривої (рис. 11.7).

У системах супроводу за дальністю використовують часові дискримінатори, побудовані на основі частотоміра. Якщо у схемі на рис. 11.5 на вхід логічного елемента "&" подати рахункові імпульси високої частоти, а тригер керувати фронтами прийнятого сигналу, то отримаємо дискримінатор радіолокаційної системи супроводу за дальністю (рис. 11.8). У такому дискримінаторі аналого-цифрове перетворення виконується за межами контуру регулювання. На тригер (T) надходить стартовий імпульс $u_{\rm II}(t)$, передній фронт якого збігається з початком випромінювання зондуючого радіоімпульсу (рис. 11.8, b). Стартовий імпульс відкриває логічний елемент "&", на вихід якого надходять рахункові імпульси, які далі підраховуються лічильником. Перед



Рис. 11.6. Цифровий часовий дискримінатор з перетворенням у контурі регулювання: *а* – структурна схема; *b* – епюри сигналів



Рис. 11.7. Дискримінаційна характеристика цифрового часового дискримінатора

початком підрахунку у лічильник записується деяке число N_0 , яке формується за результатами попередніх спостережень затримки відбитого сигналу по відношенню до зондувального. Логічний елемент залишається відкритим до моменту надходження на тригер сигналу зупинки $u_{\kappa}(t)$, який збігається в часі з моментом надходження відбитого сигналу. Отже, у лічильнику буде записано число $n = N - N_0$, яке буде залежати від різниці між справжнім значенням затримки відбитого сигналу та її оцінкою. Затриманий сигнал зупинки підрахунку також надходить на лічильник для формування команд зчитування та введення нового початкового стану лічильника.



Рис. 11.8. Цифровий часовий дискримінатор РЛС супроводу за дальністю:
 a– структурна схема; b– епюри сигналів

Запитання та завдання для самоперевірки

- 1. Назвіть переваги цифрових систем автоматики.
- 2. Поясніть процеси перетворення сигналів у цифровій системі РА.
- Наведіть структурні схеми, епюри сигналів та поясніть принципи роботи цифрових фазових, частотних та цифрових дискримінаторів. дискримінаторів.
- 4. Які сигнали задають точність роботи цифрових дискримінаторів?
- 5. Який вид шуму виникає у цифрових системах автоматики?
- 6. Який математичний засіб лежить в основі аналізу цифрових систем?

12. Робасті та адаптивні системи

12.1. Принципи робастого контролю

Часто фізичні системи та зовнішнє середовище, у якому вони функціонують, не можуть бути точно змодельовані через непередбачувані зміни та вплив значних збурень. Модель процесу може неточно описувати реальну фізичну систему через наявність змін параметрів, не враховану динаміку системи і часові затримки, зміни точок рівноваги, вимірювальних шумів та випадкового вхідного впливу. При суттєвих невизначеностях моделі, розробка системи автоматики базується на концепції робастих (грубих) систем контролю. Завданням таких систем є підтримка задовільних характеристик об'єкта керування, точна модель якого невідома, а сам об'єкт працює в умовах впливу шумів та збурень.

Структура системи, що враховує вказані невизначеності, наведена на рис. 12.1. Модель включає шум давача N(p), збурення на вході T(p) та об'єкт керування K(p) з незмодельованою динамікою або зміною параметрів. Завданням є створення системи керування $K_p(p)$, що забезпечить необхідну якість контролю.



Рис. 12.1. Структурна схема робастих систем автоматичного керування

Як правило, пристрій керування $K_p(p)$ будується на основі номінальної моделі об'єкта керування K(p) та зовнішніх збурень T(p). При цьому поведінка реального об'єкта та характеристики збурень можуть бути дещо відмінними. Пристрій керування повинен забезпечити стійкість та задовільну якість керування системою при малих відхиленнях властивостей об'єкта керування та зовнішніх збурень від номінальних моделей. Робастність (грубість) системи автоматичного керування полягає в нечутливості до малих помилок моделювання об'єкта та збурень.

Для дослідження робастої системи необхідно враховувати характер її невизначеності. Розрізняють параметричну та непараметричну невизначеності.

При параметричній невизначеності модель вважається відомою, але параметри можуть відрізнятися від номінальних. Розглянемо об'єкт керування, заданий передавальною характеристикою

$$K(p) = \frac{k_0}{T_0 p + 1},\tag{12.1}$$

де k_0 , T_0 – номінальні значення коефіцієнта підсилення та постійної часу. Нехай допустимі значення похибок моделювання параметрів становлять Δk_0 і ΔT_0 відповідно, тоді коефіцієнт передавання можна задати моделлю

$$K(p) = \frac{k_0 + \Delta k_0}{(T_0 + \Delta T_0)p + 1}.$$
(12.2)

Нехай такий об'єкт керується пропорційним регулятором із коефіцієнтом передавання k, як показано на рис. 12.2. Передавальна функція замкненої системи

$$K_{3}(p) = \frac{\frac{k(k_{0} + \Delta k_{0})}{(T_{0} + \Delta T_{0})p + 1}}{1 + \frac{k(k_{0} + \Delta k_{0})}{(T_{0} + \Delta T_{0})p + 1}} = \frac{k(k_{0} + \Delta k_{0})}{(T_{0} + \Delta T_{0})p + k(k_{0} + \Delta k_{0}) + 1},$$
(12.3)

звідки отримаємо характеристичний поліном

$$Z(p) = (T_0 + \Delta T_0)p + k(k_0 + \Delta k_0) + 1.$$
(12.4)

Робастий пристрій керування повинен забезпечити стійкість цього поліному для всіх допустимих значень похибок параметрів ΔK_0 і ΔT_0 . Згідно з критерієм Гурвіца, умова стійкості для (12.4) така: $T_0 + \Delta T_0 > 0$, $K(K_0 + \Delta K_0) + 1 > 0$. Якщо $T_0 > 0$, $K_0 > 0$, $\Delta T_0 << T_0$ і $\Delta K_0 << K_0$, тоді замкнена система буде стійкою при виконанні умови

$$K > -\frac{1}{K_0 + \Delta K_0 \max},$$
 (12.5)

де ΔK_0 max – максимальне значення відхилення ΔK_0 .



Рис. 12.2. Структурна схема замкненої системи з параметричною невизначеністю

У випадку непараметричної невизначеності задають допустиму помилку $\Delta K_0(j\omega)$ в номінальному частотному коефіцієнті передавання об'єкта регулювання $K_0(j\omega)$. Модель $K_0(j\omega)$ будується так, щоб точно описати властивості реального об'єкта на низьких частотах. При цьому для високих частот помилка моделювання $\Delta K_0(j\omega)$ може бути значною.

Для мультиплікативної похибки реальний коефіцієнт передавання

$$K(j\omega) = (1 + \Delta K_0(j\omega))K_0(j\omega).$$
(12.6)

Якщо невизначеність $\Delta K_0(j\omega)$ не вносить нових джерел нестійкості в $K(j\omega)$, тобто номінальний та реальний коефіцієнти мають однакові полюси, тоді для робастої стійкості системи достатньо, щоб виконувалася нерівність

$$|K_0(j\omega)\Delta K_0(j\omega)| < 1. \tag{12.7}$$

З точки зору робастої стійкості, для забезпечення виконання умови (12.7) в області високих частот значення модуля коефіцієнта передавання $|K_0(j\omega)|$ повинно бути малим.

12.2. Адаптивні системи радіоавтоматики

Способи побудови систем автоматики, розглянуті раніше, виходять із передумови, що статистичні та динамічні властивості об'єкта управління та всіх елементів системи відомі, не залежать від зміни зовнішніх умов і постійні в часі. Якість управління такими методами тим вища, чим більше відомо апріорної інформації про об'єкт та умови його функціонування. Завдяки запасу стійкості система управління, спроектована для заданих розрахункових параметрів, може задовільно керувати об'єктом і в тому випадку, коли його реальні характеристики дещо відмінні від розрахункових. Проте, якщо параметри системи та середовище змінюється в широкому діапазоні, то управління може бути незадовільним і часто неможливим унаслідок втрати стійкості.

На практиці доволі складно забезпечити точний математичний опис об'єкта управління. До того ж характеристики об'єкта в процесі експлуатації системи можуть суттєво змінюватися або значно відрізнятися від прийнятих у розрахунку внаслідок неповної апріорної інформації. Наприклад, динамічні характеристики літальних апаратів суттєво залежать від режиму польоту, технологічних допусків та стану атмосфери.

Адаптацією називають процес зміни властивостей системи, що уможливлює досягнення найкращого або задовільного функціонування в змінних умовах. Системи, які забезпечують такий процес, називаються адаптивними. В умовах неповної апріорної інформації про зовнішні впливи та параметри об'єктів управління адаптація зменшує початкову невизначеність на основі використання інформації, яка отримується в процесі управління. Адаптивні системи пристосовуються до зміни характеристик зовнішніх впливів та параметрів об'єкта шляхом зміни характеру управління системою, що досягається через автоматичну зміну коефіцієнтів і виду алгоритму. Така зміна вимагає наявності додаткових пристроїв.

Адаптивну систему можна розділити на дві частини – основну систему управління та пристрій адаптації, як наведено на рис. 12.3. Основна система розв'язує поставлену задачу (наприклад, задачу стабілізації, програмного управління), а адаптер здійснює підлаштування пристрою керування (ПК) основної системи, змінюючи його параметри і/або структуру з метою забезпечення необхідної якості роботи об'єкта управління (ОК).



Рис. 12.3. Узагальнена структурна схема адаптивної системи РА

В адаптивних системах для підтримання оптимального режиму роботи в умовах невідомих змін зовнішніх умов може змінюватися задаюча дія (*екстремальні системи*), параметри (*самонастроюванні системи*) або структура основної системи керування (*системи з самоорганізацією*). Якщо в адаптивній системі реалізується процес навчання, що полягає в поступовому накопиченні, запам'ятовуванні і аналізі інформації про поведінку системи, а також змінюється алгоритм управління в залежності від результату навчання, такі системи називають *самонавчальними*.

Екстремальні системи автоматики використовуються для забезпечення роботи об'єкта управління на максимумі або мінімумі його цільової характеристики і розв'язують задачу автоматичної оптимізації якості управління. Прикладами критерію оптимальності може бути точність системи, ККД, витрата ресурсів, продуктивність.

Основним елементом екстремальної системи є пристрій обчислення екстремуму (ПОЕ), що формує цільову функцію, знаходить її максимум (мінімум) та виробляє задаючу дію $\xi(t)$ (рис. 12.4). Змінні умови роботи об'єкта керування призводять до дрейфу цільової функції та її екстремуму. Завданням екстремальної системи є відстежування цього дрейфу та його компенсація шляхом зміни задаючої дії пристрою керування.



Рис. 12.4. Узагальнена структурна схема екстремальної системи РА

За способом пошуку екстремуму розрізняють системи:

- з визначенням похідної (чутливі до завад) $\epsilon(t) = k_0 \frac{dy(t)}{dt};$
- з визначенням знака похідної $\epsilon(t) = k_0 sign(\frac{dy(t)}{dt});$
- крокові;
- із запам'ятовуванням екстремуму.

Незалежно від способу пошуку екстренуму система екстремального управ-

ління підтримує близькою до нуля похідну $\frac{dy(t)}{dt}$ від критерію оптимальності за задаючою дією. Нульове значення похідної відповідає екстремальному значенню керованої величини.

Запитання та завдання для самоперевірки

- 1. Що означає "робастість" системи автоматики?
- 2. Що розуміють під параметричною та непараметричною невизначеністю моделі об'єкта керування?
- 3. У чому відмінність між адаптивними та робастими системами?
- 4. Яке призначення адаптера?
- 5. Завданням системи керування ракетою є збереження напряму польоту до рухомого об'єкта. Чи можна у такій системі використати принцип екстремального управління?

Література

- 1. Арсеньев Г.Н., Замураев С.Н. Радиоавтоматика : учебник. 2-е изд., перераб. и доп. Москва : ИД "Форум": ИНФРА-М, 2017. 592 с.
- 2. Радиоавтоматика : учеб. пособие / В.Н. Бондаренко, В.Н. Тяпкин, Д.Д. Дмитриев и др. Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2013. 172 с.
- 3. Richard C. Dorf, Davis Robert H. Bishop Modern Control Systems : 13th edition. Boston : Pearson, 2016. 1104 p.
- 4. Астрецов Д.В., Самусевич Г.А. Радиоавтоматика: учеб. пособие / под ред. Ю.А. Нифонтова. Екатеринбург : УрФУ, 2013. 145 с.
- 5. Иващенко П.В., Голощапов В.А. Радиоавтоматика: учеб. пособие к изучению дисциплины "Радиоавтоматика". Одесса : ОНАС им. А.С. Попова, 2012. 72 с.
- 6. Рудик А.В. Радіоавтоматика. Частина 1. Лінійні системи радіоавтоматики : навч. пос. Вінниця : ВДТУ, 2001. 158 с.
- 7. Рудик А.В., Барановський І.В. Радіоавтоматика. Частина 2. Нелінійні системи радіоавтоматики : навч. пос. Вінниця : ВДТУ, 2001. 177 с.
- 8. Рудик А.В. Радіоавтоматика. Частина 3. Дискретні та цифрові системи радіоавтоматики : навч. пос. Вінниця : ВДТУ, 2003. 152 с.
- 9. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2003. 288 с.
- Каганов В.И. Радиоэлектронные системы автоматического управления. Компьютеризированный курс: учебное пособие для вузов. Москва : Горячая линия-Телеком, 2009. 432 с.
- 11. Богачков И. В., Майстренко В. А. Основы радиоавтоматических систем: учеб. пособие. Омск : Изд-во ОмГТУ, 2009. 176 с.
- 12. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування: підручник для студентів ВТНЗ. Київ : Либідь, 2007. 656с.
- 13. Коновалов Г.Ф. Радиоавтоматика: Учебник для вузов по специальности «Радиотехника». Москва : Высш. шк., 1990. 335 с.
- 14. Радиоавтоматика : учеб. пособие для студ. вузов спец. "Радиотехника" / В.А. Бесекерский и др. Под ред. В.А. Бессекерского. Москва : Высш. шк., 1985. 271 с.
- 15. Власов К.П. Теория автоматического управления : учебное пособие. Харьков : Изд-во Гуманитарный центр, 2007. 526 с.
- 16. Первачев С.В. Радиоавтоматика: учебник для вузов. Москва : Радио и связь, 1982. 296 с.

Додаток

Приклади тестових завдань проміжного та підсумкового контролю

- 1. Радіоавтоматика вивчає принципи побудови, методи аналізу і синтезу ...
 - (а) структурних алгоритмів функціонування пристроїв;
 - (б) радіотехнічних систем;
 - (в) систем і пристроїв, що виконують уніфіковані операції;
 - (г) автоматичних радіотехнічних систем і пристроїв.
- 2. Система радіоавтоматики включає ...
 - (а) сигнали керування;
 - (б) об'єкт керування, сигнал керування;
 - (в) пристрій керування, сигнал керування;
 - (г) об'єкт керування, пристрій керування.
- 3. Назвіть головні задачі радіоавтоматики:
 - (а) задача аналізу, задача регулювання;
 - (б) задача регулювання, задача керування;
 - (в) задача передавання, задача приймання;
 - (г) задача синтезу, задача аналізу.
- 4. Правильно доповніть твердження. Астатична система автоматичного регулювання ...
 - (a) після завершення перехідного процесу підтримує регульовану величину на заданому рівні без будь-яких відхилень від номінального значення;
 - (б) після завершення перехідного процесу підтримує регульовану величину в допустимому діапазоні на рівні, що залежить від зовнішнього збурення;
 - (в) підтримує регульовану величину на заданому рівні без будь-яких відхилень;
 - (г) підтримує регульовану величину в допустимому діапазоні на рівні, що залежить від зовнішнього збурення.

- 5. Що описує аналітичний вираз $u_k(t) = F[x(t), y(t), n(t)]$, де [x(t) вхідний сигнал, y(t) – вихідний сигнал, $u_k(t)$ – сигнал керування, n(t) – еквівалентний шумовий вплив?
 - (а) замкнену систему автоматичного регулювання;
 - (б) розімкнену систему автоматичного регулювання;
 - (в) хаотичну систему автоматичного регулювання;
 - (г) стохастичну систему автоматичного регулювання;
 - (д) кінематичну систему.
- 6. Яке з наведених перетворень є найбільш загальним для аналізу систем радіоавтоматики?
 - (а) перетворення Лапласа;
 - (б) перетворення $\Phi yp'e;$
- (д) перетворення координат.

(г) Z-перетворення;

- (в) перетворення Лоренца;
- 7. Який вигляд узагальненого представлення передавальної функції правильний?
 - (a) $K(p) = \frac{X_{\text{BMX}}(p)}{X_{\text{BMX}}(p)} + \frac{X_{\text{BX}}(p)}{X_{\text{BMX}}(p)};$ (B) $K(p) = X_{\text{BHX}}(p) + X_{\text{BX}}(p);$ (F) $K(p) = \frac{X_{\text{BHX}}(p)}{X_{\text{BX}}(p)}.$

(6)
$$K(p) = \frac{\Lambda_{\text{BX}}(p)}{X_{\text{BWX}}(p)};$$

- 8. Годографом комплексної передавальної функції $K(j\omega)$ називають ...
 - (а) графік на площині комплексної змінної, який відповідає траєкторії руху вектора $K(j\omega)$ при зміні частоти від 0 до ∞ ;
 - (б) графік на площині комплексної змінної, який відповідає траєкторії руху вектора $K(j\omega)$ при зміні частоти від ∞ до 0;
 - (в) графік на площині комплексної змінної, який відповідає траєкторії руху вектора $K(j\omega)$ при зміні частоти від $-\infty$ до 0;
 - (г) графік на площині комплексної змінної, який відповідає траєкторії руху вектора $K(j\omega)$ при зміні частоти від 0 до 100 рад/с.
- 9. Виберіть правильну відповідність передавальних функцій до типових ланок.
 - (a) K(p) = p підсилювальна; $K(p) = \frac{p}{1+p^2T^2}$ аперіодична; $K(p) = \frac{k+1}{p+p^2}$ – інтегрувальна; K(p) = kp – диференціююча;
 - (б) K(p) = kp підсилювальна; $K(p) = \frac{pT}{1+pT}$ аперіодична; $K(p) = \frac{p}{k}$ інтегрувальна; K(p) = p – диференціююча;
 - (в) K(p) = -k підсилювальна; $K(p) = \frac{1+pT}{pT}$ аперіодична; K(p) = $\frac{k}{1+pT}$ – інтегрувальна; K(p) = k + p – диференцівальна;

- (г) K(p) = k підсилювальна; $K(p) = \frac{1}{1+pT}$ аперіодична; $K(p) = \frac{k}{p}$ інтегрувальна; K(p) = kp диференціююча.
- 10. Найпростіша коливна ланка є системою порядку ...
 - (a) n = 1; (b) n = 2; (b) n = 3; (c) n = 4; (d) n = 0.
- 11. Яка з перерахованих ланок не спотворює форму вхідного негармонічного сигналу?
 - (а) аперіодична; (в) пропорційно-інтегрувальна;
 - (б) форсувальна; (г) затримки.
- 12. Аперіодична ланка першого порядку в області високих частот вносить затухання рівнем ...
 - (а) -5дБ/дек; (б) -12дБ/дек; (в) -20дБ/дек; (г) 15дБ/дек.
- 13. Дві аперіодичні ланки першого порядку з'єднані послідовно через буферний каскад в області високих частот вносять затухання за рівнем ...
 - (а) -15дБ/дек; (б) -20дБ/дек; (в) -40дБ/дек; (г) 10дБ/дек.
- 14. При послідовному з'єднані ланок автоматики через буферні елементи, коефіцієнт передавання всієї системи обчислюється за виразом ...

(a)
$$K(p) = K_1(p)K_2(p)\dots K_n(p);$$

- (6) $K(p) = K_1(p) + K_2(p) + \dots + K_n(p);$
- (B) $K(p) = K_1(p) + K_2(p) + \dots K_n(p);$
- (r) $K(p) = \frac{K_1(p)K_2(p)}{K_n(p)}$.
- 15. При паралельному з'єднані ланок автоматики через буферні елементи, коефіцієнт передавання всієї системи обчислюється за виразом ...

(a)
$$K(p) = K_1(p)K_2(p)\dots K_n(p);$$

(b) $K(p) = K_1(p) + K_2(p) + \dots + K_n(p);$
(c) $K(p) = \frac{K_1(p)}{K_2(p)} + \dots + \frac{K_{n-1}(p)}{K_n(p)};$
(c) $K(p) = \frac{K_1(p)K_2(p)}{K_n(p)}.$

16. Яка з наведених залежностей описує передавальну функцію системи з оберненим зв'язком?

(a)
$$K(p) = K_1(p)K_2(p)\dots K_n(p);$$
 (b) $K(p) = \frac{K_1(p)}{1+K_1(p)K_2(p)};$
(c) $K(p) = \sum_{i=1}^n K_1(p);$ (c) $K(p) = K_1(p) + K_1(p)K_2(p).$

- 17. Коефіцієнт передавання замкненої системи $K(\omega) \approx 1$, якщо коефіцієнт передавання розімкненої системи ...
 - (a) $K_p(\omega) << 1;$ (b) $K_p(\omega) = 1;$
 - (6) $K_p(\omega) >> 1;$ (r) $0 < K_p(\omega) < 1.$
- 18. Необхідна і достатня умова стійкості автоматичної системи:
 - (a) корені характеристичного рівняння системи знаходяться на додатній півплощині;
 - (б) всі корені характеристичного рівняння системи знаходяться в перпендикулярних площинах;
 - (в) всі корені характеристичного рівняння системи знаходяться в паралельних площинах;
 - (г) всі корені характеристичного рівняння системи знаходяться на від'ємній півплощині.
- Для додатних значень коефіцієнтів характеристичного рівняння, відповідно до алгебраїчного критерію стійкості Гурвіца, система стійка, коли ...
 - (а) визначник Гурвіца від'ємний, а його діагональні мінори додатні;
 - (б) визначник Гурвіца та всі його діагональні мінори від'ємні;
 - (в) визначник Гурвіца додатній, а його діагональні мінори від'ємні;
 - (г) визначник Гурвіца та всі його діагональні мінори додатні.
- 20. Критерій Найквіста призначений для аналізу ...
 - (a) стійкості розімкнених систем радіоавтоматики на основі передавальної функції розімкненої системи;
 - (б) стійкості замкнених систем радіоавтоматики на основі передавальної функції замкненої системи;
 - (в) передавальної функції розімкнених систем радіоавтоматики;
 - (г) стійкості замкнених систем радіоавтоматики на основі передавальної функції розімкненої системи.
- 21. Критерій стійкості Гурвіца належить до ...
 - (a) алгебраїчних критеріїв; (b) частотних критеріїв;
 - (б) механічних критеріїв; (г) емпіричних критеріїв.

- 22. Якщо система абсолютно стійка в розімкненому стані, тоді замкнена система буде стійкою, якщо ...
 - (a) $\omega_{3p} \leq \omega_{\kappa p}$; (b) $\omega_{3p} = 2\omega_{\kappa p}$; 0.5 $\omega_{\kappa p}$.
 - (б) $\omega_{\rm 3p} < \omega_{\rm kp};$ (г) $\omega_{\rm 3p}$ >
- 23. Запас стійкості за амплітудою визначається на ...
 - (а) резонансній частоті; (в) частоті зрізу;
 - (б) критичній частоті; (г) частоті Доплера.
- 24. Запас стійкості за фазою визначається на ...
 - (а) резонансній частоті; (в) частоті зрізу;
 - (б) критичній частоті; (г) частоті Доплера.
- 25. У якому випадку при аналізі стійкості системи годограф доповнюється дугою безкінечного радіуса?
 - (а) система містить безінерційну ланку;
 - (б) система містить форсувальну ланку;
 - (в) система містить інтегрувальну ланку;
 - (г) система містить диференціюючу ланку.
- 26. За яким годографом визначається стійкість замкненої системи за критерієм Найквіста?
 - (а) за годографом частотної характеристики замкненої системи;
 - (б) за годографом частотної характеристики розімкненої системи;
 - (в) за годографом частотної характеристики ланки оберненого зв'язку;
 - (г) за годографом характеристичного полінома замкненої системи.
- 27. Критична частота це ...
 - (а) частота, на якій ЛФХ розімкненої системи максимально наближається до 0;
 - (б) частота, де ЛФХ розімкненої системи перетинає значення $-\pi$ радіан;
 - (в) частота, де ФЧХ замкненої системи перетинає значення $-\pi$ радіан;
 - (г) частота, де ЛФХ розімкненої системи при зростанні частоти змінює знак з мінуса на плюс.
- 28. У якій частині комплексної площини повинні розташовуватися корені характеристичного рівняння системи, щоб вона була стійкою?
 - (а) у лівій півплощині; (г) у нижній півплощині.
 - (б) у правій півплощині; (д) на уявній осі
 - (в) у верхній півплощині;

29. Лінійна система стійка, якщо при обмеженому вхідному впливі вихідний процес ...



- 30. Визначте стійкість замкненої автоматичної системи за годографом розімкненої астатичної системи (рис. 5) згідно з критерієм Найквіста.
 - (а) 1 стійка, 2 на границі стійкості;
 - (б) 1 стійка, 2 нестійка;
 - (в) 1 на границі стійкості, 2 стійка;
 - (г) 1 нестійка, 2 стійка.
- 31. Визначте за годографами на рис. 6, яка система володіє більшим запасом стійкості за амплітудою.
 - (а) 1; (д) на графіках недостатньо ін-
 - (б) 2;

(B) 3;

- формації для визначення правильної відповіді.
- (г) запас стійкості всіх систем однаковий;
- 32. Визначте за годографами на рис. 7 стійкість системи третього порядку згідно із критерієм Михайлова.
 - (а) 1 стійка, 2 нестійка, 3 на границі стійкості;
 - (б) 1 стійка, 2 на границі стійкості, 3 нестійка;
 - (в) 1 стійка, 2 нестійка, 3 нестійка;
 - (г) 1 на границі стійкості, 2 нестійка, 3 нестійка.

33. Визначте порядок *n* стійкої системи, представленої годографом Михайлова на рис. 8.



- 34. Наведена на рис. 9 ЛАЧХ та ЛФЧХ відповідає ...
 - (а) стійкій системі;
 - (б) нестійкій системі;

(б) нестійкій системі;

- (г) недостатньо інформації для визначення стійкості.
- (в) системі на межі стійкості;
- 35. Наведена на рис. 10 ЛАЧХ та ЛФЧХ відповідає ...
 - (а) стійкій системі;
- (г) недостатньо інформації для визначення стійкості.
- (в) системі на межі стійкості;
- 36. Для наведених на рис. 11 ЛАЧХ та ЛФЧХ запас стійкості за фазою дорівнює …



 Для наведених на рис. 12 ЛАЧХ та ЛФЧХ запас стійкості за амплітудою дорівнює … (а) ΔL_1 ; (б) ΔL_2 ; (в) ΔL_3 ; (г) ΔL_4 . 38. В яке положення переміститься ЛАЧХ, позначена суцільною лінією на

рис. 13, при зростанні коефіцієнта підсилення?



- 39. При зміні одного з параметрів ЛАХ перемістилася з положення 0 в 1 (рис. 14). Як при цьому змінилася ЛФЧХ?
 - (а) змістилася до області верхніх частот без зміни форми;
 - (б) зсув фаз збільшився на однакову величину на всіх частотах;
 - (в) зсув фаз зменшився на однакову величину на всіх частотах;
 - (г) не змінилася.



- 40. На на рис. 15 зображено годограф частотної характеристики розімкненої системи. Чому дорівнює запас стійкості системи за амплітудою?
 - (a) 1; (b) 1-K; (b) 1/|K|; (c) 1/K.
- 41. На на рис. 16 зображено годограф частотної характеристики розімкненої системи. Чому дорівнює запас стійкості системи за фазою?
 (a) Δφ₁;
 (b) Δφ₂;
 (c) Δφ₃;
 (c) Δφ₄.

- 42. Вільна складова описується виразом $s(t) = 5e^{-10t}(B)$. Перехідний процес буде …
 - (а) коливним; (в) зростаючим;
 - (б) затухаючим; (г) коливним затухаючим.

43. Вільна складова описується виразом $s(t) = 5e^{10t}(B)$. Перехідний процес буде ...

- (а) коливним; (г) коливним затухаючим;
- (б) затухаючим; (д) коливним зростаючим;
- (в) зростаючим; (е) періодичним.

44. Вільна складова описується виразом $s(t) = 5e^{-10t}sin(10^6t)(B)$. Перехідний процес буде ...

- (а) коливним; (в) зростаючим;
- (б) затухаючим; (г) коливним затухаючим.

45. Правильно доповніть твердження. Зі зменшенням піку АЧХ системи ...

- (а) збільшується тривалість перехідних процесів;
- (б) зменшується тривалість перехідних процесів;
- (в) зростає добротність коливальних контурів системи;
- (г) перехідний процес змінюється від аперіодичного до коливального;
- (д) правильної відповіді немає.

46. Для астатичних систем порядку *n* перші *n* коефіцієнтів помилок дорівнюють ...

(a) 1; (b) 10; (д) правильної відпо-

вілі немає.

- (б) 0; (г) n^2 ;
- 47. Перегулюванням називають ...
 - (a) середнє відхилення керованої величини Δy в сторону, протилежну початковому відхиленню від усталеного значення y_0 ;
 - (б) мінімальне відхилення керованої величини Δy в сторону, протилежну початковому відхиленню від усталеного значення y_0 ;
 - (в) максимальне відхилення керованої величини Δy в сторону, протилежну початковому відхиленню від усталеного значення y_0 ;
 - (г) дисперсію відхилення керованої величини Δy в сторону, протилежну початковому відхиленню від усталеного значення y_0 .
- 48. Показником коливальності називають ...
 - (а) максимальне значення АЧХ замкненої системи;

- (б) наявність підйому в АЧХ замкненої системи;
- (в) частота на якій АЧХ замкненої системи має підйом;
- (г) величина викиду у перехідній характеристиці.
- 49. З яким параметром логарифмічних частотних характеристик розімкненої системи пов'язана величина перерегулювання?
 - (а) із частотою зрізу;
 - (б) із критичною частотою;
 - (в) із запасом стійкості щодо посилення;
 - (г) із запасом стійкості за фазою.
- 50. Динамічна помилка це ...
 - (а) помилка при змінному задаючому впливі;
 - (б) помилка при змінному збуренні;
 - (в) помилка при змінному збуренні та задаючому впливі;
 - (г) остаточна помилка після закінчення перехідного процесу.
- 51. На вхід регулятора надходить ...
 - (а) задаючий вплив; (в) збурення;
 - (б) вихідний сигнал; (г) сигнал розузгодження.
- 52. Перевагами використання інтегральних регуляторів є ...
 - (а) збільшення запасу стійкості системи;
 - (б) зменшення тривалості перехідного процесу;
 - (в) зменшення коливальності;
 - (г) збільшення запасу стійкості за фазою;
 - (д) підвищення точності в усталеному режимі.
- 53. Недоліком диференційних регуляторів є ...
 - (а) зменшення стійкості системи;
 - (б) збільшення чутливості до високочастотних завад;
 - (в) збільшення запасу стійкості системи за фазою;
 - (г) зменшення коефіцієнта підсилення розмікненої системи.
- 54. Використання форсувальних ланок корекції доцільне, якщо необхідно ...
 - (а) збільшити запас стійкості за фазою;
 - (б) збільшити запас стійкості за амплітудою;
 - (в) зменшити перерегулювання;
 - (г) зменшити смугу пропускання.

55. Використання ізодромних та пропорційно-інтегрувальних ланок корекції доцільне, якщо необхідно ... (а) збільшити підсилення в області високих частот; (б) збільшити частоту зрізу; (в) зменшити вплив високочастотних завад; (г) зменшити тривалість перехідного процесу. 56. Максимальне розлаштування частоти керованого генератора системи ФА-ПЧ або ЧАПЧ, що може бути скомпенсоване системою, називається (а) смугою пропускання; (в) смугою захоплення; (б) смугою утримання; (г) динамічним діапазоном. 57. Для демодуляції сигналів із відносною фазовою маніпуляцією використовується ... (а) частотний детектор; (в) синтезатор частот; (б) амплітудний детектор; (г) схема Костаса. 58. Структурна схема системи ФАПЧ обов'язково містить ... (а) частотний дискримінатор; (в) ланку затримки; (б) суматор; (г) інтегрувальну ланку. $f_{\rm v}$ та смуга пов'язані 59. Смуга утримання захоплення f_3 співвідношенням ... (б) $f_y < f_3$; (b) $f_y = f_3$; (c) $f_y > f_3$. (a) $f_{\rm v} \ll f_{\rm 3};$ 60. Що не належить до систем радіоавтоматики? (а) система ФАПЧ; (в) система АРП; (б) система супроводу за дальні- (г) інтегрувальна ланка. стю; 61. У "безшумній" системі автоматичного регулювання підсилення ... (а) відключається вихідний підсилювач, до моменту поки вхідний сигнал не стане вищим необхідного рівня; (б) використовується радіоелементи з низьким рівнем власних шумів; (в) використовуються кореляційний прийом або узгоджена фільтрація; (г) використовуються спеціальні фільтри для подавлення шумів. 62. Схема Костаса використовується для ... (а) демодуляції фазоманіпульованих сигналів; (б) передавання сигналів; (в) модуляції сигналів;

- (г) перемноження сигналів.
- 63. Пристрій, вихідний сигнал якого визначається різницею вхідних сигналів або їх параметрів, називається ...
 - (а) інтегратором;
 - (б) чайником;
 - (в) дискримінатором;

64. Найбільше початкове розлаштування фаз вхідних сигналів, при якому система ФАПЧ може ввійти в режим спостереження, називають ...

- (а) смугою пропускання;
- (в) смугою захоплення;

(г) фальсифікатором.

(д) правильної відповіді немає

- (б) смугою утримання;
- (г) динамічним діапазоном.



Рис. 17

Рис. 18

65. Якому типу систем АРП відповідає зображена на рис. 17 структурна схема?

- (а) система з оберненим зв'язком;
- (б) система з прямим зв'язком;
- (в) система з комбінованим зв'язком;
- (г) безшумна система.
- 66. На рис. 18 зображено структурну схему ...
 - (а) ФАПЧ;

(г) системи стеження за напрямом;

- (б) ЧАПЧ;
- (в) АРП;
- 67. Блок із передавальною характеристикою $\frac{1}{p}$ на рис. 18 відповідає ...
 - (а) інтегрувальній ланці; (в) коливній ланці;
 - (б) диференціювальній ланці; (г) форсувальній ланці.
- 68. Метод гармонічної лінеаризації застосовується для аналізу ...
 - (а) гармонічних сигналів; (в) нелінійн
 - (б) лінійних систем автоматики; (г) неперіодичних сигналів.

(в) нелінійних систем автоматики;

(д) правильної відповіді немає.

- 69. Для аналізу цифрових систем радіоавтоматики найчастіше застосовується ...
 - (a) перетворення $\Phi yp'e;$
 - (б) перетворення Лоренца;
- 70. Квантування за рівнем це
 - (а) лінійна операція;
 - (б) перетворення цифрового сигналу в аналоговий;
 - (в) оцифрування неперервного сигналу;
 - (г) нелінійна операція.
- 71. Системи автоматики, в яких для підтримання оптимального режиму роботи при невідомих змінах зовнішніх умов змінюються параметри і/або структура системи, називають …
 - (а) критичними; (в) цифровими;
 - (б) екстремальними; (г) адаптивними.
- 72. Екстремальні системи автоматики використовуються для забезпечення роботи об'єкта керування ...
 - (а) в умовах впливу невідомої завади;
 - (б) на максимумі його екстремальної характеристики;
 - (в) на мінімумі його екстремальної характеристики;
 - (г) на максимумі або мінімумі його екстремальної характеристики.

- (в) перетворення Лапласа;
- (г) Z-перетворення.

Навчальне видання

Радіоавтоматика

Навчальний посібник

Укладачі: Галюк Сергій Дмитрович Вовчук Дмитро Анатолійович

Літературний редактор	О.В. Колодій
Технічний редактор та дизайн обкладинки	О.М. Кудрінська

Підписано до друку 06.07.2022. Формат 60х84/16. Папір офсетний. Друк різографічний. Умов.-друк. арк. 9,6. Обл.-вид. арк. 10,4.Тираж 50. Зам. Н-074. Видавництво та друкарня Чернівецького національного університету. 58002, Чернівці, вул. Коцюбинського, 2. e-mail: <u>ruta@chnu.edu.ua</u>

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 891 від 08.04.2002.