

Яцько О. М.,  
Томка Ю. Я.

# Дослідження операцій та теорія ігор



Міністерство освіти і науки України  
Чернівецький національний університет  
імені Юрія Федьковича

**О. М. Яцько, Ю.Я. Томка**

# **ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ ТА ТЕОРІЯ ІГОР**

*Навчальний-методичний посібник*

**ЧЕРНІВЦІ**  
*Технодрук*

**2023**

УДК 336:004(075.8)

Рекомендовано до друку вченою радою Навчально–наукового інституту фізико–технічних та комп’ютерних наук Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича (протокол №1 від 23 січня 2023 р.)

**Рецензент:**

*Франчук В.М.*, д.п.н, доцент, завідувач кафедри комп’ютерної та програмної інженерії Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова.

**Я 72 О. М. Яцько, Ю.Я. Томка**

Дослідження операцій та теорія ігор. Навчально-методичний посібник./ О. М. Яцько, Ю.Я. Томка. – Чернівці: Технодрук, 2023. – 392 с.

Пропонований посібник присвячено формуванню теоретичних знань і практичних навичок застосування дослідження операцій та теорії ігор.

Посібник адресовано студентам вищих навчальних закладів та викладачам галузі «Інформаційні технології», зокрема спеціальності «Комп’ютерні науки».

УДК 336:004(075.8)

© Черн. нац. ун-т. ім.Ю.Федьковича, 2023

© ПВКФ»Технодрук», 2023

© О. М. Яцько, Ю.Я. Томка, 2023

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	7
РОЗДІЛ 1. ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ .....	9
1.1. Предмет та об'єкти математичних методів дослідження операцій .....	9
1.1.1. Основні поняття і визначення .....	9
1.1.2. Загальна постановка задачі дослідження операцій .....	19
1.1.3. Класифікація математичних моделей дослідження операцій .....	24
1.1.4. Методи дослідження операцій .....	30
1.1.5. Типові класи задач дослідження операцій .....	33
1.2. Основи лінійного програмування .....	41
1.2.1. Постановка задачі лінійного програмування .....	41
1.2.2. Графічний метод розв'язування задач лінійного програмування .....	46
1.2.3. Симплексний метод розв'язування задач лінійного програмування .....	49
Задачі для самостійного розв'язування .....	59
1.3. Двоїстість у лінійному програмуванні .....	61
Задачі для самостійного розв'язування .....	68
1.4. Постоптимальний аналіз .....	69
1.4.1. Постоптимальний аналіз зміни коефіцієнтів цільової функції .....	70
1.4.2. Постоптимальний аналіз зміни правих частин системи обмежень .....	72
Задачі для самостійного розв'язування .....	77
1.5. Нелінійне програмування .....	77

1.5.1. Постановка задачі нелінійного програмування.....	77
1.5.2. Графічний метод розв'язування задачі нелінійного програмування .....	78
1.5.3. Метод множників Лагранжа.....	83
Задачі для самостійного розв'язування.....	87
1.6. Дискретне та стохастичне програмування.....	88
1.6.1. Постановка задачі дискретного програмування .....	88
1.6.2. Алгоритм методу Гоморі .....	91
1.6.3. Алгоритм методу гілок і меж .....	97
1.6.4. Стохастичне програмування .....	105
Задачі для самостійного розв'язування.....	108
1.7. Динамічне програмування.....	110
1.7.1. Предмет динамічного програмування.....	110
1.7.2. Постановка задачі динамічного програмування.	113
1.7.3. Алгоритм розв'язування задачі динамічного програмування .....	117
1.7.4. Класи задач динамічного програмування.....	119
Задачі для самостійного розв'язування.....	125
1.8. Чисельні методи оптимізації.....	127
1.8.1. Загальна постановка задачі оптимізації.....	127
1.8.2. Класифікація методів оптимізації .....	128
1.8.3. Методи оптимізації для недиференційовних функцій .....	130
1.8.4. Методи оптимізації для диференційовних функцій .....	176
1.8.5. Методи оптимізації за наявності обмежень.....	190
1.8.6. Розв'язування задач багатокритеріальної оптимізації	202

Задачі для самостійного розв'язування.....	206
1.9.    Розв'язування класичних задач дослідження операцій.....	208
1.9.1.    Транспортна задача.....	208
1.9.2.    Задача про призначення.....	225
1.9.3.    Задача про розкрій матеріалу.....	232
1.9.4.    Задача комівояжера .....	239
Задачі для самостійного розв'язування.....	254
Розділ II. ТЕОРІЯ ІГОР.....	259
2.1.    Основні поняття теорії ігор. ....	259
2.1.1.    Задачі теорії ігор в економіці. ....	259
2.1.2.    Конфлікти і теорія ігор.....	260
2.1.3.    Основні поняття і класифікація видів ігор .....	261
2.1.4.    Розв'язування матричних ігор двох гравців з нульовою сумою в чистих стратегіях. Принципи максимуму і мінімаксу .....	266
Задачі для самостійного розв'язування.....	274
2.2.    Оптимальні змішані стратегії в матричних іграх та їх властивості. ....	276
2.2.1.    Постановка питання про розв'язування гри у змішаних стратегіях. Основна теорема теорії матричних ігор. ....	276
2.2.2.    Особливості розв'язків симетричних ігор.....	282
2.2.3.    Матричні ігри з перетвореними платіжними матрицями (афінне правило).....	282
2.2.4.    Спрощення матричної гри у випадку домінування однієї стратегії над іншою.....	283
Задачі для самостійного розв'язування.....	285
2.3.    Методи знаходження розв'язків матричних задач	

теорії ігор. ....	289
2.3.1. Матричні ігри порядку $2 \times n$ та $m \times 2$ . Графоаналітичний метод. ....	292
2.3.2. Формалізація безкоаліційних ігор .....	307
Задачі для самостійного розв'язування.....	323
2.4. Біматричні ігри .....	324
2.4.1. Некооперативні ігри. ....	324
2.4.2. Задача про квоти нафтовидобувних країн.....	335
2.4.3. Боротьба за ринки.....	337
2.4.4. Неєдиність точок рівноваги у біматричних іграх .....	340
Задачі для самостійного розв'язування.....	341
2.5. Кооперативні ігри.....	343
2.5.1. Конкурс на реалізацію проекту.....	343
2.5.2. Арбітражний розв'язок Неша.....	345
2.5.3. Арбітражний розв'язок Неша.....	348
Задачі для самостійного розв'язування.....	353
2.6. Ігри з природою .....	354
2.6.1. Поняття та особливості гри з природою.....	354
2.6.2. Прийняття рішень в умовах повної невизначеності... ..	360
2.6.3. Прийняття рішень в умовах ризику .....	371
2.6.4. Про планування експерименту в іграх з природою....	376
2.6.5. Вибір рішень з допомогою дерева рішень .....	382
Задачі для самостійного розв'язування.....	388
Список літератури .....	389

Навчальне видання

**Яцько Оксана Мирославівна  
Томка Юрій Ярославович**

# **Дослідження операцій та теорія ігор**

**Навчально-методичний посібник**

Літературний редактор: О. В. Лупул

Папір офсетний. Формат 60x84/16.  
Умов. друк. арк.. 24,5. Обл.- вид. арк. 22,8. Тираж – 50.

Видавець та виготівник: ПБКФ «Технодрук»  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №1841 від 10.06.2004 р.  
58000, м. Чернівці, вул. І. Франка, 20, оф.18, тел. (0372) 55-05-85



