

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ЧЕРНІВЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ЮРІЯ ФЕДЬКОВИЧА

Факультет математики та інформатики

Кафедра алгебри та інформатики

Розвиток уяви, кмітливості та творчості учнів 5-6 класів при розв'язуванні логічних задач

Дипломна робота

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Виконала:

студентка 6 курсу 606 групи

Лягу Марія Георгіївна

Керівник:

кандидат фіз.-мат. наук, асистент

Довгей Жанна Іллінічна

До захисту допущено

на засіданні кафедри алгебри та інформатики

протокол № 6 від 7 грудня 2022 р.

Зав. кафедрою _____ доц. Колісник Р.С.

Чернівці – 2022

Анотація

Дипломна робота присвячена логічним задачам та розвитку уяви, кмітливості та творчості учнів 5-6 класів в процесі розв'язування таких задач. Наведено власну класифікацію задач по даній темі, а також приклад створення фрагменту уроку за допомогою кросвордів у прогамі Wordvall на основі лише задач, розглянутих в дипломній роботі, тим самим підкреслюючи можливість використання результатів даної роботи в процесі навчання учнів, як на уроках математики, так і на факультативних чи варіативних курсах.

Abstract

The thesis is devoted to logical problems and the development of imagination, intelligence and creativity of 5-6 grade students in the process of solving such problems. There is an own classification of tasks on this topic, as well as an example of creating a fragment of a lesson using crosswords in the Wordvall program based only on the tasks considered in the thesis, thereby emphasizing the possibility of using the results of this work in the process of teaching students, both in mathematics lessons and on optional or variational courses.

Дипломна робота містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів наукових досліджень інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____ Ініціали Прізвище

(підпис)

Зміст

Вступ	4
§1. Елементи математичної логіки в школі.....	6
1.1. Роль та місце логічних задач на уроках математики.....	6
1.2. Варіативний та факультативний курс «Логіка»	9
§2. Задачі на логіку та їх роль у розвитку мислення, творчості та уваги школярів.....	17
2.1. Жартівливі задачі на розвиток уваги	21
2.2. Родинні зв'язки в задачах на логіку.....	23
2.3. Час, годинник та календар в логічних задачах.....	28
2.4. Прості логічні задачі на властивості цілих чисел та подільність цілих додатніх чисел.....	30
2.5. Задачі-загадки, задачі-фокуси, математичні ігри та головоломки.....	34
2.6. Логічні задачі на розташування та комбінаторні задачі.....	37
§3. Геометричні задачі на логіку.....	44
3.1. Задачі на розрізування та складання фігур.....	44
3.1. Задачі на розрізання вздовж клітин.....	47
§4. Використання теорії множин та алгебри висловлювань при розв'язуванні задач на логіку.....	51
4.1. Використання теорії множин при розв'язуванні задач на логіку.....	51
4.2. Алгебра висловлювань.....	52
§5. Складання та розв'язування кросвордів, як ефективний інструмент виховання уваги та кмітливості у дітей, нестандартного мислення та творчого підходу	

Вступ

Дана дипломна робота присвячена розвитку уваги, кмітливості та творчого мислення учнів 5-6 класів при розв'язуванні логічних задач.

Актуальність теми обумовлюється потребами сьогодення - освіта тепер ставить за мету не лише набуття учнями нових знань, а - розвиток логічної активності для практичного використання отриманих знань в процесі розв'язування різних життєвих задач та ситуацій.

Об'єкт дослідження: логічні задачі.

Предметом дослідження є розвиток уваги, кмітливості, нестандартного та творчого мислення учнів 5-6 класів при розв'язуванні логічних задач.

Мета дослідження: ознайомитись та проаналізувати методичну та навчальну літературу, що стосується розв'язування логічних задач учнями, зокрема, учнями 5-6 класів.

Освітні тенденції в Україні, як і в усьому світі, в останні роки пізнали суттєвих змін не лише у зв'язку із розвитком технологій, дистанційним навчанням, пов'язаним із карантинном, викликаним Covid-19, війною, а й змінами, що відбуваються у суспільстві взагалі, зміною різних цінностей та понять.

Логіка — це одна з найдавніших галузей наукового знання.

Логіка складає основу мислення і всі знання, набуті людиною, підпорядковуються її законам. Неможливо уявити сучасну освічену людину такою, що не володіє логічною грамотністю. Під логічною грамотністю розуміємо деякий необхідний мінімум логічних знань та вмінь, що потрібні для пізнання істини та навчання, а також - у професійній діяльності.

А тому, в сучасному суспільстві, все більшою стає потреба в тому, щоб до навчальної програми добавився курс “Логіка”, як окремий предмет.

Логіка, як навчальний, факультативний чи варіативний курс, має за мету формування в учнів уміння правильно виконувати розумові дії та інтелектуальні операції, а також - розвивати логічне мислення та культуру мовлення.

Результати тестування PISA показали, що варто приділяти більше уваги рівню математичних здібностей учнів, зокрема розвитку нестандартного мислення, логічного мислення та кмітливості. Використання логічних задач – це вдала ідея для проведення і нетипової класної години. Можна перетворити чергову виховну годину на поєдинок найкмітливіших, запропонувавши їм задачі, які дозволять позмагатись у логіці та нестандартному мисленню у колі однокласників.

Дана дипломна робота містить 3 розділи, перший з яких присвячений місцю логічних задач та математичної логіки в шкільному курсі математики. Описані основні теми та очікувані результати, а також компетентності, якими має володіти учень під час та після закінчення вивчення тої чи іншої теми протягом вивчення предмету варіативного курсу “Логіка”. Проаналізовано програму 5-го та 6-го класів курсу “Логіка” авторів Буковської О. І. та Васильєвої Д. В., яка отримала рекомендацію Міністерства освіти та науки України у 2020 році.

В другому розділі наведено класифікацію та розв’язання різних логічних задач для учнів середнього шкільного віку. Одні й ті самі задачі, можуть бути використані учителем для учнів різної вікової категорії, дивлячись, на яку мету вони націлені. Навіть самі прості логічні задачі захоплюють, допомагають розвинути в учнів логічне, творче та нестандартне мислення, тренують увагу, логічне мислення та практичне використання набутих знань та вмій.

Третій розділ роботи містить деякі елементи формальної, класичної та математичної логіки. Оскільки знаннями теоретичних основ логіки, як науки, має володіти вчитель, то список літератури містить джерела, звернутись до яких може вчитель аби згадати основи та закони логіки.

В роботі наведено класифікацію основних логічних задач, що можуть бути використані як на уроках математики, так і під час нестандартних виховних годин, конкурсів, факультативних та варіативних курсів. На основі задач, що розв’язані у роботі, згенеровано за допомогою програми Wordwall кросворд та кроснамбер, які використовувались і були апробовані під час

проведення як практики у школі, так і під час математичного тижня під час конкурсу.

§1. Елементи математичної логіки в школі

1.1. Роль та місце логічних задач на уроках математики

Логічні задачі відіграють важливу роль в процесі розвитку творчого мислення як дітей, так і дорослих. Вони допомагають підтримати пізнавальну активність учнів та активізувати процес навчання. А також є незамінним інструментом розвитку логічного мислення, кмітливості та уваги.

В Україні вже який рік поспіль реалізовується проект Нова українська школа (НУШ). Однією з компетентності, що має реалізовувати НУШ – це розвиток математичної компетентності. Розв'язування задач на уроках математики із-за обмеження часу, при вивченні деяких тем, зводилась до розгляду певних типів задач, хід розв'язання яких пояснював вчитель. Учні запам'ятовували алгоритм і далі, використовуючи цей алгоритм, розв'язували цілий клас таких подібних задач. Але, незважаючи на брак часу, при вивченні різних тем, дуже важливо, щоб задачі, що розглядаються на уроках математики, алгебри та геометрії були різноманітними, а не типовими.

Якщо учень навчиться розв'язувати різнопланові задачі, то у нього розвинеться логіка, творче мислення, увага, а також підніметься самооцінка. А це, в свою чергу, допоможе йому при виборі професії, у різних життєвих ситуаціях та у намаганні бути щасливим.

При проходженні конкурсу на отримання роботи в деяких компаніях, розв'язання конкретних логічних задач є обов'язковим при оцінюванні потенціалу майбутнього робітника.

Логічні задачі, навіть найпростіші з них, зацікавлюють та захоплюють як дітей, так і дорослих. Зрозуміло, що вони бувають досить простими, які потребують тільки уважності та елементарних знань, а бувають і такі, які в змозі розв'язати лише пару відсотків людей на землі.

Але їх розв'язання захоплює.

Тому, вчитель завжди має мати 'в загашнику' такі задачі, щоб створювати різні проблемні ситуації перед учнями. Причому не варто задавати

учням дуже складні логічні задачі, аби ‘не відбити у них бажання’ їх розв’язувати.

Логічні задачі є складовою частиною різних математичних конкурсів, олімпіад, он-лайн олімпіад тощо. Багато підручників містять задачі і вищого рівня складності, ніж передбачає програма. Їх розв’язання дає змогу учням розвивати не тільки логіку, а й творчий підхід до розв’язання проблемних ситуацій. А в деяких підручниках чи робочих зошитах містяться завдання на кмітливість, причому вони різнопланові – від простих, які стосуються дій над числами, заповнення магічних квадратів, кросвордів, розв’язування головоломок, підрахунку геометричних фігур, так і складніших.

Слід згадати і про факультативні курси з математики та варіативні курси, та про багато інших різних форм позакласної роботи, метою яких є розвиток логічного мислення, набуття учнями практичних компетентностей, активізація пізнавальної діяльності та творчого мислення тощо. Програма курсу “Логіка” для 5-9 класів [3] за авторством Буковської О. І. та Васильєвої Д. В., отримала рекомендацію Міністерства освіти та науки України у 2020 році.

1.2. Варіативний та факультативний курси «Логіка»

Згідно із програмою курсу «Логіка» для 2-4-х класів загальноосвітньої школи [2] (автор Митник О.), його метою є ознайомлення учнів із законами та формами правильного мислення. А також цей курс має за мету формування у школярів високого рівня узагальнення та абстракції. ”Успішне оволодіння даним курсом протягом п'яти років допоможе кожній дитині досягти творчого рівня при опануванні основ усіх шкільних дисциплін.” [2]

До завдань даного курсу належать ознайомлення учнів зі змістом основних логічних понять, а також - законів логіки та логічних дій і операцій над ними. Одним з основних завдань даного курсу є ознайомлення дітей із логічними прийомами отримання нових знань та з основними способами розв'язання логічних задач.

“Логічними прийомами отримання знань виступають:

- розгляд об'єкта, що вивчається, з різних сторін та виділення найбільшої кількості властивих йому ознак, рис, якостей тощо (на основі операцій *аналізу та синтезу*);
- порівняння виділених рис, якостей, властивостей з метою вибору найбільш вагомих, головних (на основі логічних операцій *порівняння й абстрагування*);
- установлення *причинно-наслідкових зв'язків* і залежностей;
- формування нових положень (на основі операції *узагальнення*);
- обґрунтування (*доведення*) їх правильності.

Розвивати в учнів уміння застосовувати правила та закони логіки до аналізу подій, явищ, до аналізу й оцінки своїх і чужих думок, формулювати та приймати обґрунтовані рішення, знаходити раціональний вихід зі скрутного становища; логічне мислення, просторові уявлення, винахідливість, кмітливість, зосередженість під час розв'язування практичних завдань.” [2]

Освітня функція курсу «Логіка» має за мету навчити учнів отримувати нові знання самостійно, на основі раніше набутих ними знань. А також - розширювання в учнів світогляду за допомогою різних логічних прийомів.

Виховна функція націлена на формування вміння раціонально організувати логічну діяльність та самостійності в процесі отримання нових знань.

Розвиток логічного мислення, вміння розмірковувати, робити висновки та доводити складає основу *розвивальної* функції даного курсу.

Евристична функція полягає у можливості самостійно оволодівати новими знаннями та прийомами.

Програма курсу «Логіка» [2] розрахована на одну годину на тиждень. Вивчення даної дисципліни пропонується з 2-го по 6-й клас включно, як предмет варіативної частини навчального плану. Другокласники здатні виокремлювати різні ознаки предметів. Вони також здатні перейти від аналізу окремого предмета та явища до аналізу різних зв'язків та відношень між предметами та явищами.

Програма охоплює основні поняття сучасної логіки та складається з п'яти розділів, присвячених, відповідно, поняттям, судженням, умовиводам, планування дій та основним законам логічного мислення- доведенню та спростуванню.

“Реалізація програми здійснюється за навчальними посібниками, які заплановані окремо на кожний рік навчання. Уже вийшли друком у видавництві «Початкова школа» експериментальні навчальні посібники, рекомендовані Міністерством освіти і науки України: «Логіка. 2 клас», «Логіка. 3 клас», «Логіка. 4 клас». У проекті програма та навчальні посібники «Логіка. 5 клас» і «Логіка. 6 клас». Увесь матеріал у посібниках подається за темами. Завдання, які вміщено до кожної теми, це: приклади для докладного аналізу на уроках, що допомагають усвідомити (закріпити) теоретичний матеріал; індивідуальні завдання учням для самостійної роботи у класі та вдома. Усі завдання з тем «Завдання на повторення» (узагальнення та систематизація вивченого) поділено умовно на блоки-уроки (до восьми завдань у кожному). У кожному такому блоці подаються різні види завдань. Завдання «Перевір себе» учитель може використати як підготовчі перед

контрольною роботою. Після контрольного уроку запланований урок - аналіз контрольної роботи. На таких уроках учитель може використовувати завдання з додаткових, які вміщено наприкінці кожного посібника.

Усі наукові терміни, які є у змісті програми, подаються виключно для вчителя.”

Зміст навчального матеріалу курсу «Логіка» [2] згідно даної програми наведено у додатку 1.

Програма варіативного курсу для 5-9 класів “Логіка” [3] за авторством Буковської О. І. та Васильєвої Д. В. схвалено для використання у загальноосвітніх навчальних закладах комісією з математики Науково-методичної ради Міністерства освіти і науки України (лист Інституту модернізації змісту освіти від 10.07.2020 №22.1/12-Г-557). На вивчення даного курсу в програмі пропонується відводити по одній годині на тиждень у кожному класі з п'ятого по дев'ятий. Крім того, бажано, хоча б кілька годин на рік віділити проведенню математичних конкурсів чи олімпіад серед учнів класу.

“Мета навчального курсу — формування і розвиток логічного мислення та логічної грамотності учнів, необхідних для успішного навчання в школі та інших закладах освіти, а також для професійної діяльності.

Досягнення зазначеної мети забезпечується виконанням таких завдань:

- формування умінь аналізувати, класифікувати, узагальнювати, робити умовиводи, отримувати наслідки з даних передумов шляхом несуперечливих міркувань тощо;
- навчання учнів розв'язуванню завдань із логічним навантаженням, спрямованих на розвиток уяви, кмітливості та творчості;
- розширення і поглиблення програмного матеріалу з математики, зацікавлення вивченням різних закономірностей та принципів роботи з ними;
- розвиток нестандартного і креативного мислення, уміння обґрунтовувати свої думки, дебатувати тощо;

— набуття учнями досвіду проведення пошукової та дослідницької діяльності.”[3]

Згідно з даною програмою, учні не тільки мають вивчати логічні поняття та операції з ними, а й розглядати приклади практичного характеру з різних галузей знань, що, в свою чергу, дає можливість реалізації інтегрованого підходу до навчання.

Цей варіативний курс є чудовою можливістю упроваджували елементи STEM-освіти у шкільних реаліях.

Навчальний матеріал, який зазначено у змісті навчальної програми, підлягає вивченню у відповідному класі. А сам зміст програми цього варіативного курсу пов'язаний зі змістом шкільного курсу математики. Одночасно, він має і самостійний, пропедевтичний характер.

Запропонована програма є орієнтовною. Учитель може самостійно добавляти теми, розподіляти погодинне навантаження в залежності від актуальності теми та виділеного часу на її вивчення.

Навчальні заняття курсу, хоча і передбачають використання різних форм і методів навчання, орієнтовані на підвищення самостійної діяльності учнів та індивідуальної роботи з ними.

Зміст навчального матеріалу варіативного курсу 5 класу містить кілька тем, зокрема:

Тема 1. Поняття.

Тема 2. Судження.

Тема 3. Множини.

Тема 4. Цікава геометрія.

Під час вивчення теми “Поняття” учні мають навчитись розпізнавати поняття та їх види (загальне та одиничне поняття, конкретне та абстрактне поняття, збірне та незбірне поняття), вони знайомляться зі змістом та обсягом поняття. Учні також знайомляться із родовими та видовими поняттями та визначенням поняття через найближчий рід та видову ознаку. Протягом вивчення даної теми учень вчиться встановлювати порядок розміщення

предметів за певною властивістю, встановлювати певні закономірності; розпізнавати відношення «менше», «більше», «стільки, скільки ж», «стільки, скільки у», «молодший», «старший»; вчиться розв'язувати задачі, що розв'язуються методом єдиної схожості та єдиної відмінності. Учень має навчитись:

- наводити приклади понять різних видів;
- назвати визначення поняття через найближчий рід та видову ознаку;
- описати загальні та одиничні поняття, конкретні та абстрактні поняття, збірні та незбірні поняття, родові та видові поняття;
- знаходити спільні властивості, закономірності;
- розв'язувати задачі на порівняння предметів за кольором і розміром, формою, кількістю;
- порівнювати людей за віком;
- розв'язувати задачі, що розв'язуються методом єдиної схожості та єдиної відмінності.

Вивчення теми “Судження” має за мету навчити учнів розрізняти та наводити приклади істинних та хибних суджень, навчити перетворювати істинні судження на хибні та навпаки; сформувані в учнів уявлення про загальні, часткові та одиничні судження і про слова, які використовують для їх утворення; навчитись правильно використовувати судження зі словами: «кожний», «всі», «деякі», «принаймні один», «завжди» тощо; сформувані уявлення про заперечення суджень та навчити будувати заперечення до загальних або часткових суджень та до суджень існування за допомогою заперечної частки «не» в судженні.

Вчитель має створити умови для інтуїтивного застосування учнями індуктивних та дедуктивних міркувань. Учні мають дотримуватись правил при побудові загальних або часткових, істинних або хибних суджень.

На цьому етапі учні мають також навчитись розв'язуванню задач методом припущення та за допомогою методу вилучення; наводити контрприклад.

Тема “Множини” присвячена ознайомленню учнів із поняттям множини та її елемента, з видами множин, співвідношеннями та операціями над множинами, а також використанням кругів Ейлера в процесі розв’язування задач. Ознайомлюються учні із означенням підмножини і з такими операціями, як переріз та об’єднання множин і зображення цих співвідношень за допомогою кругів Ейлера. Пропонується на цьому етапі навчити учнів розв’язувати найпростіші задачі за допомогою кругів Ейлера, а також за допомогою графічних схем.

Тема “Цікава геометрія” має за мету ознайомити учнів на наочно-інтуїтивному рівні із просторовими та плоскими фігурами, їх властивостями, можливим взаємним розташуванням, симетрією відносно точки та симетрію відносно прямої. Ця тема націлена на досягнення учнями просторової орієнтації та уяви: при використанні геометричних фігур та симетрії при розв’язуванні геометричних задач, зокрема, задач на побудову за допомогою сірників, розв’язання задачі на розташування предметів та розв’язування найпростіших задач на просторову уяву.

Навчальний матеріал варіативного курсу 6 класу містить такі теми:

Тема 1. Логіка, як наука.

Тема 2. Числа та нестандартні задачі.

Тема 3. Весела геометрія навколо нас.

Тема 4. Закономірності.

Метою теми “Логіка, як наука” є повторення та вдосконалення знань учнів про поняття та судження, вивчені в п’ятому класі, та формування уявлення в учнів про логіку, як науку. Перед вчителем стоїть завдання сформувавши в учнів початкові знання про індуктивний та дедуктивний умовиводи та навчити їх використовувати квантори для запису суджень та їх заперечень.

Родове, видове; загальне, конкретне, одиничне; збірне поняття мають розрізняти на інтуїтивному рівні учні, а також, сумісні та несумісні поняття.

Прості та складні, істинні та хибні судження ще й загальні, часткові та одиничні судження є об'єктом дослідження в даній темі, також - судження зі словом «і» («та»), його істинність; судження зі словом «чи» («або»), його істинність. Задачі, які розв'язують методом припущення і методом вилучення, а також застосування методу «крайнього».

В цій темі учні знайомляться із висловленнями та висловлювальною формою та зі змінною і виразами зі змінними, а також – кванторами; поняттям “твердження”, прямим та оберненим твердженням; протилежним і супротивним твердженням. Заперечення тверджень із кванторами. Розв'язування задач методом крайнього.

В темі “Числа та нестандартні задачі” планується ознайомити учнів із історією виникнення чисел, із різними системами чисел та їх властивостями, з арабською та римською нумерацією; зі способами розв'язування прикладів на відновлення, числових ребусів, магічних квадратів. А також узагальнити методи розв'язування задач із логічним навантаженням.

Учні навчаться розв'язувати задачі із числами, записаними в римській системі числення (за допомогою сірників та без них); задачі на властивості чисел, підрахунок кількості використаних цифр та на відновлення цифр у записі числа; на визначення та порівняння віку; розв'язування числових ребусів, прикладів на відновлення, магічних квадратів. Таємниці арифметичних фокусів, задачі на переливання; задачі-казки.

Тема “Весела геометрія навколо нас” має за мету ознайомити учнів на інтуїтивному та наочному рівні із плоскими та просторовими фігурами. Учні вчаться ділити ціле на частини та, навпаки, складати ціле із частин фігур, а також будувати фігури одним розчерком.

Учні вчаться розв'язувати найпростіші задачі на побудову фігур за даними властивостями, на розташування предметів, на розфарбовування, на розрізання, а також на застосування площ та об'ємів, знайомляться із графами та графічним моделюванням.

В останній темі вивчаються та розпізнаються учнями закономірності та характеристичні властивості, актуалізуються знання про істотні та неістотні ознаки предметів. Учні знайомляться із методом спроб та помилок, а також із методом перебору; логічним слідуванням, запереченням, аналогією та узагальненням.

§2. Задачі на логіку та їх роль у розвитку мислення, творчості та уваги школярів

В початкових та середніх класах школи, часто задачі на розвиток логічного мислення можна зустріти, як серед завдань підручників, робочих зошитів, так і серед завдань різноманітних математичних конкурсів (наприклад, Кенгуру), онлайн олімпіад тощо.

Логічні задачі виникли з потреб життя і вимагають від учнів кмітливості, уважності і зосередження. Знання математики є вагомим підґрунтям правильного розв'язування логічних задач, але не гарантує його.

У старших класах, на різних математичних конкурсах, включено велике різноманіття задач на логіку, розв'язання яких вимагає від учнів як уважності, зосередженості, часто - творчого підходу та кмітливості.

Задача 1.

Два потяги їдуть назустріч один одному. Перший їде зі Львова до Києва, а інший – з Києва до Львова. Який потяг буде далі від столиці України у момент їхньої зустрічі?

Відповідь: В момент зустрічі обидва потяги будуть на одній і тій же відстані від Київа.

Задача 2.

Лікар призначив хворому три уколи, по одному через кожні пів-години. Скільки треба часу, щоб зробити всі уколи?

Відповідь: Одна година.

Задача 3.

Колоду треба розпилити на 18 частин. Скільки розпилів треба для цього зробити?

Розв'язання. Після першого розпилу, отримується два шматки, після кожного наступного – кількість частин зростає на одну. Тому, аби отримати 18 частин, треба зробити 17 розпилів.

Задача 4.

Двоє хлопців пиляють дрова на метрові шматки. Відпилювання одного такого шматка займає одну хвилину. За скільки хвилин вони розпиляють колоду довжиною 6 метрів?

Розв'язання. Оскільки хлопці мають зробити 5 розпилів, аби отримати 6 колод, то їм на це знадобиться 5 хвилин.

Задача 5.

Два землекопи викопують 2 метри каналу за 2 години. Скільки землекопів за 5 годин викопують 5 метрів каналу ?

Розв'язання. Два землекопи за дві години викопують два метра каналу, тому за одну годину цих же два землекопа викопують у два рази менше, тобто один метр каналу. Отже, за п'ять годин два землекопа викопують 5 метрів каналу.

Задача 6.

У будинку п'ять поверхів. Що вищий поверх, то більше людей там живе. На який поверх найчастіше їздить ліфт?[9]

Розв'язання. Всі поїздки відбувається або ж першого поверху на якісь інший, або з довільного – на перший поверх.

Задача 7.

В 12-поверховому будинку є ліфт. На першому поверсі живе всього дві людини, від поверху до поверху кількість мешканців збільшується вдвічі. На якому поверсі в цьому будинку частіше інших натискається кнопка виклику ліфта?

Розв'язання. Кожна поїздка обов'язково відбувається або ж з першого поверху на якісь інший, або з довільного – на перший поверх, тобто частіше всього натискається кнопка першого поверху.

Задача 8.

В одному місці жив місцевий дурник, туристи дивувалися: коли йому на вибір пропонували 50-центову монету або ж на вибір зім'яту п'ятидоларову купюру, то той завжди обирав п'ятидесятицентову монету, хоча вона коштує вдесятеро менше за п'ятидоларову купюру. Чому він ніколи не обирав купюру?

Розв'язання. Насправді цей місцевий дурник виявився розумнішим та кмітливішим за інших. Бо зрозумів, що поки він обиратиме монету, люди будуть і далі йому пропонувати на вибір гроші, а якщо хоч раз обере купюру, то більше не будуть йому пропонувати робити вибір, та він не отримуватиме нічого.

Задача 9.

На руках 10 пальців. Скільки пальців на десяти руках?

Розв'язання.

Десять пальців на двох руках, тому на десяти руках у п'ять разів більше, тобто 50 пальців.

Задача 10.

“Коли одного чоловіка запитали, скільки йому років, він відповів, що його вік досить порядний, адже він старший за деяких своїх родичів майже у 600 разів. Чи можливо це?”

Розв'язання. Так, можливо. Наприклад, якщо онуку лише один місяць, а чоловіку 50 років.

Задача 11.

“Якось один купець вирішив знайти собі компаньйона. Він шукав розумного і кмітливого. А перш ніж обрати з двох претендентів, вирішив провести їм випробування. Купець привів їх до окремої кімнати (без вікон і дзеркал), в якій стояла скриня, та запропонував виконати своєрідне тестове завдання. У скрині лежало 5 капелюхів – два червоних і три чорних.

Купець озвучив своє завдання: «Щойно світло вимкнеться, кожен із вас має наважання узяти капелюх та надягнути собі на голову. А як тільки світло буде увімкнено, ви маєте здогадатися, якого саме кольору капелюх на вашій голові. Хто здогадається першим, той і буде моїм компаньйоном».

Так і зробили. Щойно увімкнулося світло, обидва претенденти побачили, що купець також вдягнув червоного капелюха зі скрині. У ту ж секунду один з претендентів здогадався...”[12].

Розв’язання. На тому, хто вгадав, був чорний капелюх. Він подумав, що якби в нього на голові також був би капелюх червоного кольору, то його суперник, вмить би здогадався, що на ньому чорний капелюх, побачивши два червоних. Але ж, оскільки він мовчить, то якраз на його голові знаходиться червоний капелюх. Тому, на найкмітливішому з претендентів був чорний капелюх.

Задача 12.

“Після шторму троє рибалок знайшли викинуті на берег бочки з вином, сім з них були пусті, сім – напівпусті, а ще сім – повні. Як їм поділити свій скарб порівну на трьох, щоб кожному дісталася рівна кількість бочок і порівну вина?

Обов’язкова умова розв’язання: рибалкам не можна переливати вино з бочки в бочку!”[12]

Розв’язання. Якщо додати вміст всіх бочок, то отримаємо вміст десяти із половиною повних бочок. При рівному поділі на трьох, кожен рибалка отримає вміст трьох із половиною повних бочок у семи з викинутих на берег бочках. Один рибалка узяв собі таких сім бочок: три порожніх, три повних і

одну наполовину повну бочки. Двоє з рибалок отримали по дві порожні, по дві повні та по три наполовину повні бочки (всього по 7 бочок). Отже, кожен рибалка отримав по 7 бочок, в яких вина - порівну.

2.1. Жартівливі задачі на розвиток уваги

Задачі - жарти, як правило, дуже прості по свої сутності. Їх розв'язання не вимагає неймовірних знань в тій чи іншій області науки, а ґрунтуються на базових знаннях. Процес їх розв'язання націлений на розвиток як уваги, так і кмітливості особи, яка їх розв'язує. Ці задачі, як правило, дуже захоплюють, а тому, за їх допомогою можна не тільки розвивати правильне логічне міркування, а й виховувати в учнів різні особистісні якості, такі як охайність, повагу, дружелюбність, патріотизм тощо.

Задача 13.

В магазині було вісім ящиків зі сливами. З трьох ящиків сливи продали. Скільки всього залишилось ящиків в магазині?

Розв'язання. Кількість ящиків не змінюється і не залежить від кількості проданих слив. Отже, в магазині залишилось 8 ящиків.

Задача 14.

На столі є 7 склянок із компотом. Скільки залишиться склянок, після того як Сашко вип'є 2 склянки компоту?

Розв'язання.

Кількість склянок не зміниться в залежності від кількості випитого компоту. Тому, склянок як було 7, так і залишиться 7 після того, як Сашко вип'є з них компот.

Задача 15.

Юрко має двох братиків, одну сестричку, трьох дядьків і чотири тітки, які люблять разом чай пити. Скільки дітей у Юркової мами?

Розв'язання. У Юркової мами троє синів- Юрко та його два брати і одна дочка. Тобто, У Юркової мами - 4 дитини.

Задача 16.

Професор лягає спати о восьмій вечора, а механічний будильник заводить на дев'яту ранку. Через який час задзвенить будильник? Скільки спатиме професор, якщо він засне зразу?

Розв'язання. Механічний будильник не відрізняє дев'яту годину ранку та дев'яту годину вечора. А тому, він задзвенить, коли настане дев'ята година вечора. А професор поспить лише одну годину.

Задача 17.

У Чернівцях опівночі йде дощ. Чи правда, що через 48 годин у Чернівцях буде сонячно?

Розв'язання. Ні, бо через 48 годин у Чернівцях знову буде ніч.

Задача 18.

Віщун береться передбачити з точністю до 100 відсотків рахунок будь якого матчу до того, як він почнеться. У чому секрет віщування?

Відповідь: До початку кожного матчу рахунок становить 0:0.

2.2. *Родинні зв'язки в задачах на логіку*

Український народ із великою повагою ставиться до сім'ї, рідних, родичів та дуже цінує родинні зв'язки. Українці дуже цінують своїх батьків, дітей та поважають народні звичаї та традиції. Тому, природньо, що у нашому фольклорі є багато логічних задач про родинні зв'язки. В процесі їх розв'язання в учнів формується стійкість уваги, спостережливість, уміння аналізувати та робити узагальнення, аналізуються родинні зв'язки та виховуються сімейні цінності та любов до рідної землі.

Задача 19.

У батьків троє синів, у кожного з яких по дві сестри. Скільки всього дітей у цій родині?

Розв'язання. Братів троє. У кожного брата по дві сестри, але оскільки вони - брати, то сестри - спільні. Тобто, дівчат двоє, хлопців - троє. Разом – п'ятеро дітей.

Ця задача зустрічається в різних інтерпретаціях, але основний момент в них той, що сестри та брати — спільні для всіх та до кожного з них.

Задача 20.

“Три рідних сестри мають по одному брату. Скільки дітей у цій сім'ї?”[2]

Розв'язання. Брат у трьох сестер один. То сестер троє, а брат - один. Всього в цій сім'ї — четверо дітей.

Задача 21.

“Оля та Іра — рідні сестри. Кожна з дівчаток сказала, що у неї є 2 рідні брати. Скільки дітей у цій сім'ї?”[2]

Розв'язання. Братів всього двоє. А сестер також дві. Тобто, в цій сім'ї— четверо дітей.

Задача 22.

Двоє батьків, двоє синів та дідусь з онуком піймали по 6 окунів, а всього піймали — 18 окунів. Як це могло статися?

Розв'язання. Рибалили троє: онук, його тато та дідусь. Тому й батьків двоє: тато онука, та тато його тата, тобто, дід. Кожен з трьох спіймав по 6 рибин, тому всього спіймали 18 окунів.

Задача 23.

Як звали тата Семенюка Петра Івановича?

Розв'язання. У задачах даного типу потрібно дивитися не на прізвище та ім'я, а оскільки Петро по-батькові Іванович, то його тата звали Іваном.

Задача 24.

У сім'ї кілька дітей. Одна дитина каже, що у неї є брат і сестра, а інша— що у неї немає сестри. Скільки в сім'ї братів і скільки сестер?

Розв'язання. Оскільки одна дитина сказала, що у неї є і брат, і сестра, це означає, що у сім'ї є троє дітей: дівчинка, хлопчик і та дитина, що розповідає. Коли б та дитина, що говорить, була б дівчинкою, то ніхто у цій сім'ї не міг би сказати, що у нього нема сестри, бо кожен з дітей мав би сестру.

Отже, дитина, що про себе таке розказує, є хлопчиком. А тому, в цій сім'ї троє дітей, а саме, два брати та одна сестра.

Задача 25.

У сім'ї Марії та Семена Пилипенків народилися син Сашко та дочка Поліна. Назви прізвище, ім'я, по батькові дітей.

Розв'язання. Дочка - Пилипенко Поліна Семенівна, син Пилипенко Олександр Семенович.

Задача 26.

У двох рідних братів — Антона та Павла — народилися сини. Кожен з братів назвав свого сина на честь брата. Назви повне ім'я сина Павла.

Розв'язання. Павло назвав сина на честь свого брата, тобто, Антоном. А по батькові він Павлович, тому його повне ім'я - Антон Павлович.

Задача 27.

Чоловік каже: «Мого тата звали Михайло Григорович, мого сина звать Олег Степанович». Як звати цього чоловіка? Назви повне ім'я.

Розв'язання. Оскільки його сина звать Олег Степанович, то по батькові син цього чоловіка - Степанович. Отже, чоловіка звати Степаном. А оскільки його тата звали Михайло Григоровичем, то по батькові чоловік – Михайлович.

Отже, його звати Степаном Михайловичем.

Задача 28.

У Галинки троє братів і дві сестри. Скільки братів і сестер має її братик Остап?

Розв'язання. У Галинки троє братів, один з яких – Остап. Тому у Остапа 2 брата. У Галинки дві сестри, тому у Остапа сестер троє (ще Галинка). Отже, у Остапа 2 брата і 3 сестри.

Задача 29.

У дівчинки стільки ж братів, скільки й сестер, але у хлопчика в цій сім'ї братів немає. Скільки у цій сім'ї хлопчиків і дівчаток?

Розв'язання. 2 дівчинки та 1 хлопчик. Якщо у хлопчика немає братів, то в цій сім'ї - хлопчик лише один. У дівчинки - сестер стільки ж, скільки і братів. Оскільки хлопчик один, тобто у неї один брат, а значить, - і одна сестра. Отже, в сім'ї - один хлопчик та дві дівчинки.

Задача 30.

У дівчинки стільки сестер, скільки й братів. А у її брата сестер утричі більше, ніж братів. Скільки братів і сестер у сім'ї?

Розв'язання. У дівчинки є стільки сестер, скільки й братів. Якщо би у неї була лише одна сестричка і один братик, то у сім'ї було б 2 дівчинки і 1 хлопчик. Тоді брат не міг би сказати, що у нього сестер утричі більше, ніж братів, бо брата у нього взагалі нема.

Якщо ж би у дівчинки було 2 братика і 2 сестрички, то тоді у сім'ї було би 3 дівчинки і 2 братика. Тоді один з братиків мав би 3 сестрички і 1 братика, тобто якраз утричі більше сестер, ніж братів. Отже, в сім'ї - два брати та три сестри.

Задача 31.

Дідуся звать Петром Михайловичем, а його онука звати Андрій Іванович. Як звать Андрієвого батька?

Розв'язання. Андрієвого батька звать Іваном, а його тато – це дідусь Петро Михайлович. Тому Андрієвого батька звати Іван Петрович.

Задача 32.

У Надії Михайлівни та Ярослава Григоровича народився син, якого назвали на честь батька матері. Скажи повне ім'я дитини.

Відповідь: Михайло Ярославович.

Задача 33.

Синів Лариси Петрівни та Івана Степановича назвали на честь їхніх дідусів. Назви імена та по батькові обох хлопчиків.

Відповідь: Петро Іванович та Степан Іванович.

2.3. Час, годинник та календар в логічних задачах

Задача 34.

В одному місяці три середи випали на парні числа. Якого числа в цьому ж місяці була друга неділя?

Розв'язання. Найбільше число днів у місяці – це 31. Середи, як і інші дні тижня повторюються через кожних 7 днів, а тому, якщо деяка середа припала на парне число, то наступна середа припаде на непарне число. Тому, щоб три середи випали на парні числа, необхідно щоб ще, як мінімум, дві середи припадали на непарні числа і останнє з парних чисел не може перевищувати 30 (або ж 31). Якщо перша середа припадає на 2 число (найменше парне число), то наступна середа – на 9 число. Третя середа в цьому місяці припаде на 16 число, 4 середа – на 23 число, а п'ята середа – на 30 число.

Отже, 3 середи випадають на парні числа – 2, 16 та 30 числа цього місяця. А оскільки перша неділя буде 6 числа, то друга неділя в цьому місяці припаде на 13 число.

Задача 35.

Назвіть п'ять днів підряд, не вживаючи ні чисел, ні назв днів тижня.

Відповідь: Позавчора, вчора, сьогодні, завтра та післязавтра.

Задача 36.

О дванадцятій годині дня годинна та хвилинна стрілки збігаються. Через яку найменшу кількість часу вони знову збіжаться?

Відповідь: Через 65 хвилин – о 13 годині 5 хвилин.

Задача 37.

Марійка стверджувала, що в цьому році буде місяць із п'ятьма неділями і п'ятьма середами. Чи має Марійка рацію?

Розв'язання. Найбільше днів у місяці – 31 день. Це повних 4 тижня та ще 3 дні ($4 \cdot 7 + 3 = 31$). Отже, в місяці, що має 31 день, є, принаймні, чотири неділі та чотири середи. Серед трьох днів, що залишаються, не може бути неділі та середи одночасно, а тільки один з цих днів. Отже, Марійка не права.

Задача 38.

Зазвичай місяць закінчується 30 або 31 числом. У якому місяці є 29 число?

Відповідь: У всіх.

Задача 39.

Позавчора Назару було 17 років, а у наступному році йому виповниться 20 років. Чи може таке бути?

Розв'язання. Якщо нинішній день 1 січня, а у Назара День Народження – 31 грудня, то позавчора, тобто 30 грудня, йому було тільки 17 років, а вчора, 31 грудня, вже виповнилось 18 років. Цьогоріч йому виповниться 19 років, а в наступному буде 20 років. Так, таке може бути.

2.4. Прості логічні задачі на властивості цілих чисел та подільність цілих додатніх чисел

Для того, щоб учні змогли розв'язувати задачі на подільність, вони повинні добре знати ознаки подільності, а також - деякі теореми про подільність.

Розв'язання деяких задач про числа ґрунтуються саме на формі запису чисел.

Задача 40.

Як поділити 1888 на дві рівні частини, щоб у кожній з них вийшла тисяча?

Розв'язання. Якщо поділити його зображення горизонтальною рисою, що проходить рівно посередині вісімок, одержимо над рисою і під нею число 1000.

Задача 41.

Поділити число дванадцять на дві рівні частини таким чином, щоб отримати сім.

Розв'язання. Слід записати число дванадцять римськими цифрами - XII і розділити його навпіл горизонтальною рисою на дві рівні частини. У верхній отримається VII –це запис числа 7 римськими цифрами.

Задача 42.

Знайдіть трьохзначне число, якщо відомо, що в його записі цифри збільшуються зліва направо. Якщо ж це трьохзначне число прочитати, то усі слова в ньому будуть починатися на одну й ту саму літеру.

Відповідь: 147- сто сорок сім.

Задача 43.

Як записати цифрами число, що складається з одинадцяти тисяч, одинадцяти сотень і одинадцяти одиниць?

Розв'язання. Якщо додати 11000 (11 тисяч), 1100 (11 сотень) та 11 (11 одиниць), то отримаємо, що число, що складається з одинадцяти тисяч, одинадцяти сотень і одинадцяти одиниць $11000+1100+11=12111$. Отже, шукане число – 12111.

Задача 44.

“Натуральні числа від 1 до 2020 написані на дошці. Петрик підкреслив усі числа, що діляться на 2, Василь підкреслив нижче усі числа, що діляться на 3, а далі Оксанка – усі числа, що кратні 4. З'ясуйте, скільки чисел підкреслено рівно два рази?”[13]

Розв'язання. Чисел, що не перевищують 2020 та кратні 4, усього $2020 \div 4 = 505$. Тобто, Оксанка підкреслила 505 чисел:

$$4, 8, 12, 16, 20, 24, \dots$$

Усі вони підкреслені щонайменше 2 рази, бо ще діляться на 2. Крім того, кожне третє з цих чисел, кратне ще й 3, тобто їх підкреслив ще й Василь, тому їх кількість треба відняти з 505. Поділивши з остачею 505 на 3, отримаємо $505 = 3 \cdot 168 + 1$. То підкреслених тричі чисел 168. А тому чисел кратних чотирьом та двом і не кратним трьом, записаних на дошці і підкреслених двічі $505 - 168 = 337$.

Тепер, слід додати ще кількість усіх двічі підкреслених чисел, що кратні 2 та 3, але не кратні 4. Чисел, що кратні 2, але не кратні 4 – так само 505:

$$2, 6, 10, 14, 18, 22, \dots$$

Із них кожне третє кратне трьом, тобто їх так само 168. Тому, всього чисел, що підкреслені двічі $337 + 168 = 505$.

Задача 45.

Дано п'ятицифрове число 25762. Яку цифру і на якому місці слід записати, щоб отримати число, яке ділиться на 36.

Розв'язання. Для того, щоб число ділилось на 36, воно має ділитись на 4 та 9.

Додаючи цифри даного числа отримаємо число $2+5+7+6+2=22$, що на 9 не ділиться.

До цієї суми слід додати число 5, щоб вона ділилась на 9. А тому, маємо десь цю цифру записати, причому так, щоб отримане число ділилось і на 4. Число, яке на 4 ділиться, обов'язково має бути парним, тому 5 - не може бути останньою цифрою.

Для того, щоб отримане число ділилось на 4, необхідно, щоб число, записане його останніми двома цифрами також ділилось на 4. Оскільки 62 не ділиться на 4, то цифру 5 слід записати на місце десятків ($52 : 4$). Отже, 257652 - шукане число.

Задача 46.

Знайти найменше натуральне число, яке закінчується цифрою 6 і збільшується у 4 рази, якщо його останню цифру переставити на перше місце.

Розв'язання. Якщо число закінчується цифрою 6, то число, більше у 4 рази за нього буде закінчуватись цифрою 4. Цифра, що стоїть перед нею буде 8, бо $4 \cdot 4 + 2 = 18$. Цифра 3 стоїть перед цифрою 8, бо $8 \cdot 4 + 1 = 33$. Наступну цифру отримаємо домножуючи на 4 число 3 та додаючи до нього кількість десятків числа 33, тобто $3 : 3 \cdot 4 + 3 = 15$ і виписуємо з нього кількість одиниць, тобто 5. Перед нею записуємо цифру 1, бо $5 \cdot 4 + 1 = 21$. І, нарешті, допишемо до отриманого запису 15384 справа цифру 6 і отримаємо, що 153846 – шукане число. Справді, $615384 : 153846 = 4$.

Задача 47.

У книзі 300 сторінок. З'ясуйте, скільки разів при нумерації сторінок зустрічається цифра 9? Відповідь обґрунтуйте.

Розв'язання. Цифра 9 зустрічається при нумерації сторінок від 1 до 90 в кожному десятку по одному разу (рівно 9 раз). А в числах від 90 до 100, окрім числа 99, по одному разу (дев'ять чисел), та 2 рази у записі числа 99. В межах першої сотні цифра 9 зустрічається 20 раз в записі чисел (тобто, $9+9+2=20$). Кількість цифри 9, що зустрічається при нумерації сторінок від ста до двохсот, а також в межах третьої сотні, рівна також 20. Тому, всього при нумерації книги у триста сторінок було використано 60 цифр 9.

Задача 48.

Тарас купив зошит на 92 листки і пронумерував всі сторінки числами від 1 до 184. Петро вирвав з цього зошита 23 листки і додав всі 46 чисел, що були на них записані. Чи може сума цих чисел дорівнювати 2022?

Розв'язання.

На одному довільному k -тому листку записані два послідовних числа, одне з яких непарне $2k - 1$, а наступне $2k$ парне. Їх сума $(2k - 1) + 2k = 4k - 1$. Суму цифр, записану на всіх 23 листках можна подати як $4l - 23 = 4(l - 6) + 1$, де l - деяке натуральне число.

Якщо припустити, що дана сума дорівнює 2022, то $4(l - 6) + 1 = 2022$, то $4(l - 6) = 2021$. Дійшли суперечності, бо зліва рівності - число парне, а справа - непарне. Отже, отримана сума не може бути рівною числу 2022.

2.5. Задачі-загадки, задачі-фокуси, математичні ігри та головоломки

Математичні ігри, магічні квадрати, головоломки, загадки, як і всі прості логічні задачі та ігри, дуже популярні. Багато людей на планеті грають у класичні ігри, які займають вагомі місця в історії математиків. Ці ігри та головоломки походять з тих ігор, що були вигадані древньогрецькими математиками. Дуже захоплюючими є також і задачі на кодування інформації. Сучасні ігри часто ціленаправлені не на сам процес гри, а на відшукування виграшних стратегій.

Якщо мільони людей грають у якісь ігри, то ці ігри швидко стають популярними.

Наведемо пару різних прикладів головоломок та загадок.

Задача 49.

“Повертаючись додому, рибалка зустрів свого приятеля, який поцікавився його уловом. У відповідь рибалка йому відповів так: «Якщо до кількості спійманої мною риби додати половину улову і ще десяток рибин, то мій улов склав би рівно сотню риб». Скільки риби зловив рибалка?» [12].

Розв’язання.

Цю загадку слід розгадувати з кінця. Якщо відняти 10 рибин від улову із ста рибин, то отримаємо 90. Число 90 складається з трьох рівних частини. З них дві (дві третини) – дійсний улов, а його половина - одна третина. Відповідно, сам улов складає 60 рибин.

Задача 50.

На рисунку закодований шифр. Треба його визначити.

Визначте код

6	8	2	Одне число правильне і на місці
6	1	4	Одне число правильне але не на місці
2	0	6	Два числа правильні але не на місці
7	3	8	Немає правильних чисел
7	8	0	Одне число правильне але не на місці

Розв'язання.

У передостанньому рядку немає правильних чисел, тому у кодї не фігурують числа 7, 3 та 8. А з останнього рядка випливає, що цифра 0— правильна, але не на місці, тобто 0 – є або першою, або другою цифрою у кодї.

Із умови, накладеної на 3 рядок, випливає, що цифра 0, яка достоменно є у кодї, знаходиться не на місці. А тому, при написанні коду слід записати цифру нуль на першому місці.

Якщо припустити, що число 6 задовільняє першу умову, тобто правильне і на місці, то з другої умови число 6 виключаємо (не може бути і не бути одночасно на місці), дійшли суперечності. Отже, оскільки в першому рядуу ні число 8 не підходить, ні 6, то двійка якраз правильне число і знаходиться на своєму місці.

То з другої умови знаходимо, що посередині має бути записана четвірка. Отже, шуканий код– 042.

Задача 51.

Заповніти магічний квадрат

16	?	?
?	15	13
?	?	14

Розв'язання. Сума по діагоналі рівна 45, тому у другому рядку замість порожньої клітини знаходиться число 17. То в першому стовбці 16 та 17 дають

33, тобто не вистачає 12 до 45. Тому у третьому рядку та другому стовпці стоїть число 19. Тоді у першому рядку по центру – 11, справа -18.

16	11	18
17	15	13
12	19	14

Задача 52.

Майстри будують прямий паркан. Якою буде довжина паркану, якщо вони використають 12 наявних у них стовбів, а кожен прольот має довжину 2м?

Розв'язання.

2.6. Логічні задачі на розташування та комбінаторні задачі

Розв'язуючи наступну задачу з робочого зошита з математики, учні третьокласники допустилися помилки. Обґрунтуємо її правильне розв'язання.

Задача 53.

Майстри будують прямий паркан. Якою буде довжина паркану, якщо вони використають 12 наявних у них стовбів, а кожен прольот має довжину 2м?

Розв'язання. Учні розв'язали цю задачу, домноживши 12 на 2 та отримали 24м. Натомість вчителька пояснила, що насправді таких прольотів 11, тому що дванадцятий стовп утримає другий край одинадцятого прольоту. А тому, правильною є відповідь - 22 м. А для глибшого розуміння, зобразила малюнок паркану і підписала всі стовпи та прольоти.

А також зауважила, що, якби паркан мав би чотирикутну форму, зокрема прямокутника, то справді, довжина цього паркана побудованого за допомогою 12 стовпів, кожен прольот якого має 2 метра, була б 24 м.

Ця ситуація, вчить уважно читати та аналізувати умову задачі, перед тим як починати її розв'язувати.

Задача 54.

“У січні Петрик щоденно купляв собі від однієї до трьох машинок. Першого лютого він спробував усі куплені машинки розставити в прямокутник. Коли він розставив їх у ряди по 7 машинок у кожному ряді, то виявилась 1 зайва машинка. Коли розставив у ряди по 10 машинок, то зайвими лишилися 2 машинки. З'ясуйте, чи зможе Петрик розставити їх у ряди по 4 машинки? Відповідь обґрунтуйте.”[13]

Розв'язання. Розташовуючи кількість машинок по 7 у n рядах і отримавши одну зайву машинку, то отримаємо, що кількість куплених машинок рівна $7n + 1$. Якщо розташувати всі ці машинки у k рядів і

отримавши 2 зайві, матимемо, що для деяких натуральних k та n повинна виконуватись рівність: $7n + 1 = 10k + 2$, звідки $7n = 10k + 1$. Тобто треба знайти число між 31(найменша кількість машинок, якщо б Петрик купляв щодня по 1 машинці) та 93(якщо б він купляв по 3 машинки щодня), яке закінчується на цифру 1, бо є числом виду $10k + 1$ та ділиться на 7.

Найменшим таким числом є число 21, але воно менше за 30 і тому не задовільняє умові задачі. Наступним числом, що при діленні на 10 дає остачу 1 і ділиться на 7, це число 91. Інших чисел у вказаному проміжку не існує.

Таким чином, усього машинок у Петрика $7n + 1 = 91 + 1 = 92$. Оскільки 92 ділиться на 4, то розставити в ряд по 4 машинки Петрик зможе.

На відміну від звичайних математичних задач, в процесі розв'язування логічних задач, слід зіставляти різні факти, як ті що дані в умові, та навіть враховувати ті, про яких достеменно нічого не відомо з умови задачі, або ж такі, що далеко не завжди очевидні. Такі “приховані” в умові зв'язки створюють враження, що даної інформації в умові задачі недостатньо аби її розв'язати.

Буває часто і навпаки: в умові задачі дано дуже багато фактів, які утримати у пам'яті дуже важко. То при розв'язанні таких задач слід виконувати допоміжні записи у таблицях. Тоді користуючись даними з таблиць, проаналізувавши різні варіанти, слід виключити неможливі варіанти, а саме такі, що суперечать умові задачі. У відповідні клітинки заносять за домовленістю або цифри, що показують на підставі якої умови виключається певна можливість, або символи 1 та 0 чи + та -, коли подія точно відбудеться або ж - ні. Можна позначати різними знаками за домовленістю, наприклад, невиконання якоїсь вимоги символом - X.

Таблиця допомагає в процесі розв'язання, але не замінює його та не завжди доводить його до кінця. Після її заповнення, треба детально проаналізувати здобуті дані.

Проілюструємо на прикладі процес побудови таблиці та розв'язання логічної задачі за допомогою побудованої таблиці.

Задача 55.

Вздовж алеї, що йде в меридіальному напрямку, ростуть вишня, груша, горіх, персикове дерево, слива та яблуня. Відомо, що:

1. Яблуня розташована на північ від груші, але на південь від горіха.
2. Груша росте поруч із сливою, а горіх росте поруч із персиковим деревом.
3. Між вишнею і персиковим деревом росте одне дерево.
4. А між яблунею та персиковим деревом – є 2 дерева.

Скільки дерев між грушею та вишнею? В якому порядку ростуть дерева?

Розв'язання. Для розуміння складності задачі, зауважимо, що розмістити 6 дерев вздовж алеї можна $6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$ різними способами. Було б занадто довго перевіряти всі ці 720 варіантів та з них обрати шуканий.

Розв'яжемо дану задачу за допомогою таблиці, для цього пронумеруємо місця дерев з півночі на південь, відповідно: 1,2,3,4,5,6.

	Вишня	Груша	Горіхове дерево	Персикове дерево	Слива	Яблуня
1						
2						
3						
4						
5						
6						

З першої умови випливає, що яблуко не росте на першому місці, бо має рости на півночі від груші. Також яблуня не може бути на шостому місці, бо має рости на південь від горіха.

	Вишня	Груша	Горіхове дерево	Персикове дерево	Слива	Яблуня
1						×
2						
3						
4						
5						
6						×

Оскільки яблуня росте на півночі від груші, але не росте на першому місці, то груша не може рости ні на першому, ні на другому місці.

	Вишня	Груша	Горіхове дерево	Персикове дерево	Слива	Яблуня
1		×				×
2		×				
3						
4						
5						
6						×

І оскільки яблуня росте на південь від горіха, то горіх росте на півночі від яблуні, а тому не може бути розташований ні на п'ятому, ні на шостому місцях.

	Вишня	Груша	Горіхове дерево	Персикове дерево	Слива	Яблуня
1		×				×
2		×				
3						

4						
5			×			
6			×			×

Оскільки з другої умови випливає, що груша росте поруч із сливою, (а груша не росте ні на першому, ні на другому місцях), то слива не може рости на першому місці.

	Вишня	Груша	Горіхове дерево	Персикове дерево	Слива	Яблуня
1		×			×	×
2		×				
3						
4						
5			×			
6			×			×

Оскільки горіх росте поруч із персиковим деревом, і не росте ні на п'ятому, ні на шостому місцях, по персикове дерево не може рости на шостому місці.

	Вишня	Груша	Горіхове дерево	Персикове дерево	Слива	Яблуня
1		×			×	×
2		×				
3						
4						
5			×			
6			×	×		×

З четвертої умови випливає, що між яблунею та персиковим деревом є 2 дерева, а тому персикове дерево не росте ні на третьому, ні на четвертому місцях.

	Вишня	Груша	Горіхове дерево	Персикове дерево	Слива	Яблуня
1		×			×	×
2		×				
3				×		
4				×		
5			×			
6			×	×		×

Згідно з третьою умовою, між вишнею і персиковим деревом росте одне дерево, тому вишня не може рости, ні на першому місці, ні на шостому.

	Вишня	Груша	Горіхове дерево	Персикове дерево	Слива	Яблуня
1	×	×			×	×
2		×				
3				×		
4				×		
5			×			
6	×		×	×		×

З отриманої таблиці випливає, що на першому місці росте або горіхове дерево або персикове дерево. Розглянемо та проаналізуємо більш детально кожен з можливих варіантів.

Якщо горіх росте на першому місці, то персикове дерево – на другому, бо ростуть - поруч. Оскільки між вишнею і персиковим деревом росте одне дерево, то вишня росте на четвертому місці. А між персиковим деревом та яблунею ростуть два дерева, то яблуня росте на п'ятому місці. Отримали, що

груша із сливою ростуть на третьому та шостому місцях, але це суперечить умові задачі, бо вони мають бути розташовані поруч. Отже, на першому місці горіх рости не може.

Розглянемо варіант, коли на першому місці росте персикове дерево. Тоді на другому – росте горіх, бо вони ростуть поруч. Оскільки між вишнею і персиковим деревом росте одне дерево, то вишня росте на третьому місці. Груша росте на шостому місці, а слива на п'ятому місці.

А оскільки між яблуною та персиковим деревом ростуть два дерева, то яблуня росте на четвертому місці.

Отже, на першому місці росте персикове дерево, на другому – росте горіх, вишня росте на третьому місці, яблуня росте на четвертому місці, а слива росте на п'ятому місці, груша росте на шостому місці.

Зауваження. Насправді, розв'язування за допомогою таблиць не потребує такої великої кількості зображених таблиць, як наведено вище. Будуємо лише одну, і послідовно, враховуючи умови задачі та умовиводи, що з них випливають, заповнюємо дану таблицю, доки це можливо. Далі, методом перебору та виключення, припускаючи виконання деяких фактів та отримання суперечностей внаслідок цього, виключаємо ці випадки, як – неможливі.

3. Геометричні задачі на логіку

3.1. Задачі на розрізування та складання фігур

Завдання на розрізування фігур на найменше число частин, а також подальше складання з них тої чи іншої нової фігури, стали систематичним об'єктом досліджень геометрів лише на початку ХХ століття.

Одним із основних засновників цього захоплюючого розділу геометрії став Генрі Ернест Дьюдені - відомий укладач головоломок. А експерт австралійського патентного бюро Гаррі Ліндгрєн побив велике число рекордів з розрізування фігур, цим самим доводячи, що, беззаперечно, є провідним фахівцем в області розрізування фігур.

Завдання на розрізування фігур на найменшу можливу кількість розрізів або розрізування вздовж клітин дуже захоплюють любителів головоломок у наші дні перш за все тому, що не існує універсального методу розв'язування таких задач. А тому, кожен, хто береться за їх розв'язання, має можливість в повній мірі проявити свою логіку, інтуїцію, кмітливість та здатність до творчого мислення.

Оскільки процес розв'язування задач на розрізування є дуже захоплюючим і не вимагає глибоких знань геометрії, то "любители" іноді можуть навіть перевершити професіоналів-математиків.

Ці задачі здатні захоплювати як дорослих, так і дітей. А тому, використання задач на розрізування та складання фігур допомагає не тільки розвивати у учнів інтуїцію, логіку та кмітливість, а й геометричну грамотність.

Використання різних задач на розрізування фігур допомагають якомога раніше сформувати геометричні уявлення у школярів, а оскільки це можна зробити на різноманітному матеріалі, то при їх вирішенні формується та розвивається у них відчуття краси, закону і порядку в природі.

А на практиці з такими задачами стикаємось повсякчас, наприклад, при діленні торта на дванадцятьох, палиці ковбаси на вісьмох, буханки хліба на двох, кавуна - на шістнадцятьох, тощо.

Часто доводиться розрізати відрізки, прямокутники, кути та інші прості фігури на рівні частини.

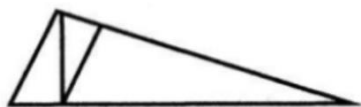
Для того, щоб переконатися у рівності плоских фігур, достатньо накласти одну фігуру на іншу так, щоб вони співпали.

Деяко вважає, що завдання на розрізування є несерйозними або ж марними. Але, насправді, вони не такі вже й далекі від серйозних математичних задач.

Саме із завдань на розрізування народилася теорема Бояї-Гервіна про те, що будь-які два рівновеликих багатокутника рівноскладені (обернене твердження є очевидним), а згодом, - і третя проблема Гільберта: чи правильне аналогічне твердження для багатогранників?

Задача 56.

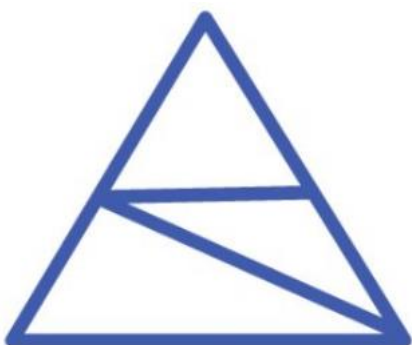
Скільки прямих кутів, трикутників та чотирикутників зображено на рисунку?



Розв'язання. На рисунку зображено 4 прямих кута, 5 трикутників та 1 чотирикутник?

Задача 57.

Скільки трикутників зображено на рисунку?

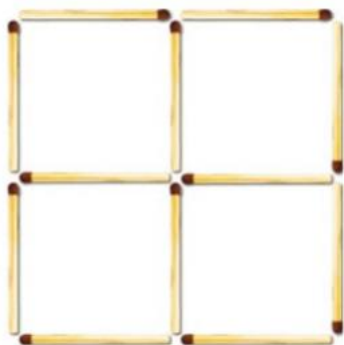


Розв'язання. На рисунку зображено 3 маленьких трикутника, з яких ще можна скласти один великий трикутник. Та з двох із них складається ще й п'ятий зображений трикутник. Отже, на рисунку зображено 5 трикутників.

Задача 58.

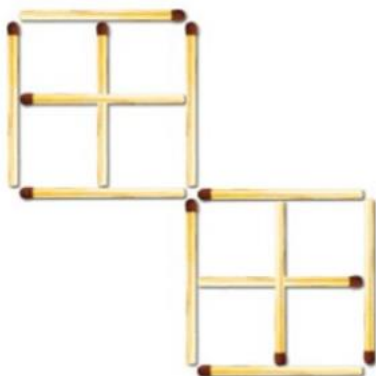
На рис. зображений квадрат, складений із 12 сірників. Перекладіть 4 сірники так, щоб:

- а) утворилося 10 квадратів;
- б) утворилось 3 однакових квадрати?

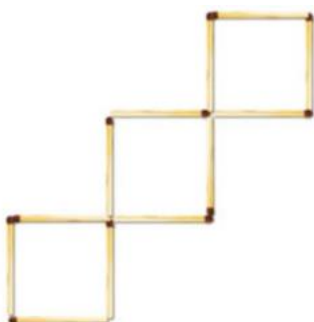


“ ”[13]

- а) На рисунку нижче отримали 10 квадратів, перестановкою 4 сірників:



- а) А на цьому рисунку зображено 3 однакових квадрати:



3.2. Задачі на розрізування вздовж клітин

Завданнями на розрізання фігур захоплювалися дуже багато вчених ще з найдавніших часів. Розв'язок багатьох простих завдань на розрізання були знайдені ще древніми греками, китайцями, але перша систематична праця, присвячена темі розрізання фігури, належить знаменитому перському астроному Абул-Вефа, який жив в Багдаді (X ст.).

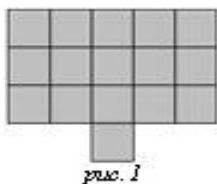
На початковому етапі ознайомлення учнів із задачами на розрізування, при вирішенні певних завдань, учням не знадобляться глибокі знання з геометрії, а достатньо знання властивостей тих фігур, про які йдеться в умові задачі на інтуїтивному рівні, а тому, для успішного розв'язання таких задач, учням буде потрібна саме кмітливість, геометрична уява та інтуїція.

Завдання, для розв'язування яких знадобиться знання основних геометричних відомостей про фігури, їх властивості і ознаки, знання деяких теорем, можна розглянути з учнями на уроках геометрії, або ж на факультативних курсах з математики, а також під час занять різних варіативних курсів, наприклад, “Логіка”, “Інтелект” тощо.

У завданнях на розрізання на рівні частини в цьому пункті ми розглядатимемо фігури, що складаються з клітинок, причому розрізи можна робити тільки по сторонах клітинок. Такі обмеження дозволять нам порівнювати фігури, отримані при розрізанні.

Задача 59.

Розрізати фігуру, зображену на рис.1, вздовж сторін клітинок на чотири рівні частини.

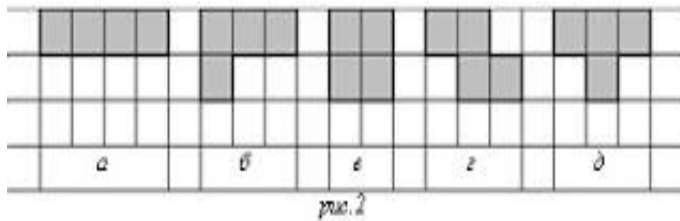


Розв'язання. Для того, щоб розрізати дану фігуру вздовж сторін клітинок на чотири рівні частини, кожна з можливих чотирьох частин повинна містити однакову кількість квадратиків-клітин. Оскільки дана фігура містить

всього 16 таких квадратиків, то кожна з шуканих чотирьох рівних частин повинна складатися із чотирьох квадратиків.

Розглянемо всеможливі фігури, що складаються із чотирьох клітин, так звані "плитки".

Із чотирьох квадратиків можна скласти п'ять видів "плиток", якщо клітинка з'єднується хоча б по одній спільній стороні з рештою "плитки". Всі можливі варіанти зображені на рис.2.



І тоді розв'язок задачі зведеться до покриття фігури, заданої в умові задачі та зображеної на рис.1, чотирма однаковими плитками одного виду із наведених на рис. 2.

Очевидно, що плитками двох видів *a* і *b* неможливо покрити всю фігуру з рис.1 яким би чином ми їх не розташовували. Плитки виду *b* зручніші, оскільки з двох таких плиток можна скласти прямокутник.

Розглянемо рис. 3. На ньому віділено дві рівні фігури з чотирьох клітинок, та ще не розфарбованим залишився прямокутник розмірами 2×4 клітинки, але його якраз можна покрити двома такими ж фігурами.

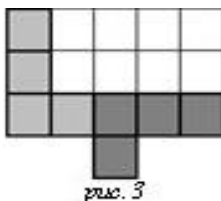


рис. 3

Шукане розбиття даної фігури зображене на рис. 4.

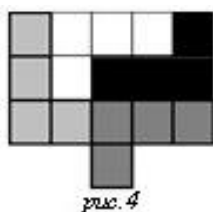
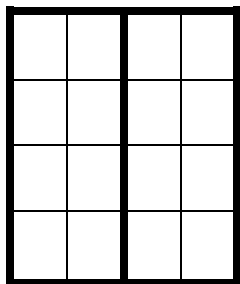


рис. 4

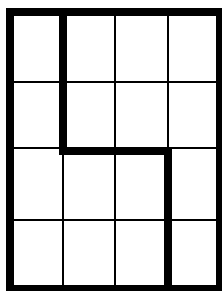
Задача 60.

Розділити квадрат, який складається із 16 клітин, на дві рівні частини вздовж клітин. При цьому, способи розрізання квадрата на дві частини вважатимемо різними, якщо частини квадрата, отримані при одному способі розрізання, не рівні частинам, отриманим при іншому способі. Скільки всього розв'язків має дана задача при вищезгаданих вимогах?

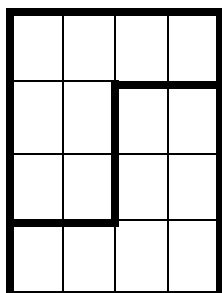
Розв'язання. Ділячи квадрат з 16 клітин навпіл, отриматимемо дві плитки по 8 клітин кожна. На рис.3 наведені деякі з таких можливих розв'язків, причому розв'язки Б) і В) не різні, а однакові, так як отримані в них фігури можна поєднати накладенням (якщо повернути один з квадратів на 90 градусів відносно центру). Тому ці два випадки дають один розв'язок, хоча на вигляд, не зразу це зрозуміло.



Б)



В)



§4. Використання теорії множин при розв'язуванні задач на логіку

4.1. Використання теорії множин при розв'язуванні задач

Теорію множин, властивості операцій над множинами (об'єднання, перетин, різниця) та круги Ейлера стають у пригоді при розв'язуванні логічних задач навіть для школярів 5- 6 класів. Наведемо приклад із використання теорії множин.

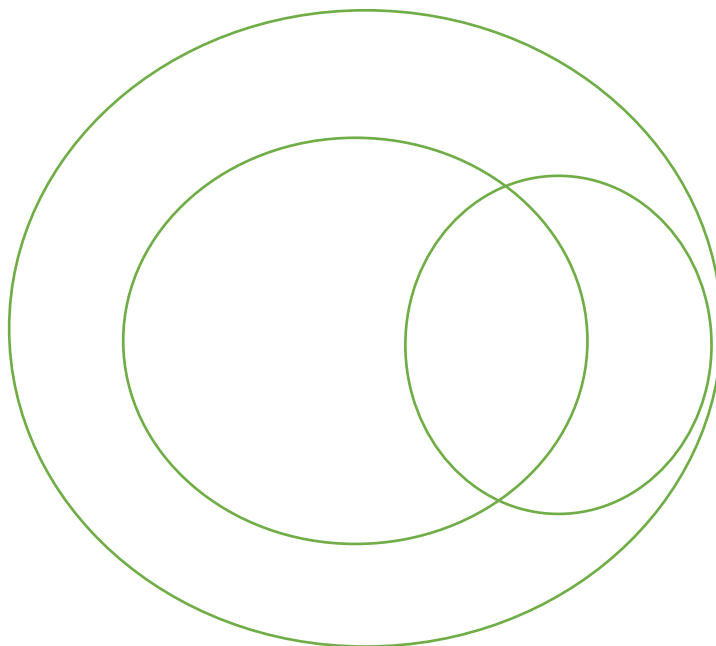
Задача 61.

Із сорока учнів класу 21 учень передплатили журнал, 32 – газету, а 15 – і журнал, і газету. Скільки учнів не передплатили ні журнал, ні газету?

Розв'язання. При розв'язуванні даної задачі скористаємось елементами теорії множин. Зобразимо умову задачі схематично за допомогою кругів Ейлера.

Універсальною множиною U вважатимемо множину всіх сорока учнів класу.

Множину тих учнів, що передплатили журнал позначимо через A , а множину тих учнів, що передплатили газету позначимо через B . І 'помістимо' всіх цих 40 учнів до великого круга. Учні, які передплатили і журнал, і газету будуть елементами перетину множин A та B .



Оскільки 15 учнів передплатили і журнал, і газету, то тільки газету передплатили 17 учнів, а тільки журнал - 6 учнів. Тому, 38 учнів передплатили або журнал, або газету, або і журнал, і газету. Отже, двоє учнів не передплатили нічого.

Зрозуміло, що навіть учні середньої ланки можуть познайомитись хоча б на інтуїтивному рівні із теорією множин, з такими поняттями, як їх об'єднання, перетин тощо. А використання кругів Ейлера стане для них, зголом, важливим інструментом розв'язування логічних задач.

Деякі подібні задачі вони зможуть розв'язати, малюючи додаткові схеми, таблиці, блок-схеми тощо.

4.1. Алгебра висловлювань

Будь-яке твердження, про яке з достовірністю можна сказати, чи є воно істинним або хибним, називається висловлюванням.

Приклад 62.

Твердження "трикутник має 3 сторони" та " $5 < 2$ " є висловлюваннями (перше – істинне, друге – хибне). А твердження "завтра буде дощ" не є висловлюванням, оскільки навіть знаючи прогноз погоди на завтра, на даний момент часу не можна із достовірністю стверджувати, чи є це висловлювання істинним або ж хибним

У математичній логіці вивчають, чи є висловлювання істинними або хибними, при цьому, не цікавляться конкретним їх змістом.

Якщо висловлювання істинне, йому ставлять у відповідність 1, а якщо хибне, то 0.

До висловлювань можна застосовувати спеціальні операції, такі як заперечення (позначається символом \neg або $-$), диз'юнкції (\vee), кон'юнкції (\wedge), імплікації (\rightarrow) та еквіваленції (\sim).

Запереченням висловлювання p називається висловлювання \bar{p} , яке істинне, коли p – хибне, і хибне, коли p – істинне.

p	\bar{p}
0	1
1	0

Кон'юнкцією висловлювань p і q називається висловлювання $p \wedge q$, що є істинним лише тоді, коли істинні обидва висловлювання p і q .

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Диз'юнкцією висловлювань p і q називається висловлювання $p \vee q$, що є істинним, коли істинним є хоча б одне з висловлювань p і q . Таблиця істинності цієї операції має вигляд:

Таблиця істинності цієї операції має вигляд:

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Імплікацією висловлювань p і q називається висловлювання $p \rightarrow q$, що є хибним лише тоді, коли p – істинне, а q – хибне.

Таблиця істинності цієї операції має вигляд:

p	q	$p \rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Еквіваленцією висловлювань p і q називається висловлювання $p \sim q$, що є істинним, коли p і q одного класу істинності.

Таблиця істинності цієї операції має вигляд:

p	q	$p \sim q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Запереченню відповідає логічна зв'язка "не", кон'юнкції – "і", диз'юнкції – "або", імплікації – "якщо ..., то...", еквіваленції – "тоді і тільки тоді, коли...".

Використовуючи введені операції, на основі простих (елементарних) висловлювань можна будувати більш складні висловлювання.

Таблиця істинності для складного висловлювання будується за наступним алгоритмом:

1. Визначається кількість рядків за формулою: кількість рядків дорівнює $2n$ та ще один рядок – для заголовка, де n – кількість простих висловлювань.

2. Кількість стовпців рівна кількості змінних плюс кількість логічних операцій.

3. Будується таблиця і заповнюється результатами операцій у вказаній послідовності, при цьому використовується таблиця істинності простих логічних операцій.

Мають місце наступні властивості операцій над висловлюваннями – так звані закони алгебри логіки (0 і 1 в них позначають, відповідно, тотожно хибне та тотожно істинне висловлювання):

$$\begin{aligned}p \vee q &= q \vee p, \\p \wedge q &= q \wedge p, \\p \vee (q \vee r) &= (p \vee q) \vee r, \\p \vee (q \wedge r) &= (p \vee q) \wedge (p \vee r),\end{aligned}$$

$$p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r),$$

$$p \vee p = p,$$

$$p \wedge p = p,$$

$$p \vee 0 = p,$$

$$p \wedge 0 = 0,$$

$$p \vee 1 = 1,$$

$$p \wedge 1 = p,$$

$$\overline{p \wedge q} = \bar{p} \vee \bar{q},$$

$$\bar{0} = 1,$$

$$\bar{1} = 0,$$

$$\bar{\bar{p}} = p,$$

$$p \rightarrow q = \bar{p} \vee q,$$

$$p \sim q = (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p).$$

Закони алгебри логіки перевіряються за допомогою таблиць істинності й надалі використовуються для еквівалентного перетворення формул із метою їх спрощення.

Тавтологія – це складне висловлювання, що істинне при будь-яких істиннісних значеннях елементарних висловлювань, з яких воно складається.

Зауваження. Зрозуміло, що у шкільному курсі математики, не вивчається алгебра логіки, але правила та закони, на яких вона будується, на інтуїтивному рівні учні розуміють. Задачі на логіку, які можна розв'язати за допомогою так званих логічних рівнянь, можна розв'язати і без них, але зберігаючи всі логічні зв'язки між елементами задачі.

Наведемо для прикладу спосіб розв'язання логічної задачі за допомогою логічних рівнянь.

Задача 63.

Намагаючись передати переможців тогорічних змагань, п'ять осіб заявили, що на їх думку:

- 1) Антон був другим, Борис – п'ятим;
- 2) Віктор був другим, Денис – третім;

- 3) Григорій був першим, а Борис – третім;
 4) Антон був третім, а Євген – шостим;
 5) Віктор був третій, а Євген – четвертий.

В якому порядку зайняли місця названі спортсмени, якщо в кожній заяві була правильною лише одна частина?

Розв'язання. Оскільки в кожній заяві є правильною одна частина, то їх сума дорівнює 1.

Складемо 5 логічних рівнянь з умови задачі:

$$\begin{cases} A_2 + B_5 = 1, \\ B_2 + D_3 = 1, \\ \Gamma_1 + B_3 = 1, \\ A_3 + E_6 = 1, \\ B_3 + E_4 = 1. \end{cases}$$

Після перемноження двох останніх рівнянь, отримаємо:

$$A_3 B_3 + A_3 E_4 + E_4 E_6 + E_6 B_3 = 1.$$

Оскільки Антон та Віктор одночасно не можуть бути на одному й тому самому місці, то $A_3 B_3 = 0$. А оскільки Євген одночасно не може посідати третє та шосте місця, то $E_4 E_6 = 0$.

Отже, останнє рівняння набуде вигляду:

$$A_3 E_4 + E_6 B_3 = 1.$$

Домножимо його на третє рівняння системи і отримаємо таке рівняння:

$$\Gamma_1 A_3 E_4 + \Gamma_1 E_6 B_3 + A_3 E_4 B_3 + E_6 B_3 B_3 = 1.$$

Останні два доданки в цій рівності – нулі, бо по два спортсмена не може одночасно бути на одному і тому самому місці. Відкинемо їх та домножимо отримане рівняння на друге рівняння системи. Тоді отримаєм:

$$B_2 \Gamma_1 A_3 E_4 + D_3 \Gamma_1 E_6 B_3 + D_3 \Gamma_1 A_3 E_4 + B_2 \Gamma_1 E_6 B_3 = 1.$$

В останній рівності всі доданки крім першого – нулі, тому

$$B_2 \Gamma_1 A_3 E_4 = 1.$$

Домноживши перше рівняння системи на нього, отримаємо:

$$A_2 B_2 \Gamma_1 A_3 E_4 + B_5 B_2 \Gamma_1 A_3 E_4 = 1.$$

Зрозуміло, що перший доданок – нуль. Тоді $B_5 B_2 \Gamma_1 A_3 E_4 = 1$.

Це означає, що першим був Григорій, другим – Віктор, третім був Антон, четвертим – Євген, а п'ятим – Борис.

Зауваження. Зрозуміло, що учням 5-6 класів такий спосіб розв'язування показувати не доречно, тому, їм можна запропонувати придумати інші способи розв'язання тої чи іншої задачі, тим більше, що немає універсального способу їх розв'язання. Наприклад, метод від супротивного.

В алгебрі логіки існує потужний інструментарій розв'язування різних типів задач. Наведений приклад розв'язання задачі є недоречним для розв'язування учнями 6 класу, цей спосіб не рекомендується використовувати. Натомість, розв'яжемо наступну задачу за допомогою методу виключення.

Задача 64.

У готелі на березі моря відпочивають тато, мама, син і двоє дочок. До сніданку члени сім'ї часто купаються в морі.

Відомо, що:

- 1) якщо купається тато, то обов'язково купаються мама і син;*
- 2) якщо купається син, то обов'язково купається старша дочка;*
- 3) мама і молодша дочка нарізно не купаються;*
- 4) хтось із чоловіків завжди купається.*

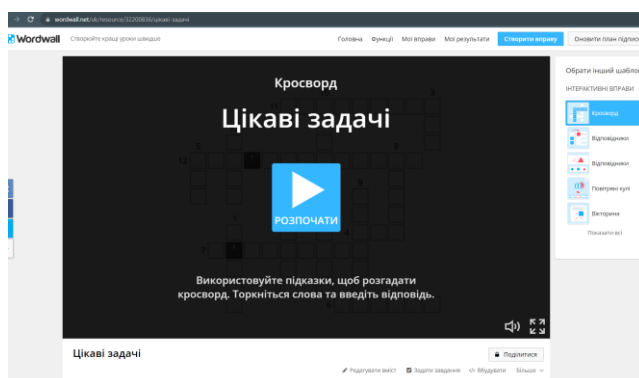
Одного ранку із дочок купалася лише одна. Хто купався цього ранку?

Розв'язання. Оскільки хтось із чоловіків завжди купається, припустимо, що того ранку купався тато. Тоді, згідного першого припущення, купалися й мама та син. Оскільки мама з молодшою дочкою нарізно не купаються, то купалась того ранку й молодша дочка. Але оскільки купається син, то обов'язково купається старша дочка. Отже, якщо купався тато, то купалась ціла сім'я, в тому числі обидві дочки, що суперечить умові задачі. Отже, того ранку тато не купався.

То купався син, а разом із ним і старша дочка.

§5. Складання та розв'язування кросвордів, як ефективний інструмент виховання уваги та кмітливості у дітей, нестандартного мислення та творчого підходу

Використовуючи умови задач з даної роботи, створено в програмі Wordwall кроснамбер Цікаві задачі [1].



Відкрито до нього доступ на користування іншим користувачам і учням надано посилання для проходження цього кроснамбера.



Зауваження. Виглядає він досить просто, але вимагає чимало часу для розв'язання, тому цей дедлайн враховно при створенні.

Висновки

В даній роботі розглянуто методичні особливості розв'язування задач на логіку, а також місце та роль логічних задач при активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів 5-6 класів, їх важливу роль в процесі розвитку уяви, творчого мислення та практичного використання знань на практиці, а також для отримання нових знань.

Описано програми курсів “Логіка”, за авторством Митник О. (Програма курсу для 2-4-х класів загальноосвітньої школи) та за авторством Буковської О. І., Васильєвої Д. В. (Програма факультативного курсу для 5 – 9 класів, Рекомендовану Міністерством освіти і науки України).

Наведено класифікацію логічних задач із прикладами розв'язаних задач для учнів 5-6 класів.

Опрацьовано та систематизовано й літературу по даній темі, матеріали бібліографічних джерел навмисно виходять за межі шкільної програми і можуть бути корисні вчителям при підготовці до уроків чи позакласних занять. Список літератури містить кілька джерел із умовами логічних задач як для дітей, так і дорослих, які також можуть слугувати вчителю при проведенні факультативних курсів, варіативних курсів, нестандартних виховних годин на цю тему, різних конкурсів та олімпіад тощо.

Використовуючи умови задач з даної роботи, створено в програмі Wordwall кроснамбер Цікаві задачі [1], доступ користування до якого відкрито й іншим користувачам.

Матеріали даної роботи апробовані у школі, про що засвідчує відповідна довідка.

Використана література

1. Кроснамбер Цікаві задачі.

<https://wordwall.net/uk/resource/32200836/%d1%86%d1%96%d0%ba%d0%b0%d0%b2%d1%96-%d0%b7%d0%b0%d0%b4%d0%b0%d1%87%d1%96>

2. Митник О. Логіка //Програма курсу для 2-4-х класів загальноосвітньої школи
<https://osvita.ua/school/method/2170/>

3. Буковська О. І., Васильєва Д. В. Логіка //Програма факультативного курсу для 5 – 9 класів
<http://shkola.ostriv.in.ua/publication/code-73FBF1707B17F/listBD57D40B26>

4. Логіка 5-7. Факультативний курс.

<https://logikaforuser.blogspot.com/?m=1>

5. <https://osvita.ua/vnz/reports/logika/25247/>

6. <https://ukped.com/materialy/teoriia-navchannia/5600-zadachi-pro-rodynni-zv-yazky.html>

7. Світлана ПЕТРИВ, Задачі про родинні зв'язки. Газета «Початкова освіта» № 7 (727), квітень, 2014.

8. <https://osvita.mkrada.gov.ua/zahalna-serednia-osvita/21245/>

9. Листопад Н. П. Робочий зошит з математики: навчальний посібник для учнів 3-го класу/ Н.П. Листопад. – Київ :УОВЦ “Оріон”, 2021.- 80с. : іл.

10. Листопад Н. П. Математика: підр. для 3 кл. закладів загальної середньої освіти (у 2-х частинах) : Частина 1 / Н.П. Листопад. – Київ :УОВЦ “Оріон”, 2020.- 128с. : іл.

- 11.

12. 8 цікавих задач для розвитку кмітливості та логічного мислення.

<https://vseosvita.ua/news/8-tsikavykh-zadach-dlia-rozvytku-kmitlyvosti-ta-lohichnoho-myslennia-6084.html>

13. Завдання II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики 2020-2021 н.р. Сумський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти.

14. Завдання II етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики 2019-2020 н.р. Сумський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти.

<http://shostka->

mmk.edukit.sumy.ua/Files/downloads/%D0%86%D0%86%20%D0%B5%D1%82%D0%B0%D

[0%BF%202019%20%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0.pdf](https://naurok.com.ua/magichni-kvadrati-ta-h-zastosuvannya-98655.html)

15. Магічні квадрати.

<https://naurok.com.ua/magichni-kvadrati-ta-h-zastosuvannya-98655.html>

16. МАГІЧНІ КВАДРАТИ В МАТЕМАТИЦІ ТА ЇХ ХАРАКТЕРИСТИКА

<https://content.e-schools.info/Derevoschool/library/%D0%9C%D0%B0%D0%B3%D1%96%D1%87%D0%BD%D1%96%D0%BA%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%86%D1%96%D1%82%D0%B0%D1%97%D1%85%D1%85%D0%B0%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0.pdf>

17. Національний звіт за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2018 / кол. авт. : М. Мазорчук (осн. автор), Т. Вакуленко, В. Терещенко, Г. Бичко, К. Шумова, С. Раков, В. Горох та ін. ; Український центр оцінювання якості освіти. Київ : УЦОЯО, 2019. 439 с. 2. Приклади завдань PISA з відповідями. URL: <http://gym7-sv.ho.ua/PISA/PISAmat.pdf> 3. Сергеев И.Н., Олехник С.Н., Гашков С.Б. Примени математику. Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 240 с. 4. Игнатъев Е.И. В царстве смекалки. Москва:АО «Столетие», 1994. 192 с. 5. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика. 5 клас: підруч. для закладів загальної середньої освіти. Вид. 2-ге, доопрац. відповідно до чинної навч. програми. Харків: Гімназія, 2018. 272 с. 6. Логічні задачі. URL: <https://naurok.com.ua/logichni-zadachi-1-4-klasi-24725.html> 7. Задачі на розвиток логічного мислення. URL: <https://vseosvita.ua/library/zadaci-na-rozvitok-logicnogo-mislenna50178.html>

18. Митник Олександр. Підручник. Логіка. 3 клас. Вид-во: Початкова школа. -104с.

<https://knigovo.org.ua/pdruchniki-logka-3-klas-nova-programa-1351/pdruchnik-logka-3-klas-avt-mitnik-o-vidvo-pochatkova-shkola-11715>

19. 100 задач на логіку і кмітливість для дітей і дорослих

20. Лоповок, Л.М. Збірник математичних завдань логічного характеру. Видавництво: К.: Радянська школа. 1972. - 152 с

21. Цікава математика// Збірник задач та вправ з розвитку логічного мислення. Кролевець, 2018. -34с.

<https://vseosvita.ua/library/cikava-matematika-zbirnik-zadac-26412.html>

22. Нич Т.В. Навчальна програма дисципліни «Логіка» (для бакалаврів). К: МАУП, 2016.- 16с.

https://maup.com.ua/ua/navchannya-u-maup/library/metod/2-menedzhment/navchalna_programa_disciplini_logika_dlya_bakalavriv.html

23. Логіка: закони і категорії, види, поняття та операції. Реферат.

<https://osvita.ua/vnz/reports/logika/25247/>