МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРНІВЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ЮРІЯ ФЕДЬКОВИЧА

Факультет математики та інформатики
кафедра алгебри та інформатики

ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ

Дипломна робота

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Виконала:
студентка 6 курсу, 606 групи
Панчук Ірина Іванівна
Керівник*:*
кандидат фіз.-мат. наук
асистент **Лучко В.С.**

До захисту допущено
на засіданні кафедри
протокол №____від _____________ 2022 р.
Зав. кафедрою ____________ доц. Колісник Р.С.

Чернівці – 2022

Анотація

У дипломній роботі на тему «Прикладні задачі на уроках геометрії» проведене дослідження задач прикладного характеру. Метою роботи було показати важливість та необхідність розв'язування задач прикладного характеру на уроках геометрії.

У теоретичній частині розглянуті прикладні задачі як засіб здійснення міжпредметних зв'язків, вимоги до задач прикладного характеру, визначені функції прикладних задач.

У практичній частині наведені приклади задач прикладного характеру та їх розв'язки. Показано як задачі прикладного характеру застосовуються для розв'язання життєвих задач.

Abstract

In the diploma work on the topic "Applied problems in geometry lessons", a study of problems of an applied nature was carried out. The purpose of the work was to show the importance and necessity of solving applied problems in geometry lessons.

In the theoretical part, applied problems are considered as a means of realizing interdisciplinary connections, requirements for applied problems, functions of applied problems are defined.

The practical part contains examples of applied problems and their solutions. It is shown how applied problems are used to solve life problems.

Дипломна робота містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів наукових досліджень інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

___________________ І.І. Панчук

(підпис)

ЗМІСТ

Вступ

Актуальність теми полягає в необхідності демонстрації практичної спрямованості курсу математики, певною мірою його “деакадемізації”, що сприятиме значному підвищенню ефективності навчальної діяльності учнів. Адже в наші дні перед навчальними закладами все частіше стоїть завдання поєднати навчання з продуктивною працею, подальше підвищення ефективності навчання, забезпечення комп’ютерної грамотності, тощо.

Математика протягом усієї історії людської культури завжди була її невід’ємною частиною; вона є ти самим ключем до пізнання навколишнього світу, базою науково-технічного прогресу. Математичні знання та навички необхідні практично у всіх професіях, насамперед у тих, яких пов’язані з природничими науками, технікою, економікою. Але математика стала проникати й в області традиційно “нематематичні” – управління державою, медицину, лінгвістику та інші. Безсумнівна необхідність застосування математичних знань та математичного мислення лікаря, історика, лінгвіста – настільки важлива математична освіта для професійної діяльності в наш час.

Крім того сьогодення орієнтує сучасну освіту на розвиток вміння працювати з навчальним математичним текстом (аналізувати, вибирати необхідну інформацію). Внаслідок чого всі атестації для учнів містять прикладні задачі, які перевіряють навички, що потребують використання математики у життєвих ситуаціях.

Д. Пойа писав [1], що володіння математикою – це вміння розв’язувати задачі, причому не лише стандартні, але й ті, що вимагають відомої незалежності мислення, здорового глузду, оригінальності, винахідливості.

Впродовж вивчення шкільного курсу математики неможливо обійтися без задач прикладного змісту. Як відомо, прикладними задачами в математиці називають ті задачі, умови яких містять нематематичні поняття, але їх можна розв’язати за допомогою математичних засобів. Систематичне використання прикладних задач сприяє активізації самостійної діяльності учнів, формуванню математичних знань, умінь та навичок, глибоке та міцне засвоєння предмета.

Розв'язання прикладних задач на уроках геометрії реалізують вимоги до предметних результатів освоєння основної освітньої програми. Наприклад, такі як:

1) розвиток умінь працювати з навчальним математичним текстом;

2) формування вміння розв'язування геометричних та практичних задач;

3) розвиток умінь застосовувати вивчені поняття, результати, методи при розв'язанні задач прикладного характеру.

Сучасні педагоги визначають систему задач як сукупність завдань до блоків уроків з теми, яка вивчається, і задовольняє певні вимоги. До таких систем задач існують різні вимоги [2], [3]. Наприклад, Лященко [3] виділив наявність задач, які ілюструють практичну залежність нового поняття або його значення при подальшому вивченні математики. Віноградова [2] спирається на принцип відбору і принцип складання системи вправ, приинцип систематичності та принцип послідовності. Фрідман [4] виділив розвиток мотивації до навчання і пізнавального інтересу, конкретизація навчального матеріалу, контроль та оцінка навчальної діяльності.

Мета дослідження: теоретично обґрунтувати необхідність використання задач практичного характеру з метою реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу математики; довести, що необхідно збільшувати кількість задач практичного змісту в процесі вивчення математики; показати перспективи застосування практичного підходу в процесі вивчення математики; продемонструвати на конкретних прикладах зразки рекомендованих та цікавих задач.

Об'єкт дослідження: зміст навчання математики в ЗЗСО.

Предмет дослідження: прикладні задачі у шкільному курсі геометрії.

Реалізація поставленої мети здійснювалася шляхом вирішенням наступних завдань:

- ✓ дослідження вимог до задач прикладного змісту;
- ✓ уточнення та узагальнення різної класифікації практичних задач;
- ✓ опис функцій прикладних задач;
- ✓ аналіз методики вирішення завдань із практичним змістом;
- ✓ аналіз завдань практичного змісту.

Теоретичною та методологічною основою дослідження є методи аналізу, синтезу, спостереження, та узагальнення. Теоретичною базою дослідження є методична література, праці. Інформаційною - наукові праці вітчизняних і зарубіжних вчених, матеріали періодичних видань, спеціалізованих порталів та сайтів, експертні оцінки та висновки, професійні видання в області математичного навчання. Робота складається із вступу, двох розділів (п’яти підрозділів), висновків, списку використаних джерел, 1 таблиці, 16 рисунків.

Розділ 1.

Науково-теоритичні основи понять задач прикладного та практичного змісту

1.1. Вимоги до задач прикладного характеру

Математика розвивається в основному через розв’язування задач. Як відомо, задачі стимулювали не тільки виникнення, а й подальший розвиток математичної науки. Адже, основну роль, звичайно, відігравали задачі, поставлені життям [5].

Практична спрямованість навчання математики – це “спрямованість змісту та методів навчання та розв’язування задач і вправ, на формування в учнів самостійних математичних умінь”. В реальному процесі навчання прикладна та практична спрямованість зазвичай функціонують разом [10].

Трохи по іншому розуміє прикладну спрямованість В.А. Долінгер. Він вважає, що “прикладна спрямованість математичних знань повинна означати як їх практичне застосування, так і теоретичне значення в самій математиці. Тільки в такому випадку буде виховуватися в учнів справжня повага до сили наукових знань” [4].

Проблема прикладної спрямованості навчання математики не нова і на всіх етапах її становлення та розвитку була пов’язана з безліччю питань, частина з яких не вирішена досі. Проблема прикладної спрямованості шкільної математики динамічна за змістом і з постійного розвитку математичної теорії, прогресу ІКТ, розширення галузі людської діяльності. Навіть будучи одного разу вирішеною, вона з кожним новим витком історії вимагатиме переосмислення та коригування. Про це треба не забувати. Передбачити всі аспекти застосування математики у майбутній діяльності учнів практично неможливо, а тим паче складно розглянути всі ці питання у навчальному закладі. Науково-технічна революція у всіх галузях людської діяльності висуває нові вимоги до знань, технічної культури, загального та прикладного характеру освіти. Це ставить перед сучасними закладами освіти нові завдання вдосконалення освіти та підготовки учнів до практичної діяльності.

Здатність учнів застосовувати знання в конкретних ситуаціях не виникає спонтанно, вона формується в процесі відповідного педагогічного впливу, який забезпечує здобування учнями таких знань, на які вони зможуть широко спиратися в суспільній і трудовій діяльності. Йдеться про реалізацію прикладної спрямованості шкільного курсу математики. Про важливість цього напряму у викладанні математики в закладах освіти свідчать численні науково-методичні публікації.

Використання на уроках математики задач практичного змісту, до розв’язування яких, як показує досвід роботи, учні мають більше бажання, ніж більшості задач із шкільних підручників. В.Г. Болтянський зауважував, що “задачі прикладного характеру мають у загальноосвітній школі важливе значення перш за все для виховання в учнів інтересу до математики. На прикладі добре складених задач прикладного змісту учні будуть переконуватись у значенні математики для різноманітних сфер людської діяльності, в її користі і необхідності для практичної роботи, побачать широту можливих застосувань математики, зрозуміють її роль в сучасній культурі” [6].

Одним із дієвих та ефективних способів реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу математики є доцільне використання в навчальному процесі прикладних задач та задач практичного характеру, які виникли в інших галузях, але, як не дивно, потребують саме математичного розв’язання [5].

Залежно від вимог, поряд із прикладними задачами на обчислення та побудову виділяється окремий тип задач – якісні прикладні задачі. Це задачі, в умові яких, просять пояснити, обґрунтувати або дослідити певний факт, порівняти чи в дійсності це є можливим, при цьому необов’язково потрібно виконувати обчислення, побудови тощо. Цінність та цікавість таких задач, у простих та нескладних обчисленнях, і тому, такі задачі дозволяють зосередитись учням на ясному та точному розумінні геометричної суті аксіом, теорем, понять, означень та уявлень; формують в учнів геометричне та просторове мислення та інтуїцію, розуміння не простого процесу математичного моделювання [5].

На уроках математики учням набагато корисніше та цікавіше розв’язувати задачі, які спонукають думати, знаходити різні методи для розв’язання, сприяють розвитку мислення та інтуїції та допомагають знайти їх практичне значення в повсякденному житті. Саме такі задачі, які допомагають учням краще розібратися та зрозуміти зв’язок задачі з реальним світом, називають прикладними задачами [8].

У сучасній педагогічній літературі означення прикладної задачі описується по різному:

- ✓ задача, що потребує перекладу з природної мови на мову математики;
- ✓ задача, яка дуже близька за формулюванням і, навіть, методами розв’язування до задач, які виникають на практиці;
- ✓ сюжетна задача, яка може бути сформульована, наприклад, у вигляді задачі-проблеми.

Розглянемо основні вимоги до прикладних задач, які часто використовуються у вивченні математики у закладах освіти:

✓ задачі повинні мати реальний практичний зміст, який забезпечує ілюстрацію саме практичної цінності та значущості набутих математичних знань;

✓ у змісті прикладних завдань мають відображатися математичні та зовсім нематематичні проблеми та сутності, їх взаємний зв’язок;

✓ задачі повинні відповідати наявним навчальним програмам і підручникам рекомендованим МОН за формулюванням та змістом основних методів і фактів, повинні бути використані в процесі їх розв’язання;

✓ задачі повинні бути сформульовані зрозумілою та доступною учням мовою, не містити наукових термінів, з якими учні ще не зустрічалися, які вимагатимуть додаткових пояснень;

- ✓ числові дані в прикладних задачах повинні бути реальними, бажано щоб вони відповідали тим, які існують на сьогодні в практиці;
- ✓ у змісті задачі повинен бути відображений особистий досвід учнів, матеріал, який дозволить ефективно показати використання математичних понять і знань, а також викликати в учнів пізнавальний інтерес;
- ✓ бажано, щоб прикладні задачі відображали ситуації промислового і сільськогосподарського виробництва, сучасної економіки рідного краю та країни, торгівлі, ілюструвати застосування математичних понять і знань у професіях людей;
- ✓ прикладна частина завдань має покривати її математичну сутність;
- ✓ у прикладних задачах числові дані мають бути наближеними до реальності, проте при розв’язуванні деяких задач необхідно використовувати різні обчислювальні засоби, наприклад, онлайн калькулятори, різні програми;
- ✓ проте при розв’язанні прикладних задач у класах з поглибленим вивченням математики формулювання задачі може бути розширеним, може являти собою теоретичне обґрунтування і зведення до проблеми, що вивчається. Сама ж проблема може мати різне, інколи досить не просте розв’язання [7].

1.2. Класифікація задач за практичним змістом

Класифікації задач за практичним змістом в сучасній літературі приділено не дуже багато уваги. Як правило, задачі з практичним змістом – це задачі практичні або навіть, нестандартні. За своїм функціональним призначенням задачі з практичним змістом виступають як засіб навчання, адже вони спрямовані на формування знань, умінь і навичок учнів.

Розглянемо чим відрізняються одна від одної практична і прикладна задача:

Практична – це задача, в умові якої ставиться лише питання, а самі дані слід знайти самостійно. Для розв’язання такої задачі іноді може вказуватись метод, який варто застосувати, наприклад, подібність трикутників, необхідність застосувати формули площ фігури, використати теорему косинусі або синусів тощо. Проте всі дані учні повинні визначити самостійно шляхом вимірювання, зважування, підрахунку певних величин.

Прикладна – задача, це задача в якій ми маємо справу одразу з готовими даними та величинами. Як правило, така задача зводиться до побудови та розв’язанню її математичної моделі.

Наведемо різні класифікації прикладних задач:

За змістом: абстрактні; конкретні; історичні; міжпредметні; тематичні; прикладні тощо.

За дидактичною метою: дослідницькі; тренувальні; контрольні; творчі.

За способом подання умови: графічні; задачі-малюнки; текстові; задачі-схеми тощо.

За ступенем складності: прості; середньої складності, складні; підвищеної складності; олімпіадні; конкурсні.

За вимогою: знаходження невідомої величини; доведення; дослідження; конструювання тощо.

За способом розв’язування: обчислювальні; експериментальні; графічні тощо.

Дана класифікація задач не є повною, адже одна й та ж задача може належати до різних груп.

Можна здійснити класифікацію задач прикладного характеру на основі аналізу змісту курсу математики: за змістом (абстрактні або конкретні, з виробничим або/та історичним наповненням); дидактичними цілями (тренувальні, контролюючі, творчі, дослідницькі); способом подання умови (текстові, графічні, завдання-малюнки, завдання-схеми, завдання-досліди); за рівнем складності (прості, складні, комбіновані, олімпіадні, творчі); за характером і методом дослідження (обчислювальні, експериментальні, якісні, дослідницькі).

В літературі можна знайти класифікація задач з практичним змістом за величиною проблемності, за числом об'єктів в умові задачі та зв'язків між даними об'єктами, за характером вимоги, за формами розв'язання тощо.

Для реалізації прикладної спрямованості при вивчені математики велике значення має вдале використання різних форм організації навчального процесу. Отже, "завдання з практичним змістом – це математична задача, яка розкриває міжпредметні зв'язки і тільки знайомить нас зі сферами людської діяльності, в яких вона може використовуватися". І.М. Шапіро, у своїй роботі [11], відзначає задачі з практичним змістом через фабулу і називає такі задачі задачами прикладного характеру.

1.3. Функції прикладних задач

Задачі у вивчені математики є і об'єктом дослідження, і засобом навчання. Як правило розрізняють чотири основні функції задач – навчальну, розвивальну, виховну і контрольну.

Навчальна функція полягає у формуванні в учнів системи математичних понять, знань, умінь і навичок на різних етапах навчання. За допомогою вдало підібраної системи задач учні вчаться не лише застосувувати здобуті знання теорії, а й на етапі мотивації вчитель може переконати навіть самого впертого учня, у потребі здобуття нових знань. Адже у процесі розв'язання будь якої задачі учні дістають додаткову теоретичну та практичну інформацію, різні відомості про методи та способи розв'язання такої задачі.

Використання прикладних задач на уроках математики в ЗЗСО, мають на меті навчальні функції. При розв'язуванні таких задач передбачається виокремлення основних умінь і навичок, визначення основних типів задач. В процесі розв'язування прикладних задач учні оволодівають основними уміннями та навичками, ти самим досягають певного рівня навчальних досягнень. Задачі, які мають за мету навчальні функції, використовуються, наприклад, для спостереження ознак, виведення певних властивостей фігур. А також при формуванні основних понять, виведення цікавих наслідків, визначення співвідношення між певними елементами фігур, можливого розташування деяких точок та зображення геометричних та просторових фігур. Прикладні задачі застосовуються для первинного осмислення сутності понять, а також для виявлення зв'язків і співвідношень з елементами деяких фігур. Практичні задачі необхідні при обґрунтуванні деяких тверджень, підборі аргументів при доведенні певних тверджень, відпрацюванні навичок у учнів у нестандартних ситуаціях, формуванні умінь застосовувати різні методи розв'язування прикладних задач [9].

Розвивальну функцію задач спрямовано на розвиток логічного мислення учнів. За формування в учнів логічних та адекватних дій і прийомів розумової діяльності, просторових уявлень і уяви, математичного та алгоритмічного мислення, вміння застосувати математику в будь якій ситуації відповідає розвивальна функція.

Виховну функцію задач направлено та націлено на формування в учнів наукового світогляду. Виховна функція сприяє економічному, екологічному та естетичному вихованню, розвиває пізнавальний інтерес, а також позитивні риси особистості.

В якості одного із засобів розв'язання проблеми виховання учнів у процесі вивчення курсу планіметрії можна запропонувати використання прикладних задач із виховними функціями. Крім задач із загально-методичними виховними функціями (екологічне, естетичне, трудове, економічне виховання), обґрунтовується використання задач з виховними функціями більш вузького спеціалізованого спрямування: виховання пізнавального інтересу, виховання культури мислення, виховання потреби доводити, формування навичок раціональноої навчальної праці, виховання спостережливості і самостійності [9].

Контрольна функція задач полягає у встановленні навченості, рівня загального і математичного розвитку, стану засвоєння навчального матеріалу не тільки окремими учнями, але і класом загалом [9].

1.4. Прикладні задачі як засіб здійснення міжпредметних зв'язків

Математика є одним із головних предметів ЗЗСО, яка забезпечує вивчення різних дисциплін. Математика розповсюджується навкруги, тим самим завойовує все нові й нові області знань, вона інтенсивно проникає в усі потаємні куточки всіх без винятку наук, допомагає розв'язувати навіть ті задачі, які раніше здавалися недосяжними.

Прикладна спрямованість навчання з математики включає міжпредметні зв'язки з курсами фізики, креслення, хімії, географії та трудового навчання, широке використання сучасної комп'ютерної техніки та новітнього програмного забезпечення, розвиток комп'ютерної грамотності; формування математичного стилю мислення, креативності.

Міжпредметні зв'язки – це "дидактична умова, яка сприяє підвищенню науковості та посильності навчання, значному посиленню пізнавальної діяльності учнів, поліпшенню якості їх знань" [18]. Це така конструкція змісту навчального матеріалу, що належить двом чи більше навчальним предметам і відображає взаємозв'язки, які об'єктивно діють в природі та вивчаються сучасними науками. Це свого роду узгодженість між навчальними предметами, що дає змогу розглядати факти і явища реальної дійсності з різних точок зору, з позицій різних навчальних предметів. [18]

Усі прийоми та засоби навчання, які вчитель використовує під час уроку, мають бути орієнтовані реалізацію прикладної спрямованості навчання у всіх можливих проявах. Очевидно, вчителю слід якнайчастіше акцентувати увагу учнів на універсальність, красу і простоту математичних методів, та на конкретних прикладах і задачах показувати їх прикладний і практичний характер. На уроках варто забезпечувати органічний зв'язок теоретичного матеріалу, що вивчається, і задачного матеріалу, так, щоб учні розуміли його значущість, ближню і далеку перспективи його використання. Можна окреслити область, в якій даний матеріал має фактичне застосування. Адже однією з головних умов провадження діяльності, досягнення певних цілей у будь-якій галузі є мотивація. Як відомо, в основі мотивації, лежать потреби та інтереси особистості. Щоб досягти хороших успіхів у навчанні учнів, необхідно зробити навчання бажаним процесом. Тому кожне нове поняття чи становище має, наскільки можна, спочатку з'являтися у задачі практичного характеру. Таке завдання покликане, по-перше, переконати учнів у необхідності та практичної потрібності вивчення матеріалу; по-друге, вказати учням, що математичні абстракції виникають саме із практики, із задач, які поставила перед нами реальне життя. Це і є один із шляхів посилення світоглядної спрямованості навчання математики.

Використання міжпредметних зв'язків – одна із умов реалізації прикладної спрямованості навчання. Адже об'єктом математики є весь світ, і його вивчають всі інші науки. Культивування міжпредметних зв'язків підвищує науковість навчання, доступність (адже теорія насичується практичним змістом), на заняття природно вторгаються елементи цікавості. Однак є багато труднощів: вчитель повинен опановувати інші предмети. практичне завдання зазвичай потребує більше часу, ніж теоретична, виникають питання взаємної програми ув'язування та інші. І, звісно, важливу роль реалізації прикладної спрямованості навчання математиці грають завдання.

Математиці властива універсальна застосовність, однак вона при цьому не може змінити методи й поняття тих конкретних наук, де її застосовують. У цьому сенсі вона має прикладний, підпорядкований характер. А тому доцільно узгоджувати в часі й за темпами вивчення програму з математики з програмами інших предметів шкільного компонента, що використовують математичний аппарат. [15]

Так у 5-6 класах ЗЗСО на уроках математики вивчають дії з раціональними числами. Отриманні вміння виконувати дії з раціональними числами учні застосовують при розв'язанні задач на уроках фізики, хімії, та нівіть деяких тем з географії. Отже, доцільно вже не тільки в 5-6 класах, а навіть в початковій школі, проводити підготовчу роботу, яка направлена на знайомство учнів з раціональними числами і предметами: повідомити, що такі науки (фізика, хімія, географія тощо) взагалі існують, що є об'єктом вивчення цих наук, що об'єднує ці науки.

Ще більше можливостей реалізувати міжпредметні зв'язки з'являється у вчителі в старших класах, адже учні вже вивчають фізику та хімію, на власному досвіді переконуються, що на уроках з різних предметів можуть розглядатися однакові поняття. У таблиці 1.1 наведемо декілька можливих напрямів здійснення міжпредметних зв'язків між курсом математики та іншими шкільними дисциплінами.

Таблиця 1.1

Приклади міжпредметних зв'язків математики й інших дисциплін

Навчальний предмет	Питання програми математики	Навчальний матеріал
Інформатика	Двійкова система числення	
	Алгоритм і блок-схема	Розв'язування рівнянь та їх систем за схемами
Фізика	Переведення одиниць вимірювання швидкості, густини	Одиниці вимірювання часу і довжини, маси і об'єму
	Об'єм і маса тіл	Обчислення об'ємів геометричних тіл
	Закон додавання швидкостей	Рух за течією і проти течії
	Коефіцієнт корисної дії. Вологість повітря	Відсотки
	Паралельне з'єднування провідників, конденсаторів.	Додавання дробів із

	Формула тонкої лінзи	різними знаменниками
	Ізохорний процес. Ізобарний процесс. Залежність питомого опору металів від температури	Пряма пропорційність
	Правило важеля. Рух рідини по трубах. Ізотермічний процесс	Обернена пропорційність
	Правила Кіргофа для замкненого кола	Додавання додатних і від'ємних чисел
	Рівномірний рух, рівнозмінний рух	Лінійна та квадратична функція, арифметична прогресія
	Шлях при рівноприскореному русі, вільне падіння	Квадратні рівняння, графік квадратичної функції
	Закони додавання швидкостей. Рух за течією і проти течії	Нерівності, алгебраїчні рівняння
Астрономія	Обчислення відстаней між різними космічними об'єктами	Задачі на рух
	Календарі	Додатні, від'ємні числа. Задачі на час
	Карта зоряного неба	Вимірювання кутів
Хімія	Відносна атомна маса елемента. Періодична таблиця Менделєєва	Округлення десяткових дробів
	Обчислення з використанням	Відсотки, відсоткові

	масової частки (%) розчиненої речовини. Обчислення масової частки (%) виходу продукту. Знаходження маси компоненту суміші. Степінь електролітичної дисоціації	розрахунки, алгебраїчні рівняння
	Розрахунки за рівняннями хімічних реакцій	Властивості пропорції
	Складання рівнянь окислювально-відновних реакцій.	Додавання додатних і від'ємних чисел
	Схема електронного балансу	
Біологія	Кількісні порівняння	Відсотки, графіки і діаграми
	Закони Менделя (гомозиготне та гетерозиготне схрещення)	Задачі на частини. Пряма пропорційність
Географія	Масштаб	Масштаб
	Порівняння площ країн, морів, океанів, висоти гір, глибини морів, чисельності населення тощо	Порівняння чисел. Діаграми
	Графік зміни температури	Графіки (читання і побудова)
	Рельєф, читання карт	Додатні і від'ємні числа
	Географічні координати (довгота,	Система координат

	широта)	Вимірювання кутів
	Приріст населення	Прогресії
Економіка	Продуктивність праці	Додавання звичайних дробів. Відсотки
	Собівартість	Нерівності, геометрична прогресія
Історія	Літочислення (до н.е. і н.е.), визначення тривалості, початку чи кінця події	Задачі на час
		Додавання чисел
Музика	Ритмічне ділення	Звичайні дроби
Креслення	Масштаб	Масштаб
	Розгортки поверхонь фігур	Розгортки геометричних тіл

Практика показує, що учні з цікавістю вирішують та сприймають завдання практичного змісту. Учні із захопленням спостерігають, як із практичного завдання виникає теоретичне, і як суто теоретичному завданню можна надати практичну форму.

1.5. Методика вирішення завдань із практичним змістом

Здатність самостійно розв'язати завдання – головне вміння всім учнів, зокрема і тих, хто збирається вивчати математику. У реальному житті люди щодня ставлять і вирішують завдання, звичайно, вони відрізняються від завдань, пропонованих шкільними підручниками математики, тому важливим є вміння вирішувати саме завдання практичного змісту, яке найменше відрізнятиметься від завдань повсякденного життя. Вміння організувати та самостійно вирішити практичне завдання притаманне активним, самостійним, високоінтелектуальним учням, але, на жаль, такі уміння має не кожен учень.

Щоб навчитися вирішувати завдання з практичним змістом, необхідно вміти аналізувати умову цієї задачі; вміти застосовувати отримані раніше знання практично, тобто, розуміти, коли та які знання потрібно використовувати; також слід уміти абстрагуватися та знаходити загальне рішення, яке можна буде використовувати при вирішенні іншого завдання; і, звичайно, потрібно контролювати та перевіряти кожну свою дію, тобто. проводити самоконтроль. Саме з цих дій складається вміння вирішувати практичне завдання [12].

Під час уроків вчитель обов'язково повинен пояснити школярам, навіщо вони вчаться вирішувати практичні завдання. По-перше, головна мета розв'язання таких завдань – сформувати вміння розв'язувати завдання, які можуть зустрітись кожному в реальному житті. По-друге, важлива мета вирішення практичних завдань у тому, щоб показати учням важливість і практичну необхідність вивчення математики. По-третє, вирішення завдань практичного змісту в короткій перспективі стане в нагоді для здачі ЗНО, а в довгій перспективі стане в нагоді в будь-якій професії або захопленні, тому що вирішувати і ставити завдання людьми доводиться постійно, чим би вони не займалися.

Особливість процесу вирішення завдань з практичним змістом полягає в тому, що необхідно більш детально аналізувати текст завдання, перевірити задачу на надлишок та нестачу умов, виявити взаємний зв'язок з іншими розділами математики та з різними сферами діяльності, правильно скласти математичну модель для вирішення, не проґавивши важливих умов завдання, і, нарешті, потрібно чітко інтерпретувати отриманий результат [12].

Найчастіше на уроках математики вчителі намагаються скоріше перекласти практичне завдання з природної мови на математичну і приділити час вирішенню даної задачі. Зрозуміло, цей перебіг рішення не зовсім правильний. Незважаючи на те, що при детальному розборі задачі практичного змісту йде набагато більше часу, неформальний розбір умов задачі, з’ясування значення кожної величини задачі, відбір і мотив гіпотез, складання математичної моделі, обговорення отриманої відповіді та формулювання висновків дадуть набагато більший результат і навчать застосовувати математику практично, ніж вирішення великої кількості завдань відпрацювання певного вміння без обговорень [12].

Вирішення будь-якого завдання як з практичним змістом, так і ні, можна здійснити по чотирьох етапах:

1. аналіз умови;
2. пошук шляхів вирішення – висування гіпотез – складання плану рішення;
3. реалізація одержаного плану;
4. дослідження отриманого рішення – “погляд назад”… [12].

Розділ 2. ЗАДАЧІ ПРИКЛАДНОГО ТА ПРАКТИЧНОГО ЗМІСТУ У ВИВЧЕННІ ГЕОМЕТРІЇ

В даному розділі розглянуті задачі прикладного та практичного змісту.

Прикладні задачі теми: “Довжина кола” передбачають використання поняття кола, елементів, застосування формул для обчислення довжини кола та площі круга; формують пізнавальну та соціальну компетентність.

Наведені нижче задачі допоможуть повторити використання поняття кола, його елементів, застосування формул для обчислення довжини кола, довжини дуги кола, градусної міри сектора, площі круга.

Задача 1

Щоб витягти відро води, треба корбу коловорота криниці повернути 30 разів. Знайдіть глибину криниці, якщо діаметр барабана 26 см. [17]

Розв’язання

Довжина кола обчислюється за формулою: $C = 2\pi R$, де R – радіус кола.

Знайдемо радіус барабана:

$R = 26 : 2 = 13$ см $= 0,13$ м.

Тоді довжина одного оберту буде рівна:

$C \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 0,13 \approx 0,8164$ м.

Отже, глибина криниці буде рівна:

$30 \cdot 0,8164 \approx 24,492$ м.

Відповідь: 24,492 м.

Задача 2

Для того, щоб визначити діаметр стовбура дерева, діти виміряли довжину кола стовбура дерева (рисунок 1). Вона дорівнює 3,8 м. Який діаметр має стовбур? (Відповідь округлити до сотих) [16]

Рисунок 1

Розв’язання

Довжина кола обчислюється за формулою: $\mathrm{C} = \pi d$.

Знайдемо діаметр кола: $d = C : \pi$;

$$d = 3{,}8 : 3{,}14 \approx 1{,}21019108 \approx 1{,}21 \text{ м.}$$

Відповідь: 1,21 м.

Задача 3

Каркас колеса огляду складається з двох однакових кіл, до яких прикріплено 18 кабінок на однаковій відстані одна від одної, та ребер (радіусів кіл), що з’єднують місця прикріплення кабінок та центри кіл (рисунок 2). Довжина кожного ребра дорівнює 27 м. Визначте довжину дуги $\overset{\frown}{AB}$ кола із центром в точці О. Товщиною каркасу знехтуйте. [13]

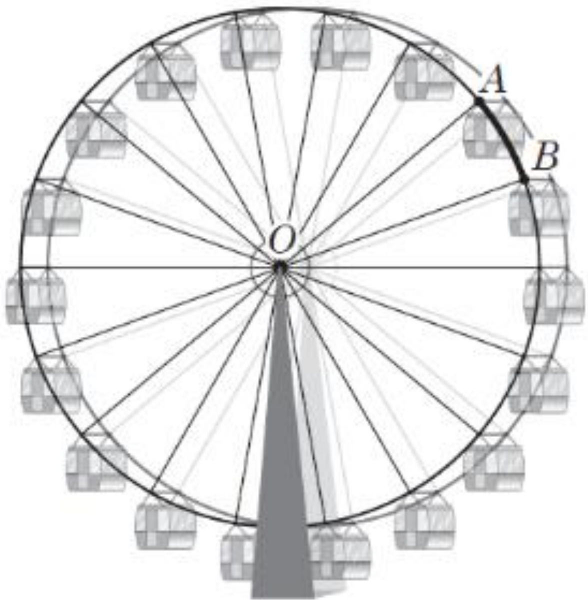

Рисунок 2

Розв'язання

Довжина ребра – радіус кола. $R = OA = OB = 27$ м.

I спосіб

Оскільки до каркаса прикріплено 18 кабінок, то коло розбивається на 18 однакових секторів.

Знайдемо градусну міру сектора:

$\alpha = 360^\circ : 18 = 20^\circ$.

Знайдемо довжину дуги кола $\overset{\frown}{AB}$:

$l_{AB} = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 27 \cdot 20^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 27}{9} = 3 \cdot \pi \approx 3 \cdot 3{,}14 \approx 9{,}42$ (м).

II спосіб

Знайдемо довжину кола:

$C = 2\pi R = 2 \cdot \pi \cdot 27 = 54\pi$ (м).

Оскільки до каркаса прикріплено 18 кабінок, то довжина дуги $\overset{\frown}{AB}$ дорівнює:

$l_{\text{AB}} = \frac{54\pi}{18} = 3 \cdot \pi \approx 3 \cdot 3{,}14 \approx 9{,}42$ (м).

Відповідь: 9,42 м.

Задача 4

Троє друзів завітали в піцерію. В меню були піци діаметром 30 см за ціною 130 грн та діаметром 50 см за ціною 260 грн. Який варіант вигідніший – дві невеликі піци, чи одна велика?

Розв'язання

Для того, щоб визначити, який з варіантів вигідніший необхідно знайти площі меншої та більшої піц. Оскільки піци мають форму круга, то площу будемо обчислювати за формулою: $S = \pi r^2$.

Знайдемо радіуси даних піц.

Радіус меншої піци буде рівний: $r_1 = 30 : 2 = 15$ (см).

Радіус більшої піци буде рівний: $r_2 = 50 : 2 = 25$ (см).

Знайдемо площу меншої піци: $S_1 = \pi r_1^2 \approx 3{,}14 \cdot 15^2 \approx 3{,}14 \cdot 225 \approx 706{,}5$ (см^2).

Площа двох менших піц буде рівна: $706{,}5 \cdot 2 \approx 1413$ (см^2).

Знайдемо площу більшої піци: $S_2 = \pi r_2^2 \approx 3{,}14 \cdot 25^2 \approx 3{,}14 \cdot 625 \approx 1962{,}5$ (см^2).

Отже, можемо зробити висновок, що вигідніше буде придбати одну велику піцу, ніж дві малі.

Відповідь: вигідніше придбати одну велику піцу.

Розглянуті нижче задачі перевіряють вміння застосовувати означення, ознаки та властивості геометричних фігур до розв'язування планіметричних задач та задач практичного змісту; уміння застосовувати теорему Піфагора до розв'язування прямокутного трикутника, знання означення тригонометричних функцій гострого кута прямокутного трикутника, властивості прямокутника.

Задача 5

На рисунку 3 зображено поперечний переріз аркового проїзду, верхня частина якого (дуга *BKC*) має форму півкола радіуса *OC* = 2 *м*. Відрізки *AB* і *DC* перпендикулярні до *AD*. *AB* =*DC*= *2 м*. Знайти значення висоти h вантажівки, за якого вона зможе проїхати через цей арковий проїзд, не торкаючись верхньої частини арки (дуги *BKC*)? Уважайте, що *LMNP* – прямокутник, у якому *MN* = 2,4 м і *MN* || *AD*. [13]

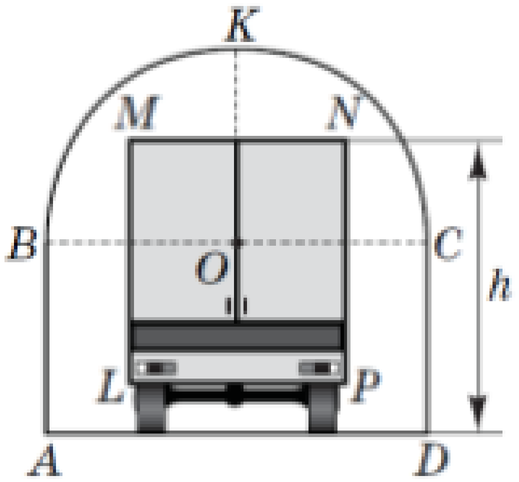

Рисунок 3

Розв’язання

І спосіб

Нехай відрізки OC і NP перетинаються в точці F.

Тоді $OF = MN : 2 = 2{,}4 : 2 = 1{,}2$ (м).

Продовжимо відрізок FN до дуги ВКС і позначимо точку X. Проведемо радіус OX. Отримаємо прямокутний трикутник OFX (∠F = 90°).

З ΔOFX (∠F = 90°) за теоремою Піфагора:

$FX^2 = OX^2 - OF^2$;

$FX^2 = 2^2 - 1{,}2^2$;

$FX^2 = 4 - 1{,}44$;

$FX^2 = 2{,}56;$

$FX = 1{,}6$ (м).

Знайдемо відстань від землі до верхньої частини арки

$FX + CD = 1{,}6 + 2 = 3{,}6$ (м).

Значення висоти h вантажівки, за якого вона зможе проїхати через арковий проїзд, не торкаючись верхньої частини арки, повинно бути менше знайденого значення відстані від землі до арки.

Отже, $h < 3{,}6$ м.

II спосіб

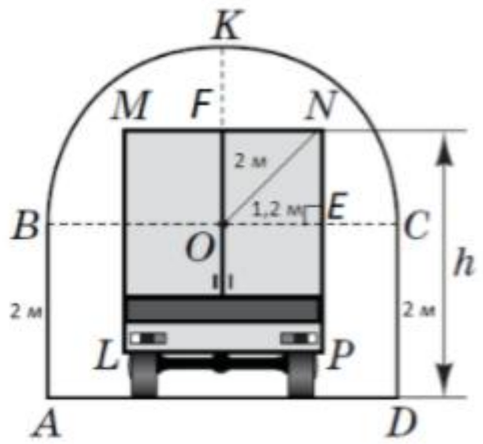

Рисунок 4

Розглянемо випадок, коли вантажівка дотикається аркового проїзду. При цьому *ON = OC = 2 м* – радіус аркового проїзду (рисунок 4).

Оскільки *MN = 2,4 м,* а *MF = FN = 1,2 м,* то *FN = OE = 1,2 м* (рисунок 3).

Значення *NE* знайдемо за теоремою Піфагора з $\triangle NEO$ ($\angle E = 90°$):

$NE = \sqrt{ON^2 - OE^2} = \sqrt{4 - 1{,}44} = \sqrt{2{,}56} = 1{,}6$ (м).

Висота h вантажівки складається з суми $h = CD + NE = 2 + 1{,}6 = 3{,}6$ (м).

При значенні 3,6 м вантажівка дотикається арки, тому максимально можливе значення $h < 3{,}6$ м.

Відповідь: $h < 3{,}6$ м.

Задача 6

Перед світлофором на деякій горизонтальній дорозі AB зупиняється автобус. Найбільший кут MKN, під яким водієві автобуса видно світлофор повністю, дорівнює 30° (рисунок 5). Проекція відрізка KM на пряму AB паралельна напрямку KN руху автобуса, $LP \perp AB$. Нехай $KL = 0{,}6$ *м*, $LP = 1{,}6$ м. Світлофор встановлено на висоті $h = 4{,}6$ *м* над дорогою. Знайти найменшу відстань d від точки A до точки P місця зупинки автобуса, за якої світлофор повністю потраплятиме в поле зору водія [13].

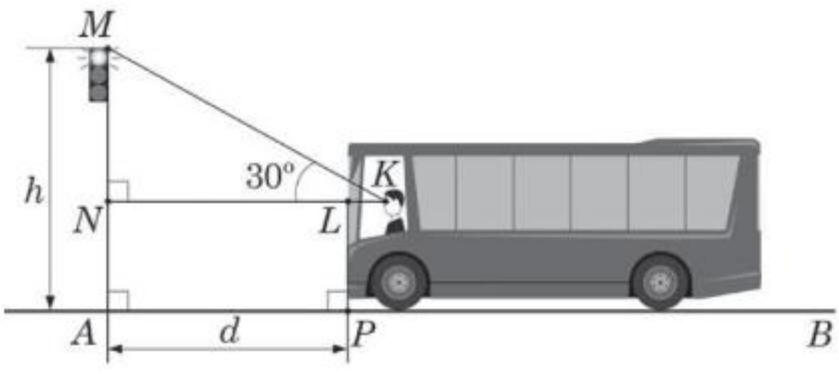

Рисунок 5

Розв'язання

Знайдемо відстань від лінії рівня очей водія до верхівки світлофора:

$MN = h - LP = 4{,}6 - 1{,}6 = 3$ (м).

Розглянемо прямокутний ΔMNK ($\angle N = 90°$).

За властивістю кута 30° прямокутного трикутника (катет, що лежить проти кута 30° дорівнює половині гіпотенузи): $MK = MN \cdot 2 = 3 \cdot 2 = 6$ (м).

І спосіб

Знайдемо відстань від водія до світлофора KN.

З прямокутного $\triangle MNK$ ($\angle N = 90°$) за теоремою Піфагора:

$KN^2 = MK^2 - MN^2;$

$KN^2 = 6^2 - 3^2;$

$KN^2 = 36 - 9;$

$KN^2 = 27;$

$KN = 3\sqrt{3} \approx 3 \cdot 1{,}7 \approx 5{,}1$ *(м).*

Тоді шукана найменша відстань від точки A до точки P місця зупинки автобуса, за якої світлофор повністю потраплятиме в поле зору водія буде дорівнювати $d = NL = KN - LK \approx 5{,}1 - 0{,}6 \approx 4{,}5$ (м).

II спосіб

Знайдемо відстань від водія до світлофора KN.

З прямокутного $\triangle MNK$ $(\angle N = 90°)$ за означенням косинуса гострого кута прямокутного трикутника маємо:

$\cos K = \frac{KN}{MK};$

$\cos 30° = \frac{KN}{6};$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{KN}{6};$

$KN = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \approx 3 \cdot 1{,}7 \approx 5{,}1$ *(м);*

Тоді шукана найменша відстань від точки A до точки P місця зупинки автобуса, за якої світлофор повністю потраплятиме в поле зору водія буде дорівнювати

$d = NL = KN - LK \approx 5{,}1 - 0{,}6 \approx 4{,}5$ *(м).*

Відповідь: 4,5 м.

Задача 7.

Стріла CD автокрана нахилена до деякої горизонтальної поверхні *AB* під кутом 60^0, *CD = 20 м* (рисунок 6). Основа C стріли крана розташована на відстані d = *2 м* від горизонтальної поверхні *AB*. Відстань h_1 від кінця D стріли до нижньої основи *MN* вантажу дорівнює *6 м*. Знайти відстань h_2 (у м) від MN до горизонтальної поверхні AB. Уважайте, що $MN || AB$. [13]

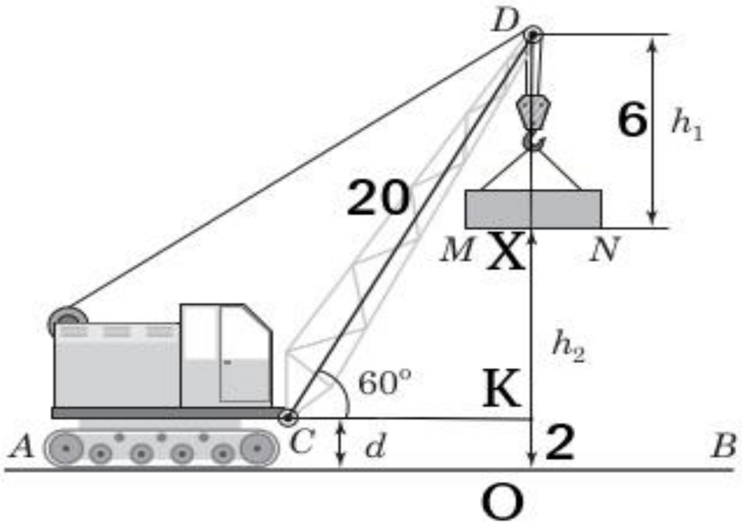

Рисунок 6

Розв'язання

З точки D до прямої AB проведемо перпендикуляр $DO \perp AB$, з точки C проведемо перпендикуляр $CK \perp DO$. Тоді $OK = d = 2$ м. Відстань від кінця стріли до нижньої основи *MN* вантажу $DX = h_1 = 6$ м.

Знайдемо відстань від кінця стріли до її основи: DK.

З прямокутного ΔCDK $(\angle K = 90°)$ за означенням синуса гострого кута прямокутного трикутника маємо:

$sin\, C = \frac{DK}{DC}$;

$sin\, 60° = \frac{DK}{20}$;

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DK}{20}$;

$DK = \frac{20\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \approx 10 \cdot 1{,}7 \approx 17$ *(м)*.

Тоді відстань $h_2 = DK + OK - DX \approx 17 + 2 - 6 \approx 13$ (м).

Відповідь: 13 м.

Задача 8

З аеродрому вилетіли одночасно два літаки: один – на захід, другий на південь (рисунок 7). Через 2 год відстань між ними була 2000 км. Знайдіть швидкості літаків, якщо швидкість одного становила 75% швидкості другого.

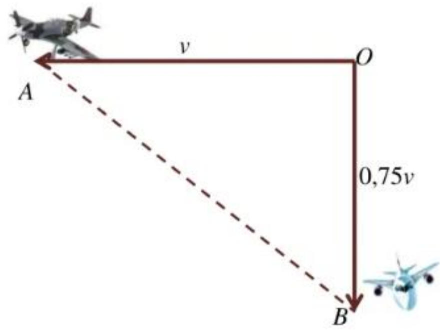

Рисунок 7

Розв’язання

Нехай швидкість літака, що летів на захід – v км/год, тоді швидкість літака, що летів на південь – $0{,}75v$ км/год.

Шлях, який подолав літак, що летів на захід за 2 год дорівнює: $AO = 2v$ км, а шлях, який подолав літак, що летів на південь за 2 год дорівнює: $OB = 1{,}5v$ км.

Відстань між літаками через 2 год дорівнює: AB = 2 000 км.

Західний та південний напрямки утворюють прямий кут.

Тоді з ΔAOB ($\angle O = 90°$) за теоремою Піфагора складаємо рівняння:

$OA^2 + OB^2 = AB^2;$

$(2v)^2 + (1{,}5v)^2 = 2\,000^2;$

$4v^2 + 2{,}25v^2 = 2\,000^2;$

$6{,}25v^2 = 2\,000^2;$

$2{,}5v = 2\,000;$

$v = 2\,000 : 2{,}5;$

$v = 800.$

Отже, швидкість літака, що летів на захід – 800 км/год, а швидкість літака, що летів на південь – $0{,}75 \cdot 800 = 600$ км/год.

Відповідь: 800 км/год, 600 км/год.

Запропонована задача допоможе сформувати у учнів поняття масштабу; формувати вміння й навички при розв'язувані вправ на знаходження відстані на карті, сформувати соціальну та пізнавальну компетентність.

Задача 9

Територія лісництва на карті масштабу 1:100 000 має форму прямокутника зі сторонами 42 мм і 57 мм (рисунок 8). Визначте площу лісу в гектарах.

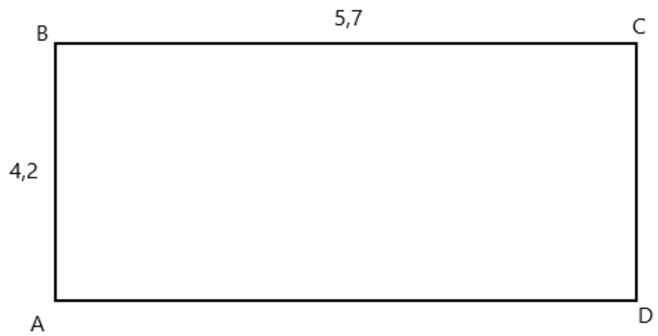

Рисунок 8

Розв'язання

Переведемо задані розміри лісу з масштабу в розміри на місцевості.

Масштаб 1 : 100 000 говорить про те, що 1 см на карті дорівнює 100 000 см на місцевості.

Тоді розміри лісу на місцевості будуть такими:

$4{,}7 \cdot 100\,000 = 470\,000$ см $= 4700$ (м).

$5{,}7 \cdot 100\,000 = 570\,000$ см $= 5\,700$ (м).

Знайдемо площу прямокутника: $S = a \cdot b$, де a, b – сторони прямокутника.

$S = 4\,700 \cdot 5\,700 = 26\,790\,000$ м^2.

Переведемо із м^2 в га:

$26\,790\,000 \cdot 0{,}0001 = 2\,679$ (га).

Відповідь: 2 679 га.

Наступна задача допоможе повторити використання поняття прямокутника та відсотків, обчислення площі прямокутника, знаходження відсотка від числа.

Задача 10

Одне вікно має розміри 2, 3 × 1,2 м (рисунок 9). Обчисліть скільки скла піде для скління 80 таких вікон? На обріз скла йде 10% його загальної площі.

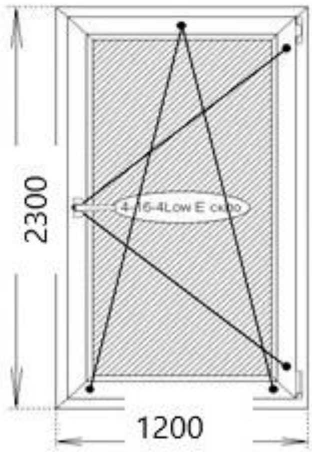

Рисунок 9

Розв’язання

Вікно має форму прямокутника.

Площа прямокутника обчислюється за формулою:

$S = a \cdot b$, де a, b – сторони прямокутника.

Знайдемо площу скла, що піде на одне таке вікно:

$S = 2{,}3 \cdot 1{,}2 = 2{,}76$ (м^2).

Знайдемо площу скла, що піде на 80 таких вікон:

$2{,}76 \cdot 80 = 220{,}8$ (м^2).

За правилом знаходження відсотка від числа знайдемо площу скла, що йде на обрізку:

$220{,}8 \cdot 0{,}1 = 22{,}08$ (м^2).

Тоді для скління 80 таких вікон знадобиться скла буде рівна:

$220{,}8 \ + \ 22{,}08 \ = \ 242{,}88$ (м^2).

Відповідь: 242,88 м^2.

Наступні завдання перевіряють вміння застосовувати означення та властивості тіл та поверхонь обертання до розв'язування стереометричних задач практичного змісту; уміння обчислювати бічну поверхню конуса та об'єм циліндра; застосовувати теорему Піфагора.

Задача 11

Конусоподібний намет (рисунок 10) висотою 4,5 м і діаметром основи 6 м покрито тканиною. Скільки тканини пішло на намет?

Рисунок 10

Розв'язання

Для того, щоб знайти кількість тканини, яку витратили на намет, необхідно знайти бічну поверхню конуса (рисунок 11).

Бічна поверхня конуса обчислюється за формулою: $S = \pi R l$, де $R -$ радіус основи, $l -$ твірна конуса.

Знайдемо радіус основи:

$R \ = \ OK \ = \ 6 \ : \ 2 \ = \ 3$ (м).

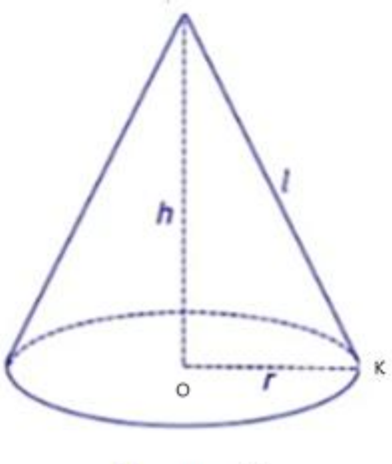

Рисунок 11

Твірну конуса $l = MK$ знайдемо з прямокутного ΔMOK ($\angle O = 90°$) за теоремою Піфагора:

$MK^2 = MO^2 + OK^2;$

$MK^2 = 4{,}5^2 + 3^2;$

$MK^2 = 20{,}25 + 9;$

$MK^2 = 29{,}25;$

$MK = \sqrt{29{,}25} \approx 5{,}4$ (м).

Знайдемо бічну поверхню конуса:

$S = 3{,}14 \cdot 3 \cdot 5{,}4 \approx 50{,}9$ (м^2).

Відповідь: 50,9 м^2.

Задача 12

Для розігрівання в мікрохвильовій печі рідких страв використовують посудину у формі циліндра, радіус основи якого дорівнює 9 *см*. Посудина ставиться на горизонтальний диск у формі круга і накривається кришкою, що має форму півсфери (рисунок 12). Радіус півсфери дорівнює 12 *см* і є меншим за радіус круга. Укажіть найбільше значення, якому може дорівнювати висота посудини, якщо посудина не торкається кришки. [13]

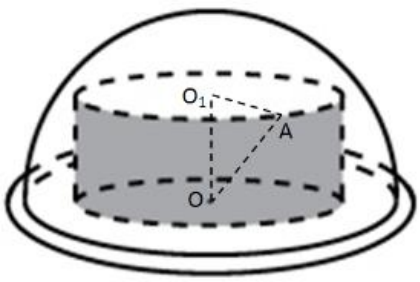

Рисунок 12

Розв'язання

Розглянемо випадок, коли циліндр дотикається до півсфери.

Побудуємо радіус півсфери $OA = 12$ *см* та радіус основи посудини $O_1A = 9$ *см*. Проведемо висоту циліндра OO_1.

З прямокутного ΔOO_1A ($\angle O_1 = 90°$) за теоремою Піфагора маємо:

$OA^2 = {OO_1}^2 + O_1A^2;$

${OO_1}^2 = 12^2 - 9^2;$

${OO_1}^2 = 144 - 81;$

${OO_1}^2 = 63;$

$OO_1 = \sqrt{63}$ *см.*

Дане число знаходиться в межах між числами 7 і 8:

$\sqrt{49} < \sqrt{63} < \sqrt{64};$

$7 < \sqrt{63} < 8;$

$7 < OO_1 < 8.$

Отже, найбільше значення, якому може дорівнювати висота посудини, якщо посудина не торкається кришки дорівнюватиме 7 см.

Відповідь: 7 см.

Задача 13

Підземне бензосховище має форму циліндра (рисунок 13), внутрішній діаметр якого 2,4 м, а довжина – 8 м. Скільки тонн бензину може вмістити таке бензосховище (густина бензину 720 кг/м^3)? [16]

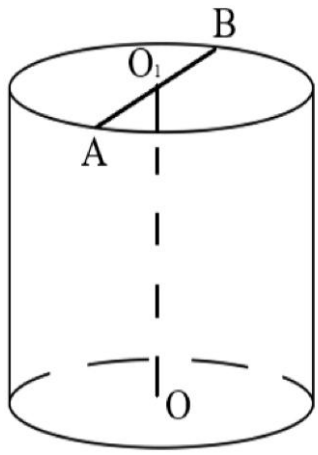

Рисунок 13

Розв’язання

Для того, щоб знайти скільки тонн бензину може вмістити дане бензосховище, необхідно знайти його об’єм.

Оскільки бензосховище має форму циліндра, то об’єм шукаємо за формулою: $V = \pi R^2 H$, $R = AO_1$, $H = OO_1 = 8$ *м*.

Знайдемо радіус основи: $AO_1 = AB : 2 = 2{,}4 : 2 = 1{,}2$ м.

Обчислимо об’єм циліндра:

$V = \pi \cdot 1{,}2^2 \cdot 8 = \pi \cdot 1{,}44 \cdot 8 = 11{,}52\pi \approx 11{,}52 \cdot 3{,}14 \approx 36{,}1728$ м^3.

Знайдемо скільки тонн бензину може вмістити таке бензосховище:

$36{,}1728 \cdot 720 \approx 26044{,}416$ кг ≈ 26 т.

Відповідь 26 т.

Задача 14

У кімнаті, що має форму прямокутного паралелепіпеда, є два вікна та одні двері. Скільки рулонів (k) шпалер (без малюнка) потрібно придбати, щоб обклеїти стіни цієї кімнати, якщо відомі розміри (у м): кімнати – 4 × 5 × 2,8; вікон – 1,2 × 1,8; дверей – 0,9 × 2,1; рулону – 0,5 × 10. Врахуйте, що відходи становлять 5 %. [14]

Розв’язання

Для того, щоб знайти скільки рулонів шпалер потрібно придбати, щоб обклеїти стіни даної кімнати, треба знайти площу бічної поверхні паралелепіпеда.

Площа бічної поверхні паралелепіпеда обчислюється за формулою:

$S_б = P \cdot h.$

Знайдемо периметр основи паралелепіпеда:

$P = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 18$ (м)

$S_б = 18 \cdot 2{,}8 = 50{,}4$ (м^2)

Оскільки в кімнаті є два вікна та одні двері, то площу цих елементів треба відняти від бічної поверхні паралелепіпеда.

Вікна та двері мають форму прямокутника, тому їх площа обчислюється за формулою: $S = a \cdot b$, де a, b – сторони прямокутника.

Площа вікон: $S = 2 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}8 = 4{,}32$ (м^2)

Площа дверей: $S = 0{,}9 \cdot 2{,}1 = 1{,}89$ (м^2)

Загальна площа поверхні, яку треба обклеїти шпалерами:

$S = 50{,}4 - 4{,}32 - 1{,}89 = 44{,}19$ (м^2)

Знайдемо площу одного рулону шпалер:

$S = 0{,}5 \cdot 10 = 5$ (м^2)

Знайдемо площу відходів шпалер з кожного рулону:

$5 \cdot 0{,}05 = 0{,}25$ (м^2)

Тоді з одного рулону буде використано: $5 - 0{,}25 = 4{,}75$ (м^2)

Знайдемо кількість рулонів шпалер, яка нам необхідна:

$k = 44{,}19 \div 4{,}75 \approx 9{,}3$.

Отже, щоб обклеїти стіни даної кімнати потрібно придбати 10 рулонів шпалер.

Відповідь: 10 рулонів.

Задача 15

Підставка для канцелярського приладдя має форму правильної трикутної призми без верхньої основи (рисунок 14). Периметр бічної грані цієї підставки дорівнює 40 см. Знайдіть площу бічної поверхні підставки, якщо сторона її основи дорівнює 10 см. [14]

Рисунок 14

Розв'язання

Оскільки підставка має форму правильної трикутної призми, то площа бічної поверхні підставки обчислюється за формулою: $S = P_о \cdot h$.

Периметр основи дорівнює: $P_о = 10 \cdot 3 = 30$ (см)

Знайдемо висоту призми: $h = P_{біч} : a = 40 : 10 = 4$ (см)

Отже, площа бічної поверхні підставки буде рівна: $S_{біч} = 30 \cdot 4 = 120$ (см^2)

Відповідь: 120 см^2.

Задача 16

Піраміда Хеопса у Єгипті зараз являє собою правильну чотирикутну піраміду (рисунок 15), сторона основи якої приблизно дорівнює 210,5 м, а висота – 136,4 м. Знайдіть довжину бічного ребра піраміди Хеопса з точністю до десятих метра. [16]

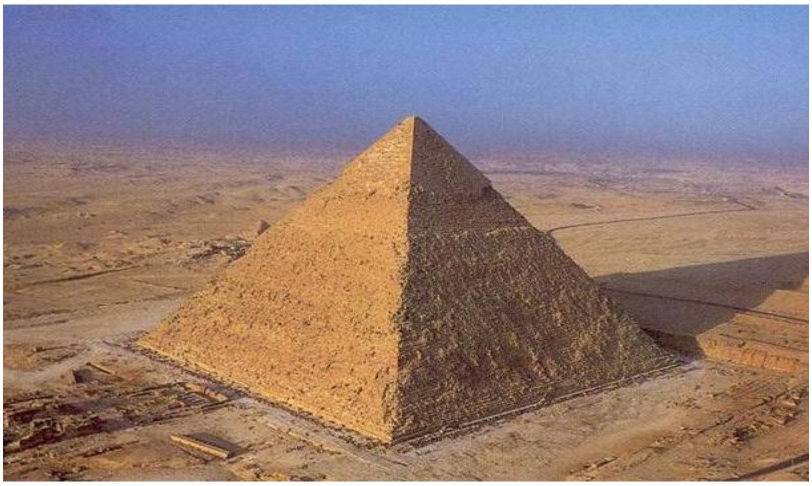

Рисунок 15

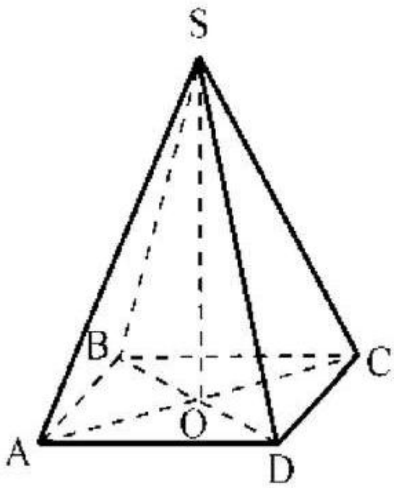

Рисунок 16

Розв'язання.

Оскільки за умовою піраміда *SABCD* правильна, то основа *ABCD* – квадрат. Висота піраміди *SO*= =*136,4 м*, сторона основи *AB = 210,5 м* (рисунок 16).

Знайдемо діагональ основи *AC*:

$\mathrm{AC} = \mathrm{AB}\sqrt{2}$;

$\mathrm{AC} = 210{,}5\sqrt{2}$ (м)

$\mathrm{AO} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{AC}$;

$\mathrm{AO} = \frac{1}{2} \cdot 210{,}5\sqrt{2} = 105{,}25\sqrt{2}$ (м)

З прямокутного $\triangle SOA$ *(*$\angle O = 90°$*)* за теоремою Піфагора маємо:

$SA^2 = S\mathrm{O}^2 + \mathrm{AO}^2$;

$S\mathrm{A}^2 = 136{,}4^2 + (105{,}25\sqrt{2})^2$;

$S\mathrm{A}^2 = 18\,604{,}96 + 22\,155{,}125$;

$S\mathrm{A}^2 = 40\,760{,}085$;

$S\mathrm{A} = \sqrt{40\,760{,}85} \approx 201{,}9$ м.

Відповідь: 201,9 м.

Висновки

У даній роботі було розкрито поняття завдання з практичним змістом, а саме дано його визначення, розглянуто специфічні вимоги та види; було розглянуто класифікацію задач з практичним змістом; було досліджено методику вирішення завдань із практичним змістом (розглянуто необхідні вміння на вирішення даних завдань, їх мета, особливість процесу розв'язання, етапи розв'язання практичних завдань на конкретних прикладах); було визначено роль і місце таких завдань у процесі навчання математики, було вивчено практичні завдання у мотивації навчання математики. Тим самим мети роботи досягнуто, поставлені завдання реалізовані.

Також хотілося б відзначити, що значення практичних завдань у процесі навчання математики майже неоціненна, вони грають велику роль як у застосуванні математичних знань на практиці, так і в їхньому закріпленні та поглибленні. За допомогою завдань практичного змісту можна легко мотивувати учнів вивчати математику, показати подальше її застосування і значення для кожної людини. Важливо, що у процесі навчання математики практичні завдання мають посідати чільне місце, їх потрібно використовувати постійно. Якщо у підручнику, яким навчаються займаються, недостатньо даних завдань, то вчителю необхідно залучити додаткові джерела чи спробувати разом із учнями самостійно придумати і вирішувати завдання, що відбиватиме реальну ситуацію з життя. Також важливо ставити дітям додаткові питання (якщо цього не зроблено в задачі), що розкривають особистість кожного учня, тим самим змушуючи їх мислити, аналізувати та самостійно приймати рішення. Отже, місце, займане практичними завданнями, має бути пропорційно з ефективністю навчання математики та її значимістю у всій системі освіти.

Для реалізації прикладної спрямованості в навчанні математики велике значення має використання у викладанні різних форм організації навчального процесу. Розв'язуючи прикладні задачі, учні не тільки засвоюють математичні поняття, вивчають математичну символіку, але й розуміють взаємозв'язок теорії з практикою, усвідомлюють необхідність вивчення математики, набувають навичок у розв'язанні проблемних ситуацій, що виникають у повсякденному житті.

Отже, завдання з практичним змістом формують в учнів усвідомлення значення шкільного курсу математики у житті; формують уявлення про соціальні, культурні та історичні фактори становлення науки математики; формують в учнів уявлення про математику як частини загальнолюдської культури, універсальну мову науки, яка дозволяє описувати та вивчати реальні процеси та явища; формують розвиток логічного та математичного мислення, отримання уявлення про математичні моделі, застосування знань математики при вирішенні різноманітних завдань та оцінювання отриманих результатів, розвиток математичної інтуїції. Зрозуміло, практичні завдання формують у школярів готовність та здатність до саморозвитку, особистісного самовизначення; цілісний світогляд; мотивацію до навчання математики та цілеспрямовану когнітивну діяльність у математичній галузі; здатність ставити цілі та будувати життєві плани. Вони допомагають тим, хто навчається в освоєнні універсальних навчальних дій, у самостійному їх використанні в навчальній, пізнавальній та соціальній практиці; у самостійності планування та здійснення навчальної діяльності; самостійне визначення мети свого навчання, формулювання для себе нових завдань у навчальній та когнітивній діяльності, у розвитку мотивів та інтересів пізнавальної діяльності учнів; в організації співробітництва з вчителями та однокласниками. Крім того, завдання з практичним змістом сприяють освоєнню учнями специфічних умінь, видів діяльності з здобуття нового знання; формуванню наукового типу мислення, наукових уявлень про основні теорії, типи та види відносин; володіння науковою термінологією, ключовими поняттями, методами та прийомами.

Список використаних джерел

1. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу URL: https://djvu.online/file/ (дата звернення 24.01.2022)

2. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу URL: https://core.ac.uk/download/pdf/333602026.pdf (дата звернення 17.02.2022)

3. Лабораторні та практичні роботи з методики викладання математики. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу URL: https://core.ac.uk/download/53035877.pdf (дата звернення 26.05.2022)

4. В.А. Далингер. Методика вивчення математики. Традиційні сюжетнотекстові задачі. Київ: Генеза, 2017. 174 с.

5. Методика використання прикладних задач у шкільному курсі математики. Методичний посібник. /уклад. А.П.Королюк. Рівне: РОІППО, 2018. 30 с.

6. Застосування задач прикладного та практичного змісту при вивченні курсу математики 5-6 класу – [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу URL: https://naurok.com.ua/metodichka-zastosuvannya-zadach-prikladnogo-ta-praktichnogo-zmistu-pri-vivchenni-kursu-matematiki-5-6-klasu-150176.html (дата звернення 16.07.2022)

7. Возняк Г.М, Маланюк М. П. Взаємозв’язок теорії з практикою а процесі вивчення математики. Київ: Рад. шк., 1989. 128 с.

8. Когтєв А. В. Прикладні задачі з математики як засіб розвитку життєво необхідних компетентностей: веб-сайт. – [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу URL: https://vseosvita.ua/library/formuvanna-gromadanskoi-ta-nacionalnoi-samosvidomosti-ucniv-z-vadami-sluhu-na-urokah-matematiki-108931.html (дата звернення 06.09.2022)

9. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник.-2-ге вид., допов. і переробл. Київ: Вища шк., 2006. 582 с.

10. Колягин Ю.М., Пикан В.В. О прикладной и практической направленности обучения математике. Математика в школе. 1985. №6. С. 27-32.

11. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу URL: http://dspace.vspu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/8187/Bilash%20Tetyana%20Vasylivna.pdf?sequence=1&isAllowed=y (дата звернення 17.02.2022)

12. [Електронний ресурс] – Режим доступу: URL: https://scienceforum.ru/2017/article/2017030362 (дата звернення 25.09.2022)

13. ЗНО онлайн з математики 2007-2022 – [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу URL: https://zno.osvita.ua/mathematics/ (дата звернення 16.03.2022)

14. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Київ. Видавничий дім “Освіта”, 2019. 272 с.

15. В’язнікова Л., Колтовська О., Андрух Ю. Використання міжпредметних зв’язків на уроках математики. Каталог статей. [Електронний ресурс]. – Режим доступу до ресурсу URL: http://prilmom.at.ua/publ/1-1-0-8 (дата звернення 24.01.2022)

16. Істер О.С. Математика: (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 11-го кл. закл. заг. серед. Освіти. Київ: Генеза, 2019. 304 с.

17. Бабенко С. П., Маркова І. С. Усі уроки математики. 6 клас. І семестр (уроки 1 - 10). Харків. Вид. група “Основа”, 2014. 284 с.

18. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу URL: https://naurok.com.ua/metodichni-materiali-prikladna-spryamovanist-shkilnogo-kursu-matematiki-197652.html (дата звернення 26.05.2022)