

Навчальний посібник містить в собі матеріали за такими розділами вищої математики як теорія ймовірностей та математична статистика, покликаний забезпечити оволодіння студентами теоретичних основ і практичних умінь, які будуть застосовуватися при розв'язку прикладних задач.

Для студентів закладів вищої освіти галузі знань №12 «Комп'ютерні технології».

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ, ЙМОВІРНІСНІ ПРОЦЕСИ
ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА



В. В. Івашко, А. Я. Довгунь, Ю. О. Ушенко

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ, ЙМОВІРНІСНІ ПРОЦЕСИ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Міністерство освіти і науки України
Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича

**ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ, ЙМОВІРНІСНІ ПРОЦЕСИ
ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА**

Навчальний посібник

Чернівці
ЧНУ імені Юрія Федьковича
2023

УДК 519.2(075.8)
Т338

*Рекомендовано Вченою радою
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича
(Протокол № 10 від 25.09.2023)*

Рецензенти:

Литвин В.В., д-р. техн. наук, професор, завідувач кафедри інформаційних систем і мереж Національного університету «Львівська політехніка»;

Федів В.І., д-р. фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри біологічної фізики та медичної інформатика Буковинського державного медичного університету.

Укладачі:

Івашко В.В., канд. фіз.-мат. наук, асистент кафедри кореляційної оптики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича;

Довгунь А.Я., канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри комп'ютерних наук Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича;

Ушенко Ю.О., д-р. фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерних наук Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича.

Івашко В.В., Довгунь А.Я, Ушенко Ю.О. Т338 Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси та математична статистика : навч. посіб. Чернівці : Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, 2023. 217 с.

Навчальний посібник містить в собі матеріали за такими розділами вищої математики як теорія ймовірностей та математична статистика, покликаний забезпечити оволодіння студентами теоретичних основ і практичних умінь, які будуть застосовуватися при розв'язку прикладних задач.

Для студентів закладів вищої освіти галузі знань № 12 «Інформаційні технології».

УДК 519.2(075.8)
© Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича, 2023

ЗМІСТ

ВСТУП	7
1. ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ, ЙМОВІРІСНІ ПРОЦЕСИ	8
1.1. Випадкові події, означення ймовірності	8
1.1.1. Випадкові події та їх класифікація.....	8
1.1.2. Класичне означення ймовірності.....	9
1.1.3. Статистичне означення ймовірності.....	11
1.1.4. Геометричне означення ймовірності.....	12
1.1.5. Елементи комбінаторики.....	14
1.2. Основні теореми теорії ймовірностей	19
1.2.1. Умовна ймовірність. Залежні та незалежні події.....	19
1.2.2. Теорема про суму ймовірностей несумісних подій.....	21
1.2.3. Теорема про добуток залежних і незалежних подій.....	23
1.2.4. Теорема про суму ймовірностей сумісних подій.....	26
1.2.5. Ймовірність протилежної події.....	27
1.2.6. Ймовірність появи хоча б однієї події.....	29
1.2.7. Формула повної ймовірності.....	31
1.2.8. Формула Байеса.....	33
1.3. Повторні випробування	35
1.3.1. Формула Бернуллі.....	35
1.3.2. Найімовірніше число настання події.....	37
1.3.3. Локальна теорема Муавра-Лапласа.....	38
1.3.4. Інтегральна теорема Лапласа.....	41
1.3.5. Теорема Пуассона.....	45
1.4. Випадкові величини та їх функції розподілу	47
1.4.1. Дискретна випадкова величина.....	47
1.4.2. Неперервна випадкова величина.....	55

1.4.3. Нормальний закон розподілу.....	62
1.4.4. Показниковий закон розподілу.....	66
1.4.5. Багатовимірні випадкові величини.....	68
1.5. Числові характеристики випадкових величин.....	70
1.5.1. Числові характеристики дискретних величин.....	70
1.5.2. Числові характеристики неперервних величин.....	79
1.5.3. Числові характеристики нормального розподілу.....	81
1.5.4. Числові характеристики показникового розподілу.....	83
1.5.5. Кореляційний момент та коефіцієнт кореляції.....	84
1.6. Закон великих чисел.....	86
1.6.1. Нерівність Чебишова.....	86
1.6.2. Закон великих чисел (теорема Чебишова).....	90
1.6.3. Граничні теореми Бернуллі та Пуассона.....	91
1.6.4. Центральна гранична теорема.....	94
2. МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА.....	96
2.1. Вибірковий метод.....	96
2.1.1. Генеральна та вибіркова сукупності.....	96
2.1.2. Способи відбору статистичного матеріалу.....	97
2.1.3. Статистичний розподіл вибірки.....	98
2.1.4. Емпірична функція розподілу та її властивості.....	101
2.1.5. Згруповані розподіли вибірки.....	103
2.1.6. Полігон частот.....	109
2.1.7. Гістограма частот.....	112
2.2. Числові характеристики статистичного матеріалу.....	115
2.2.1. Числові характеристики вибірки.....	115
2.2.2. Метод добутків.....	122
2.2.3. Метод сум.....	126

2.3. Статистичні оцінки параметрів розподілу.....	129
2.3.1. Точкові оцінки.....	129
2.3.2. Методи визначення точкових статистичних оцінок.....	135
2.3.3. Інтервальні оцінки (довірчі інтервали).....	141
2.4. Елементи теорії кореляції.....	150
2.4.1. Функціональна, статистична, кореляційна залежності...	150
2.4.2. Умовні середні та вибіркве рівняння регресії.....	151
2.4.3. Пошук параметрів вибіркового рівняння прямої лінії регресії за незгрупованими даними.....	152
2.4.4. Кореляційна таблиця.....	155
2.4.5. Пошук параметрів вибіркового рівняння прямої лінії регресії за згрупованими даними.....	156
2.4.6. Вибірковий коефіцієнт кореляції.....	159
2.4.7. Вибіркове кореляційне відношення.....	160
2.4.8. Задача криволінійної кореляції.....	163
2.4.9. Множинна кореляція.....	165
2.5. Метод Монте-Карло.....	167
2.5.1. Предмет методу Монте-Карло.....	167
2.5.2. Оцінка похибки методу Монте-Карло.....	169
2.5.3. Випадкові числа.....	171
2.5.4. Розігрування дискретної випадкової величини.....	172
2.5.5. Розігрування протилежних подій.....	175
2.5.6. Розігрування повної групи подій.....	176
2.5.7. Розігрування неперервної випадкової величини.....	177
2.5.8. Метод суперпозиції.....	181
2.5.9. Наближене розігрування випадкової величини розподіленої за нормальним законом.....	184

2.6. Деякі відомості про ланцюги Маркова.....	187
2.6.1. Поняття ланцюга Маркова.....	187
2.6.2. Однорідний ланцюг Маркова. Перехідні ймовірності. Матриця переходу.....	188
2.6.3. Рівність Маркова.....	190
3. СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ ДАНИХ.....	194
3.1. Розрахунок числових характеристик вибірки.....	194
3.2. Графічне представлення вибірки.....	197
3.3. Побудова емпіричної функції розподілу.....	200
3.4. Побудова графіка рівняння лінійної регресії.....	202
3.5. Побудова графіка рівняння криволінійної регресії.....	204
3.6. Розрахунок довірчих інтервалів.....	206
3.7. Виконання прогнозу.....	208
ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ.....	209
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	212
ДОДАТОК.....	213

Навчальне видання

Віктор Вікторович Івашко
Андрій Ярославович Довгунь
Юрій Олександрович Ушенко

**Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси
та математична статистика**

Навчальний посібник

Відповідальний за випуск – Ю.О. Ушенко

Літературний редактор – В.П. Ряднова

Комп'ютерний набір і верстка – В.В. Івашка

Підписано до друку 02.10.2023. Формат 60х84/16.

Електронне видання.

Умов. друк. арк. 11,9. Обл.-вид. арк. 12,8.

Видавництво та друкарня Чернівецького національного університету.
58012, Чернівці, вул. Коцюбинського, 2.
e-mail: ruta@chnu.edu.ua

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 891 від 08.04.2002 р.