

Властивості розв'язків стохастичних рівнянь у частинних похідних з марковськими параметрами

Юрченко Ігор, Ясинський Володимир

i.yurchenko@chnu.edu.ua, v.yasynskyy@chnu.edu.ua

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

Після введення поняття стохастичного диференціала та інтеграла, визначення сильного розв'язку стохастичного диференціального рівняння у відомих монографіях [1, 2] та їх подальше розповсюдження на класи стохастичних диференціально-функціональних рівнянь [3] (див. бібліографію в цих роботах) стало можливим дослідження асимптотично сильного розв'язку для стохастичного диференціального рівняння з частинними похідними (СДРЧП) з урахуванням випадкових параметрів (див. [4], [5], [6] та ін.).

Розглянемо стохастичний експеримент з базовим імовірнісним простором $(\Omega, \mathcal{F}, F, \mathbb{P})$, $F \equiv \{\mathcal{F}_t, t \geq 0\}$ - фільтрація, $\mathbb{E}\{\cdot\}$ - математичне сподівання, $T \subset [0, \infty)$. Простір функцій $u(t, x, \omega) : [0, T] \times \mathbb{R}^1 \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}^1$, вимірних за t та x з імовірністю одиниця відносно σ -алгебри борелевих множин фазового простору $\mathcal{B}([0, T], \mathbb{R}^1)$, для яких існує невластий інтеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{E}\{|u(t, x, \omega)|^2\} dx < \infty$, позначимо \mathfrak{M}_T і введемо для нього відповідні норми. Позначимо через

$$Q(A(\cdot), q, p) \equiv \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m a_{kj}(t, \xi(t)) q^k p^j, \quad Q(B(\cdot), q, p) \equiv \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m b_{kj}(t, \xi(t)) q^k p^j,$$

$$Q(C(\cdot), q, p) \equiv \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m c_{kj}(t, \xi(t)) q^k p^j, \text{ де } A(\cdot), B(\cdot), C(\cdot) - \text{матриці розмірності } n \times m,$$

що містять відповідні берові функції, які залежать від t . Розглядаємо на $(\Omega, \mathcal{F}, F, \mathbb{P})$ задачу Коші для СДРЧП вигляду

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[Q \left(A(t, \xi(t)), \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x} \right) u(t, x, \omega) \right] &= f(\beta(\omega)) \left[Q \left(B(t, \xi(t)), \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x} \right) \times \right. \\ &\times u(t, x, \omega) + \frac{\partial}{\partial t} \left[Q \left(C(t, \xi(t)), \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x} \right) u(t, x, \omega) \right] \frac{dw(t, \omega)}{dt} \left. \right], \\ Q \left(A(t, \xi(t)), \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x} \right) u(t, x, \omega) \Big|_{t=0} &= [Qu]_0, \end{aligned}$$

$f(\cdot)$ - берова функція з областю значень \mathbb{R}^1 , $\beta(\omega)$ - випадкова величина, задана щільністю $p_\beta(x)$ (або функцією розподілу), $\xi(t) \equiv \xi(t, \omega) \in \mathbb{Y}$ для довільного $t \geq t_0$, $\omega \in \Omega$ - стохастично неперервний феллерів марковський процес з неперервними справа реалізаціями на компактному фазовому просторі \mathbb{Y} , $w(t, \omega)$ - одновимірний стандартний вінерів процес.

Отримані результати щодо поведінки в середньому квадратичному сильного розв'язку даного рівняння (див. [7] - [11]).

1. Гихман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения и их применение. - Київ: Наук. думка, 1980. - 612 с.
2. Гихман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения с частными производными. - Київ: Ін-т математики АН УРСР. - 1981. - С.25-59.
3. Царьков Е.Ф., Ясинский В.К. Квазилинейные стохастические дифференциально-функциональные уравнения. - Рига: Ориентир, 1992. - 301 с.

4. Перун Г.М., Ясинський В.К. Дослідження задачі Коші для стохастичних рівнянь у частинних похідних // Укр. мат. журн. – 1993. – Т.45, № 9. – С.1773 – 1781.
5. Koroliuk V.S., Yurchenko I.V., Yasynskyy V.K. Asymptotics of the State Vector of Delayed Impulsive Diffusion Systems with Markov Parameters // Cybernetics and Systems Analysis. – 2011. – Vol.47, №4. – P.571–585.
6. Yasinsky V.K. Stability in the First Approximation of Random-Structure Diffusion Systems with Aftereffect and External Markov Switchings // Cybernetics and Systems Analysis. – 2014. – Vol.50, №2. – P.248–259.
7. Koroliuk V.S., Yurchenko I.V., Yasynskyy V.K. Behavior of the Second Moment of the Solution to the Autonomous Stochastic Linear Partial Differential Equation with Random Parameters in the Right-Hand Side // Cybernetics and Systems Analysis. – 2015. – Vol.51, №1. – P.56–63.
8. Yurchenko I.V., Yasynskyy V.K. Existence of Lyapunov–Krasovskii Functionals for Stochastic Functional Ito–Skorokhod Equations under the Condition of Solutions’ Stability on Probability with Finite Aftereffect // Cybernetics and Systems Analysis. – 2018. – Vol.54, №6. – P.957–970.
9. Lukashiv T.O., Yurchenko I.V., Yasynskyy V.K. Necessary and Sufficient Conditions of Stability in the Quadratic Mean of Linear Stochastic Partial Differential-Difference Equations Subject to External Perturbations of the Type of Random Variables // Cybernetics and Systems Analysis. – 2020. – Vol.56, №2. – P.303–311.
10. Yasynskyy V.K., Yurchenko I.V. Existence of the Solution to the Cauchy Problem for Nonlinear Stochastic Partial Differential-Difference Equations of Neutral Type // Cybernetics and Systems Analysis. – 2021. – Vol.57, №5. – P.764–774.
11. Yasynskyy V.K., Yurchenko I.V. Mean-Square Stability and Instability Criteria for the Gikhman–Ito Stochastic Diffusion Functional Differential Systems Subject to External Disturbances of the Type of Random Variables // Cybernetics and Systems Analysis. – 2023. – Vol.59, №2. – P.283–295.