

Леся КОБИЛЬНИК

Віра СІКОРА

**ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЙ
ТА ПОБУДОВА ГРАФІКІВ
ЗА ДОПОМОГОЮ
ЕЛЕМЕНТАРНИХ
ПЕРЕТВОРЕНЬ**

Навчально-методичний посібник

Друкується за ухвалою:

Засідання кафедри алгебри та інформатики
(протокол № 1 від 30 серпня 2023 року)

Методичної ради факультету математики та інформатики
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича
(протокол № 1 від 30 серпня 2023 року)

Укладачі: **Кобильник Леся Анатоліївна**, викладач математики відокремленого структурного підрозділу «Фаховий коледж Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича», спеціаліст вищої категорії;

Сікора Віра Степанівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри алгебри та інформатики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, вчитель вищої категорії.

Дослідження функцій та побудова графіків за допомогою елементарних перетворень: Навчально-методичний посібник / Укл.: Л.А. Кобильник, В.С. Сікора.— Чернівці: Технодрук, 2023.— 40 с.

Навчально-методичний посібник побудований у вигляді конспектів для учнів старших класів ЗЗСО та студентів коледжів. У ньому розглянуто елементарні методи дослідження функцій та побудови їх графіків. При цьому кожен тип перетворень проілюстровано прикладами. Розробка спрямована допомогти в покращенні та поглибленні знання учнів та студентів з алгебри і початків аналізу під час уроків та підготовки до НМТ / ЗНО з математики.

Для вчителів математики, учнів 10-11 класів ЗЗСО, студентів 1 курсів коледжів, здобувачів вищої освіти спеціальностей «Середня освіта (Математика)», «Середня освіта (Інформатика)», «Математика» та всіх, хто цікавиться цією тематикою.

УДК 517

© Кобильник Л.А., 2023
© Сікора В.С., 2023

Зміст

Вступ	3
§ 1. Деякі означення та елементарні властивості функції дійсного аргументу....	6
§ 2. Побудова графіків функцій за допомогою елементарних геометричних перетворень.....	8
2.1. Паралельне перенесення в напрямку вісі ординат	9
2.2. Паралельне перенесення в напрямку вісі абсцис	10
2.3. Розтяг від вісі абсцис, стиск до вісі абсцис, симетрія відносно вісі абсцис	11
2.4. Розтяг від вісі ординат, стиск до вісі ординат, симетрія відносно вісі ординат.....	13
2.5. Побудова графіка функції $y = cf(kx - a) + b$ за даним графіком $y = f(x)$	15
§ 3. Побудова графіків функцій, що містять знак модуля	16
3.1. Графік функції $y = f(x)$	16
3.2. Графік функції $y = f(x) $	17
3.3. Графік функції $y = f(x) $	18
§ 4. Розв'язування прикладів	19
Рекомендована література.....	37

Вступ

При дослідженні різних явищ та процесів природи, розв'язуванні технічних задач, вивченні математики тощо на кожному кроці зустрічаються факти залежності зміни однієї величини від зміни іншої — так званої функціональної залежності.

Поняття функції, як і поняття числа, пройшло довгий історичний шлях уточнення і розширення. Воно виникло з потреб практики й таких наук, як фізика, хімія, природознавство та ін. Явного означення функції ще не було навіть тоді, коли І.Ньютон (1643–1727) та Г.Лейбніц вже відкрили диференціальне й інтегральне числення (XVIII ст.). Вперше термін "функція" вжив у своїх працях Г.Лейбніц, пов'язуючи його з геометричними уявленнями. Він також ввів терміни "змінна", "константа". Перше означення функції сформулював учень і співпрацівник Г.Лейбніца Й.Бернуллі в 1718 році: "функцією змінної величини називають кількість, яка утворена будь-яким способом з цієї змінної величини і сталих".

У 1748 р. це означення було уточнене Л. Ейлером: "функція змінної кількості — це аналітичний вираз, складений якимсь чином з цієї кількості та чисел або сталих кількостей".

Отже, перше означення функції Й.Бернуллі та Л.Ейлер пов'язували з аналітичним виразом, що її задає. Однак таке тлумачення звужувало поняття функції принаймні з двох причин: 1) існують функції, які не можна задати аналітичним виразом (формулою); 2) той самий вираз може задавати різні функції. Отже, таке означення функції гальмувало подальший розвиток математичної науки та її застосувань.

Розвиток природознавства і математики вимагав розширення поняття функції. На це звернув увагу Ж.Фур'є, розробляючи теорію рядів. Проте минуло понад 100 років після введення першого означення функції Й.Бернуллі, поки М.І. Лобачевський у 1834 р. не сформулював більш загальне означення функції: "число, яке задається для кожного x та разом з x поступово змінюється; значення функції можна задати або аналітичним виразом, або умовою, яка подає засіб випробовувати всі числа і вибирати одне з них; нарешті, залежність може існувати і залишатися невідомою".

Три роки по тому П.Діріхле дійшов висновку, що спосіб встановлення відповідності між значеннями x і y не важливий, і дав таке означення функції: "у є функцією від x , якщо будь-якому значенню x відповідає цілком певне значення y , причому зовсім несуттєво, яким саме способом встановлено зазначену відповідність".

Отже, в основу означень М.І. Лобачевського та П.Діріхле явно покладена

ідея відповідності.

У ХХ ст. поняття функції розширювалося далі. П.Дірак в 1930 р. ввів нове поняття "дельта-функція", за допомогою якого описував явища квантової механіки. С.Л. Соболев ввів поняття "узагальненої функції", яке містить як окремий випадок поняття "дельта-функції", для розв'язування задач математичної фізики.

Очевидно, що під впливом нових вимог математики та інших наук, означення функції буде і надалі змінюватися, і кожна наступна зміна, як і попередня, відкриватиме нові горизонти науки та приводитиме до нових важливих відкриттів.

Аналіз навчально-методичної літератури для закладів середньої, фахової передвищої та вищої освіти кіл та вищих навчальних закладів свідчить про те, що в ній поширені два напрями у тлумаченні поняття функції: класичний і сучасний.

У рамках класичного напрямку існує кілька підходів до тлумачення поняття функції. Зокрема, функція тлумачиться як: 1) змінна величина, числові значення якої змінюються залежно від числових значень іншої змінної величини; 2) закон (або правило), за яким значення залежної змінної величини змінюються за зміни незалежної змінної; 3) відповідність між значеннями змінних величин.

Означеннями класичного напрямку послуговуються природничі науки.

Недоліками означень згаданого напрямку є те, що, по-перше, вони ґрунтуються на понятті "величина", зміст якого не можна розкрити; по-друге, вони не охоплюють відповідностей між об'єктами будь-якої природи.

Сучасний напрям у тлумаченні поняття функції охоплює такі означення, які ґрунтуються на теоретико-множинній основі та використовують поняття "відповідність", "множина". У рамках цього напрямку теж існує кілька підходів: 1) означається не сама функція, а лише функціональна ситуація; 2) функція тлумачиться як відповідність або відношення між певними множинами; 3) функція означається як закон відповідності між множинами.

Даний навчально-методичний посібник побудований у вигляді конспектів для роботи з учнями старших класів ЗЗСО та студентів коледжів. У ньому розглянуто елементарні методи дослідження функцій та побудови їх графіків. При цьому кожен тип перетворень проілюстровано прикладами, котрі можна задавати учням як під час уроків, так і на домашнє опрацювання.

Розробка спрямована допомогти вчителю під час роботи зі старшокласниками та студентами під час уроків та підготовки до НМТ / ЗНО з математики.