

Розв'язування задач математичної фізики методом гібридного інтегрального перетворення Ейлера-Фур'є-Ейлера на сегменті

Ленюк Олег¹, Нікітіна Ольга², Шинкарик Микола³

O.Lenjuk@chnu.edu.ua, o.nikitina.chv@gmail.com,
shynkaryk_m@ukr.net

¹ Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

² Чернівецький ліцей №1 математичного та економічного профілів

³ Західноукраїнський національний університет

На сучасному етапі науково-технічного прогресу, особливо у зв'язку з широким використанням композитних матеріалів, існує нагальна потреба у вивченні фізико-технічних характеристик таких матеріалів, що знаходяться в різних умовах експлуатації, що математично призводить до задач розв'язування сепаратної системи диференціальних рівнянь другого порядку на кусково-однорідному інтервалі з відповідними початковими та крайовими умовами.

Одним із ефективних методів побудови інтегральних зображень аналітичних розв'язків алгоритмічного характеру задач математичної фізики неоднорідних середовищ є метод гібридних інтегральних перетворень [1].

Розглянемо задачу побудови обмеженого в області

$$D_2 = \{(t, r) : t > 0, r \in I_2\}, \quad I_2 = (0; R_1) \cup (R_1; R_2) \cup (R_2; R_3)$$

розв'язку сепаратної системи трьох диференціальних рівнянь з частинними похідними

$$\begin{aligned} L_t[u_1] + \gamma_1^2 u_1 - a_1^2 B_{\alpha_1}^*[u_1] &= f_1(t, r), \quad r \in (0; R_1), \\ L_t[u_2] + \gamma_2^2 u_2 - a_2^2 \frac{d^2}{dt^2}[u_2] &= f_2(t, r), \quad r \in (R_1; R_2), \\ L_t[u_3] + \gamma_3^2 u_3 - a_3^2 B_{\alpha_2}^*[u_3] &= f_3(t, r), \quad r \in (R_2; R_3), \end{aligned} \quad (1)$$

з відповідними початковими умовами, крайовими умовами та умовами спряження [2-3].

Тут беруть участь диференціальні оператори другого порядку Фур'є $\frac{d^2}{dt^2}$ Ейлера B_{α}^* [1-3].

Якщо $L_t = \frac{d}{dt}$, то ми маємо задачу теплопровідності або дифузії, якщо $L_t = \frac{d^2}{dt^2}$, то маємо задачу динаміки.

Усі параметри та оператори, які беруть участь у постановці крайової задачі для системи (1), описані у працях [1-3].

У статті [2] побудовані пряме та обернене гібридні інтегральні перетворення Ейлера-Фур'є-Ейлера, породжені на множині I_2 гібридним ди-

ференціальним оператором

$$M_{(\alpha)} = \theta(r)\theta(R_1-r)a_1^2 B_{\alpha_1}^* + \theta(r-R_1)\theta(R_2-r)a_2^2 \frac{d^2}{dr^2} + \theta(r-R_2)\theta(R_3-r)a_3^2 B_{\alpha_2}^*,$$

доведена теорема про основну тотожність цього оператора.

Пряме гібридне інтегральне перетворення Ейлера-Фур'є-Ейлера на трискладовому сегменті з двома точками спряження записується у вигляді операторної матриці-рядка. Вихідна система та початкові умови записуються в матричній формі, і ми застосовуємо операторну матрицю-рядок до заданої задачі за правилом множення матриць. При цьому використовуємо крайові умови та умови спряження.

В результаті отримуємо задачу Коші для звичайного диференціального рівняння першого (для задачі дифузії) або другого (для задачі динаміки) порядку. Розв'язок такої задачі будується стандартним чином.

Обернене гібридне інтегральне перетворення Ейлера-Фур'є-Ейлера записується у вигляді операторної матриці-стовпця, і ми застосовуємо його до побудованого розв'язку задачі Коші. Після здійснення певних елементарних перетворень ми отримуємо єдиний розв'язок вихідної задачі.

Побудовані розв'язки крайових задач мають алгоритмічний характер, що дозволяє використовувати їх як у теоретичних дослідженнях, так і в числових розрахунках.

У праці [2] побудовано розв'язок задачі дифузії на трискладовому сегменті $[0; R_3]$ з двома точками спряження методом гібридного інтегрального перетворення Ейлера-Фур'є-Ейлера.

У праці [3] побудовано розв'язок задачі динаміки на трискладовому сегменті $[0; R_3]$ з двома точками спряження методом гібридного інтегрального перетворення Ейлера-Фур'є-Ейлера.

1. Ленюк М.П., Шинкарик М.І. Гібридні інтегральні перетворення (Фур'є, Бесселя, Лежандра). Частина 1. Тернопіль: Економ. Думка, 2004. 368 с.
2. Нікітіна О.М. Інтегральне перетворення, породжене на сегменті $[0; R_3]$ гібридним диференціальним оператором Ейлера-Фур'є-Ейлера. Крайові задачі для диференціальних рівнянь: зб. наук. пр. Чернівці: Прут, 2012. Вип. 21. С. 233-239.
3. Ленюк О.М., Нікітіна О.М., Шинкарик М.І. Моделювання динамічних процесів методом гібридного інтегрального перетворення типу Ейлера-Фур'є-Ейлера на сегменті // Прикладні питання математичного моделювання. Т.5, № 2. – Херсон: ХНТУ, 2022. – С. 27-32.