

УДК 517.956.4

ПРО ПРЯМІ ТА ОБЕРНЕНІ ЗАДАЧІ ДЛЯ РІВНЯНЬ ТИПУ ЕЙДЕЛЬМАНА

Галина Івасюк¹, Наталія Процах², Тоня Фратавчан¹

¹ Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,
м. Чернівці

² Національний лісотехнічний університет України, м. Львів

h.ivasjuk@chnu.edu.ua, protsakh@ukr.net, t.fratavchan@chnu.edu.ua

У 1960 році професор С.Д. Ейдельман узагальнив рівняння, параболічні за Петровським, увівши новий клас систем рівнянь

$$\frac{\partial^{n_i} u}{\partial t^{n_i}} = \sum_{j=1}^N \sum_{k_0 + \frac{k_1}{2b_1} + \dots + \frac{k_n}{2b_n} \leq n_j} A_{ij} \frac{\partial^{k_0+k_1+\dots+k_n} u}{\partial t^{k_0} \partial x_1^{k_1} \dots \partial x_n^{k_n}}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

які названо $\vec{2b}$ – параболічними (параболічними за Ейдельманом) в області G , якщо для довільних $(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \in G$ і $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ таких, що $\sigma_1^{2b_1} + \sigma_2^{2b_2} + \dots + \sigma_n^{2b_n} = 1$, система рівнянь

$$\det \left(\left\| \sum_{j=1}^N \sum_{k_0 + \frac{k_1}{2b_1} + \dots + \frac{k_n}{2b_n} \leq n_j} A_{ij} \lambda^{k_0} (i\sigma)^k \right\| - \left\| \begin{array}{ccc} \lambda^{n_1} & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda^{n_N} \end{array} \right\| \right) = 0$$

має корені $\lambda_i(t, x, \sigma)$, дійсні частини яких задовольняють нерівності

$$\operatorname{Re} \lambda_i(t, x, \sigma) < -\delta, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$, $\vec{2b} = (2b_1, 2b_2, \dots, 2b_n)$, $\delta > 0$.

Детальний огляд таких систем та результатів дослідження властивостей фундаментальної матриці розв'язків (ФМР) задачі Коші та породжених нею потенціалів, класів коректності задачі Коші для лінійних систем при різних припущеннях щодо неоднорідності систем і початкових функцій, встановлення локальної розв'язності нелінійних систем, одержання внутрішніх оцінок розв'язків $\vec{2b}$ -параболічних систем, є у монографії [1].

Пізніше системи рівнянь (1) узагальнювалися багатьма вченими. Зокрема, С.Д. Івасишеним та Г.П. Івасюк розглянуто новий клас систем

диференціальних рівнянь з частинними похідними, який поєднує у собі структури систем, параболічних за Солонниковим і Ейдельманом. У цих системах порядок оператора, який діє на невідому функцію u_j у рівнянні з номером k , може залежати від j та від k , крім того диференціювання за різними просторовими змінними мають загалом різну вагу стосовно диференціювання за часовою змінною. Для таких систем рівнянь доведено теореми про коректну розв'язність параболічних початкових задач Солонникова-Ейдельмана у просторах Гельдера швидкозростаючих функцій, а також у відповідних просторах Соболева-Слободецького для дещо вузжого класу.

У спільних роботах Івасишена С.Д., Фратавчан Т.М. розглядалися $\vec{2b}$ -параболічні системи рівнянь в областях, необмежених за часовою змінною. Для них були введені спеціальні $\Lambda_{\delta}^{m,r}$ -умови в термінах оцінок фундаментальної матриці розв'язків (ФМР) і матриці Гріна задачі Коші; наведені приклади класів систем як першого, так і довільних порядків, які задовольняють $\Lambda_{\delta}^{m,r}$ -умови; встановлені інтегральні зображення та оцінки розв'язків, а також коректна розв'язність задачі Коші і задачі без початкових умов відповідно у півпросторах $t > 0$ і $t \leq T$; доведено теореми про стійкість розв'язків задачі Коші та теореми типу Ліувілля; здійснено побудову та одержано оцінки ФМР поліноміальної в'язки $\vec{2b}$ -еліптичних систем, породженої $\vec{2b}$ -параболічною системою.

У працях Лавренюка С.П., Коркуни О.Є., Процах Н.П. вивчалися задачі для нелінійних рівнянь типу Ейдельмана (в (1) числа $N = 1$, $j = 1$, $k_0 = 0$). У деяких доданках рівняння (1) були нелінійності степеневого вигляду або нелінійності типу Ліпшиця. Для задачі Коші, мішаних та обернених задач для таких типів рівнянь встановлено умови існування та єдиності узагальнених розв'язків в просторах Соболева та Лебега, знайдено оцінки цих розв'язків.

Згадані дослідження виконувалися, зокрема, в рамках держбюджетних тем Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України. У доповіді буде детальніше проаналізовано результати цих досліджень.

1. *Eidelman S.D., Ivasyshen S.D., Kochubei A.N.* Analytic methods in the theory of differential and pseudo-differential equations of parabolic type. – Birkhäuser Verlag, 2004. – 390 pp.

ON DIRECT AND INVERSE PROBLEMS FOR EIDELMAN TYPE EQUATIONS

In this talk we present the main results of investigation of Cauchy problem, initial-boundary problems and the inverse coefficient problems for Eidelman type equations and systems of equations.