

Міністерство освіти і науки України  
Чернівецький національний університет  
імені Юрія Федьковича

Г. С. Пасічник

# МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ: ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Чернівці, 2023

ББК 22.183.4.1я73  
УДК 519.852(075.8)

Рецензенти:

*Мартинюк О.В.*, доктор фіз.-мат.наук, професор,  
декан факультету математики та інформатики  
Чернівецького національного університету  
імені Юрія Федьковича;

*Мединськмі І.П.*, доктор фіз.-мат.наук, професор,  
професор кафедри прикладної математики  
національного університету “Львівська політехніка”

**Пасічник Г.С.**

М 545 Методи оптимізації: тестові завдання: навчальний посібник.  
– Чернівці: Золоті литаври, 2023. – 112 с.

Навчальний посібник містить набори тестових завдань для самостійного розв’язування з лінійного та нелінійного програмування, транспортної задачі, дискретного програмування, матричних ігор.

Для студентів напрямків підготовки “комп’ютерні науки”, “системний аналіз”, “прикладна математика”

Затверджено до друку вченою радою  
факультету математики та інформатики  
Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича  
(протокол к 1 від 30 серпня 2023 року)

© Пасічник Г.С., 2023

## ПЕРЕДМОВА

Одними з базових навчальних дисциплін підготовки бакалаврів спеціальностей “комп’ютерні науки”, “системний аналіз”, “прикладна математика” є “методи оптимізації” і “методи оптимізації та дослідження операцій”. Навчальний посібник містить тестові завдання для модуль-рейтингово контролю знань студентів та самоперевірки з усіх тем згаданих дисциплін згідно з їх робочими програмами. Тестові завдання розроблено так, що дозволяють перевірити розуміння теоретичного матеріалу та вміння використовувати теоретичні знання до розв’язування задач з лінійного програмування, транспортної задачі та її модифікацій, дискретного програмування (в тому числі цілочислового), матричних ігор, нелінійного програмування.

Розділ, присвячений лінійному програмуванню, включає завдання на перевірку вміння застосування таких методів: графічного, симплексного, двоїстого симплексного, М-методу та методу штучного базису. Одним з основних акцентів тут є розуміння поняття допустимого базисного плану. Розділ, присвячений транспортній задачі включає завдання з класичної транспортної задачі, транспортної задачі з обмеженнями на пропускні здатності, задачі про призначення, а також транспортної задачі за критерієм часу. Розділ, присвячений матричним іграм, направлений на перевірку розуміння понять розв’язку гри, активних та домінуючих стратегій, на вміння розв’язати гру графічно та звести матричну гру до пари взаємно двоїстих задач лінійного програмування. Нелінійне програмування включає завдання з класичної задачі оптимізації, задачі з обмеженнями–рівностями та обмеженнями–нерівностями, в тому числі дробово-лінійного, опуклого та квадратичного програмування. Окрема увага приділяється задачі комівояжера, задачі про найкоротший шлях та задачі про мінімальний потік на мережі.

Усі завдання сформульовані лаконічно та строго математично.

Велика кількість задач і вправ, а також практичних застосувань дозволяють використовувати цей посібник як для студентів

спеціальностей “комп’ютерні науки”, “системний аналіз”, “прикладна математика”, так і для студентів інших спеціальностей закладів вищої освіти також і на практичних чи лабораторних заняттях.

# 1 ЛІНІЙНЕ ПРОГРАМУВАННЯ

1. Яка з задач є канонічною задачею задачі лінійного програмування

$$f = -x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 \rightarrow \max;$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 \leq 4, \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -2, \\ x_2 + 2x_3 + 5x_4 \geq 7; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \leq 0, \quad x_3 \geq 0? \end{cases}$$

а)

$$f = -x_1 - 5x'_2 - x_3 + 3x_4 \rightarrow \max;$$
$$\begin{cases} x_1 - x'_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 = 4, \\ 4x_1 + x'_2 + 2x_3 - x_4 = -2, \\ -x'_2 + 2x_3 + 5x_4 - x_6 = 7; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 3, 4, 5, 6\}, \quad x'_2 \geq 0; \end{cases}$$

+ б)

$$f = -x_1 - 5x'_2 - x_3 + 3x'_4 - 3x''_4 \rightarrow \max;$$
$$\begin{cases} x_1 - x'_2 - x_3 + 2x'_4 - 2x''_4 + x_5 = 4, \\ 4x_1 + x'_2 + 2x_3 - x'_4 + x''_4 = -2, \\ -x'_2 + 2x_3 + 5x'_4 - 5x''_4 - x_6 = 7; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 3, 5, 6\}, \quad x'_2 \geq 0, \quad x'_4 \geq 0, \quad x''_4 \geq 0. \end{cases}$$

в)

$$f = -x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 \rightarrow \max;$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 = 4, \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -2, \\ +x_2 + 2x_3 + 5x_4 - x_6 = 7; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 6\}; \end{cases}$$

г)

$$f = -x_1 - 5x'_2 - x_3 + 3x'_4 - 3x''_4 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} x_1 - x'_2 - x_3 + 2x'_4 - 2x''_4 - x_5 = 4, \\ 4x_1 + x'_2 + 2x_3 - x'_4 + x''_4 = -2, \\ -x'_2 + 2x_3 + 5x'_4 - 5x''_4 + x_6 = 7; \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j \in \{1, 3, 5, 6\}, \quad x'_2 \geq 0, \quad x''_4 \geq 0, \quad x''_4 \geq 0.$$

2. Яка з задач є розширеною задачею для розв'язування задачі

$$f = -x_1 + 5x_2 - x_4 + 3x_5 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_4 - x_5 = 4, \\ x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 = -2, \\ x_2 + 5x_4 - 2x_5 = 7; \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 5\},$$

лінійного програмування М-методом (М – велике додатне число)?

а)

$$f = -x_1 + 5x_2 - x_4 + 3x_5 + Mx_6 + Mx_7 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_4 - x_5 + x_6 = 4, \\ x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 = -2, \\ x_2 + 5x_4 - 2x_5 + x_7 = 7; \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 7\};$$

б)

$$f = -x_1 + 5x_2 - x_4 + 3x_5 + Mx_6 + Mx_7 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_4 - x_5 + x_6 = 4, \\ -x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 2, \\ x_2 + 5x_4 - 2x_5 + x_7 = 7; \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 7\};$$

в)

$$f = -x_1 + 5x_2 - x_4 + 3x_5 - Mx_6 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_4 - x_5 = 4, \\ -x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 2, \\ x_2 + 5x_4 - 2x_5 + x_6 = 7; \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 6\};$$

$$\begin{aligned} \Gamma) \quad & f = -x_1 + 5x_2 - x_4 + 3x_5 - Mx_6 - Mx_7 - Mx_8 \rightarrow \max; \\ & \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_4 - x_5 + x_6 = 4, \\ x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 + x_7 = -2, \\ x_2 + 5x_4 - 2x_5 + x_8 = 7; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 8\}. \end{cases} \end{aligned}$$

3. Яка з задач є допоміжною задачею для розв'язування задачі

$$\begin{aligned} & f = -x_1 + 5x_2 - x_4 + 3x_5 \rightarrow \max; \\ & \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_4 - x_5 = 4, \\ x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 = -2, \\ x_2 + 5x_4 - 2x_5 = 7; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 5\}, \end{cases} \end{aligned}$$

лінійного програмування методом штучного базису?

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \bar{f} = x_6 + x_7 \rightarrow \max; \\ & \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_4 - x_5 + x_6 = 4, \\ x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 = -2, \\ x_2 + 5x_4 - 2x_5 + x_7 = 7; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 7\}; \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \bar{f} = x_6 + x_7 \rightarrow \max; \\ & \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_4 - x_5 + x_6 = 4, \\ -x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 2, \\ x_2 + 5x_4 - 2x_5 + x_7 = 7; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 7\}; \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & \bar{f} = -x_6 \rightarrow \max; \\ & \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_4 - x_5 = 4, \\ -x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 2, \\ x_2 + 5x_4 - 2x_5 + x_6 = 7; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 6\}; \end{cases} \end{aligned}$$

г)

$$\begin{cases} \bar{f} = -x_7 - x_8 \rightarrow \max; \\ x_1 + x_2 + 2x_4 - x_5 + x_6 = 4, \\ x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 + x_7 = -2, \\ x_2 + 5x_4 - 2x_5 + x_8 = 7; \\ x_j \geq 0, \quad j \in \{1, \dots, 8\}. \end{cases}$$

---

4. Яка з точок не може бути розв'язком задачі лінійного програмування з системою обмежень

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 7, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0? \end{cases}$$

а)  $(-\frac{4}{3}; -\frac{8}{3})$ ;

б)  $(\frac{7}{3}; \frac{14}{3})$ ;

в)  $(6; 1)$ ;

г)  $(2; 3)$ .

---

5. Яка з точок не може бути розв'язком задачі лінійного програмування з системою обмежень

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 7, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0? \end{cases}$$

а)  $(-\frac{4}{3}; -\frac{8}{3})$ ;

б)  $(4; 3)$ ;

в)  $(6; 1)$ ;

г)  $(5; 4)$ .

---

6. Які додаткові умови на змінні в двоїстій задачі до задачі лінійного програмування

$$f = -x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$$



$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ 3x_1 + x_2 \leq 15; \\ x_1 \geq 0, \end{cases}$$

та двоїстої до неї?

- а)  $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \leq 0;$     б)  $y_1 \leq 0, y_2 \leq 0, y_3 \geq 0;$   
 в)  $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0;$     г)  $y_1 \geq 0;$     д)  $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0.$

**7.** Яке друге обмеження в двоїстій задачі до задачі лінійного програмування

$$f = -x_1 + 2x_2 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ 3x_1 + x_2 \leq 15; \\ x_1 \geq 0? \end{cases}$$

- а)  $y_1 - y_2 + y_3 \leq 2;$     б)  $y_1 - y_2 + y_3 \geq 2;$   
 в)  $y_1 - y_2 + y_3 = 2;$     г)  $y_1 + 2y_2 + 3y_3 \geq 1;$     д)  $y_1 + 2y_2 + 3y_3 \leq 2;$

**8.** Яке третє обмеження в двоїстій задачі до задачі лінійного програмування

$$f = -x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 \rightarrow \min;$$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_4 \leq 4, \\ 4x_1 - x_2 - x_4 = -2, \\ x_2 + 2x_3 + 5x_4 \geq 7; \\ x_1 \geq 0, x_2 \leq 0, x_3 \leq 0? \end{cases}$$

- а)  $-3y_1 + 4y_2 \geq -1;$     б)  $-5y_1 + 2y_3 \geq -1;$     в)  $-5y_1 + 2y_3 \leq -1;$

$$\text{г) } 5y_1 + 2y_2 + 2y_3 \leq 5, \quad \text{д) } y_2 + 2y_3 + 5y_4 \geq 7; \quad \text{е) } y_2 + 2y_3 + 5y_4 \leq 7.$$

**9.** Яке твердження неправильне?

а) Якщо одна з пари взаємнодвоїстих задач лінійного програмування має розв'язок, то й інша має розв'язок;

б) якщо в одній з задач пари взаємнодвоїстих задач лінійного програмування цільова функція необмежена, то в іншій задачі область допустимих розв'язків порожня;

в) якщо в одній з задач пари взаємнодвоїстих задач лінійного програмування область допустимих розв'язків порожня, то в іншій задачі цільова функція необмежена;

**10.** Яка з задач є двоїстою задачею до задачі лінійного програмування

$$f = -x_1 + 5x_2 - x_4 + 3x_5 \rightarrow \min;$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 \leq 4, \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 3x_5 = -2, \\ x_2 + 2x_3 + 5x_4 - 2x_5 \geq 7; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \leq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_5 \leq 0? \end{cases}$$

$$\text{а) } F = 4y_1 - 2y_2 + 7y_3 \rightarrow \max; \quad \text{б) } F = -4y_1 + 2y_2 - 7y_3 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} y_1 + 4y_2 \leq -1, \\ y_1 - y_2 + y_3 \geq 5, \\ -y_1 + 2y_2 + 2y_3 \leq 0, \\ 2y_1 - y_2 + 5y_3 = -1, \\ -y_1 + 3y_2 - 2y_3 \geq 3; \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 + 4y_2 \leq -1, \\ y_1 - y_2 + y_3 \geq 5, \\ -y_1 + 2y_2 + 2y_3 \leq 0, \\ 2y_1 - y_2 + 5y_3 = -1, \\ -y_1 + 3y_2 - 2y_3 \geq 3; \end{cases}$$

$$y_1 \leq 0, \quad y_3 \geq 0;$$

$$y_1 \leq 0, \quad y_3 \geq 0;$$

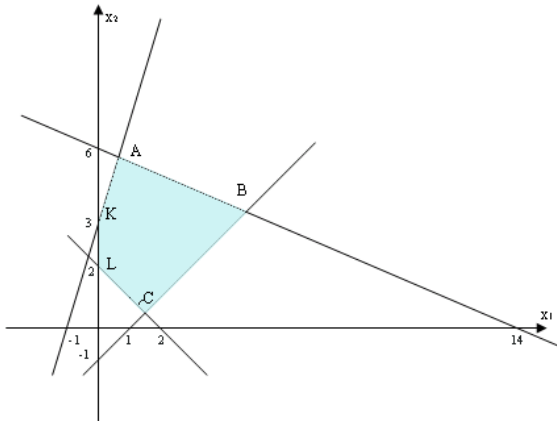
в)  $F = 4y_1 - 2y_2 + 7y_3 \rightarrow \max;$     г)  $F = 4y_1 - 2y_2 + 7y_3 \rightarrow \max;$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 + 4y_2 \geq -1, \\ y_1 - y_2 + y_3 \leq 5, \\ -y_1 + 2y_2 + 2y_3 \geq 0, \\ 2y_1 - y_2 + 5y_3 = -1, \\ -y_1 + 3y_2 - 2y_3 \leq 3; \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} y_1 + 4y_2 \leq -1, \\ y_1 - y_2 + y_3 \geq 5, \\ -y_1 + 2y_2 + 2y_3 \leq 0, \\ 2y_1 - y_2 + 5y_3 = -1, \\ -y_1 + 3y_2 - 2y_3 \geq 3; \end{array} \right.$$

$y_1 \leq 0, \quad y_3 \geq 0;$

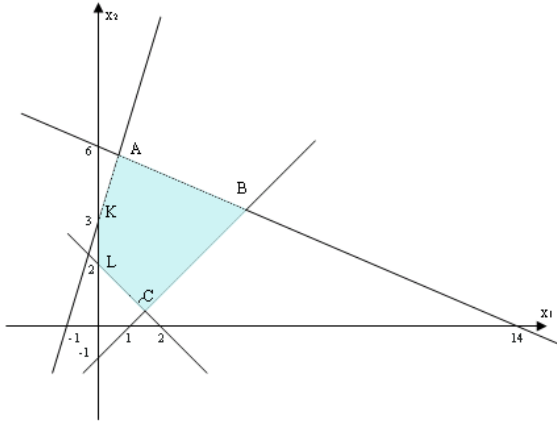
$y_1 \geq 0, \quad y_3 \leq 0.$

11. В якій точці функція  $f = -3x_1 + x_2$  задачі лінійного програмування з зображеною на рисунку областю допустимих розв'язків досягає найменшого значення?



- а)  $A;$     б)  $B;$     в)  $C;$     г)  $K;$     д)  $L.$

12. Де функція  $f = -x_1 - x_2$  задачі лінійного програмування з зображеною на рисунку областю допустимих розв'язків досягає найбільшого значення?



- а) в точці  $A$ ;      б) в точці  $B$ ;      в) на відрізку  $AC$ ;  
 г) в точці  $K$ ;      д) на відрізку  $LC$ .

13. Який висновок можна зробити з симплекс-таблиці?

$i$	Б	$C_\delta$	$A_0$	-2	5	4	7	0
				$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
1			-16	0	-10	1	1	0
2			-12	1	-3	0	-3	0
3			-17	0	-6	0	-2	1
$m + 1$								

- а) потрібно переходити до наступного плану згідно з двоїстим симплексним методом;  
 б) потрібно переходити до наступного плану згідно з симплексним методом;  
 в) цільова функція необмежена;  
 г) область допустимих розв'язків порожня;  
 д) розв'язок неєдиний;