

Міністерство освіти і науки України  
Чернівецький національний університет  
ім. Юрія Федьковича  
Інститут фізико-технічних та комп'ютерних наук  
відділ Інфокомунікацій  
кафедра кореляційної оптики

**Мохунь І.І. Вікторовська Ю.Ю.**

**Сингулярна оптика: Методичні рекомендації до  
виконання лабораторних робіт**

2018

УДК 535.5 (075.8)  
ББК 22.343я73

Друкується за ухвалою вченої ради ІФТКН  
Чернівецького національного університету  
ім. Юрія Федьковича

**Мохунь І.І., Вікторовська Ю.Ю.**

Сингулярна оптика: Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2018. – 35 с.

Сингулярна оптика – галузь сучасної оптики, що стрімко розвивається і є актуальною. Дані методичні рекомендації допоможуть студентам у підготовці до лабораторних занять, в самостійній роботі з літературою та поглиблять знання з курсу «Сингулярна оптика». Поданий зміст лабораторних занять допоможе студентам оволодіти практичними навичками отримання сингулярностей в оптичних полях та дослідження їх властивостей.

Навчальне видання розраховане на студентів, які навчаються за спеціальністю 152, Метрологія та інформаційно-вимірвальна техніка.

**ББК 22.343я73**  
**УДК 535.5 (075.8)**

© Чернівецький національний  
університет, 2018

## ЗМІСТ

Лабораторна робота №1.....	4
Лабораторна робота №2.....	8
Лабораторна робота №3.....	14
Лабораторна робота №4.....	21
Лабораторна робота №5.....	26
Лабораторна робота №6.....	31

## Лабораторна робота №1

### ДОСЛІДЖЕННЯ ОПТИЧНИХ ВИХОРИВ І-ГО І ІІ-ГО ПОРЯДКІВ

**Мета:** Дослідити інтерферометричні картини вихрових структур в залежності від знаку та топологічного заряду вихору.

**Обладнання:** лазер, інтерферометр Маха –Цандера, вихроутворююча голограма, екран.

#### Завдання на роботу:

1. Ознайомитися з теоретичними основами сингулярної оптики, що стосуються оптичних вихорів, методів їх утворення, спостереження та аналізу.
2. Ознайомитися з теоретичними основами традиційної інтерферометрії, типами інтерферометрів, зокрема інтерферометром Маха-Цандера.
3. Зібрати оптичну схему для дослідження оптичних вихорів.
4. Отримати інтерферометричні картини вихрових структур.
5. Проаналізувати отримані результати.

#### Теоретичні нотатки

Структура оптичного поля, поведінка фази та інтенсивності нерозривно пов'язані з особливими точками поля, в яких амплітуда має нульове значення. Такі точки одержали назву дислокацій хвильового фронту або фазових (оптичних) вихорів. Фаза поля в цих точках невизначена і змінюється на  $m2\pi$  ( $m = \pm 1, \pm 2, \dots$ ) при обході центра вихору.

Області вихорів збігаються із областями малої інтенсивності, отже практично вся енергія світлового поля переноситься іншими ділянками поля. Проте, саме сітки вихорів можна вважати базовими структурами поля, які великою мірою визначають поведінку фази всього поля. Локалізацію вихорів може бути визначено як перетин ліній, які є розв'язками рівнянь:

$$\begin{cases} \operatorname{Re} U = 0 \\ \operatorname{Im} U = 0 \end{cases} \quad (1)$$

де  $U$  - комплексна амплітуда поля. Уздовж цих ліній дійсна або уявна частина комплексної амплітуди поля рівні нулю.

Дуже практичним виявився підхід до аналізу вихрової структури оптичних полів, в основу якого покладено топологічні уявлення. Вихорам можуть бути приписані топологічні індекси двох типів. Перший – топологічний заряд  $S$  може бути введений за допомогою співвідношення:

$$S = \frac{1}{2\pi} \oint d\Phi, \quad (2)$$

де  $\Phi$  – фаза поля, а інтеграл береться проти годинникової стрілки по контуру, що містить сингулярну точку.

$S$  для вихорів є ціле число  $S = \pm 1, \pm 2, \dots$ . Проте для реальних полів  $S$  дорівнює лише  $\pm 1$ , оскільки вихори із значенням заряду  $S$  більшим  $+1$ , або меншим  $-1$  є

фізично і топологічно нестійкими. Вихори з модулем топологічного заряду більшим від 1 розпадаються на прості вихори навіть при невеликому фізичному збуренні. Іноді знак  $S$  ще називають знаком вихору. Для всіх інших точок поля, включаючи і стаціонарні точки фази,  $S = 0$ . Інший тип топологічного індексу  $N$  (індекс Пуанкаре) для вихорів (незалежно від знака) та екстремумів фази цей індекс дорівнює  $+1$  і  $-1$  для сідел фази. Індекс  $N$  характеризує напрямок обертання еквіфазних ліній при обході особливої точки. Він за модулем дорівнює кількості повних обертів ліній, що спостерігається при обході особливої точки. Якщо напрямок обертання ліній збігається з напрямком обходу, то індекс  $N$  приймає додатне значення. Інакше індекс  $N$  – від’ємний. Співвідношення кількості вихорів з кількістю фазових сідел, процеси зближення вихорів одного знака, їх народження і анігіляція регулюються законами збереження сумарних топологічних індексів  $S$  і  $N$ . Ці закони мають глобальний характер, оскільки зумовлені фундаментальними властивостями нашого простору. Зауважимо, що топологічні індекси  $S$  і  $N$  можна ввести для поля (функції двох координат) будь-якого типу.

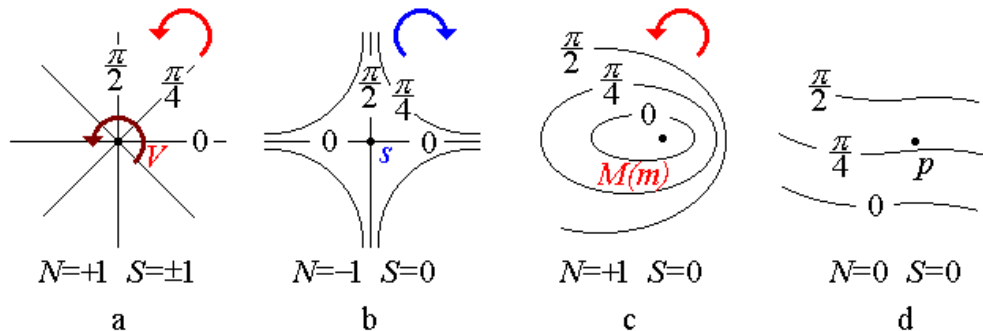


Рис 1

Топологічний заряд і топологічний індекс.

a – для вихору; b,c – для сідлової точки; d- для звичайної точки поля.

Одним з методів отримання сингулярності оптичного поля є її моделювання за допомогою комп’ютерно-синтезованих голограм.

Комп’ютерно-синтезовану голограму можна отримати згідно першого рівняння голографії:

$$H = |U|^2 + |p|^2 + U^* p + U p^* \quad (3)$$

Нехай в якості об’єктного пучка виступає ідеальний ізотропний вихор першого порядку із значенням топологічного заряду  $+1$ . Його рівняння в полярних координатах  $r, \Phi$  має вигляд:

$$U = ar \exp(j\Phi) \quad (4)$$

В якості опорної хвилі використаємо плоску. Рівняння (3) набуває вигляду:

$$H = a^2(x^2 + y^2) + b^2 + 2ab \cos[\arctan(x/y) + kx \sin \alpha] \quad (5)$$

де  $a, b$  - визначають інтенсивність об’єктної та опорної хвиль,  $k$ -хвильове число. Період інтерференційної картини визначається величиною  $k \sin \alpha$ , що пропорційна синусу кута між об’єктною та опорною хвилями. Вираз (5) і є рівняння синтезованої голограми. Якщо отримати рисунок, структура якого змінюється відповідно до виразу (5), то зменшивши його до певного масштабу та зробивши його фотокопію отримаємо синтезовану голограму (Рис.2).

Зміна масштабу голограми не приводить до зміни структури відновленого з неї вихору. Введемо у вираз (5) масштабний коефіцієнт  $\gamma$ . Тоді відновлене поле описується виразом:

$$U = a\gamma(x^2 + y^2) \exp[j \arctan(y/x)] \quad (6)$$

Як видно з (6) фазова частина відновленої хвилі залишилась без зміни. При цьому змінилася швидкість росту модуля амплітуди відповідно до коефіцієнту  $a$ , та період інтерференційної картини синтезованої голограми.

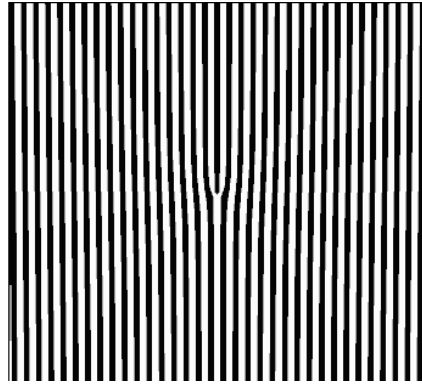


Рис.2

Синтезована голограма для отримання вихорового пучка

### Хід роботи:

1. Для дослідження оптичних вихорів зібрати інтерферометр Маха-Цандера, схема якого наведена на рис.3. В одне з плечей інтерферометра встановити синтезовану голограму.

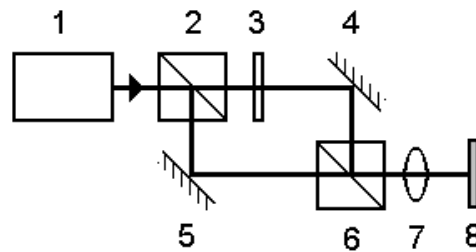


Рис.3

Оптична схема інтерферометра Маха-Цандера.

1- Ge-Ne лазер, 2,6 – світлоподільники, 3 – вихрова голограма, 4,5 – дзеркала, 7 – мікроскоп, 8 – екран.

2. Від'юстувати інтерферометр. Перекрити опорний пучок для спостереження вихорів.

При опромінюванні синтезованої голограми лазерним світлом отримуються вихорі, що являють собою темний мінімум в середині оточений яскравим кільцем, в кожному порядку голограми крім нульового.

3. За допомогою дзеркала 4 і світлоподільника 6 звести нульовий порядок об'єктного (вихорового) і опорний пучки. Отримати інтерференційну картину в площині спостереження.

4. Від'юстувати інтерферометр так, щоб з опорним пучком сумістився  $+1$  (або  $-1$ ) порядок вихрового пучка. Отримати інтерференційну картину в площині спостереження. Визначити напрямок вилочки.

5. Провести аналогічну операцію з вихровим пучком, який утворився в іншому першому дифракційному порядку. Отримати інтерференційну картину в площині спостереження. Визначити напрямок вилочки.

При інтерференції опорного пучка з вихровим в площині спостереження спостерігається певне розгалуження інтерференційних ліній “вилочка” в місці, що відповідає мінімуму інтенсивності. Інтерференційна смуга розділяється на 2 (Рис.4).



Рис.4

Інтерференційна картина для оптичного вихору I порядку

6. Від'юстувати інтерферометр так, щоб з опорним пучком сумістився  $+2$  (або  $-2$ ) порядок вихрового пучка. Отримати інтерференційну картину в площині спостереження. Визначити напрямок вилочки.

Для вихору II-го порядку інтерференційна смуга ділиться на три. Тобто можна стверджувати, що при інтерференції опорного пучка з вихровим відбувається поділ інтерференційної смуги на  $n + 1$  смугу, де  $n$  - порядок вихору.

7. Провести аналогічні експерименти для вихорів  $-2$  порядку.

### Контрольні питання:

1. Дайте поняття сингулярності оптичного поля.
2. Поясніть принцип роботи інтерферометра Маха-Цандера.
3. Як можна візуально спостерігати вихорі?
4. В чому проявляється різниця між інтерферометричними картинами вихрових структур в залежності від знаку і порядку вихору?

### Література

1. J.F.Nye. Natural focusing and fine structure of light. – Institute of physics publishing, Bristol and Philadelphia, 1999. – 328 p.
2. I. Freund and N. Shvartsman, Phys. Rev. A **50**, 5164 (1994).
3. L. Allen, M.J. Padgett, and M. Babiker, *The orbital angular momentum of light* (E. Wolf, Progress in optics XXXIX, Elsevier Science B.V., 1999).
4. O. Angelsky, A. Mokhun, I. Mokhun, and M. Soskin, Phys. Rev. E. **65**, 036602 (2002).
5. І.В.Палійчук, “Дослідження можливості створення оптичного пінцету з самозвідними пастками”, Дипломна робота, ЧНУ, кафедра кореляційної оптики, 2001.
6. А.І.Каглюк, “Розробка оптичного пінцету на основі безвихрової оптичної пастки” Дипломна робота, ЧНУ, кафедра кореляційної оптики, 2003.

## Лабораторна робота №2

### ІНТЕРФЕРЕНЦІЙНИЙ МЕТОД ОТРИМАННЯ ВИХРОВОГО ПУЧКА.

**Мета:** Дослідити механізми інтерференційного утворення вихрових пучків.

**Обладнання:** лазер, інтерферометр Майкельсона, напилена платівка, екран.

#### Завдання на роботу:

1. Ознайомитися з теоретичними основами сингулярної оптики, що стосуються оптичних вихорів, методів їх утворення, спостереження та аналізу.
2. Ознайомитися з теоретичними основами традиційної інтерферометрії, типами інтерферометрів, зокрема інтерферометром Майкельсона.
3. Зібрати оптичну схему для дослідження оптичних вихорів.
4. Отримати інтерферометричні картини вихрових структур.
5. Порівняти інтерференційні картини отримані голографічним і інтерференційним методами.

#### Теоретичні нотатки

Структура оптичного поля, поведінка фази та інтенсивності нерозривно пов'язані з особливими точками поля, в яких амплітуда має нульове значення. Такі точки одержали назву дислокацій хвильового фронту або фазових (оптичних) вихорів. Фаза поля в цих точках невизначена і змінюється на  $m2\pi$  ( $m = \pm 1, \pm 2, \dots$ ) при обході центра вихору.

Області вихорів збігаються із областями малої інтенсивності, отже практично вся енергія світлового поля переноситься іншими ділянками поля. Проте, саме сітки вихорів можна вважати базовими структурами поля, які великою мірою визначають поведінку фази всього поля. Локалізацію вихорів може бути визначено як перетин ліній, які є розв'язками рівнянь:

$$\begin{cases} \operatorname{Re} U = 0 \\ \operatorname{Im} U = 0 \end{cases} \quad (1)$$

де  $U$  - комплексна амплітуда поля. Уздовж цих ліній дійсна або уявна частина комплексної амплітуди поля рівні нулю.

Дуже практичним виявився підхід до аналізу вихрової структури оптичних полів, в основу якого покладено топологічні уявлення. Вихорам можуть бути приписані топологічні індекси двох типів. Перший – топологічний заряд  $S$  може бути введений за допомогою співвідношення:

$$S = \frac{1}{2\pi} \oint d\Phi, \quad (2)$$

де  $\Phi$  – фаза поля, а інтеграл береться проти годинникової стрілки по контуру, що включає сингулярну точку.

$S$  для вихорів є ціле число  $S = \pm 1, \pm 2, \dots$ . Проте для реальних полів  $S$  дорівнює лише  $\pm 1$ , оскільки вихори із значенням  $S$  більшим  $+1$ , або меншим  $-1$  є фізично і топологічно нестійкими. Вихори з модулем топологічного заряду більшим від 1 розпадаються на прості вихори навіть при невеликому фізичному збуренні. Іноді знак  $S$  ще називають знаком вихору. Для всіх інших точок поля, включаючи і



стаціонарні точки фази,  $S = 0$ . Інший тип топологічного індексу  $N$  (індекс Пуанкаре) для вихорів (незалежно від знака). Для екстремумів фази цей індекс дорівнює  $+1$  і  $-1$  для сідел фази. Індекс  $N$  характеризує напрямок обертання еквифазних ліній при обході особливої точки. Якщо напрямок обертання ліній співпадає з напрямком обходу, то індекс  $N$  приймає додатне значення. Інакше індекс  $N$  – від’ємний. Співвідношення кількості вихорів з кількістю фазових сідел, процеси зближення вихорів одного знака, їх народження і анігіляція регулюються законами збереження сумарних топологічних індексів  $S$  і  $N$ . Ці закони мають глобальний характер, оскільки зумовлені фундаментальними властивостями нашого простору. Зауважимо, що топологічні індекси  $S$  і  $N$  можна ввести для поля (функції двох координат) будь-якого типу.

Хвилю, яка містить фазові сингулярності можна утворити інтерференційним методом.

Розглянемо інтерференцію мінімальної кількості (двох) когерентних довільних хвиль  $U_1$  та  $U_2$ . Фази цих хвиль  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ , та модулі амплітуд  $A_1$ ,  $A_2$  такі, що для кожної площини спостереження, перпендикулярної до осі  $z$ , переважного напрямку розповсюдження хвиль, які аналізуються, кожену з них можна розглядати в межах наближення хвильових фронтів, тобто наступний хвильовий фронт можна отримати як результат простої геометричної трансформації попереднього. Отже поля  $U_1$  та  $U_2$  розповсюджуються в зоні аналізу без дифракції. В площини спостереження модулі амплітуд хвильового фронту мало відрізняються та існує розв’язок рівняння  $A_1(x, y) = A_2(x, y)$  у вигляді  $y = f(x)$  – лінії рівних інтенсивностей.

Умовою виникнення ізольованого нуля в точці  $x_i, y_i$  є:

$$\begin{cases} \Phi_1(x_i, y_i) = \Phi_2(x_i, y_i) + \pi = \Phi_i \\ A_1(x_i, y_i) = A_2(x_i, y_i) = A_i \end{cases} \quad (3)$$

Проаналізуємо результуюче поле, що утворене хвилями  $U_1$  та  $U_2$ . Використаємо локальну систему координат  $X, Y, Z$  з початком координат в точці  $i$ -го нуля амплітуди. Напрямок осі  $Z$  залишається незмінним та співпадає з напрямком осі  $z$ . Розкладемо результуюче поле  $U_i$  в ряд Маклорена за степенями  $X$  та  $Y$  і обмежимося лише лінійними членами. Легко показати, що результуюче поле може бути записане у вигляді:

$$U_i = \exp[j\Phi_i] \left\{ \Delta A_i^x X + \Delta A_i^y Y + jA_i [\Delta \Phi_i^x X + \Delta \Phi_i^y Y] \right\}, \quad (4)$$

де  $\Delta A_i^t = A_{1i}^t - A_{2i}^t$ ,  $\Delta \Phi_i^t = \Phi_{1i}^t - \Phi_{2i}^t$ ,  $A_{pi}^t = \frac{\partial A_p}{\partial t} \Big|_{x=x_i, y=y_i}$ ,  $\Phi_{pi}^t = \frac{\partial \Phi_p}{\partial t}$ ,  $t = x, y$ ,  $p = 1, 2$ .

Тоді тангенс фази результуючого поля опишеться співвідношенням:

$$\operatorname{tg} \Phi = A_i \frac{\Delta \Phi_i^x X + \Delta \Phi_i^y Y}{\Delta A_i^x X + \Delta A_i^y Y} \quad (5)$$

Із (5) випливає, що поле в околі нуля визначається, як гвинтова дислокація. Знак дислокації визначається співвідношенням між  $\Delta \Phi_i^t$  та  $\Delta A_i^t$ . Очевидно, ідеальний – класичний гелікоїд, що відповідає ізотропному вихору, утворюється у випадку:

$$\frac{A_i \Delta \Phi_i^x}{\Delta A_i^y} = 1, \quad A_i \Delta \Phi_i^y = -\Delta A_i^x. \quad (6)$$

В іншому випадку гелікоїд буде деформованим.

Розглянемо зв'язок між “фазами” хвильових дислокацій. За аналогією з початковою фазою ізотропного вихору, фазою хвильової дислокації будемо називати деяку постійну фазу в околі точки нуля (ядра вихору), що може бути визначена для кожної з таких точок. Як і в випадку ізотропного вихору, саме ця фаза визначає інтенсивність інтерференційної картини в околі нуля (темна, світла або сіра вилка). Введемо  $s$  координату уздовж лінії рівних амплітуд. Розглянемо результуюче поле при русі уздовж цієї кривої. У цьому випадку маємо співвідношення для результуючого поля:

$$U(s) = 2A(s)e^{j\frac{\Phi_1(s)+\Phi_2(s)}{2}} \cos\left[\frac{\Phi_1(s)-\Phi_2(s)}{2}\right]. \quad (7)$$

В точці  $s_i$ , точці перетину лінії рівних інтенсивностей  $y = f(x)$  з  $i$ -тим мінімумом інтерференційної картини, показник експоненти визначає фазу хвильової дислокації. Враховуючи (3) з (7) отримаємо, що ця фаза визначається співвідношенням:

$$\varphi_i = \Phi_i + m_i \pi + \frac{\pi}{2}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (8)$$

Підкреслимо, що координата  $s$  може бути пов'язана з будь-якою фазовою поверхнею одного із двох фронтів. Очевидно, що показник експоненти залишається незмінним при обході точки  $s_i$  в площині  $XU$  на малій відстані  $ds$  від точки  $s_i$ . Різниця між фазами в сусідніх мінімумах  $(i, i+1)$  інтерференційної картини рівна:

$$\Delta \varphi_i = \Phi_{i\pm 1} - \Phi_i \pm \pi. \quad (9)$$

Отже, аналізуючи поведінку (9) уздовж лінії рівних інтенсивностей, яка лежить на одній з фазових поверхонь, можна зробити висновок, що фази в двох сусідніх точках  $s_i$  відрізняються на  $\pi$ . Для двох квазіплоских хвиль це проявляється в тому, що в двох сусідніх мінімумах інтерференційної картини, в площині спостереження, яка ортогональна до одного з хвильових векторів інтерферуючих хвиль, або до бісектриси кута між ними, фази відрізняються на  $\pi$ . Якщо кут між інтерферуючими фронтами малий, то таку інтерференційну картину можна побачити в будь-якому положенні площини аналізу.

Зауважимо, що завдяки обмеженням, які ми прийняли відносно зміни фази хвильового фронту (плавна зміна фази) можна стверджувати, що на відстані між двома сусідніми мінімумами зміна фази може розглядатися як лінійна. Іншими словами під результатом інтерференції може розумітися інтерференція двох квазіплоских хвиль. Звідси випливає, що для довільних хвильових фронтів фаза в сусідніх мінімумах інтерференційної картини відрізняється практично на  $\pi$ . Легко можна побачити, що знаки вихорів, які утворюються внаслідок інтерференції в сусідніх інтерференційних мінімумах однакові. Отже, ці вихори розділені сідловими точками.

Результати теоретичного аналізу були перевірені комп'ютерним моделюванням. Результат інтерференції між двома квазіплоскими, близькими за інтенсивністю хвилями та опорним пучком представлено на рис. 1.

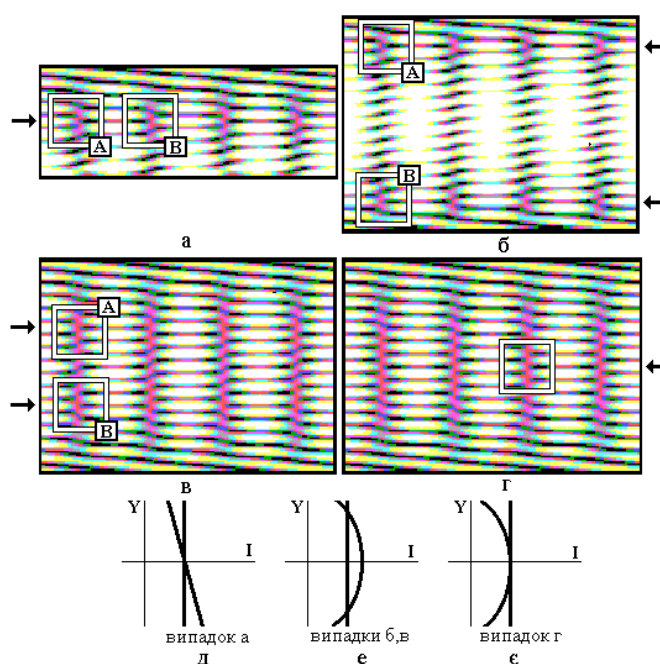


Рис. 1

Утворення вихору внаслідок інтерференції фронтів із плавною зміною фази.

а-г – результати інтерференційного тестування поля із дислокаціями, що утворені внаслідок інтерференції (комп'ютерне моделювання). Зони вихорів виділено білими прямокутниками. На рис.г білим прямокутником виділено крайову дислокацію нульової довжини (результат анігіляції вихорів). д-є – розподіл інтенсивності інтерферуючих пучків. д – відповідає інтерферограмі рис. а, е – рис.б та в. Рис. є – ілюструє розподіл інтенсивності при анігіляції вихорів.

Вертикальні смуги відповідають полю з дислокаціями. Горизонтальні смуги є результатом суперпозиції цього поля та опорного пучка. Як можна бачити з рис.1, в сусідніх інтерференційних мінімумах спостерігаються гвинтові дислокації. Відповідні зони виділені білими прямокутниками. Сусідні дислокації позначені на рисунку літерами А та В. Як можна побачити, фази дислокацій в сусідніх мінімумах відрізняються на  $\pi$ . Це проявляється чорною вилкою А, яка ніби вкладається в світлу вилку В. Інтенсивність хвиль поводить себе, як показано на рис. д. Як можна бачити, напрямки вилок визначається градієнтом інтенсивності. Цей факт проілюстрований рисунками 1б,в. Ми використовували для розрахунків зміну інтенсивностей, яка показана на рис. 1е. Вилки різних напрямків (дислокації різних знаків) позначені літерами А та В. Лінії однакової інтенсивності позначені стрілками. Зауважимо, що особливості інтерференційної картини поступово зникають і стають невизначеними при зменшенні відстані між лініями однакової інтенсивності. В граничному випадку (їхнього злиття) рис. 3г, гвинтові дислокації анігілюють. В цьому випадку виникає особлива точка, яка може бути інтерпретована як “крайова дислокація з нульовою довжиною”.

Зауважимо, що крайова дислокація з не “нульовою” довжиною фізично не реалізується. На практиці “крайова” дислокація розпадається на сукупність

близько розташованих гвинтових дислокацій, знаки яких чергуються. При цьому досліджувана інтерференційна картина є картина із зміщеними інтерференційними смугами, подібна до інтерференційної картини, яка наведена на рис. 1г. Зародження нових дислокацій підпорядковане правилу знаків.

Результати експерименту по отриманню дислокацій хвильового фронту інтерференційним методом вказані на рис.2. Як показано на рисунку гвинтові дислокації виникають при інтерференції двох квазіплоских фронтів на перетині ліній однакової інтенсивності та темної смуги інтерференційної картини.

Таким чином, формування гвинтової дислокації можливе при інтерференції навіть двох фронтів з гладкими хвильовими поверхнями. При цьому, єдиною умовою є близькість модулів амплітуд інтерферуючих хвиль, та ненульовий (хоча б у однієї з них) градієнт інтенсивності. Гвинтова дислокація формується в точці перетину ліній однакової інтенсивності фронтів і мінімуму інтерференційної картини.

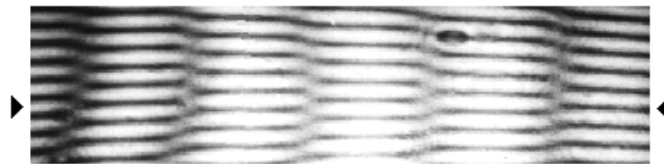


Рис.2

Результати інтерференційного тестування експериментально отриманих дислокацій хвильового фронту.

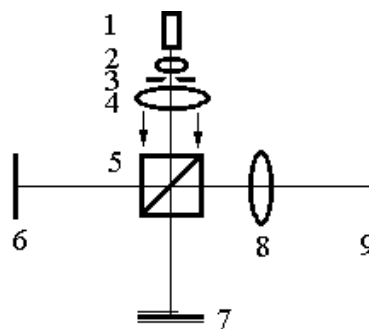


Рис.3

Оптична схема для інтерференційного отримання дислокацій хвилевого фронту.

1. - Ge-Ne лазер, 2,8 –об'єктив, 3 – діафрагма, 4 - коліматор, 5 – світлоподільник, 6,7 - дзеркала, 9 – екран.

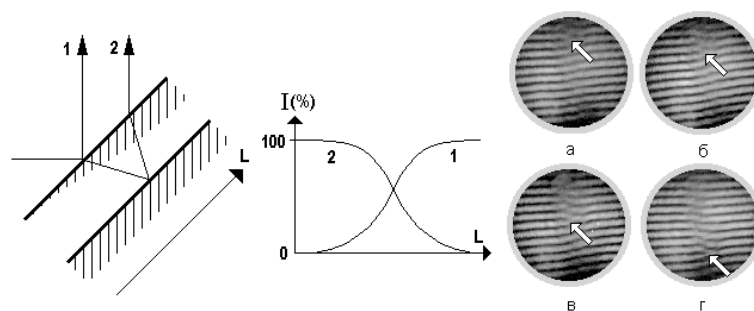


Рис.4

До інтерференційного методу утворення вихрового пучка

Зауважимо, що експериментально цю ситуацію можна змоделювати у будь-якому інтерферометрі, в тому числі і в інтерферометрі зсуву. Отже, існує можливість створити перетворювач гладкий пучок – сингулярний не використовуючи методики (практично єдину), що базується на використанні комп'ютерно синтезованих голограм. Такий перетворювач був реалізований наступним чином. В якості інтерферометра зсуву була використана скляна плоскопаралельна платівка товщиною 3 мм з відхиленням від паралельності поверхонь  $\approx 3 \div 5$  кутових секунд. Спрямовуючи, паралельний пучок на таку платівку, у напрямку на відбивання, маємо відому інтерференційну картину з кількістю інтерференційних смуг  $2 \div 3$ . Одну з поверхонь платівки (задню) було напилено алюмінієм (див. рис.4) з коефіцієнтом відбивання близьким до 100%. При напиленні іншої поверхні були створені такі умови, що коефіцієнт відбивання плавно змінювався уздовж робочої області від 0 до 100%. При цьому, ці зміни відбувалися у напрямку перпендикулярному до напрямку інтерференційних смуг. Тоді відбиті від передньої грані (пучок 1) та від задньої грані (пучок 2) пучки набували модуляції інтенсивності подібної до зображеної на рис.4б. Отже, створювалися необхідні умови для виникнення в результуючому полі гвинтової дислокації хвильового фронту.

### **Хід роботи:**

1. Зібрати оптичну схему інтерферометра Майкельсона, на базі якої проводиться отримання вихрового пучка інтерференційним методом, представлену на рис.3.

2. В одне з плечей, на місце дзеркала, встановити пластинку-перетворювач. Принцип дії перетворювача описаний в теоретичних нотатках і продемонстрований на рис.4.

3. Від'юстувати інтерферометр за допомогою світлоподільника і дзеркала так, щоб в площині спостереження спостерігалася інтерференційна картина.

4. Рухаючи столик з пластинкою-перетворювачем, знайти її оптимальне положення і отримати якісну інтерференційну картину вихрової структури.

### **Контрольні питання:**

1. Охарактеризуйте сингулярні точки оптичного поля. Топологічний заряд і топологічний індекс.
2. Який принцип дії інтерферометра Майкельсона?
3. Поясніть утворення вихорів за допомогою інтерференційного методу?

### **Література**

1. J.F.Nye. Natural focusing and fine structure of light. – Institute of physics publishing, Bristol and Philadelphia, 1999. – 328 p.
2. I. Freund and N. Shvartsman, Phys. Rev. A **50**, 5164 (1994).
3. O. Angelsky, A. Mokhun, I. Mokhun, and M. Soskin, Phys. Rev. E. **65**, 036602 (2002).
4. І.В. Палійчук, “Дослідження можливості створення оптичного пінцету з самозвідними пастками”, Дипломна робота, ЧНУ, кафедра кореляційної оптики, 2001.

### Лабораторна робота №3

## ДОСЛІДЖЕННЯ ДІЇ СПІНОВОГО І ОРБІТАЛЬНОГО МОМЕНТІВ ІМПУЛЬСУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ НА ЧАСТИНКУ, ЯКА УТРИМУЄТЬСЯ ВИХРОВОЮ ОПТИЧНОЮ ПАСТКОЮ.

Мета: Дослідити дію спінового і орбітального моментів імпульсу на частинку у вихровій оптичній пастці.

Обладнання: лазер, вихрова голограма, оптичні елементи для реалізації схеми, CCD-камера.

Завдання на роботу:

1. Ознайомитися з теоретичними основами сингулярної оптики, що стосуються оптичних вихорів, а також з фізичними явищами виникнення і дії спінового і орбітального моментів імпульсу електромагнітного поля.
2. Ознайомитися з оптичною схемою для отримання вихрової оптичної пастки, за допомогою якої проводиться дослідження дії спінового і орбітального моментів імпульсу.
3. Зібрати оптичну схему для отримання вихрової оптичної пастки.
4. Провести дослідження дії спінового і орбітального моментів імпульсу електромагнітного поля на частинку, яка утримується вихровою оптичною пасткою.
5. Проаналізувати різницю дії спінового і орбітального моментів на частинку.

### Теоретичні нотатки

Розглянемо лінійно-поляризований вихор. Припустимо, що вихор лінійно поляризований в напрямку  $x$ . Тоді  $E_y \equiv 0$  й у найпростішому випадку ізотропного вихору, для малої області, що містить його центр (виконується лінійне наближення), комплексна амплітуда вихору, поляризованого уздовж  $x$ , визначається відомим виразом для скалярного вихору:

$$U_v = \alpha(x^2 + y^2)^{1/2} \exp\{j[S_v \arctan(\frac{y}{x})]\} \quad (1)$$

або

$$E_v = \alpha(x^2 + y^2)^{1/2} \cos\{\omega t - kz + [S_v \arctan(\frac{y}{x})]\} \quad (1a)$$

де  $\alpha$  - визначає швидкість зростання інтенсивності вихору при відході від його центру.

Відповідно  $a_x = \alpha(x^2 + y^2)^{1/2}$  і  $\Phi_x = S_v \arctan(\frac{y}{x})$ .

Тепер розглянемо модуль поперечної складової вектора Умова-Пойнтінга. Можна показати, що для ізотропного вихору, поляризованого уздовж  $x$ , справедливе співвідношення:

$$|\vec{P}_t| = (P_x^2 + P_y^2)^{1/2} = \alpha \frac{1}{k} \left\{ \frac{c}{4\pi} P_z \right\}^{1/2} \quad (2)$$

де  $P_z = \alpha^2(x^2 + y^2) \cos^2[\omega t + S \arctan(\frac{y}{x}) - kz]$ .

Орієнтація поперечної складової вектора Умова-Пойнтінга задається співвідношенням  $P_y / P_x$ . Можна показати, що напрямок компоненти вектора Умова-Пойнтінга  $\gamma$  в площині  $x, y$  визначається виразом:

$$\tan(\gamma) = \frac{P_y}{P_x} = \frac{E_y T_2 + E_x T_1}{E_x T_2 - E_y T_1} \quad (3)$$

У випадку ізотропного вихору, (3) зведеться до виразу:

$$\tan(\gamma) = \frac{T_1}{T_2} \quad (4)$$

або

$$\tan(\gamma) = \frac{E_x \Phi_x^y + \frac{a_x^y}{a_x} E_{x, \frac{\pi}{2}}}{E_x \Phi_x^x + \frac{a_x^x}{a_x} E_{x, \frac{\pi}{2}}} \quad (5)$$

де  $E_{i, \frac{\pi}{2}} = a_i \sin(\omega t + \Phi_i - kz)$

Поділимо чисельник і знаменник на  $E_x$ . Тоді (4) перетвориться до вигляду:

$$\tan(\gamma) = \frac{\Phi_x^y + \frac{a_x^y}{a_x} \tan(\omega t + \Phi_x - kz)}{\Phi_x^x + \frac{a_x^x}{a_x} \tan(\omega t + \Phi_x - kz)} \quad (6)$$

В остаточному підсумку для ізотропного вихору, поляризованого уздовж  $x$ , орієнтація поперечної складового вектора Умова-Пойнтінга визначається виразом:

$$\gamma = S \frac{\pi}{2} - S(\omega t - kz) \quad (7)$$

Тоді (із (1a) і (6)) для поверхонь постійної фази  $\varphi_{const}$  (фронту хвилі) виконується:

$$\gamma = \Phi + S\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{const}\right) \quad (7a)$$

Наприклад, для  $\varphi_{const} = 0$  (фаза максимуму амплітуди хвилі) орієнтація вектора Умова-Пойнтінга для додатного вихору:

$$\gamma = \Phi + \frac{\pi}{2} \quad (7b)$$

і для від'ємного вихору

$$\gamma = \Phi - \frac{\pi}{2} \quad (7c)$$

де  $\Phi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$  - полярний кут, що відраховується від осі  $x$ .

Відповідні розподіли ілюструються малюнками 1 а,б

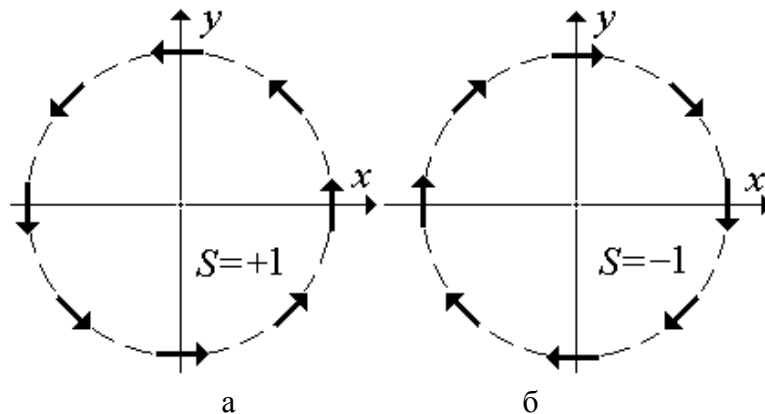


Рис. 1

Орієнтація вектора Умова-Пойнтінга для додатного і від'ємного вихорів.

Отже в площині перетину перпендикулярної до вісі вихору спостерігається (в часі) “обертання” максимуму (мінімуму) повздовжньої компоненти густини енергії електромагнітного поля. Іншими словами, спостерігається прецесія вектору Умова-Пойнтінга. Внаслідок такої прецесії і амплітуда поперечної компоненти (або її модуль) теж обертається навколо центру вихору. На рисунку 2 наведені данні відповідного комп’ютерного моделювання.

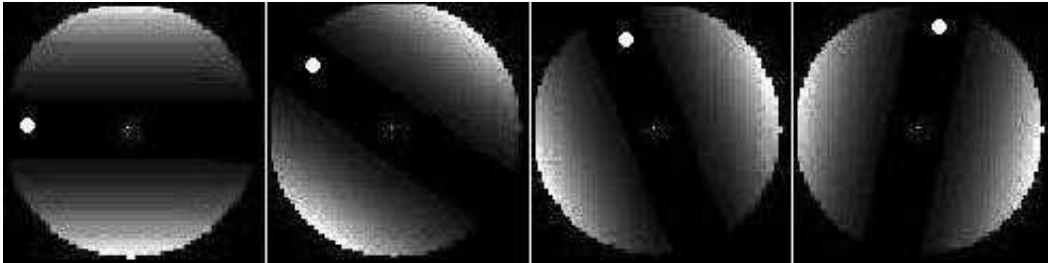


Рис. 2

Поведінка повздовжньої компоненти густини енергії електромагнітного поля в часі для лінійно-поляризованого вихору.

Як видно з рис.2 мінімум густини енергії здійснює обертання навколо центру вихору. Напрямок обертання визначається знаком топологічного заряду вихору.

Отже, в області оптичного вихору, для скалярних вихорів, за рахунок “обертального руху” енергії виникає орбітальний момент імпульсу електромагнітного поля. Значення моменту пропорційно значенню топологічного заряду вихору  $S$ .

Зупинимось на різниці між спіновим і орбітальним моментами, що виникає із їхньої природи:

1. Спіновий момент імпульсу – локальний ефект і може бути приписаний кожній точці поля.



2. Орбітальний момент імпульсу – просторово розподілений ефект, що виникає при формуванні певної структури поля, наприклад, так званих спіральних пучків.

Ця головна відмінність призводить до різноманітних ефектів, що виникають у деякій фізичній системі при впливі на неї пучків із спіновим і орбітальним моментами. Зокрема, вплив таких полів на механічну систему відбувається по-різному. Наприклад, вплив темних світлових пасток із спіновим і орбітальним моментом залежить від співвідношення розмірів пастки і захопленої мікрочастинки, її форми і т.д. Можна стверджувати, що спіновий момент (завдяки своєму локальному характеру) впливає на об'єкт із меншою ефективністю, ніж орбітальний, якщо захоплена частка порівнянна за розміром із пасткою.

*Таким чином, можна стверджувати:*

1. Спіновий момент (завдяки своєму локальному характеру) впливає на об'єкт із меншою ефективністю, ніж орбітальний, якщо захоплена частка порівнянна за розміром із пасткою;
2. Відносно великий об'єкт, захоплений оптичною пасткою (темною або світлою) обертається тільки завдяки орбітальному моменту імпульсу поля. Цей факт може бути використаний для ідентифікації наявності або відсутності орбітального моменту сфокусованого пучка.

### Методика експерименту

Темну вихрову пастку можна отримати фокусуванням вихрового пучка. Цей факт можна проілюструвати результатами наступного експерименту. Одним з методів отримання пучків з вихорами є застосування комп'ютерно-синтезованих голограм спеціального типу.

Таку комп'ютерно-синтезовану голограму можна отримати згідно першого рівняння голографії:

$$H = |U|^2 + |p|^2 + U^* p + Up^* \quad (8)$$

Нехай в якості об'єктного пучка виступає ідеальний ізотропний вихор першого порядку із значенням топологічного заряду +1. Його рівняння в полярних координатах  $r, \Phi$  має вигляд:

$$U = ar \exp(j\Phi) \quad (9)$$

В якості опорної хвилі використаємо плоску. Рівняння (3) набуває вигляду:

$$H = a^2(x^2 + y^2) + b^2 + 2ab \cos[\arctan(x/y) + kx \sin \alpha] \quad (10)$$

де  $a, b$  - визначають інтенсивність об'єктної та опорної хвилі,  $k$  - хвильове число. Період інтерференційної картини визначається величиною  $k \sin \alpha$ , що пропорційна синусу кута між об'єктною та опорною хвилями. Вираз (10) і є рівняння синтезованої голограми. Якщо отримати рисунок, структура якого змінюється відповідно до виразу (10), то зменшивши його до певного масштабу та зробивши його фотокопію отримаємо синтезовану голограму (Рис.1). Зміна масштабу голограми не приводить до зміни структури відновленого з неї вихору. Введемо у вираз (10) масштабний коефіцієнт  $\gamma$ . Тоді відновлене поле описується виразом:

$$U = a\gamma(x^2 + y^2) \exp[j \arctan(y/x)] \quad (11)$$

Як видно з (11) фазова частина відновленої хвилі залишилась без зміни. При цьому змінилася швидкість росту модуля амплітуди відповідно до коефіцієнту  $a$ , та період інтерференційної картини синтезованої голограми. Враховуючи, те, що в центрі вихору знаходиться темна область, вихрові пучки формують темні оптичні пастки. Внаслідок наявності у вихрового пучка орбітального моменту імпульсу, така пастка повинна обертати об'єкт у відповідності до знаку топологічного заряду вихору. Якщо вихровий пучок володіє спіновим моментом, то в залежності від поляризації об'єкт буде обертатися вправо (для право-поляризованого пучка) або вліво (для ліво-поляризованого пучка).

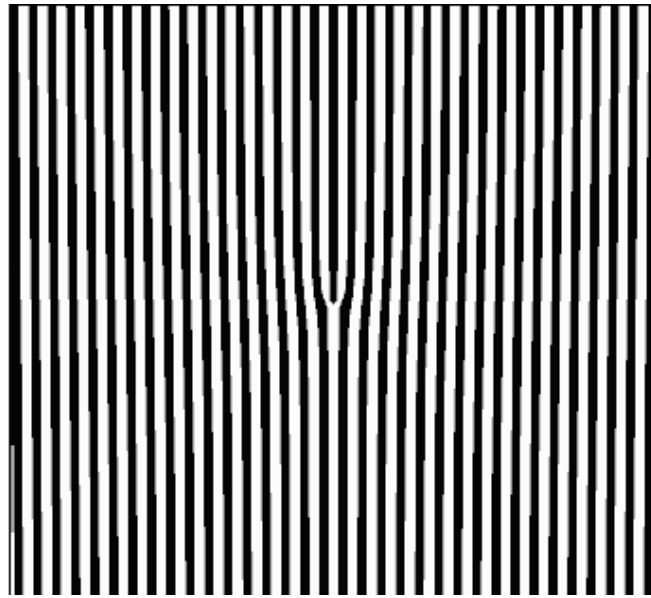


Рис.3

Синтезована голограма для отримання вихрового пучка

Хід роботи:

1. Зібрати оптичну схему для отримання вихрової пастки з орбітальним і спіновим моментом, що наведена на рис.4.
- 2.

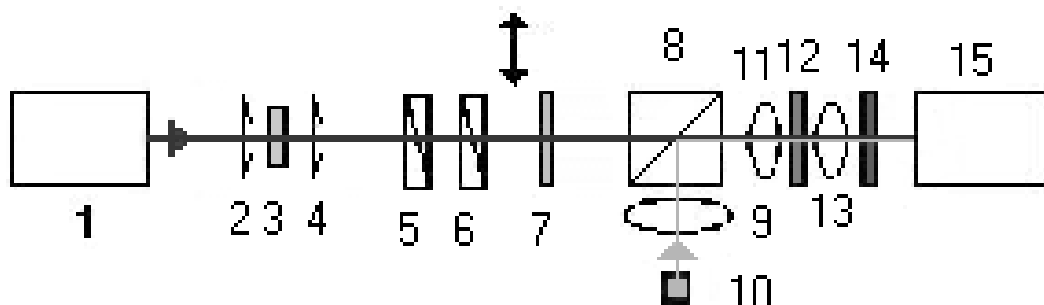


Рис.4

Оптична схема для отримання вихрової пастки.

1-He-Ne-лазер; 2,4-діафрагми; 3-голограма; 5,6-поляризатори; 7-пластинка  $\lambda/4$ ; 8-світлоподільник; 9-лінза; 10-освітлювач; 11,13-мікрооб'єкти; 12-об'єкт; 14- зелений світлофільтр; 15-CCD-камера.

За допомогою синтезованої голограми (3) формується темна вихрова пастка. Поляризація сфокусованої плями змінюється від право- до ліво-циркулярної за допомогою платівки  $\lambda / 4$  (7).

### 3. Підготувати тестовий об'єкт.

В якості тестового об'єкту використовується тонкий шар машинного масла, в якому у вільному стані знаходяться темні поглинаючі мікрочастинки. Концентрація частинок повинна бути невеликою, щоб конвекційні потоки, які утворюються при нагріванні розчинника лазерним випромінюванням не захоплювали великої кількості мікрооб'єктів. В протилежному випадку вплив таких потоків не дасть змоги ретельно дослідити вплив оптичної пастки на окрему мікрочастинку. Це викликано тим, що при великій кількості мікрочастинок відбувається їх взаємне зштовхування, що заважає проведенню дослідження. При виконанні роботи необхідно захопити відносно велику частку, сумірну за розмірами із пасткою (подібно до прикладу, наведеному на рис. 5). При цьому швидкість і напрямок обертання частки практично не повинні залежати від стану поляризації пучка.

### 4. Встановити об'єкт на предметний столик мікроскопа.

### 5. Увімкнути комп'ютер, встановити програмне забезпечення.

6. Закріпити CCD-камеру (15) у мікроскопі і під'єднати її до комп'ютера.

7. Увімкнути освітлювач каналу спостереження та настроїти зображення мікрочастинки та пастки.

Підсвітити об'єкт (12) за допомогою освітлювача (10). Для того, щоб позбавитися “відблисків” лазерного випромінювання, що виникають внаслідок часткового відбивання робочого пучка від елементів схеми мікроскопа, поверхні розчинника на виході системи спостереження встановлюється зелений фільтр. При цьому характеристики фільтра підбираються таким чином, що лазерне випромінювання відбите від поверхні об'єкту гаситься не повністю і, як наслідок, в площині спостереження формувалося не тільки зображення об'єкта а й зображення оптичної пастки.

8. За допомогою поляризаційного регулятора інтенсивності зменшити інтенсивність оптичної пастки та сумістити мікрочастинку із центром пастки.

### 9. Збільшити інтенсивність пастки та захопити мікрочастинку.

Приклад захоплення і обертання частинки у вихровій пастці наведені на рис.5.

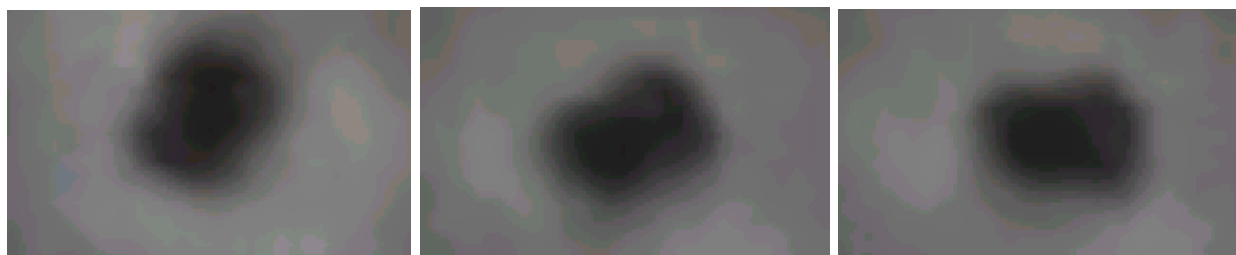


Рис.5

Обертання частинки (за годинниковою стрілкою) у вихровій пастці під дією орбітального моменту.

Подібний експеримент можна провести із світлою пасткою. Така пастка може бути сформована фокусуванням нерозширеного лазерного пучка. Приклад захоплення частинки світлою пасткою, зображений на рис. 6.

10. За допомогою платівки  $\lambda/4$  змінювати поляризацію пучка від право-поляризованого до ліво-поляризованого.

Зауважимо, що характеристики розчинника, у якому рухаються частки, їхні розміри, повинні вибиратися таким чином, щоб пастка захоплювала мікрооб'єкт на межі своїх можливостей. Тоді навіть невеличке фізичне збурення в зоні сфокусованого пучка призведе до того, що частка залишить пастку. У цьому випадку зміна стану поляризації пучка (розміри і напрямок спінового моменту) не повинно призводити до обертання мікрооб'єкта.

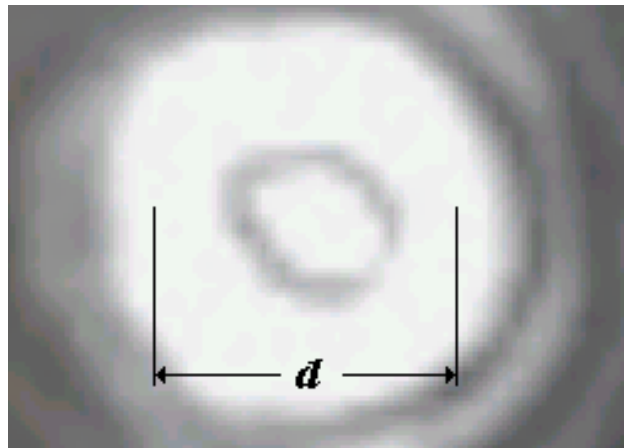


Рис. 6

Прозора частинка, що утримується світлою пасткою.  $d$  – приблизний розмір прозорої частинки.

### Контрольні питання:

1. Вектор Умова-Пойтінга в околі скалярного вихору.
2. Поясніть використання всіх елементів оптичної схеми для отримання вихрової пастки.
3. Які причини виникнення спінового моменту імпульсу електромагнітного поля?
4. Які причини виникнення орбітального моменту імпульсу електромагнітного поля?

### Література

1. J.F.Nye. Natural focusing and fine structure of light. – Institute of physics publishing, Bristol and Philadelphia, 1999. – 328 p.
2. I. Freund and N. Shvartsman, Phys. Rev. A 50, 5164 (1994).
3. L. Allen, M.J. Padgett, and M. Babiker, *The orbital angular momentum of light* (E. Wolf, Progress in optics XXXIX, Elsevier Science B.V., 1999).
4. O. Angelsky, A. Mokhun, I. Mokhun, and M. Soskin, Phys. Rev. E. 65, 036602 (2002).
5. Методичні розробки до питання виникнення і дії спінового і орбітального моментів імпульсу електромагнітного поля.

## Лабораторна робота №4

# ІНТЕРФЕРОМЕТРИЧНЕ ТЕСТУВАННЯ БЕЗВИХРОВОЇ ТЕМНОЇ ОПТИЧНОЇ ПАСТКИ СТВОРЕНОЇ ЗА ДОПОМОГОЮ СИНТЕЗОВАНОЇ ГОЛОГРАМИ

Мета: Вивчити принципи формування безвихрової пастки створеної за допомогою синтезованої голограми; провести інтерферометричне тестування пастки.

Обладнання: лазер, синтезована голограма, оптичні елементи для реалізації схеми, CCD-камера.

Завдання на роботу:

1. Ознайомитися з принципом формування безвихрової пастки.
2. Ознайомитися з практичною реалізацією синтезованої голограми.
3. Зібрати оптичну схему для інтерферометричного тестування безвихрової оптичної пастки.
4. Визначити оптимальне співвідношення діаметрів для якісної безвихрової оптичної пастки.

### Теоретичні нотатки.

#### 1. Принципи формування безвихрової пастки

Основна задача в формуванні безвихрової темної оптичної пастки полягає в тому, що в задній фокальній площині мікрооб'єктива в деякій точці (наприклад,  $u = 0, v = 0$ ), сфокусований пучок повинен утворювати інтенсивність, яка дорівнює, або близька до нуля. Разом з тим в околі такої точки поведінка фази повинна бути абсолютно детермінованою, сама фаза не повинна мати сингулярностей, тобто при цьому, оптичний вихор, якій притаманний умові рівності нулю інтенсивності поля не утворюється.

Наступна умова – умова “радіальної симетрії” пастки, яка полягає в тому, що розподіл інтенсивності в задній фокальній площині мікрооб'єктива  $U(u, v)$ , як функція полярних координат з центром у центрі пастки повинна залежати лише від радіуса та не залежати від кута, тобто з точки зору енергетичної ефективності, технічних умов на побудову оптичного пінцету, утворена пастка повинна бути центрально-симетричною. Якщо брати до уваги, що поле в площині  $u, v$  є фур'є-образом від поля, сформованого в передній фокальній площині мікрооб'єктива:

$$U(u, v) = \mathfrak{F}\{U_f(x, y)\}, \quad (1)$$

де  $U_f(x, y)$  - поле, сформоване в передній фокальній площині мікрооб'єктива, то це передбачає центральну симетрію поля  $U_f(x, y)$ . Проте центральна симетрія поля  $U_f(x, y)$  призводить до того, що будь-які елементарні джерела поля  $U_f(x, y)$ , розташовані симетрично відносно точки  $x = 0, y = 0$  коливаються у фазі. Отже результат суперпозиції коливань, які надійшли від таких джерел обов'язково сформує максимум інтенсивності.

В такій ситуації єдиним виходом є організація в передній фокальній площині мікрооб'єктива суперпозиції центрально-симетричних полів, які завідомо

протифазні.

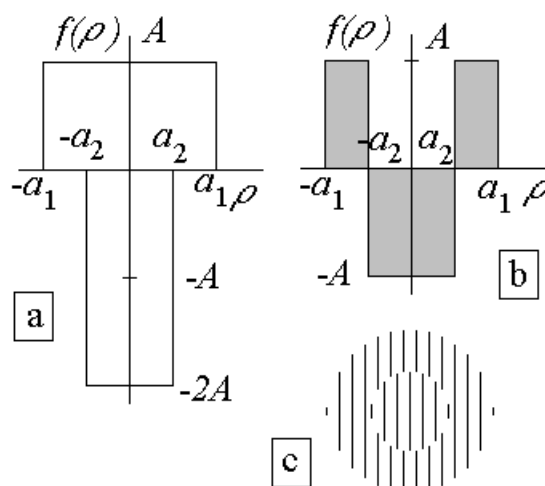


Рис.1  
Принцип формування безвихрової пастки

Звернемося до рисунку 1. Розмістимо у передній фокальній площині екран у вигляді кільця із зовнішнім та внутрішнім діаметрами  $2a_1$  і  $2a_2$  відповідно. Поле, яке утворюється в результаті модуляції таким транспарантом можна представити як суму двох різнофазових прямокутних імпульсів діаметрами  $2a_1$  і  $2a_2$ . Проте інтерференція таких полів у частотній площині в нулі просторових частот хоча і має деструктивний характер. Але сумарна інтенсивність не дорівнює нулю внаслідок різної інтенсивності інтерферуючих полів. Для утворення нуля  $J(u, v)$  необхідно додати до початкового поля ще один прямокутний імпульс діаметром  $2a_2$  і фазою, яка відрізняється на  $\pi$  від імпульсу більшого поперечного розміру (див. рис.1а). Таку операцію можна провести, якщо використати транспарант – синтезовану голограму, подібний до транспаранта, зображеного на рис.1с. Результат дифракції поля у  $\pm 1$  порядок за такою решіткою є суперпозицією імпульсів наведених на рис. 1б. Деструктивна інтерференція (інтерференція полів з фазами зсунутими на  $\pi$  утворюється за рахунок того, що решітки зовнішнього та внутрішнього кільця зсунуті на половину періоду.

Розглянемо більш ретельно, які вимоги треба висувати до величин  $2a_1$  і  $2a_2$ , щоб в околі точки  $u = 0, v = 0$  утворилася ефективна темна пастка.

Випромінювання від лазера 1 (рис. 2), освітлює синтезовану голограму 2, розташовану на оптичній трасі, і фокусується мікροоб'єктивом 3.

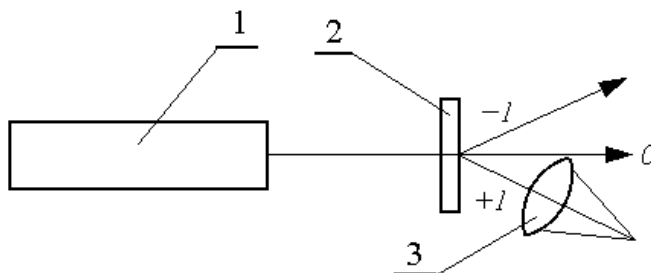


Рис.2  
Перевірка якості синтезованої голограми у відповідності до вимог.

Після голограми у +1 порядку дифракції утворюється поле:

$$U_f(\rho, \varphi) = P_{2a_1}(\rho) - 2P_{2a_2}(\rho) \quad (2)$$

де  $P_l(\rho) = \begin{cases} 1 & \rho \leq l \\ 0 & \rho > l \end{cases}$ ,  $l = 2a_1$  або  $2a_2$ . Наявність знаку ( - ) в формулі (2)

відображає деструктивний характер інтерференції елементарних пучків, сформованих внаслідок дифракції на зсунутих решітках

Відповідно в задній площині мікрооб'єктива маємо розподіл інтенсивності:

$$J(u, v) = |\mathfrak{I}_1 - 2\mathfrak{I}_2|^2 \quad (3)$$

де  $\mathfrak{I}_1 = \frac{(2a_1)^2 J_1(2a_1 R)}{2a_1 R}$  - Фур'є-образ зовнішнього круга,  $\mathfrak{I}_2 = \frac{(2a_2)^2 J_1(2a_2 R)}{2a_2 R}$  -

фур'є-образ внутрішнього кола,  $J_1$  - функції Бесселя першого порядку,  $R, \Phi$  - полярні координати в задній фокальній площині мікрооб'єктива 3.

При співвідношенні діаметрів зовнішнього та внутрішнього кругів:

$$a_1 \approx \sqrt{2}a_2, \quad (4)$$

Фур'є-образ зовнішнього круга приблизно вдвічі більше ніж Фур'є-образ внутрішнього круга. В цьому випадку величина (3) дорівнює нулю (точна рівність в (4)) або близька до нуля для  $R = 0$ . Іншими словами, в центрі сфокусованого пучка формується нуль інтенсивності (точна рівність в (4)) або темна область. Отже в точці задній фокальній площині мікрооб'єктива 3  $u = 0, v = 0$  (яка відповідає центру сфокусованого пучка  $R = 0$ ) точне виконання умови (4.4) відповідає найбільш ефективній реалізації умови:

$$\left. \frac{\partial F}{\partial u} \right|_{u=0}, \left. \frac{\partial F}{\partial v} \right|_{v=0} = 0, \left. \frac{\partial^2 F}{\partial u^2} \right|_{u=0}, \left. \frac{\partial^2 F}{\partial v^2} \right|_{v=0} > 0, \quad (5)$$

– утворення мінімуму інтенсивності поля, тобто утворюється найбільш ефективна темна пастка. Разом з тим при будь-якому іншому співвідношенні  $a_1$  і  $a_2$  та виконанні умови (5) завдяки мінімуму інтенсивності в цій точці буде також утворюватися темна пастка.

Реалізація синтезованої голограми.

Синтезована голограма була реалізована у вигляді кіноформа. Виготовлення голограми проводиться у два етапи. На етапі 1 за програмою наведеною в додатку розраховується відповідна маска, вигляд якої наведений на рисунку 3а.

Нормований до одиниці розподіл почорніння вздовж лінії А-А, наведений на рисунку б ( $T$  – період решітки).

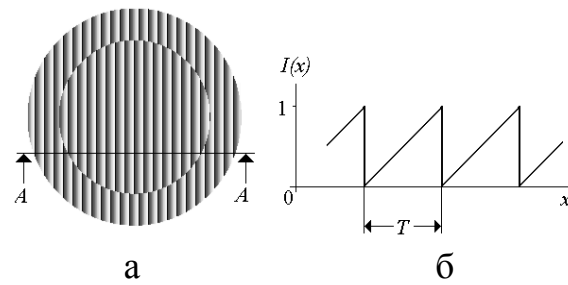


Рис. 3

Розрахована маска і профіль синтезованої голограми.

На етапі 2 ця маска фотографується із зменшенням на голографічні пластинки типу ПФГ-01, та після проявлення відбілюється в розчині мідного купоросу. Отже в результаті ми отримали фазову синтезовану голограму з розмірами зовнішнього кільця  $\sim 3$  мм та періодом решіток  $\sim 0.05$  мм

### 3. Інтерферометричне тестування безвихрової пастки

Хід роботи:

Зібрати оптичну схему, для інтерферометричного тестування утвореної темної пастки, яка наведена на рис.4.

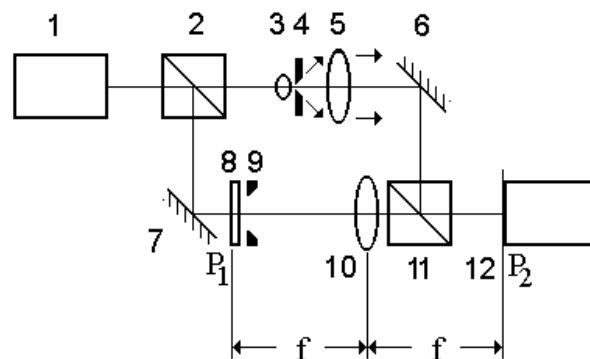


Рис. 4

1 – лазер, 2,11 – світлоподільники, 3,4,5 – розширювач лазерного пучка, 6,7 – дзеркала, 8 – комп'ютерно-синтезована голограма, 9 – обмежуюча діафрагма, 10 – Фур'є-об'єктив, 12 – CCD-камера.

Когерентний пучок світла від лазера 1 освітлює комп'ютерно-синтезовану голограму 8, після якої встановлюється обмежуюча діафрагма 9. Дифраговане на голограмі поле перетворюється об'єктивом 10, розташованим на фокусній віддалі від голограми. Отже в його задній фокальній площині  $P_2$  формується Фур'є-образ дифрагованого поля. Ця площина і є площиною, в якій спостерігається безвихровий (інтерференційний) нуль інтенсивності. Розподіл інтенсивності поля в площині спостереження фіксується за допомогою CCD-камери 5.

1. Увімкнути комп'ютер, встановити програмне забезпечення.
2. Закріпити CCD-камеру на столику і під'єднати її до комп'ютера.
3. За допомогою діафрагми 9, змінювати співвідношення діаметрів зовнішньої і внутрішньої голограм.



Результат тестування поля в області пастки наведений на рисунку 5.

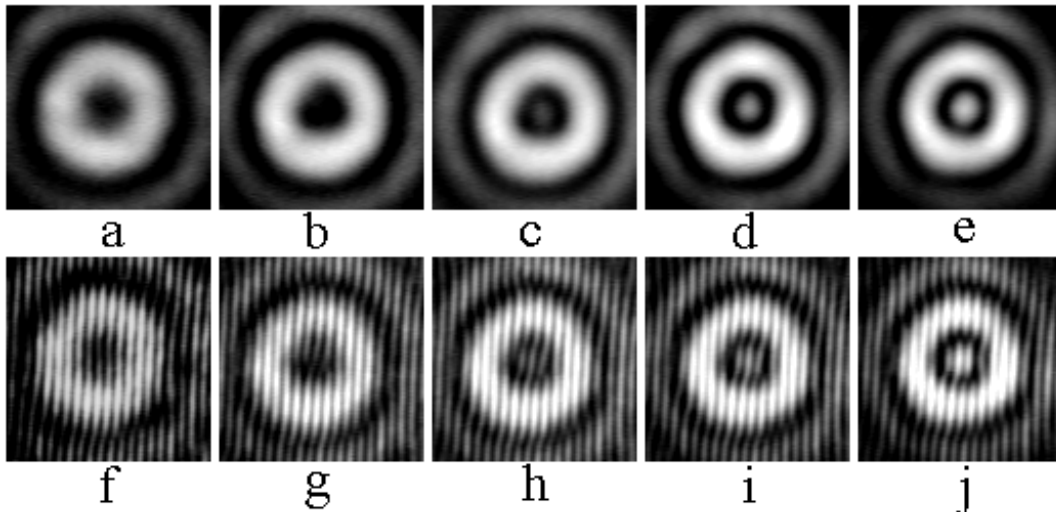


Рис. 5

Результат тестування поля в околі пастки.

*a-e* розподіл інтенсивності в зоні пастки при різних співвідношеннях діаметрів внутрішньої голограми та діафрагми, *f-j* результати інтерферометричного тестування поля.

Розподіли інтенсивності в зоні пастки для різних співвідношень діаметру внутрішньої решітки та діаметру діафрагми 9 надані на рисунку *a-e*. Результат інтерферометричного тестування поля, ілюструється рисунками *f-j*.

Як бачимо з рисунку, у відповідності до розміру обмежуючої діафрагми, в задній фокальній площині об'єктива утворюється круглі плями із максимумом в їх середині (рис. *b-e*). При оптимальному співвідношенні діаметра внутрішньої голограми та діафрагми утворюється кругла пляма з темною областю в середині, тобто темна оптична пастка (рис. *a*). Про безвихровий характер такої пастки свідчать данні інтерферометричного тестування (рис *f*). Фаза практично не змінюється в області поля, яку займає пастка, так як інтерференційні смуги в зоні світлової плями прямі, а відстань між ними стала.

### Контрольні питання:

1. Що лежить в основі принципу формування безвихрової пастки за допомогою синтезованої голограми?
2. В чому полягає практична реалізація синтезованої голограми?
3. Як визначити оптимальні поперечні розміри синтезованої голограми для отримання безвихрової оптичної пастки?

### Література

1. R.Brandel, A.I. Mokhun, I.I. Mokhun, I.D. Paliychuk. Computer simulation and physical modeling of self-converging optical traps. // *SPIE Proc.* – 2002. – Vol. 4607. – P. 59-65.
2. I.Mokhun, R.Brandel, G.Demyanovski. Vortexless and self-converging optical traps. // *SPIE Proc.* – 2002. – V. 4829. – P. 485-486.
3. O.Angelsky, R.Brandel, V. Burshtein, I. Mokhun. Vortexless and self-converging optical traps. *SPIE Proc.* – 2003. – Vol. 5227. – P. 108-114.
4. А.І.Каглюк, “Розробка оптичного пінцета на основі безвихрової оптичної пастки”  
Дипломна робота, ЧНУ, кафедра кореляційної оптики, 2003.

## Лабораторна робота №5

### ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЗДОВЖНІХ РОЗМІРІВ БЕЗВИХРОВОЇ ТЕМНОЇ ОПТИЧНОЇ ПАСТКИ СТВОРЕНОЇ ЗА ДОПОМОГОЮ СИНТЕЗОВАНОЇ ГОЛОГРАМИ.

**Мета:** Вивчити принципи формування безвихрової пастки створеної за допомогою синтезованої голограми; дослідити повздовжні розміри пастки.

**Обладнання:** лазер, синтезована голограма, оптичні елементи для реалізації схеми, CCD-камера.

**Завдання на роботу:**

1. Ознайомитися з принципом формування безвихрової пастки за допомогою синтезованої голограми.
2. Ознайомитися з практичною реалізацією синтезованої голограми.
3. Зібрати оптичну схему для встановлення повздовжніх розмірів безвихрової пастки.
4. Визначити глибину безвихрової оптичної пастки.

#### Теоретичні нотатки.

##### Принципи формування безвихрової пастки

Основна задача в формуванні безвихрової темної оптичної пастки полягає в тому, що в задній фокальній площині мікрооб'єктива в деякій точці (наприклад,  $u=0, v=0$ ), сфокусований пучок повинен утворювати інтенсивність, яка дорівнює, або близька до нуля. Разом з тим в околі такої точки поведінка фази повинна бути абсолютно детермінованою, сама фаза не повинна мати сингулярностей, тобто при цьому, оптичний вихор, якій притаманний умові рівності нулю інтенсивності поля не утворюється.

Наступна умова – умова “радіальної симетрії” пастки, яка полягає в тому, що розподіл інтенсивності в задній фокальній площині мікрооб'єктива  $U(u, v)$ , як функція полярних координат з центром у центрі пастки повинна залежати лише від радіуса та не залежати від кута, тобто з точки зору енергетичної ефективності, технічних умов на побудову оптичного пінцету, утворена пастка повинна бути центрально-симетричною. Якщо брати до уваги, що поле в площині  $u, v$  є Фур'є-образом від поля, сформованого в передній фокальній площині мікрооб'єктива:

$$U(u, v) = \mathfrak{F}\{U_f(x, y)\}, \quad (1)$$

де  $U_f(x, y)$  - поле, сформоване в передній фокальній площині мікрооб'єктива, то це передбачає центральну симетрію поля  $U_f(x, y)$ . Проте центральна симетрія поля  $U_f(x, y)$  призводить до того, що будь-які елементарні джерела поля  $U_f(x, y)$ , розташовані симетрично відносно точки  $x=0, y=0$  коливаються у фазі. Отже, результат суперпозиції коливань, які надійшли від таких джерел обов'язково сформує максимум інтенсивності.

В такій ситуації єдиним виходом є організація в передній фокальній площині мікрооб'єктива суперпозиції центрально-симетричних полів, які завідомо протифазні.

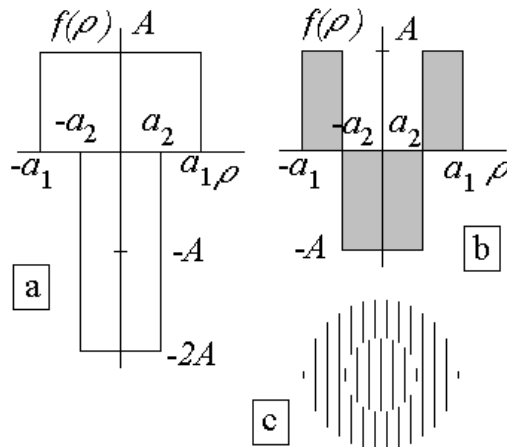


Рис.1

### Принцип формування безвихрової пастки

Звернемося до рисунку 1. Розмістимо у передній фокальній площині екран у вигляді кільця із зовнішнім та внутрішнім діаметрами  $2a_1$  і  $2a_2$  відповідно. Поле, яке утворюється в результаті модуляції таким транспарантом можна представити як суму двох різнофазових прямокутних імпульсів діаметрами  $2a_1$  і  $2a_2$ . Проте інтерференція таких полів у частотній площині в нулі просторових частот хоча і має деструктивний характер. Але сумарна інтенсивність не дорівнює нулю внаслідок різної інтенсивності інтерферуючих полів. Для утворення нуля  $J(u, v)$  необхідно додати до початкового поля ще один прямокутний імпульс діаметром  $2a_2$  і фазою, яка відрізняється на  $\pi$  від імпульсу більшого поперечного розміру (див. рис.1а). Таку операцію можна провести, якщо використати транспарант – синтезовану голограму, подібний до транспаранта, зображеного на рис.1с. Результат дифракції поля у  $\pm 1$  порядок за такою решіткою є суперпозицією імпульсів наведених на рис. 1б. Деструктивна інтерференція (інтерференція полів з фазами зсунутими на  $\pi$  утворюється за рахунок того, що решітки зовнішнього та внутрішнього кільця зсунуті на половину періоду.

Розглянемо більш ретельно, які вимоги треба висувати до величин  $2a_1$  і  $2a_2$ , щоб в околі точки  $u = 0, v = 0$  утворилася ефективна темна пастка.

Випромінювання від лазера 1 (див. рис. 2), освітлює синтезовану голограму 2, розташовану на оптичній трасі, і фокусується мікрооб'єктивом 3.

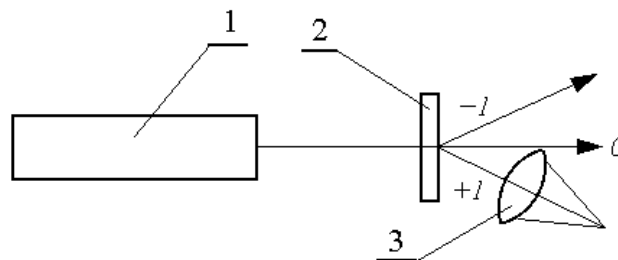


Рис.2

Перевірка якості синтезованої голограми у відповідності до вимог.

Після голограми у +1 порядку дифракції утворюється поле:

$$U_f(\rho, \varphi) = P_{2a_1}(\rho) - 2P_{2a_2}(\rho) \quad (2)$$

$$\text{де } P_l(\rho) = \begin{cases} 1 & \rho \leq l \\ 0 & \rho > l \end{cases}, \quad l = 2a_1 \text{ або } 2a_2.$$

Наявність знаку ( - ) в формулі (2) відображає деструктивний характер інтерференції елементарних пучків, сформованих внаслідок дифракції на зсунутих решітках

Відповідно в задній площині мікрооб'єктива маємо розподіл інтенсивності:

$$J(u, v) = |\mathfrak{I}_1 - 2\mathfrak{I}_2|^2 \quad (3)$$

$$\text{де } \mathfrak{I}_1 = \frac{(2a_1)^2 J_1(2a_1 R)}{2a_1 R} - \text{фур'є-образ зовнішнього круга, } \mathfrak{I}_2 = \frac{(2a_2)^2 J_1(2a_2 R)}{2a_2 R} -$$

фур'є-образ внутрішнього круга,  $J_1$  - функції Бесселя першого порядку,  $R, \Phi$  - полярні координати в задній фокальній площині мікрооб'єктива 3.

При співвідношенні діаметрів зовнішнього та внутрішнього кругів:

$$a_1 \approx \sqrt{2}a_2, \quad (4)$$

Фур'є-образ зовнішнього круга приблизно вдвічі більше ніж фур'є-образ внутрішнього круга. В цьому випадку величина (3) дорівнює нулю (точна рівність в (4)) або близька до нуля для  $R = 0$ . Іншими словами, в центрі сфокусованого пучка формується нуль інтенсивності (точна рівність в (4)) або темна область. Отже в точці задній фокальній площині мікрооб'єктива 3  $u = 0, v = 0$  (яка відповідає центру сфокусованого пучка  $R = 0$ ) точне виконання умови (4.4) відповідає найбільш ефективній реалізації умови:

$$\left. \frac{\partial F}{\partial u} \right|_{u=0}, \left. \frac{\partial F}{\partial v} \right|_{v=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 F}{\partial u^2} \right|_{u=0}, \left. \frac{\partial^2 F}{\partial v^2} \right|_{v=0} > 0, \quad (5)$$

– утворення мінімуму інтенсивності поля, тобто утворюється найбільш ефективна темна пастка. Разом з тим при будь-якому іншому співвідношенні  $a_1$  і  $a_2$  та виконанні умови (5) завдяки мінімуму інтенсивності в цій точці буде також утворюватися темна пастка.

### Реалізація синтезованої голограми.

Синтезована голограма була реалізована у вигляді кіноформа. Виготовлення голограми проводиться у два етапи. На етапі 1 за програмою наведеною в додатку розраховується відповідна маска, вигляд якої наведений на рисунку 3а.

Нормований до одиниці розподіл почорніння вздовж лінії А-А, наведений на рисунку б ( $T$  – період решітки).

На етапі 2 ця маска фотографується із зменшенням на голографічні пластинки типу ПФГ-01, та після проявлення відбілюється в розчині мідного купоросу. Отже в результаті ми отримали фазову синтезовану голограму з розмірами зовнішнього кільця ~ 3 мм та періодом решіток ~ 0.05 мм

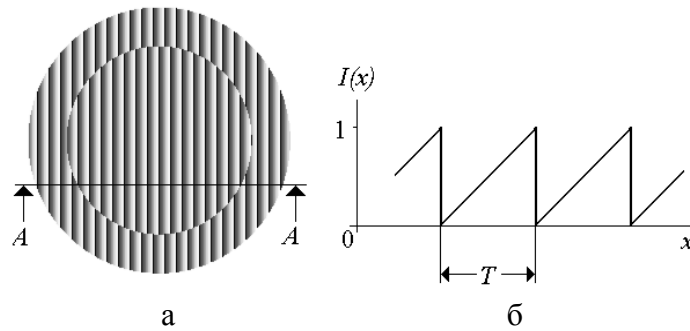


Рис. 3

Розрахована маска і профіль синтезованої голограми.

### Дослідження повздовжніх розмірів безвихрової пастки

Відомо, що вихрові пастки мають практично необмежену глибину, оскільки скалярний вихор присутній у будь-якій площині спостереження незалежно від відстані до точки де він утворився. Це виникає внаслідок топологічно стійкої структури вихору, якій може зникнути лише завдяки анігіляції з вихором із топологічним зарядом протилежного знаку.

Інша ситуація виникає для безвихрового (інтерференційного) нуля поля. Таке польове утворення не є стійким а ні з топологічної, а ні з фізичної точки зору. Безвихровий нуль інтенсивності поля є точковим “дефектом”, отже спостерігається лише в одній точці простору і дуже легко зникає навіть при невеликих фізичних збуреннях. Виходячи з цього, можна очікувати, що повздовжні розміри безвихрової оптичної пастки (як і поперечні) невеликі та обмежені у просторі.

Для встановлення повздовжніх розмірів безвихрової оптичної пастки проводиться дослідження розподілів інтенсивності у різних перетинах поля вздовж оптичної осі системи.

Хід роботи:

Зібрати оптичну схему, для дослідження повздовжніх розмірів безвихрової пастки, наведену на рис. 4

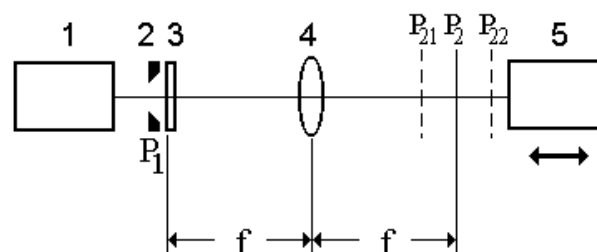


Рис. 4

1 – лазер, 2 – обмежувача діафрагма, 3 – комп’ютерно-синтезована голограма, 4 – Фур’є-об’єктив, 5 – CCD-камера.

Когерентний пучок світла від лазера 1 освітлює комп’ютерно-синтезовану голограму 3, перед якою встановлюється обмежувача діафрагма 2. Дифраговане на голограмі поле перетворюється об’єктивом 4, розташованим на фокусній віддалі від голограми. Отже в його задній фокальній площині  $P_2$  формується Фур’є-образ дифрагованого поля. Ця площина і є площиною, в якій спостерігається безвихровий (інтерференційний) нуль інтенсивності.

## Хід роботи

1. Увімкнути комп'ютер, встановити програмне забезпечення.
2. Закріпити CCD-камеру на столику і під'єднати її до комп'ютера.

Розподіл інтенсивності поля в площині спостереження фіксується за допомогою CCD-камери 5.

3. За допомогою відповідного пристрою змінювати локалізацію площини аналізу в межах площин  $P_{21}$ ,  $P_{22}$ .

На рисунку 5 наведені розподіли інтенсивності, отримані в різних перетинах вздовж оптичної осі.

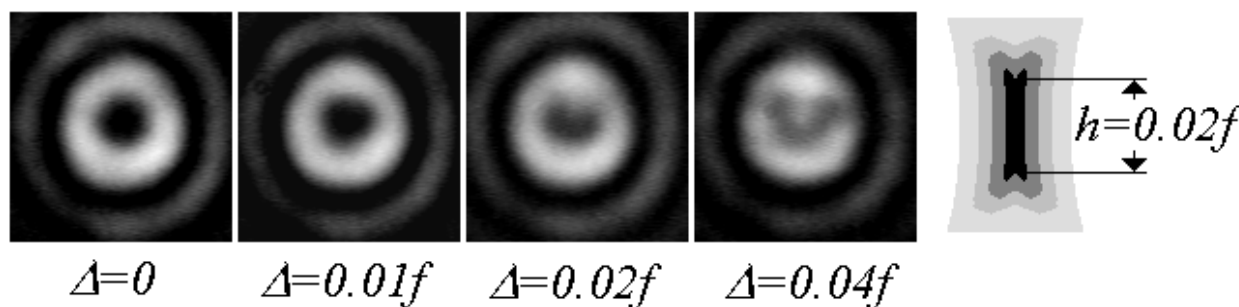


Рис. 5

Результати дослідження оптичної пастки у повздовжньому напрямку.

Повздовжній зсув площини спостереження вказаний на рисунку в долях фокусної віддалі Фур'є-об'єктива 4. Перший зліва рисунок ілюструє розподіл інтенсивності в площині формування безвихрової оптичної пастки. Результати дослідження дозволяють зробити висновок, що повздовжні розміри безвихрової пастки перевищують поперечні в 1.5-2 рази.

## Контрольні питання:

1. Що лежить в основі принципу формування безвихрової пастки за допомогою синтезованої голограми?
2. В чому полягає практична реалізація синтезованої голограми?
3. Як визначити повздовжні розміри синтезованої голограми для отримання безвихрової оптичної пастки, та які співвідношення між поперечними та повздовжніми розмірами характерні для такої пастки?

## Література

1. R.Brandel, A.I. Mokhun, I.I. Mokhun, I.D. Paliychuk. Computer simulation and physical modeling of self-converging optical traps. // *SPIE Proc.* – 2002. – Vol. 4607. – P. 59-65.
2. I.Mokhun, R.Brandel, G.Demyanovski. Vortexless and self-converging optical traps. // *SPIE Proc.* – 2002. – V. 4829. – P. 485-486.
3. O.Angelsky, R.Brandel, V. Burshtein, I. Mokhun. Vortexless and self-converging optical traps. *SPIE Proc.* – 2003. – Vol. 5227. – P. 108-114.
4. А.І.Каглюк, “Розробка оптичного пінцета на основі безвихрової оптичної пастки” Дипломна робота, ЧНУ, кафедра кореляційної оптики, 2003.

## Лабораторна робота №6

### ДОСЛІДЖЕННЯ ОПТИЧНОГО ПІНЦЕТУ НА ОСНОВІ БЕЗВИХРОВОЇ ОПТИЧНОЇ ПАСТКИ.

Мета: Дослідити характеристики оптичного пінцету, створеного на основі безвихрової пастки.

Обладнання: лазер, мікроскоп, оптичні елементи для реалізації схеми, CCD-камера.

Завдання на роботу:

1. Ознайомитися з принципом формування безвихрової пастки за допомогою синтезованої голограми та явищем виникнення і дії спінового моменту імпульсу електромагнітного поля на захоплену пасткою мікрочастинку .
2. Ознайомитися зі схемою оптичного пінцету.
3. Зібрати схему оптичного пінцету.
4. Провести дослідження дії оптичного пінцету на частинку, яка утримується пасткою.
5. Проаналізувати дію оптичного пінцету на мікрочастинку.

#### Теоретичні нотатки:

Оптичний пінцет оснований на використанні безвихрової пастки. Теоретичні основи принципу утворення оптичної безвихрової пастки за допомогою синтезованої голограми викладені в лабораторній роботі №4.

Оптичний пінцет з безвихровою пасткою реалізується на базі стандартного мікроскопу. Схема пристрою наведена на рисунку 1.

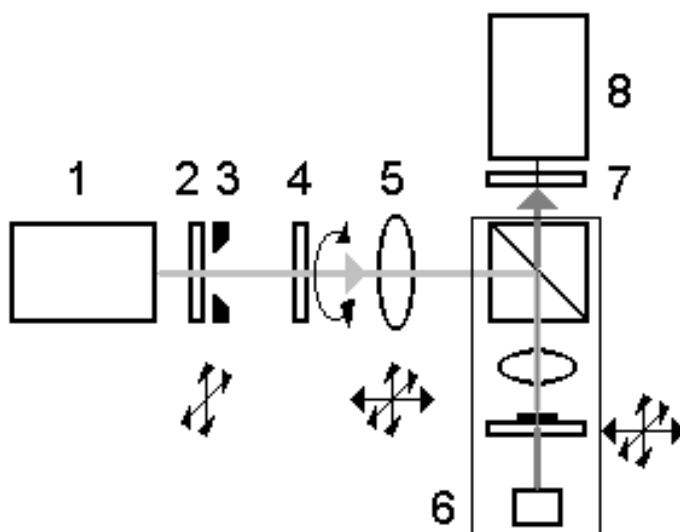


Рис. 1

Експериментальне розташування для реалізації оптичного безвихрового пінцету  
 1 – He-Ne лазер; 2 – синтезована голограма; 3 – ірисова діафрагма; 4 – пластинка  $\lambda / 4$ ; 5 – узгоджуючий об'єктив 6 – стандартний мікроскоп; 7 – зелений фільтр; 8 – CCD-камера

Неколімований пучок світла від He-Ne лазера 1 спрямований на синтезовану голограму 2, за якою в першому порядку дифракції утворюються протифазні пучки. Рівність інтенсивностей інтерферуючих полів в центральній точці пастки забезпечується відповідним вибором діаметра діафрагми 3. За діафрагмою встановлюється пластинка  $\lambda/4$  4, яка дозволяє змінювати стан поляризації пучка в області пастки від право- до ліво-циркулярної поляризації. Керування станом поляризації оптичної пастки забезпечує зміну спінового момент імпульсу поля в робочій площині. Це, в свою чергу, дає додаткові можливості впливати на захоплені мікрочастинки, а саме, обертати їх в заданому напрямку та різною швидкістю.

Після пластинки  $\lambda/4$  пучок за допомогою узгоджуючого об'єктива 5 через поділювач мікроскопа та мікрооб'єктив фокусується на предметний столик, де розташовується середовище з мікрочастинками.

В якості тестового об'єкту використовується машинне масло, в якому у вільному стані знаходяться темні поглинаючі мікрочастинки. Розміри частинок коливаються в межах від 2 – до 200 мкм. Концентрація частинок повинна бути невеликою, щоб конвекційні потоки, які утворюються при нагріванні розчинника лазерним випромінюванням не захоплювали великої кількості мікрооб'єктів. В протилежному випадку вплив таких потоків не дасть змоги ретельно дослідити вплив оптичної пастки на окрему мікрочастинку. Оскільки при великій кількості мікрочастинок відбувається їх взаємне зштовхування, що заважає проведенню дослідження.

Для того, щоб позбавитися “відблисків” лазерного випромінювання, що виникають внаслідок часткового відбивання робочого пучка від елементів схеми мікроскопа, поверхні розчинника на виході системи спостереження встановлюється зелений фільтр. При цьому характеристики фільтра підібрані таким чином, що випромінювання відбите від поверхні об'єкту гасилося не повністю і, як наслідок, в площині спостереження формувалося не тільки зображення об'єкта а й зображення оптичної пастки.

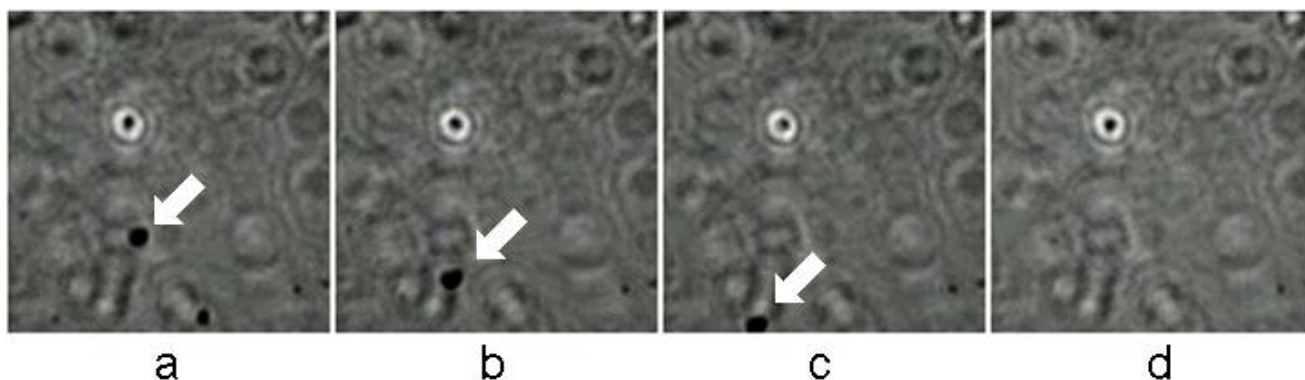


Рис. 2

Рух захопленої частинки під дією оптичного пінцету.

Рис.2 ілюструє роботу оптичного пінцету. В середині кожного рисунка спостерігається зображення оптичної пастки із захопленою мікрочастинкою. Розміри пастки складають величину близько 20 мкм. Розміри частинок, які утримуються пасткою коливаються в межах 5 – 10 мкм.

При русі столика, захоплена мікрочастинка залишається на місці. Рисунки



*a-d* відповідають різним позиціям столика. Як видно з рисунків в полі зору окрім оптичної пастки із захопленою частинкою знаходяться і інші частинки. На одну таку частинку (досить крупну) вказує біла стрілка. Позиція цієї частинки різна для кожного рисунка. Отже з аналізу рис.2 дійсно випливає, що безвихрова оптична пастка, створена за запропонованою методикою може бути використана як оптичний пінцет.

Додаткову можливість керування захопленою мікрочастинкою дає зміна стану поляризації поля в області оптичної пастки. Як відомо, еліптично поляризоване поле володіє спіновим моментом імпульсу. Величина моменту залежить від ексцентриситету поляризаційного еліпса, а напрямок його дії визначається напрямком обертання електричного вектора. Вплив спінового моменту на орієнтацію частинок ілюструється рис.3 та 4.

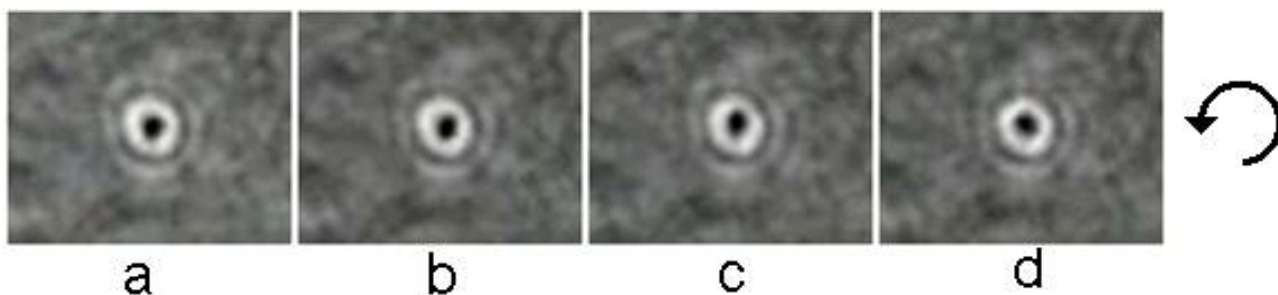


Рис. 3

Обертання частинки під дією спінового моменту імпульсу(проти годинникової стрілки).

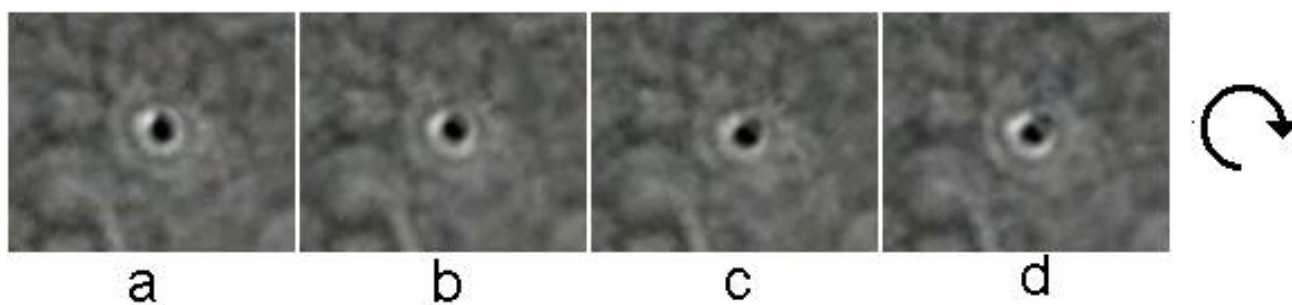


Рис. 4

Обертання частинки під дією спінового моменту імпульсу(за годинниковою стрілкою).

На рис.3 захоплений мікрооб'єкт під дією моменту обертається проти годинникової стрілки. На рис. 4 поляризація пучка ортогональна до поляризації випадку, який відповідає рис.3. Як наслідок, напрямок обертання частинки змінювався на протилежний.

Отже, змінюючи орієнтацію пластинки 4 можна змінювати, як величину, так і напрямок спінового моменту. Це приводить до того, що захоплені частинки оберталися в різних напрямках і із різною швидкістю.

### Хід роботи

1. Зібрати і від'юстувати оптичну схему представлену на рис.1.
2. Підготувати тестовий об'єкт.
3. Встановити об'єкт на предметний столик мікроскопа.

4. Увімкнути комп'ютер, встановити програмне забезпечення.
5. Закріпити CCD-камеру у мікроскопі і під'єднати її до комп'ютера.
6. Увімкнути освітлювач каналу спостереження та настроїти зображення мікрочастинки та пастки.
7. За допомогою поляризаційного регулятора інтенсивності зменшити інтенсивність оптичної пастки та сумістити мікрочастинку із центром пастки.
8. Збільшити інтенсивність пастки та захопити мікрочастинку.
9. Пересувати предметний столик мікроскопа в поперечному напрямку.
10. Зафіксувати положення частинки. Обертати пластинку  $\lambda/4$ , спостерігаючи за зміною характеристик обертання частинки.

### **Контрольні запитання**

1. Опишіть принцип формування безвихрової пастки за допомогою синтезованої голограми.
2. Поясніть явище виникнення і дії спінового моменту імпульсу електромагнітного поля.
3. В чому полягає практична реалізація синтезованої голограми?
4. Вектор Умова-Пойтінга в околі скалярного вихору.

### **Література**

1. А.І.Каглюк, “Розробка оптичного пінцета на основі безвихрової оптичної пастки” Дипломна робота, ЧНУ, кафедра кореляційної оптики, 2003.
2. Методичні розробки до питання виникнення і дії спінового і орбітального моментів імпульсу електромагнітного поля.
3. J.F.Nye. Natural focusing and fine structure of light. – Institute of physics publishing, Bristol and Philadelphia, 1999. – 328 p.

Навчальне видання

## Сингулярна оптика

Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт.

Мохунь Ігор Іванович  
Вікторівська Юлія Юріївна

Відповідальний за випуск

Літературний редактор

Комп'ютерна верстка **Вікторівська Юлія Юріївна**