

# ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА

The background features a complex, abstract pattern of light rays in shades of blue and red, creating a sense of depth and movement. At the bottom center, there is a circular, lens-like structure with a grid of lines, possibly representing a lens or a camera sensor. The overall aesthetic is futuristic and technical.

ОПОРНИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЧЕРНІВЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ЮРІЯ ФЕДЬКОВИЧА

Опорний конспект лекцій з навчальної дисципліни  
**“Геометрична оптика”**  
для студентів спеціальностей  
«Метрологія, інформаційно-вимірвальна техніка»,  
«Телекомунікації і радіотехніка», «Опtotехніка»,  
«Фізика та астрономія»

Чернівці  
ЧНУ ім. Юрія Федьковича  
2021

УДК 535.31(075.8)  
Г361

*Рекомендовано Вченою Радою  
Інституту фізико-технічних та комп'ютерних наук  
Чернівецького національного університету  
імені Юрія Федьковича  
(Протокол No 9 від 24.09.2021)*

Укладачі:

Фельде Христина Вікторівна, канд. фіз.-мат. наук, доц.,  
Городинська Ніна Василівна, канд. фіз.-мат. наук, асист.,  
Фесів Ігор Васильович, канд. фіз.-мат. наук, доц.,  
Кривецький Василь Іванович, канд. фіз.-мат. наук, наук. співроб.

Г361 Фельде Х.В. , Городинська Н.В., Фесів І.В., Кривецький В.І.  
Конспект лекцій з навчальної дисципліни «Геометрична оптика».  
Чернівці : Чернівецький національний. Університет імені Юрія  
Федьковича, 2021. – 155 с.

Опорний конспект лекцій з навчальної дисципліни «Геометрична оптика» для студентів всіх форм навчання спеціальностей «Метрологія, інформаційно-вимірвальна техніка», «Телекомунікації і радіотехніка», «Оптотехніка», «Фізика та астрономія».

УДК 535.31(075.8)  
© Чернівецький національний університет  
імені Юрія Федьковича, 2021

## Зміст

Вступ.....	6
Розділ 1. Основні поняття геометричної оптики .....	7
Лекція 1. Наближення коротких довжин хвиль. Рівняння ейконалу. Хвильовий фронт і промені. Оптична довжина променю.	
Конгруентність променів .....	7
Тема 1.1. Наближення коротких довжин хвиль. Рівняння ейконалу .....	7
Тема 1.2. Хвильовий фронт і промені.....	9
1.2.2. Оптична довжина променю .....	11
1.2.3. Конгруентність променів .....	12
Лекція 2. Закони, що лежать в основі геометричної оптики. Повне внутрішнє відбивання. Принцип таутохронізму. Принцип Ферма.	
Закон Малюса-Дюпена.....	14
Тема 2.1. Закони, що лежать в основі геометричної оптики.....	14
2.1.1. Повне внутрішнє відбивання .....	17
2.1.2. Принцип таутохронізму .....	18
2.1.3. Принцип Ферма.....	19
2.1.4. Закон Малюса-Дюпена.....	20
Лекція 3. Пучки променів .....	21
Тема 3.1. Гомоцентричні пучки променів .....	21
Тема 3.2. Негомоцентричні пучки.....	22
3.2.1. Астигматичний пучок.....	23
Контрольні питання до Розділу 1 .....	24
Розділ 2. Геометрична теорія оптичних зображень.	
Ідеальні оптичні системи .....	26
Лекція 4. Опис оптичних систем.....	26
Тема 4.1. Елементи оптичних систем .....	26
4.1.1. Взаємне розташування елементів в оптичній системі .....	30
4.1.2. Предмет та зображення в оптичній системі .....	33
Лекція 5. Теорія ідеальних оптичних систем (параксіальна або гауссова оптика).....	34
Тема 5.1. Основні положення. Лінійне, кутове, повздовжнє збільшення.....	34
Тема 5.2. Кардинальні точки і відрізки.....	36
Тема 5.3. Побудова зображень .....	38
Лекція 6. Основні співвідношення параксіальної оптики .....	40
Тема 6.1. Виведення залежності між положенням і розміром предмета та зображення .....	40
Тема 6.2. Кутове збільшення і вузлові точки .....	41
6.2.1. Часткові випадки положення предмета і зображення .....	42
6.2.2. Зв'язок повздовжнього збільшення з поперечним і кутовим.....	43
Тема 6.3. Діоптрійний розрахунок .....	44
6.3.1. Визначення параксіальних характеристик лінзи.....	45

6.3.2. Визначення параксiальних параметрiв лiнз з однією плоскою поверхнею .....	46
Тема 6.4. Інваріант Лагранжа-Гельмгольца.....	47
Контрольні питання до Розділу 2 .....	48
Розділ 3. Реальні оптичні системи. Обмеження пучків .....	49
Лекція 7. Розрахунок ходу реальних променів. Діафрагми. Предмет (зображення) ближнього та дальнього типів. Узгальнений iнваріант Лагранжа-Гельмгольца.....	49
Тема 7.1. Реальні (дійсні) промені .....	49
7.1.1. Розрахунок хода реальних променів .....	49
7.1.2. Причини «непроходження» променів крізь поверхню .....	50
Тема 7.2. Обмеження пучків променів.....	52
7.2.1. Апертурна діафрагма .....	53
7.2.2. Польова діафрагма .....	55
7.2.3. Віньєтування .....	55
Тема 7.3. Опис предметів, зображень і зiниць .....	58
7.3.1. Предмет (зображення) ближнього типу .....	58
7.3.2. Предмет (зображення) дальнього типу .....	59
7.3.3. Узгальнені характеристики .....	61
7.3.4. Узгальнений iнваріант Лагранжа-Гельмгольца .....	62
Контрольні питання до Розділу 3 .....	63
Розділ 4. Аберації оптичних систем.....	64
Лекція 8. Загальні положення. Хвильові аберації.....	64
Тема 8.1. Форми представлення аберацій (поперечна, повздовжня, хвильова) .....	64
8.1.1. Загальні положення .....	64
8.1.2. Поперечні аберації.....	64
8.1.3. Хвильова аберация.....	67
8.1.4. Повздовжні аберації .....	68
Лекція 9. Монохроматичні та хроматичні аберації .....	70
Тема 9.1. Монохроматичні аберації .....	70
9.1.1. Розклад хвильової аберації ряд.....	70
9.1.3. Кома .....	75
9.1.4. Астигматизм і кривизна зображення .....	80
9.1.5. Дисторсія .....	84
Тема 9.2. Хроматичні аберації.....	86
9.2.1. Хроматизм положення.....	86
9.2.2. Хроматизм збільшення.....	92
Контрольні питання до Розділу 4 .....	94
Розділ 5. Анатомія ока і зір .....	95
Лекція 10. Оптична система ока. Будова ока та його характеристики. Дефекти зору .....	95
Тема 10.1. Око як оптична система .....	95
10.1.1. Будова ока.....	95

10.1.2. Спрощена оптична схема ока.....	96
10.1.3. Акомодація .....	98
Тема 10.2. Око як приймач зображення.....	99
10.2.1. Будова сітківки.....	99
10.2.2. Спектральна чутливість.....	101
10.2.3. Адаптація.....	103
Тема 10.3. Характеристики ока .....	104
Тема 10.4. Дефекти зору і їх корекція.....	105
Контрольні питання до Розділу 5 .....	109
Розділ 6. Оптичні системи приладів .....	110
Лекція 11. Типи оптичних систем. Фотоапарати .....	110
Тема 11.1. Класифікація оптичних систем .....	110
Тема 11.2. Фотоапарати.....	111
11.2.1. Характеристики об'єктиву фотоапарата .....	112
11.2.2. Класифікація фотооб'єктивів.....	116
11.2.3. Видошукачі.....	118
11.2.4. Системи фокусування.....	120
11.2.5. Експозиція .....	121
11.2.6. Особливості цифрових фотоапаратів .....	122
Лекція 12. Телескопічні системи.....	125
Тема 12.1. Характеристики телескопічної системи .....	125
12.1.1. Видиме збільшення телескопічної системи.....	125
12.1.2. Поле зору телескопічної системи .....	125
12.1.3. Діаметри вхідної та вихідної зіниць телескопічної системи .....	125
12.1.4. Кутова границя роздільної здатності телескопічної системи .....	126
Тема 12.2. Схеми телескопічних систем.....	127
Лекція 13. Мікроскопи .....	132
Тема 13.1. Лупа.....	132
Тема 13.2. Мікроскоп .....	134
13.2.1. Методи спостереження.....	138
13.2.2. Типи мікроскопів .....	140
Лекція 14. Освітлювальні системи.....	144
Тема 14.1. Типи освітлювальних систем .....	144
14.1.1. Освітлювальні оптичні системи .....	146
14.1.2. Прожектор .....	148
14.1.3. Освітлювальні системи проєкційних приладів .....	149
14.1.4. Освітлювальні системи мікроскопів .....	152
Контрольні питання до Розділу 6 .....	153
Список рекомендованої літератури .....	154

## Вступ

Даний посібник представляє собою конспект лекцій, що читаються з навчальної дисципліни «Геометрична оптика» для студентів спеціальності 152 «Метрологія, інформаційно-вимірвальна техніка».

В першому розділі вводяться основні поняття і наближення геометричної оптики, дається означення основних величин. Постулюються законів, що лежать в основі геометричної оптики. А також вводиться поняття пучків променів.

Розділ 2 присвячений теорії ідеальної оптичної системи. Тут вивчаються основні характеристики оптичної системи в параксіальному наближенні. Наводяться прості і зрозумілі способи побудови зображень в оптичній системі.

Розділ 3 «Реальні оптичні системи. Обмеження пучків» охоплює поняття реальних променів, обмеження пучків променів в оптичних системах.

Розділ 4 розглядає аберації, їх типи та порядки.

Розділ 5 дає уявлення про будову людського ока, яке розглядається з двох точок зору: як самостійна оптична система і як приймач зображення для роботи з різними оптичними приладами.

В шостому розділі в доступній формі розповідається про основні оптичні системи. Розглядається призначення, основні характеристики і особливості таких типових оптичних приладів, як фотоапарати, мікроскопи, телескопи і освітлювальні системи.

## Розділ 1. Основні поняття геометричної оптики

**Лекція 1.** Наближення коротких довжин хвиль.

Рівняння ейконалу. Хвильовий фронт і промені.  
Оптична довжина променю. Конгруентність променів

**Тема 1.1.** Наближення коротких довжин хвиль.

Рівняння ейконалу

**Геометрична оптика** – це розділ оптики, в якому прийнято вважати, що довжина хвилі нехтовно мала  $\lambda_0 \rightarrow 0$ . Основа геометричної оптики – це рівняння ейконалу. *Ейконал* – фаза світлового поля, виражена як оптична довжина ходу променів даного пучка. Його можна отримати з хвильового рівняння для комплексної амплітуди (рівняння Гельмгольца – хвильове рівняння для монохроматичного пучка).

Для початку розглянемо відомі з математики тотожності. Справедливі для деякої функції  $U$ , заданої в експоненційній формі  $U = e^{\beta(\mathbf{r})} = e^{\beta(x,y,z)}$ :

$$\frac{\partial U}{\partial x} = e^{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial x} = U \frac{\partial \beta}{\partial x} \quad (1.1.1)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = U \frac{\partial \beta}{\partial x} \frac{\partial \beta}{\partial x} + U \frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} = U \left[ \left( \frac{\partial \beta}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} \right] \quad (1.1.2)$$

Таким чином:

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = U \left[ (\nabla \beta)^2 + \nabla^2 \beta \right] \quad (1.1.3)$$

Нехай тепер  $U$  – це комплексна амплітуда, що представлена у вигляді:

$$U = e^{\beta} = e^{[\alpha(\mathbf{r}) + ik_0 \mathcal{E}(\mathbf{r})]} \quad (1.1.4)$$



Тоді, застосувавши перетворення (1.1.3), отримаємо наступний вираз:

$$U \left\{ \left[ \nabla [\alpha(\mathbf{r}) + ik_0 E(\mathbf{r})] \right]^2 + \nabla^2 [\alpha(\mathbf{r}) + ik_0 E(\mathbf{r})] \right\} + k_0^2 n^2 U = 0 \quad (1.5)$$

звідси:

$$(\nabla \alpha + ik_0 \nabla E)^2 + \nabla^2 \alpha + ik_0 \nabla^2 E + k_0^2 n^2 = 0 \quad (1.1.6)$$

В результаті отримаємо наступне рівняння:

$$(\nabla \alpha)^2 + 2ik_0 \nabla E \nabla \alpha - k_0^2 (\nabla E)^2 + \nabla^2 \alpha + ik_0 \nabla^2 E + k_0^2 n^2 = 0 \quad (1.1.7)$$

або:

$$\left[ (\nabla \alpha)^2 - k_0^2 (\nabla E)^2 + \nabla^2 \alpha + k_0^2 n^2 \right] + i \left[ k_0 \nabla^2 E + 2k_0 \nabla E \nabla \alpha \right] = 0 \quad (1.1.8)$$

Оскільки у лівій частині рівняння (1.1.8) – комплексне число, то рівність нулю правої частини передбачає рівність нулю як реальної, так і уявної частин цього комплексного числа. Нас цікавить реальна частина:

$$(\nabla \alpha)^2 - k_0^2 (\nabla E)^2 + \nabla^2 \alpha + k_0^2 n^2 = 0 \quad (1.1.9)$$

Перепишемо це рівняння у вигляді:

$$(\nabla E)^2 - n^2 = \frac{1}{k_0^2} \left[ (\nabla \alpha)^2 + \nabla^2 \alpha \right]$$

де  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ , або:

$$(\nabla E)^2 - n^2 = \frac{\lambda_0^2}{4\pi^2} \left[ (\nabla \alpha)^2 + \nabla^2 \alpha \right] \quad (1.1.10)$$

Застосуємо до рівняння (1.1.10) наближення коротких довжин хвиль. Якщо довжина хвилі прямує до нуля  $\lambda_0 \rightarrow 0$ , то в правій частині рівняння отримується величина, близька до нуля. Звідси можна отримати **рівняння ейконалу**:

$$(\nabla E)^2 = n^2 \quad (1.1.11)$$

або:

$$(\nabla E)^2 = \left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial z}\right)^2 = n^2(x, y, z) \quad (1.1.12)$$

З рівняння ейконалу випливає, що геометрична оптика застосовна тільки для коротких хвиль. Чим коротша довжина хвилі, тим точніше наближення геометричної оптики.

### Тема 1.2. Хвильовий фронт і промені

З наближення коротких хвиль, розглянутого в Темі 1.1, впливає підхід до вивчення поширення світла на основі поняття променів.

**Промінь** – це пряма чи крива лінія, вздовж якої поширюється енергія світлового поля.

Таким чином, геометрична оптика описує поширення електромагнітного поля як поширення променів в просторі. Окрім променів існує ще одне важливе поняття геометричної оптики – *хвильовий фронт*.

**Хвильовий фронт** – це поверхня рівної фази чи рівного ейконалу:

$$E(\mathbf{r}) = const \quad (1.2.1)$$

Змінюючи значення const можна отримати різні хвильові фронти. При переміщенні хвильового фронту з одного положення в інше відбувається збільшення ейконалу.

Основні властивості хвильових фронтів:

- хвильові фронти в рамках геометричної оптики не перетинаються між собою;
- крізь кожную точку простору проходить хвильовий фронт, і причому тільки один.

В геометричній оптиці **промені** визначаються як нормалі до хвильового фронту. Напрямок променю співпадає з напрямком поширення хвильового фронту і визначається оптичним вектором  $\mathbf{q}$  в кожній точці простору (рис.1.2.1).

**Рівняння хвильового фронту:**

$$\mathbf{q} = \nabla E \quad (1.2.2)$$

Якщо середовище, в якому поширюється світло **однорідне**, тобто його показник заломлення (*Показник заломлення середовища по відношенню до вакууму (index of refraction)  $n$*  – це відношення швидкості світла у вакуумі до швидкості світла в середовищі) не залежить від просторових координат ( $n = \text{const}$ ), то з рівняння ейконалу (1.1.11) випливає, що напрям променя залишається постійним:

$$\mathbf{q} = \text{const} \quad (1.2.3)$$

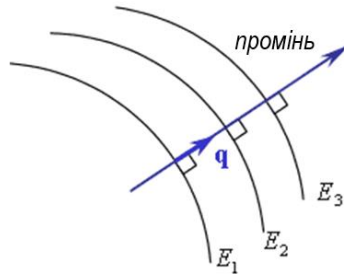


Рис.1.2.1. Хвильові фронти і промені.

Відповідно, в однорідному середовищі промені є прямими лініями. На границі розділу двох середовищ промінь заломлюється відповідно до закону заломлення.

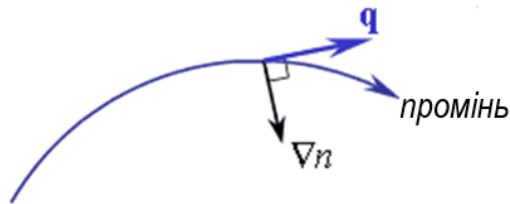


Рис.1.2.2. Оптичний промінь в неоднорідному середовищі.

В неоднорідному середовищі, де показник заломлення непостійний, промені викривляються в бік градієнта показника заломлення  $\nabla n$ , тобто зі збільшенням показника заломлення зростає кривизна променя. При цьому кривизна променя пропорційна

$\forall n$ . Якщо промінь – це крива, то вектор  $\mathbf{q}$  напрямлений по дотичній до променя в кожній точці (рис.1.2.2).

За допомогою вивчення траєкторій променів в неоднорідному середовищі можна аналізувати вплив неоднорідностей на поширення світла. Наприклад, коректувати якість зображення наземних оптичних телескопів, враховуючи неоднорідність атмосфери Землі.

### 1.2.2. Оптична довжина променю

Нехай  $\epsilon$  однорідне середовище ( $n = const$ ), тоді відрізок променя між точками  $P_1$  і  $P_2$  – це відрізок прямої з геометричною довжиною  $l$  (рис.1.2.3).

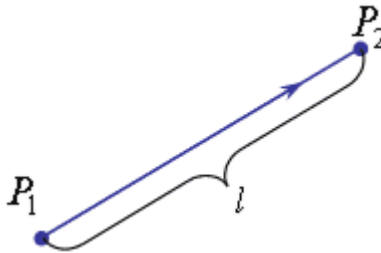


Рис.1.2.3. Оптична довжина променя в однорідному середовищі.

**Оптична довжина** променя в однорідному середовищі – це добуток геометричної довжини шляху променя  $l$  на показник заломлення  $n$  середовища, в якому поширюється світло:

$$[P_1 P_2] = nl \quad (1.2.4)$$

Якщо середовище  $\epsilon$  неоднорідним ( $n(x, y, z) \neq const$ ), то шлях променя можна розбити на нескінченно малі відрізки  $dS$ , в межах кожного з яких показник заломлення можна вважати постійним (рис.1.2.4).

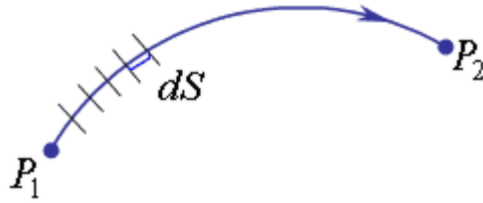


Рис.1.2.4. Оптична довжина променю в неоднорідному середовищі.

В цьому випадку оптична довжина променю вираховується як криволінійний інтеграл:

$$[P_1 P_2] = \int_{P_1}^{P_2} n \cdot dS \quad (1.2.5)$$

Якщо є декілька неоднорідних середовищ, розділених границями (рис.4.2.5), то оптична довжина променю обчислюється як сума оптичних довжин променя в кожному середовищі:

$$[P_1 P_2] = \sum l_k n_k \quad (1.2.6)$$

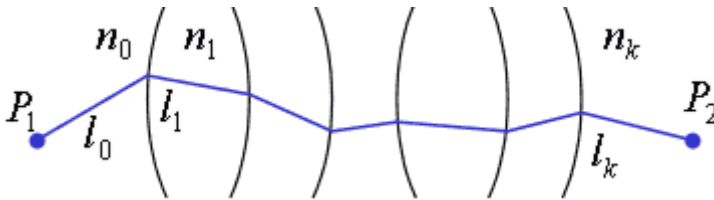


Рис.1.2.5. Оптична довжина променя в декількох середовищах.

Якщо середовища неоднорідні, то можна користуватись виразом (1.2.5), рахуючи інтеграл по ламаній лінії.

### 1.2.3. Конгруентність променів

Пучок променів – це множина ліній, що пронизують простір. Однак, не можна множина кривих чи прямих, що пронизують простір, може бути названа пучком променів. Для того щоб множина

ліній утворювала пучок променів, потрібно щоб ця множина складала *конгруентність*.

**Конгруентність** – це така сукупність ліній в просторі, для якої виконується умова, що крізь будь-яку точку простору можна провести тільки одну лінію з цієї системи (рис.1.2.6).

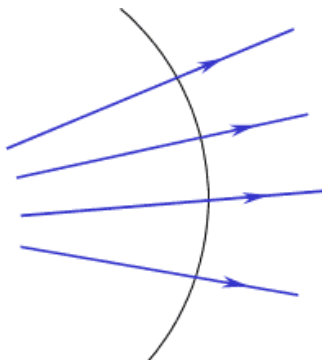


Рис.1.2.6. Конгруентність.

Конгруентність визначається наступним рівнянням:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}(\mathbf{q}(\mathbf{r})) &= 0 \\ \text{або} \\ (\nabla \times \mathbf{q}(\mathbf{r})) &= 0 \end{aligned} \tag{1.2.7}$$

де запис  $\mathbf{q}(\mathbf{r})$  визначає множину променів в просторі. Вираз (1.2.7) означає, що сукупність променів не утворює вихрові структури.

**Нормальна конгруентність** – це конгруентність, всі лінії якої перетинаються деякою поверхнею під прямим кутом.

Пучок променів – це множина променів, яка представляє собою *нормальну конгруентність*.

**Лекція 2.** Закони, що лежать в основі геометричної оптики.  
Повне внутрішнє відбивання. Принцип таутохронізму.  
Принцип Ферма. Закон Малюса-Дюпена

**Тема 2.1.** Закони, що лежать в основі геометричної оптики

Усі закони геометричної оптики випливають з закону збереження енергії. Все ці закони не є незалежними один від одного.

1. **Закон прямолінійного поширення світла** є основним для геометричної оптики. В однорідному та ізотропному середовищі світло поширюється вздовж променів.

Однорідним називається середовище з постійним показником заломлення  $n$ . Ізотропним середовище – це середовище, умови поширення світла в якому не залежать від напрямку. Не усі прозорі середовища є однорідними та ізотропними. Прикладом однорідних ізотропних середовищ є скло, яке є аморфним. А от кристали, що володіють кристалічною структурою не є ізотропними. Особливості побудови елементарної комірки і особливості розташування комірок у кристалі визначають особливості всіх фізичних (оптичних) властивостей. В загальному випадку кристалічні структури не є ізотропними. Тобто, показник заломлення  $n$  для одного і того самого пучка може бути різним для різних напрямків поширення через кристал. Така залежність лежить в основі одного з найважливіших оптичних явищ – двопроменезаломлення. Проте, якщо світло поширюється в однорідній атмосфері, то дійсно від джерела до точки спостереження, пучок поширюється вздовж променя, тобто за найкоротший шлях. Умови однорідності середовища порушуються як в природі, так і в техніці. Зокрема в пустелі, де прогрівання різних шарів атмосфери нерівномірне і показник заломлення нерівномірно змінюється з висотою. І в цьому випадку світло поширюється не вздовж відрізків, а по викривлених траєкторіях (ейконал). Це призводить до явища марева. Хоча вигляд траєкторії не є геометрично найкоротшим шляхом, але оптичний шлях дійсно виявляється мінімальним. Нехай оптичний шлях  $d$ , то добуток показника заломлення  $n$  на  $d$  буде оптичний шлях.

Закон прямолінійного поширення світла некоректний у випадку проходження променів поблизу затримуючих екранів. В

цьому випадку ми стикаємось із явищем дифракції, яке детально розглядається в фізичній оптиці. Геометрична оптика не розглядає явище дифракції. Але в теорії оптичних приладів завжди зважають на це явище, оскільки значне діафрагмування оптичних систем може спричинити дифракцію, що спотворює зображення.

2. Згідно **закону незалежності поширення** світлові пучки підкоряються принципу суперпозиції, тобто при накладанні деякі області простору не взаємодіють. Їх дія сумується в деякій області і після перетину такої області пучки незалежно поширюються далі так само, як і у відсутності сумування. В такому формулюванні закон незалежності світлових пучків є справедливим лише у випадку некогерентних (незалежних) світлових пучків, які отримуються від різних джерел. При цьому дві однакові лампочки дадуть в дває більшу освітленість ніж одна, тобто:

$$I = I_1 + I_2$$

Такий закон кардинально порушується у випадку когерентного, зокрема, лазерного випромінювання, коли два або більше пучків отримуються від одного джерела. Принцип суперпозиції не залежить в пучків і зберігає сенс і в цьому випадку але у зовсім іншому розумінні і проявляється таким чином у явищі інтерференції (взаємодії). Явище інтерференції полягає у просторовому перерозподілі енергії в області накладання пучків. Так, що десь інтенсивність перевищує суму інтенсивностей, десь – є меншою, а десь – дорівнює нулю. Тобто, « $1+1=4$ » або « $1+1=0$ »:

$$I = I_1 + I_2 + ?$$

Явище інтерференції не суперечить фундаментальному закону збереження енергії, оскільки має місце саме просторовий перерозподіл енергії, так що при вимірюванні інтенсивності по всьому перерізу перекриття пучків для усього перерізу буде виконуватись формула  $I = I_1 + I_2$ .

Закон незалежності світлових пучків є сильним аргументом на користь хвильової теорії світла. Світло не складається з корпускул у ньютонівському розумінні, як звичайних частинок типу атомів або молекул. Якби світло було потоком корпускул, сине і червоне після накладання і зіткнення потоків, поширювалось би не по тих траєкторіях, що відповідали б незалежності світлових променів, а по змінених, як після зіткнення.



3. Наступними основними законами, на яких базується геометрична оптика, є **закони відбивання і заломлення світла**:

- Якщо промені при поширенні в однорідному оптичному середовищі, зустрічають інше оптичне середовище, то на границі цих середовищ вони повністю або частково відбиваються. При відбиванні промені світла підкоряються наступним законам:
- Промінь падаючий і промінь відбитий разом із перпендикуляром до поверхні в точці падіння, лежать в одній площині.
- Кут відбивання дорівнює куту падіння.
- Падаючий і відбитий промінь є зворотними.

Цей закон був сформульований Гаусом при побудові теорії складних зображуючих систем, які в принципі можуть включати велику кількість зображуючих та заломлюючих поверхонь, велику кількість елементів – дзеркал, лінз, призм, діафрагм. При побудові зображення в таких системах було знайдено, що якщо на місці сформованого зображення розташувати предмет з такими самими оптичними характеристиками, то сформується зображення такого «уявного» предмета в точності там, де був розташований початковий реальний предмет. Іншими словами, не залежно від складності системи усі промені пройдуть строго зворотній шлях – предмет і зображення можна міняти місцями.

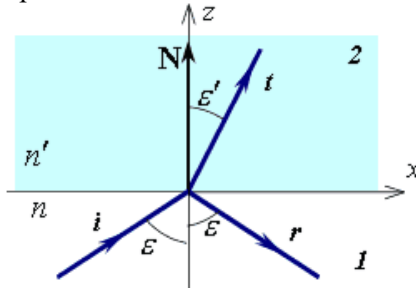


Рис.2.1. Заломлення і відбивання світла на границі двох середовищ.

Якщо промені, які зустрічають на своєму шляху інше оптичне середовище, заломлюються, то вони підкоряються наступним законам:

- Промінь падаючий і промінь заломлений разом із перпендикуляром до поверхні в точці падіння, лежать в одній площині.
- Відношення синуса кута падіння променя до синусу кута заломлення для двох даних оптичних середовищ є величиною постійною. Це співвідношення називається відносним показником заломлення двох середовищ.  

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} = \frac{n'}{n}$$

Закони відбивання і заломлення мають важливе значення. По-перше, вони встановлюють, що промені при проходженні крізь оптичну систему завжди лежать в площині, утвореній падаючим променем і нормаллю. По-друге, вони встановлюють числові залежності координат промінів при переході від однієї поверхні до іншої, таким чином дозволяють обчислити хід промінів крізь будь-яку складну оптичну систему. По-третє, вони вказують на можливість аналізу оптичних систем у зворотному ході промінів.

### 2.1.1. Повне внутрішнє відбивання

Якщо кут падіння  $\varepsilon$  невеликий, то частина поля відбивається, а частина заломлюється. Однак, при переході з більш густого середовища до менш густого ( $n > n'$ ), при деякому куті падіння синус кута заломлення згідно закону заломлення має бути більшим за одиницю, що неможливо. Тому в такому випадку заломлення не відбувається, а відбувається *повне внутрішнє відбивання* (ПВВ, *entire inner reflection*) (рис.2.2):

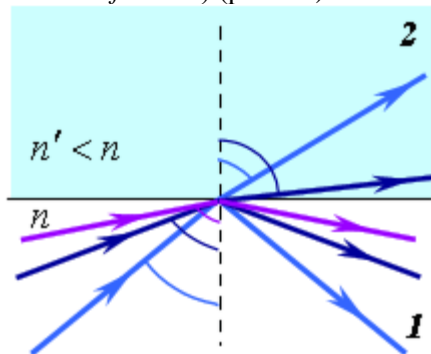


Рис.2.2. Повне внутрішнє відбивання.

### Умова повного внутрішнього відбивання:

$$\sin \varepsilon \geq \frac{n'}{n} \quad \varepsilon' = 90^\circ$$

Явище ПВВ широко використовується в оптичній техніці завдяки тому, що при ПВВ відбивається 100% енергії, тобто втрат енергії немає. Таким чином, ПВВ дозволяє розв'язати задачу повного відбивання світла: в залежності від кута падіння промінь або майже повністю проходить, або майже повністю відбивається.

Повне внутрішнє відбиття світла використовується в світловоді, в якості якого може виступати тонке скловолокно. Чим тонше скляний стрижень, тим більше число відбивань світла виникає в ньому. Товщина скловолокна 10 мкм, зверху його вкривають тонким шаром скла з меншим показником заломлення. Набираючи декілька тисяч таких волокон, отримують пучок. Потім шліфують і полірують торці. Отриманий тонкий і гнучкий світловод застосовують для передачі чіткого зображення предмета безпосередньо в око спостерігача або на екран. Застосовуються для побудови оптоволоконних ліній зв'язку, а також в медицині (ендоскопія, діагностика захворювань внутрішніх органів, опромінювання онкопухлин), в дефектоскопії (визначення дефектів порожнин деталей). Порухене повне внутрішнє відбивання (НПВВ), яке виникає при оптичному контакті границі розділу із середовищем, використовують в спектроскопії.

#### 2.1.2. Принцип таутохронізму

Розглянемо поширення світла, як поширення хвильових фронтів (рис.1.3.3).

Оптична довжина будь-якого променя між двома хвильовими фронтами одна і та сама:

$$[R_1 R_2] = E_2 - E_1 = \text{const} \quad (2.1.1)$$

Хвильові fronti – поверхні, які оптично паралельні одна одній. Це справедливо і для поширення хвильових фронтів в неоднорідних середовищах.

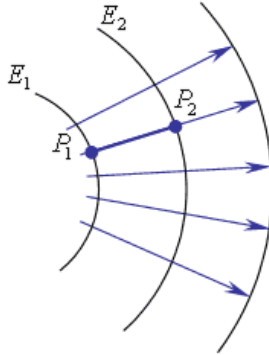


Рис.2.3. Принцип тавтохронізму.

### 2.1.3. Принцип Ферма

Нехай маємо дві точками  $P_1$  і  $P_2$ , розміщені, можливо, в різних середовищах. Ці точки можна з'єднати між собою різними лініями. Серед цих ліній буде тільки одна, яка буде оптичним променем, що поширюється у відповідності із законами геометричної оптики (рис.2.4).

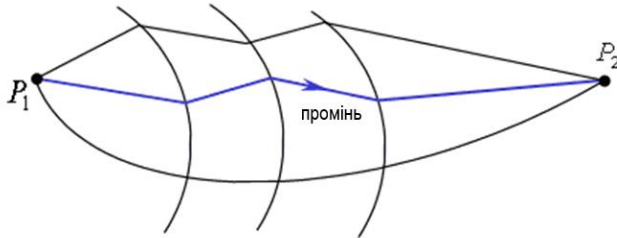


Рис.2.4. Принцип Ферма.

Можна порахувати для порівняння оптичну довжину цього променя і деяких інших ліній. В результаті такого порівняння було отримано принцип Ферма (*Fermat principle*).

**Принцип Ферма:** оптична довжина променя між двома точками мінімальна порівняно з усіма іншими лініями, що з'єднують ці дві точки:

$$[P_1 P_2] = \min \quad (2.1.2)$$

Існує більш повне формулювання:

*Оптична довжина променя між двома точками є стаціонарною по відношенню до зміщення цієї лінії.*

*Промінь – найкоротша відстань між двома точками. Якщо лінія, вздовж якої ми вимірюємо відстань між двома точками, відрізняється від променя на величину 1-го порядку малості, то оптична довжина цієї лінії відрізняється від оптичної довжини променя на величину 2-го порядку малості.*

Якщо оптичну довжину променя, який з'єднує дві точки, поділити на швидкість світла, то отримаємо час, необхідний на подолання відстані між двома точками:

$$\frac{[P_1 P_2]}{c} = \Delta t \quad \Rightarrow \quad [P_1 P_2] = c \Delta t \quad (2.1.3)$$

Ще одне формулювання принципу Ферма:

*Промінь, що з'єднує дві точки, іде таким шляхом, який потребує найменшого часу (найшвидшим шляхом).*

З цього принципу можуть бути виведені закони заломлення, відбивання тощо.

#### 2.1.4. Закон Малюса-Дюпена

Нормальна конгруентність зберігає властивості нормальної конгруентності в процесі проходження крізь різні середовища.

### Лекція 3. Пучки променів

#### Тема 3.1. Гомоцентричні пучки променів

В геометричній оптиці під *точкою*, що світиться розуміють джерело оптичного випромінювання, яке не має розмірів.

**Пучок променів** – це сукупність променів.

Якщо промені виходять з однієї точки або збираються в одній точці, то пучок такі променів називається *гомоцентричним*. Іншими словами, *гомоцентричні пучки променів мають спільний центр*.

Гомоцентричні пучки променів можуть бути збіжними (рис.3.1.а), розбіжними (рис.3.1.б), або паралельними (рис.3.1.в).

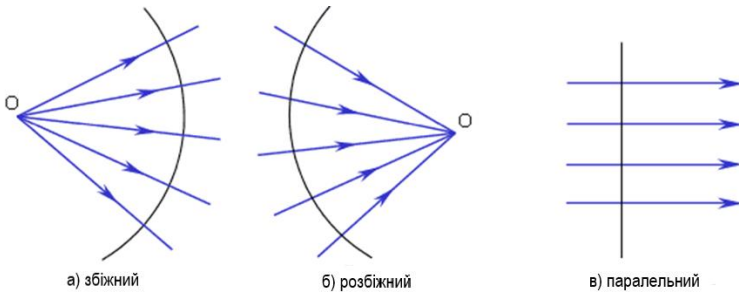


Рис.3.1. Пучки променів

В оптичний прилад поступають гомоцентричні пучки променів. Ці пучки внаслідок аберацій оптичної системи перетворюються в негомоцентричні, при чому порушення гомоцентричності настає після заломлення або відбивання першою поверхнею.

Якщо з оптичного приладу виходить гомоцентричний пучок, який утворює одну точку зображення. Таке зображення називається *точковим* або *стигматичним*.

**Фокус пучка** – це точка, в якій всі промені сходяться або з якої вони усе виходять. Хвильовий фронт такого пучка представляє собою сферичну поверхню. В частковому випадку фокус пучка знаходиться на нескінченності, тоді хвильовий фронт плоский, а усі промені паралельні.

*Фокус, focus (лат.) – джерело, місце де горить вогонь.*

Фокус може бути уявним або дійсним. *Дійсний* фокус утворений самими променями, а *уявний* – їх продовженнями (рис.3.2).

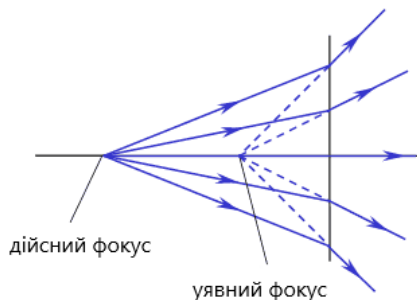


Рис.3.2. Дійсний і уявний фокус.

Усе розглянуті тут пучки є двопараметричними (показник заломлення фіксований, положення фокуса залежить від оптичного вектора  $\mathbf{q}$ , а він має два параметра). Крім таких пучків, існують пучки, що володіють більш складними властивостями (наприклад, лазерні пучки). Їх структура визначається чотирма параметрами.

### Тема 3.2. Негомоцентричні пучки

**Негомоцентричний пучок** – це пучок, що не має спільного фокуса (промені не перетинаються в одній точці). Хвильовий фронт такого пучка – не сферичної і не плоскої форми (рис.3.3).

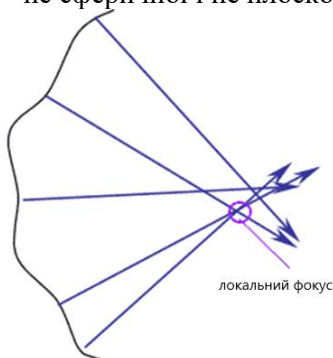


Рис.3.3. Негомоцентричний пучок.

У негомоцентричних пучків немає спільного фокуса, а є локальні фокуси. *Локальний фокус* – це точка, в якій перетинається частина променів пучка (рис.3.3). У нескінченно вузького пучка завжди є локальний фокус. Якщо розглядати широкий пучок як сукупність нескінченно вузьких пучків, то сукупність локальних фокусів утворює поверхню складної форми, яка називається *каустикою*.

### 3.2.1. Астигматичний пучок

Частковим випадком негомоцентричного пучка є астигматичний пучок. *Астигматичним називається такий пучок променів, який утворює зображення будь-якої точки предмета у вигляді двох перпендикулярних один до одного відрізків.*

Нескінченно вузький астигматичний пучок має два локальні фокуси – *сагітальний фокус  $F_S$*  і *меридіональний фокус  $F_M$* . Широкий астигматичний пучок має дві площини симетрії, що взаємно перпендикулярні – меридіональну (*Меридіональна площина* – це будь-яка площина, що проходить крізь оптичну вісь) і сагітальну (*Сагітальна площина* – це площина, що містить головний промінь пучка, перпендикулярна меридіональній площині і не проходить крізь вісь). Каустика представляє собою дві площини (вертикальну і горизонтальну) (рис.3.4). У широкого астигматичного пучка поверхня хвильового фронту – поверхня подвійної кривизни, тобто хвильовий фронт має торичну форму.

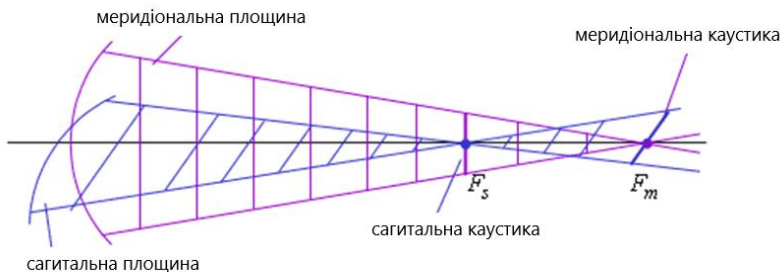


Рис.3.4. Астигматичний пучок.



Відстань між точками  $F_S$  і  $F_M$  – це міра астигматизму. Цю відстань називають повздовжнім астигматизмом  $\delta(F_S, F_M)$ . Якщо  $\delta(F_S, F_M) = 0$ , то пучок буде гомоцентричним. Сукупність променів астигматичного пучка називають *конусом Штурма*.

Для астигматичного пучка характерним є утворення зображення у вигляді прямого відрізка. Цю властивість використовують оптичних приладах, наприклад в світлозаписуючих реєстраційних пристроях (мікрофотометри, осцилографи і т. д.). Частковим випадком таких астигматичних пучків є пучок, утворений додатною циліндричною лінзою (рис. 3.5, одне зображення якої знаходиться на відрізку  $F_1F_2$ , а друге — на нескінченності).

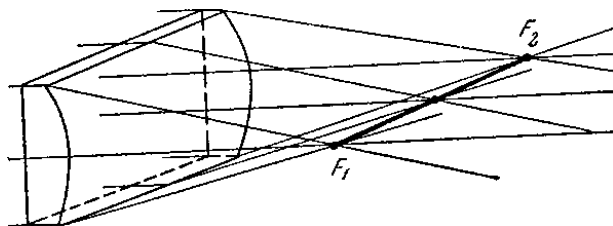


Рис. 3.5. Астигматичний пучок, утворений циліндричною лінзою.

Якщо гомоцентричний пучок падає на сферичну поверхню так, що вісь цього пучка співпадає з перпендикуляром до поверхні, то астигматичний пучок не утворюється, оскільки кривизни цієї поверхні в двох взаємно перпендикулярних напрямках однакові.

### Контрольні питання до Розділу 1

1. Які умови наближення коротких хвиль?
2. Дайте означення хвильового фронту?
3. Що таке пучок променів світла?
4. Запишіть рівняння ейконалу?
5. Що означає поняття конгруентності світлових пучків?
6. Чим відрізняються оптична і геометрична довжина світлового променя?
7. В чому суть закону прямолінійного поширення світла?

8. Запишіть закон відбивання і заломлення світла на межі розділу двох середовищ?
9. В чому полягає принцип зворотності ходу променів?
10. Яка умова повного внутрішнього відбивання?
11. Наведіть означення принципу таутохронізму.
12. Що таке гомоцентричний пучок променів? Умови гомоцентричності.
13. Астигматизм, як приклад порушення гомоцентричності.

## Розділ 2. Геометрична теорія оптичних зображень. Ідеальні оптичні системи

### Лекція 4. Опис оптичних систем

#### Тема 4.1. Елементи оптичних систем

**Оптична система** – це сукупність оптичних середовищ (*оптичне середовище* – це прозоре однорідне середовище з відомим показником заломлення і дисперсією), розділених оптичними поверхнями (*оптична поверхня* – це гладенька регулярна поверхня точно відомої форми), які обмежуються діафрагмами. Призначення оптичної системи це – формування зображень шляхом перерозподілу в просторі електромагнітного поля, що виходить з предмета (перетворення світлових пучків).

Перетворення світлових пучків в оптичній системі відбувається за рахунок заломлення і відбивання світла поверхнями, а також за рахунок обмеження пучків діафрагмою. Крім того, пучки світла можуть перетворюватись за рахунок дифракції.

В найбільш загальному випадку оптична система може складатись із наступних функціональних елементів:

- оптичного середовища,
- оптичної поверхні,
- дзеркала,
- діафрагми,
- дифракційні оптичні елементи.

**Оптичні середовища** – це прозорі однорідні середовища з точним значенням показника заломлення (з точністю до 4-6 знаків після коми).

В якості оптичних середовищ в оптичних системах в основному використовують:

- повітря (вакуум) ( $n \approx 1$ );
- оптичне скло – точно відомі показники заломлення и різні оптико-фізичні властивості ( $n = 1,42 \div 2,0$ );
- оптичні кристали – працюють в більш широкому діапазоні довжин хвиль, ніж скло.

Оптичні системи використовуються в широкому інтервалі довжин хвиль (від УФ до ІЧ), тому важливо знати показники заломлення скла і кристалів для різних довжин хвиль.

**Дисперсія оптичних матеріалів** – це залежність показника заломлення від довжини хвилі. Вона описується дисперсійними формулами, які носять назву *формул Зельмейера*:

$$n^2 = 1 + \sum_{k=1}^{4-5} \frac{b_k}{\lambda^2 - \lambda_k^2} \quad (4.1.1)$$

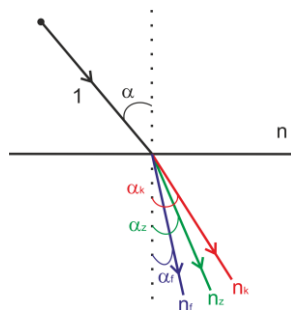
$$n = a_1 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda^4 + a_4\lambda^{-2} + a_5\lambda^{-4} + a_6\lambda^{-6} \quad (4.1.2)$$

Всі види скла відрізняються одне від одного характером залежності заломлення від довжини хвилі. Можна описувати оптичні матеріали або значеннями коефіцієнтів дисперсійної формули, або безпосередньо значеннями показника заломлення для різних довжин хвиль.

Оптичні матеріали можуть працювати тільки в певному інтервалі довжин хвиль (від  $\lambda_1$ , до  $\lambda_2$ ), в границях якого показник заломлення добре описується дисперсійною формулою. Поблизу границь цього інтервалу залежність показника заломлення сильно відрізняється від описаного дисперсійною формулою (показник заломлення або різко зменшується, або різко зростає). Граничні інтервали довжин хвиль називаються *смугами поглинання*. Для різних марок скла ці смуги різні.

У видимій області спектру наявні стандартні довжини хвиль, що називаються *лініями Фраунгофера*:

<i>i</i> – 365 нм	<i>d</i> – 587 нм
<i>h</i> – 404 нм	<i>D</i> – 589 нм
<i>G'</i> – 434 нм	<i>C'</i> – 643 нм
<i>g</i> – 436 нм	<i>C</i> – 656 нм
<i>F'</i> – 480 нм	<i>r</i> – 706 нм
<i>F</i> – 486 нм	<i>A'</i> – 768 нм
<i>e</i> – 546 нм	



Основними характеристиками скла є показник заломлення для основної довжини хвилі  $n_{\lambda_0}$  і загальна дисперсія  $n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}$ , де  $\lambda_1, \lambda_2$  – найбільша і найменша довжини хвиль, які пропускає скло.

В якості опорних або основних довжин хвиль для видимої області зараз використовуються: центральна довжина хвилі  $\lambda_1 = e$ , крайні довжини хвиль  $\lambda_1 = F'$ ,  $\lambda_2 = C'$ . Раніше в якості основних довжин хвиль використовували:  $\lambda_0 = D$ ,  $\lambda_1 = F$ ,  $\lambda_2 = C$ .

Оптичне скло характеризується показником заломлення для основної довжини хвилі  $n_e$  (або  $n_D$ ), а також загальною дисперсією  $n_{F'} - n_{C'}$  (або  $n_F - n_C$ ).

Ще однією важливою характеристикою скла є число Аббе (коефіцієнт відносної дисперсії):

$$V_e = \frac{n_e - 1}{n_{F'} - n_{C'}}$$

або

$$V_D = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$$

*Ернст Аббе (Ernst Abbe) – німецький вчений, засновник сучасної прикладної оптики, науковий керівник фірм Carl Zeiss і Schott (кінець XIX ст).*

Чим менше число Аббе, тим більша дисперсія, тобто сильніша залежність показника заломлення від довжини хвилі. За числом Аббе оптичне скло поділяють на дві групи:

- $v_e > 60$  – крони;
- $v_e < 60$  – флінти.

Комбінація із марок скла, що належать до різних груп, дає можливість створювати високоякісні оптичні системи. Крони і флінти – це основні групи оптичного скла. Їх назви сформувались Англії у XVIII ст., коли вперше було засноване промислове виробництво оптичного скла.

**Оптична поверхня** – це гладенька регулярна поверхня точно відомої форми.

Поверхні можуть бути:

- плоскі,
- сферичні,
- асферичні.

Найчастіше в оптиці використовують плоскі і сферичні поверхні. Для сферичних поверхонь задається один параметр поверхні – радіус кривизни  $R$ . Плоскою можна вважати сферичну поверхню із радіусом кривизни рівним нескінченності. Для площини  $R = \infty$ , але умовно прийнято вважати що,  $R=0$ .

При комп'ютерних розрахунках зручно використовувати не радіус кривизни, а кривизну поверхні:

$$\rho = \frac{1}{R} \quad (4.1.4)$$

Форма оптичних поверхонь має бути менша довжини хвилі. В ідеальних оптичних системах відхилення від ідеальної форми поверхні не повинні перевищувати  $0,1 - 0,02\lambda$ , при цьому допуск не залежить від розміру поверхні.

Плоскі та сферичні поверхні виготовляють достатньо просто (методом притирки), і тому саме їх частіше за все використовують в оптичних системах. Асферичні поверхні використовують рідше через складність їх виготовлення і контролю, оскільки у них різна величина радіуса кривизни вздовж різних напрямків. На сьогодні існують технології виготовлення асферичних поверхонь на станках з програмним керуванням. Отримання точного профіля асферичної поверхні можливе тільки методом ретуші.

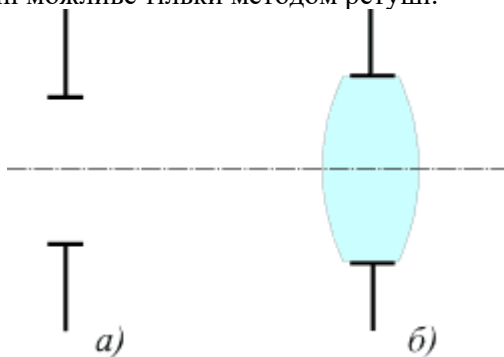


Рис.4.1. Діафрагми.

**Діафрагма** – це металевий екран з круглим отвором. На оптичних схемах діафрагми можуть бути задані явно – діафрагма тоді є самостійним елементом оптичної системи (рис.4.1 а), або неявно – роль діафрагми грає край чи оправа лінзи (рис.4.1 б).

4.1.1. Взаємне розташування елементів в оптичній системі

**Центрована оптична система** – це оптична система, яка має вісь симетрії (оптичну вісь) і зберігає усі свої властивості при обертанні навколо цієї вісі.

Для центрованої оптичної системи повинні виконуватись наступні умови:

- усі плоскі поверхні перпендикулярні до вісі,
- центри усіх сферичних поверхонь належать вісі,
- усі діафрагми круглі, центри усіх діафрагм належать вісі,
- усі середовища або однорідні, або розподіл показника заломлення є симетричним відносно вісі.

Центровані оптичні системи можуть включати в себе плоскі дзеркала і відбиваючі призми, що ламають оптичну вісь, але по суті не впливають на симетрію системи (рис.4.2).

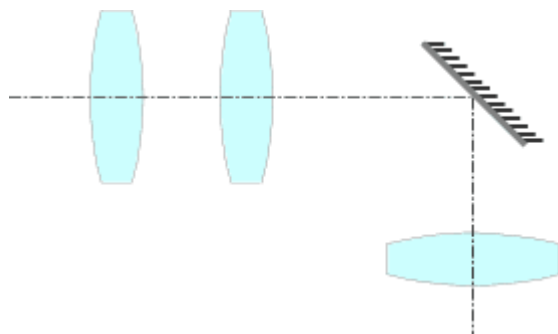


Рис.4.2. Центрована оптична система із заломом оптичної вісі.

Нумерація елементів оптичної системи ведеться за ходом променя (рис.4.3). Всі відстані між поверхнями (товщини лінз чи повітряні проміжки) відкладаються вздовж осі.

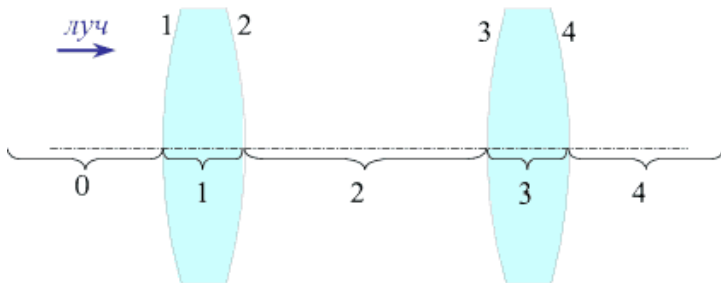


Рис.4.3. Нумерація елементів оптичної системи.

Для зручності читання оптичних схем і комп'ютерних розрахунків в оптиці прийняті єдині **правила знаків**.

- Додатнім напрямком світла вважається зліва направо.
- Осьові відстані між заломлюючими поверхнями вважаються додатними, якщо вони вимірюються вздовж напрямку поширення світла (зліва направо) (рис.4.4).
- Радіус кривизни поверхні вважається додатним, якщо центр кривизни знаходиться справа від поверхні (поверхня обертання розміщена опуклою стороною вліво) (рис.4.4).
- Кут між променем і оптичною віссю вважається додатним, якщо для суміщення вісі з променем вісь потрібно обернути за годинниковою стрілкою (рис.4.4).
- Відрізки, перпендикулярні до оптичної вісі вважаються додатними, якщо вони знаходяться над віссю (рис.4.4).

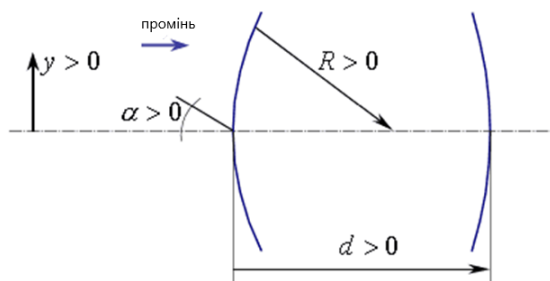


Рис.4.4. Правила знаків.

На кресленнях чи рисунках завжди вказують знак відрізків і кутів. При оптичних розрахунках вважається, що після кожної



відбиваючої поверхні показник заломлення, осьова відстань і кут відбивання змінюють знак на протилежний.

Промінь може пройти одну і ту саму поверхню декілька разів, тому фізична і розрахункова кількість поверхонь може відрізнятися. Наприклад, на рис.4.5 показані 8 фізичних і 12 розрахункових поверхонь.

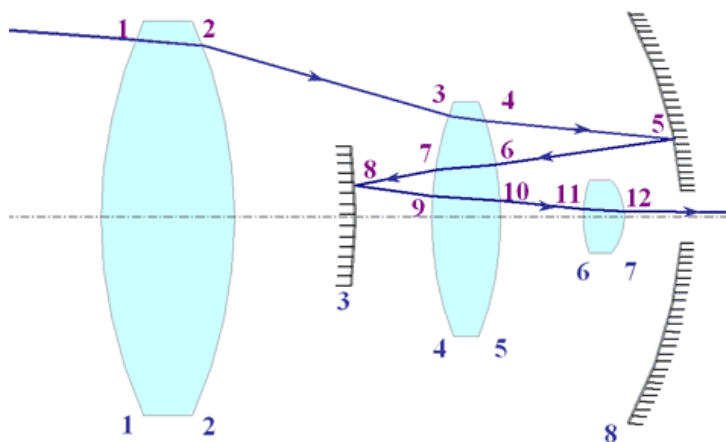


Рис.4.5. Фізичні і розрахункові поверхні.

За складом оптичної системи ділять на:

- лінзові (немає дзеркал, окрім плоских для зламу оптичної осі),
- дзеркальні,
- дзеркально-лінзові.

При аналізі оптичної системи використовують поняття меридіональної та сагітальної площин. **Меридіональна площина** – це площина, яка проходить крізь оптичну вісь (наприклад площина рисунка 5.1.5).

**Сагітальна площина** – це площина, яка містить промінь, перпендикулярний меридіональній площині і не проходить крізь вісь (може бути ламаною і розглядатись частинами). Її назва походить від слова «*sağita*» (лат.) – *стріла*. Прикладом такої площини може слугувати уявна ламана площина, яка містить промінь на рис. 4.5 і перпендикулярна площині цього рисунка.

#### 4.1.2. Предмет та зображення в оптичній системі

Оптичні системи в основному призначені для формування зображення (зображуючі оптичні системи). Для таких систем вводиться поняття *предмета* і *зображення*. Для оптичних систем, які не формують (будують) зображення, поняття предмета і зображення вводиться умовно.

В геометричній оптиці **предмет** – це сукупність точок, з яких виходять промені, що попадають в оптичну систему.

З кожної точки предмета виходить *гомоцентричний* пучок променів. Уся можлива сукупність точок (від  $-\infty$  до  $+\infty$ ) утворює простір предметів. Простір предметів може бути *дійсним* або *уявним*.

**Оптична система ділить увесь простір на дві частини:**

- простір предметів,
- простір зображень.

Площина предметів і площина зображень – це площини, що перпендикулярні до оптичної вісі і проходять крізь предмет та зображення.

В геометричній оптиці будь-якій точці простору предметів можна поставити у відповідність *спряжену* до неї точку в просторі зображень. Якщо з деякої точки в просторі предметів виходять промені і ці промені потім перетинаються в просторі зображень в деякій точці, то ці дві точки називаються **спряженими**.

**Спряжені лінії** – це лінії, для яких кожна точка лінії в просторі предметів спряжена з кожною відповідною точкою лінії в просторі зображень (для ідеальних оптичних систем).

В реальних оптичних системах промені, які виходять з точки  $A$ , тільки приблизно сходяться в точці  $A'$ . Для ідеальних оптичних систем кожній точці простору предметів обов'язково відповідає ідеально спряжена до неї точка в просторі зображень.

**Існує два типи предмета та зображення:**

*Ближній тип* – предмет (зображення) розміщені на кінцевій відстані, поперечні розміри визначаються в одиницях довжини.

*Дальній тип* – предмет (зображення) розміщені на нескінченності, поперечні розміри виражені в кутовій мірі.

Терміни “кінцева відстань” і “нескінченність” досить умовні і просто відповідають більш чи менш близькому розташуванню предмета (зображення) по відношенню до оптичної системи.

## Лекція 5. Теорія ідеальних оптичних систем (параксіальна або гауссова оптика)

### Тема 5.1. Основні положення. Лінійне, кутове, повздовжнє збільшення

В параксіальній області (нескінченно близько до оптичної вісі, порядку 0,6 рад або 5,7 град), будь-яка реальна система веде себе як ідеальна: Оптична система, вільна від аберацій, яка утворює зображення скінченної величини за допомогою широких пучків, називається ідеальною оптичною системою.

**Теорія ідеальної оптичної системи базується на наступних положеннях:**

- Кожній точці простору предметів можна поставити у відповідність спряжену до неї точку в просторі зображень.
- Кожна пряма лінія має спряжену до неї пряму лінію в просторі зображень.
- Кожна площина простору предметів має спряжену до неї площину в просторі зображень.

З цих положень випливає, що:

Меридіональна площина має спряжену до неї меридіональну площину в просторі зображень.

Площина в просторі предметів, перпендикулярна оптичній вісі, має спряжену до неї площину, перпендикулярну оптичній вісі в просторі зображень.

**Лінійне збільшення оптичної системи** – це співвідношення лінійного розміру зображення в напрямку, перпендикулярному до оптичної вісі, до відповідного розміру предмета в напрямку перпендикулярному до оптичної вісі (рис.5.1):

$$\beta = \frac{y'}{y} \quad (5.1.1)$$

Якщо  $\beta > 0$ , то відрізки  $y$  та  $y'$  напрямлені в одну сторону. Якщо  $\beta < 0$ , то відрізки  $y$  та  $y'$  напрямлені в різні сторони, тобто відбувається обернення зображення.

Якщо  $|\beta| > 1$ , то величина зображення більша величини предмета. Якщо,  $|\beta| < 1$ , то величина зображення менша величини предмета.

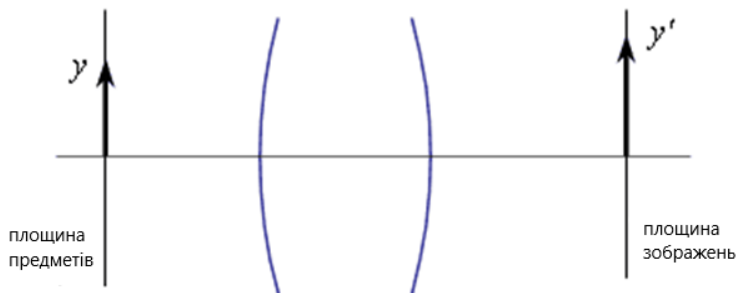


Рис.5.1. Спряжені лінійні величини.

Для ідеальної оптичної системи лінійне збільшення для будь-якої величини предмета і зображення в одних і тих самих площинах однакове.

**Кутове збільшення оптичної системи** – це відношення тангенса кута між променем і оптичною віссю в просторі зображень до тангенса кута між спряженим до нього променем в просторі предметів і віссю (рис.5.2):

$$W = \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} \quad (5.1.2)$$

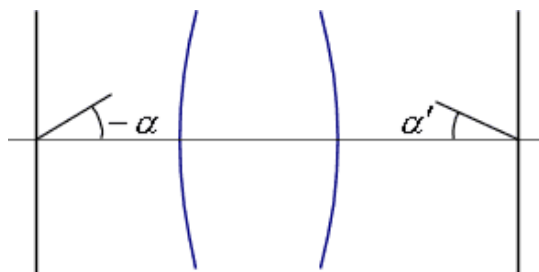


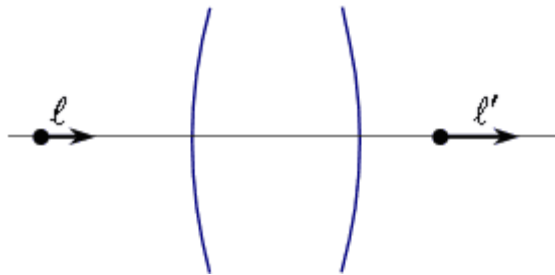
Рис.5.2. Спряжені кутові величини.

В параксіальній області кути малі, і відповідно, кутове збільшення – це співвідношення будь-яких з наступних кутових величин:

$$W = \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} = \frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha} = \frac{\alpha'}{\alpha} \quad (5.1.3)$$

**Повздовжнє збільшення оптичної системи** – це співвідношення нескінченно малого відрізка, що відкладається вздовж оптичної вісі в просторі зображень, до спряженого до нього відрізка в просторі предметів (рис.5.3):

$$Q = \frac{l'}{l} \quad (5.1.4)$$



*Рис.5.3. Спряжені повздовжні відрізки.*

### **Тема 5.2.** Кардинальні точки і відрізки

Розглянемо площини в просторі предметів і спряжені до них площини в просторі зображень. Знайдемо пару площин, для яких лінійне збільшення дорівнює одиниці. В загальному випадку така пара площин існує, причому тільки одна (виключенням є афокальні або телескопічні системи, для яких такі площини можуть не існувати або їх може бути нескінченна кількість).

Головними площинами системи називається пара спряжених площин, в яких лінійне збільшення дорівнює одиниці ( $\beta = 1$ ).

Головні точки  $H$  і  $H'$  – це точки перетину розрізу головних площин з оптичною віссю (рис.5.4).

Розглянемо випадок, коли лінійне збільшення дорівнює нулю, або нескінченності. Відсунемо площину предметів нескінченно далеко від оптичної системи. Спряжена до неї площина називається задньою фокальною площиною, а точка перетину цієї площини з оптичною віссю – задній фокус  $F'$  (рис.5.4).

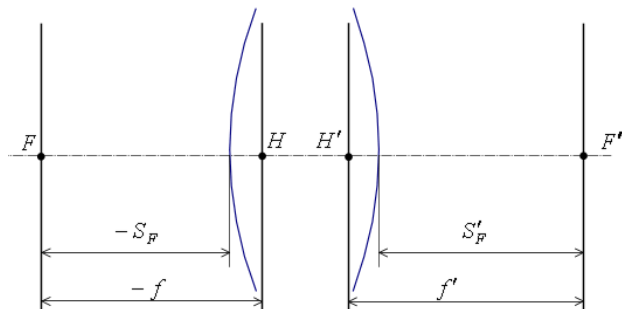


Рис.5.4. Кардинальні точки та відрізки.

Відстань від задньої головної точки до заднього фокуса називається задньою фокусною відстанню  $f'$ .

Відстань від останньої поверхні до заднього фокуса називається заднім фокальним відрізком  $S'_F$ .

Передній фокус  $F$  – це точка на оптичній осі в просторі предметів, спряжена з нескінченно віддаленою точкою, розташованою на оптичній осі в просторі зображень.

Якщо промені виходять з переднього фокуса, то вони йдуть в простір зображень паралельно.

Передня фокусна відстань  $f$  – це відстань від передньої головної точки до переднього фокуса.

Передній фокальний відрізок  $S_F$  – це відстань від першої поверхні до переднього фокуса.

Якщо  $f' > 0$ , то система називається збиральною або додатною.

Якщо  $f' < 0$ , то система розсіювальна або від'ємна.

Передня і задня фокусні відстані не є абсолютно незалежними, вони зв'язані між собою співвідношенням:

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n} \quad (5.2.1)$$

Вираз (2.2.5) можна переписати у вигляді:

$$\frac{f'}{n'} = -\frac{f}{n} \quad (5.2.2)$$

де  $\frac{f'}{n'}$  – приведена чи еквівалентна фокусна відстань.

В тому випадку, якщо оптична система знаходиться в однорідному середовищі (наприклад, в повітрі)  $n = n'$ , відповідно,

передня і задня фокусні відстані рівні по абсолютній величині  $|f| = |f'|$ .

Оптична сила оптичної системи:

$$\Phi = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f} \quad (5.2.3)$$

Чим більша оптична сила, тим сильніше оптична система змінює хід променів. Якщо  $\Phi = 0$  то  $f = \infty$ .

### Тема 5.3. Побудова зображень

Знайдемо зображення  $A'$  точки  $A$ . Для цього необхідно побудувати хоча б два допоміжних промені, на перетині яких і буде знаходитись точка  $A'$  (рис.5.5). Допоміжний промінь **1** можна провести через точку  $A$  паралельно до оптичної осі. Тоді в просторі зображень промінь **1'** пройде через задній фокус оптичної системи. Допоміжний промінь **2** можна провести через точку  $A$  і передній фокус оптичної системи. Тоді в просторі зображень промінь **2'** піде паралельно до оптичної осі. На перетині променів **1'** і **2'** буде знаходитись зображення точки  $A$ .

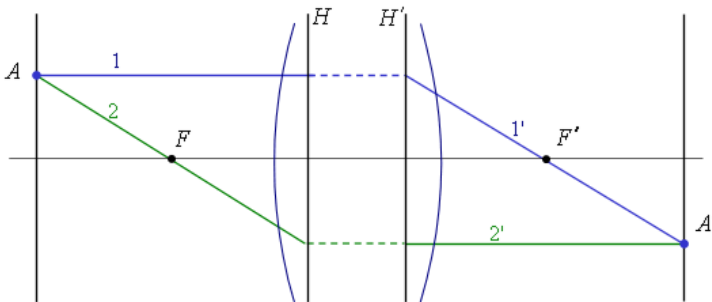


Рис.5.5. Побудова зображення точки.

Побудуємо тепер хід променю  $r$  (рис.5.6).

**1 спосіб.** Можна побудувати допоміжний промінь, паралельний даному і який проходить через передній фокус (промінь **1**). В просторі зображень промінь **1'** буде йти паралельно до оптичної осі. Оскільки промені  $r$  і **1** паралельні в площині предметів, то в просторі зображень вони мають перетинатись в задній фокальній

площині. Відповідно, промінь  $r'$  пройде через точку перетину променя  $1'$  і задньої фокальної площини.

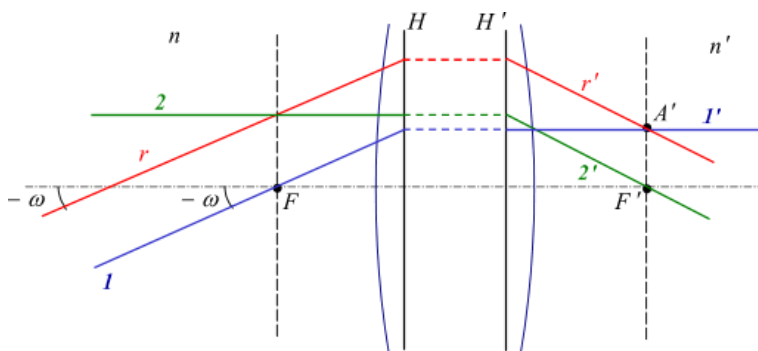


Рис.5.6. Побудова ходу променів.

**2 спосіб.** Можна побудувати допоміжний промінь, який іде паралельно до оптичної вісі і проходить через точку перетину променя  $r$  і передньої фокальної площини (промінь  $2$ ). Відповідний до нього промінь в просторі зображень (промінь  $2'$ ) буде проходити через задній фокус. Оскільки промені  $r$  і  $2$  перетинаються в передній фокальній площині, в просторі зображень вони мають бути паралельними. Відповідно, промінь  $r'$  пройде паралельно до променя  $2'$ .



## Лекція 6. Основні співвідношення параксильної оптики

### Тема 6.1. Виведення залежності між положенням і розміром предмета та зображення

Основні співвідношення параксильної оптики зв'язують між собою фокусні відстані, положення і розміри предмета та зображення, кутове, лінійне і повздовжнє збільшення.

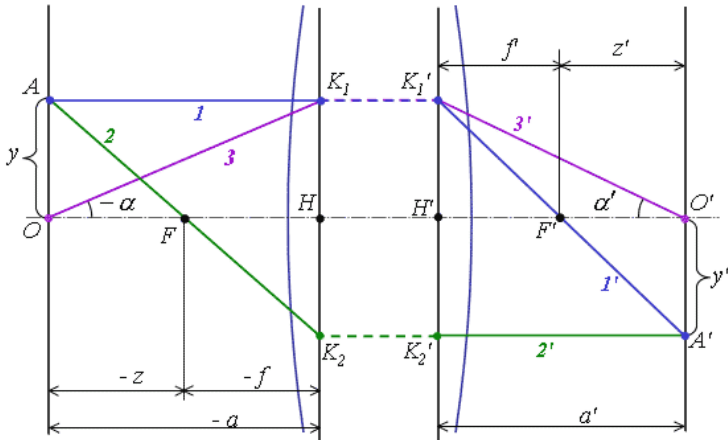


Рис.6.1. Схема для виведення основних співвідношень параксильної оптики.

Для виведення залежності між положенням і розміром предмета та зображення скористаємось рис.6.1.  $\Delta OAF$  подібний  $\Delta FHK$ , відповідно:

$$\frac{y}{y'} = \frac{-z}{f'}, \text{ звідси } \frac{y'}{y} = -\frac{f}{z},$$

Тоді, відповідно до виразу (5.1.1  $\beta = \frac{y'}{y}$ ), лінійне збільшення можна виразити наступним чином:

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{z} \quad (6.1.1)$$

Аналогічно, з подібності трикутників  $\Delta H'K'_1F'$  і  $\Delta F'O'A'$  можна отримати вираз:

$$\beta = -\frac{z'}{f'} \quad (6.1.2)$$

Таким чином, збільшення можна виразити як через відрізок  $z$ , так і через відрізок  $z'$ . Звідси можна отримати **формулу Ньютона**:

$$z \cdot z' = f \cdot f' \quad (6.1.3)$$

Якщо  $f = -f'$  оптична система знаходиться в однорідному середовищі ( $n = n'$ ) формула Ньютона набуває вигляду:

$$z \cdot z' = -f'^2 \quad (6.1.4)$$

Виразимо  $z$  і  $z'$  через фокусні відстані і відрізки  $(-a)$  і  $(-a')$ :

$$z' = a' - f'$$

$$z = a - f$$

Тоді вираз (6.1.3) можна записати у вигляді:

$$(a - f) \cdot (a' - f') = f \cdot f'$$

Після перетворення отримаємо вираз, що зв'яже фокусні відстані відрізки (**формула відрізків** або **формула Гауса**):

$$\frac{f'}{a'} + \frac{f}{a} = 1 \quad (6.1.5)$$

## Тема 6.2. Кутове збільшення і вузлові точки

Тепер розглянемо кутове збільшення, знов скориставшись рис.6.1. З  $\Delta OK_1H$ , видно, що:

$$\tan(-\alpha) = \frac{y}{-a} = \alpha, \text{ звідси } \alpha = \frac{y}{-a}$$

Аналогічно можна вивести вираз:

$$\alpha' = \frac{y}{a}$$

Тепер можна виразити кутове збільшення через відрізки:

$$W = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{y \cdot a}{y \cdot a'} = \frac{a}{a'} = \frac{f + z}{f' + z'} \quad (6.2.1)$$

Виразимо  $z'$  з формули Ньютона (6.1.3), тоді після перетворень отримаємо вираз для обчислення кутового збільшення:

$$W = \frac{z}{f'} = \frac{f}{z'} \quad (6.2.2)$$

З виразу (6.2.2) випливає, що якщо вибрати площини предмета і зображення таким чином, що  $z = f'$  і  $z' = f$ , то в точках перетину цих площин з віссю кутове збільшення дорівнює одиниці. Такі точки називаються вузловими точками.

Щоб знайти вузлові точки  $N$  і  $N'$ , від переднього фокуса відкладається задня фокусна відстань, а від заднього фокуса відкладається передня фокусна відстань (рис.2.3.2). Відрізки  $NN'$  і  $HH'$  рівні. Якщо  $-f = f(n = n')$ , то вузлові точки співпадають з головними.

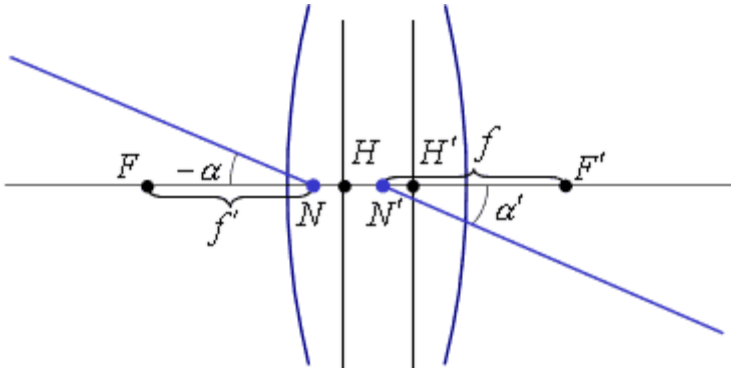


Рис.6.2. Вузлові точки.

Наслідком виразів (6.1.1) і (6.2.2) є наступне співвідношення:

$$\beta \cdot W = -\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'} \quad (6.2.3)$$

6.2.1. Часткові випадки положення предмета і зображення  
Розглянемо різні положення предмета і зображення (різні  $z$  і  $z'$ ):

- $z = -f$ . Тоді  $z' = -f'$ , лінійне збільшення  $\beta = 1$ , відповідно, предмет і зображення – це головні площини. Кутове збільшення  $W = -\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$ .
- $z = f'$ . Тоді  $z' = f$ , кутове збільшення  $W = 1$ , відповідно, предмет і зображення – це вузлові точки. Лінійне збільшення  $\beta = -\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$ .
- $z = f$ . Тоді  $z' = f'$ , лінійне збільшення  $\beta = -1$ , кутове збільшення  $W = \frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$ , відповідно, предмет знаходиться на подвійній фокусній відстані, тобто відстань між предметом і зображенням мінімальна.
- $z = 0$ . Тоді  $z' = \infty$ , лінійне збільшення  $\beta = -\infty$ , кутове збільшення  $W = 0$ , відповідно, предмет знаходиться в передньому фокусі, а зображення – на нескінченності.
- $z' = 0$ . Тоді  $z = -\infty$ , лінійне збільшення  $\beta = 0$ , кутове збільшення  $W = \infty$ , відповідно, предмет знаходиться на нескінченності, а зображення – в задньому фокусі.
- 

### 6.2.2. Зв'язок повздовжнього збільшення з поперечним і кутовим

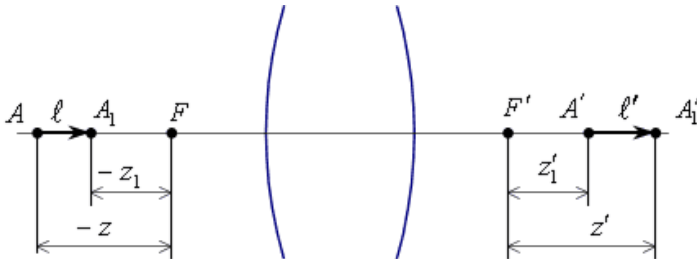


Рис.6.3. Зв'язок повздовжнього збільшення з поперечним і кутовим.

Розглянемо рис.6.3. Довжину відрізків  $l$  і  $l'$  можна виразити наступним чином:

$$l = z_1 - z$$

$$l' = z' - z'_1$$

За визначенням повздовжнього збільшення (5.1.4  $Q = \frac{l'}{l}$ ):

$$Q = \frac{l'}{l} = \frac{z' - z'_1}{z_1 - z}$$

Після перетворень, з урахуванням виразів (6.1.1) і (6.1.2), отримуємо:

$$Q = -\frac{f'}{f} \cdot \beta \cdot \beta_1 \quad (6.2.4)$$

де  $\beta$  і  $\beta_1$  – поперечні (лінійні) збільшення в точках  $A'$  і  $A'_1$ .

Або, з урахуванням виразу (5.2.1  $\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$ ):

$$Q = -\frac{n'}{fn} \cdot \beta \cdot \beta_1 \quad (6.2.5)$$

Тепер розглянемо повздовжнє збільшення для нескінченно малих відрізків ( $l \rightarrow 0$ ,  $l' \rightarrow 0$ ) (за визначенням це і є повздовжнє збільшення). В цьому випадку лінійне збільшення в точках  $A'$  і  $A'_1$  буде однаковим, відповідно:

$$Q_{l \rightarrow 0} = \frac{n'}{n} \cdot \beta^2 = \frac{f'}{f} \cdot \beta^2 \quad (6.2.6)$$

З виразу (6.2.3) можна отримати:

$$W = -\frac{f}{f'} \cdot f \quad (6.2.7)$$

Якщо оптична система знаходиться в однорідному середовищі ( $n = n'$ ), то:

$$Q = \beta^2, W = \beta^{-1} \quad (6.2.8)$$

Тобто повздовжнє збільшення дорівнює квадрату лінійного збільшення, а кутове обернено пропорційне до нього.

### Тема 6.3. Діоптрійний розрахунок

**Діоптрійний розрахунок** – це вимірювання повздовжніх відрізків в обернених одиницях (діоптріях):

$$D = \left(\frac{a}{n}\right)^{-1}, [\text{дптр}]$$

де  $\frac{a}{n}$  – приведена довжина.

Одна діоптрія відповідає приведеному відрізку в 1м. Якщо відрізок вимірюється в мм, то обернений відрізок вимірюється в кілодіоптріях.

Використовуючи формулу відрізків (6.1.5) і вираз (5.2.1) можна отримати важливе співвідношення для приведених відрізків в просторі предметів і зображень та оптичної сили, які вимірюються в діоптріях:

$$\frac{n'}{a'} = \frac{n}{a} + \frac{n'}{f'}$$

або

$$D' = D + \Phi \quad (6.3.1)$$

де  $D$  і  $D'$  – приведені передній і задній відрізки в діоптріях. Тобто оптична система збільшує приведений відрізок в просторі зображень (в дптр) на величину оптичної сили.

### 6.3.1. Визначення параксіальних характеристик лінзи

**Лінза** – оптична деталь, обмежена двома поверхнями (зазвичай вісесиметричними і центрованими поверхнями). Найчастіше - сферичними.

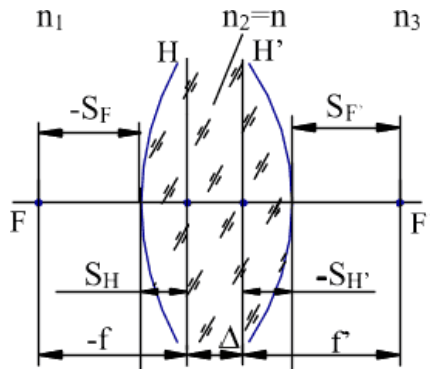


Рис.6.4.Визначення параксіальних характеристик сферичної розсіювальної лінзи

Оптична сила лінзи в середовищі:

$$\Phi = -\frac{n_1}{f} = \frac{n_3}{f'}$$

Якщо розглядати лінзу в повітрі, то середовище – однорідне, тобто  $n_1 = n_3 = 1$

Сила лінзи:

$$\Phi = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2 d}{r_1 r_2 n}$$

Вираз для розрахунку задньої фокусної відстані лінзи:

$$-f = f' = \frac{n \cdot r_1 r_2}{(n-1)[n \cdot (r_2 - r_1) + d(n-1)]}$$

Положення фокальних площин обчислюється за наступними формулами:

$$S_F = -f' \cdot \left( 1 + \frac{n-1}{n} \cdot \frac{d}{r_2} \right), \quad S'_F = f' \cdot \left( 1 - \frac{n-1}{n} \cdot \frac{d}{r_1} \right)$$

Положення головних площин:

$$S_H = -f' \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \frac{d}{r_2}, \quad S'_H = -f' \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \frac{d}{r_1}$$

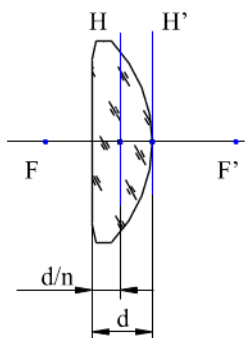
Відстань між головними площинами визначається співвідношенням:

$$\Delta = \frac{(n-1)^2 d}{n \cdot r_1 r_2} \cdot f'(r_2 - r_1 + d)$$

### 6.3.2. Визначення параксiальних параметрiв лiнз з однiєю плоскою поверхнею

Плоско-опукла лiнза

$$\Phi > 0$$



Параксiальнi характеристики:

$$\Phi = (n-1) \cdot \left( -\frac{1}{r_2} \right)$$

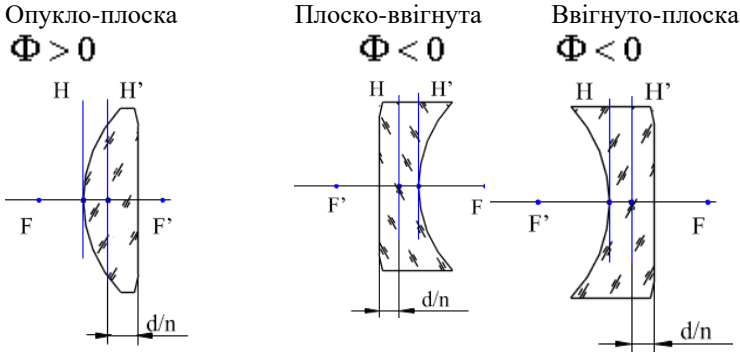
$$S'_F = f'$$

$$d - \Delta = \frac{d}{n}$$

Для лiнз, в яких одна поверхня плоска, визначена одна властивiсть, яка впливає iз

співвідношень для параксіальних характеристик: через вершину неплоскої поверхні проходить головна площина.

Друга головна площина знаходиться на відстані  $d/n$  від плоскої поверхні.



#### Тема 6.4. Інваріант Лагранжа-Гельмгольца

Інваріант Лагранжа-Гельмгольца зв'язує лінійний розмір предмета і кутовий розмір пучка променів (рис.6.5). Ця величина інваріантна, тобто незмінна в будь-якому просторі.

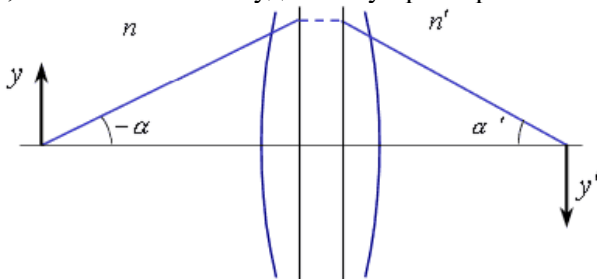


Рис.6.5. Величини, які зв'язують інваріант Лагранжа-Гельмгольца.

Для виведення цього інваріанта скористаємось виразом (6.2.3), що зв'язує кутове і лінійне збільшення. Тоді



скориставшись виразами (5.1.1  $\beta = \frac{y'}{y}$ ) і (5.1.3  $W = \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} = \frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha} = \frac{\alpha'}{\alpha}$ ), які визначають лінійне і кутове збільшення, отримаємо наступне співвідношення:

$$\frac{\alpha' \cdot y'}{\alpha \cdot y} = \frac{n}{n'} \quad (6.4.1)$$

Вираз (6.4.1) можна перетворити, і тоді отримаємо **інваріант Лагранжа-Гельмгольца**:

$$\alpha \cdot y \cdot n = \alpha' \cdot y' \cdot n' \quad (6.4.2)$$

Інваріант Лагранжа-Гельмгольца характеризує інформаційну ємність оптичної системи, а саме, величину простору, який може бути відображений опричною системою. Цей інваріант математично виражає закон збереження інформації в геометричній оптиці.

### Контрольні питання до Розділу 2

1. Які елементи формують оптичну систему?
2. Дайте означення предмету і зображення в оптичній системі?
3. Які критерії параксіальності?
4. Які є види збільшень в ідеальній оптичній системі?
5. Що таке фокусна відстань оптичної системи?
6. Запишіть формулу лінзи у відрізках.
7. Побудуйте зображення предмету в тонкій збиральній/розсіювальній лінзі, якщо предмет розміщено: а) у фокусі лінзи; б) перед фокусом; в) за фокусом лінзи.
8. Наведіть параксіальні характеристики лінзи.
9. Запишіть та поясніть інваріант Лагранжа-Гельмгольца.

### Розділ 3. Реальні оптичні системи. Обмеження пучків

#### Лекція 7. Розрахунок ходу реальних променів. Діафрагми.

Предмет (зображення) ближнього та дальнього типів.

Узагальнений інваріант Лагранжа-Гельмгольца

#### Тема 7.1. Реальні (дійсні) промені

Крізь реальну оптичну систему, на відміну від ідеальної, проходять *реальні промені* (*Реальний промінь* – це промінь, який заломлюється і відбивається на реальних поверхнях оптичної системи із строгим виконанням законів відбивання і заломлення), а не нульові (параксіальні). Хід реального променя відрізняється від ходу нульового (ідеального) променя. Відхилення ходу реального променя від ідеального пов'язане із строгим виконанням законів заломлення і відбивання на реальних поверхнях оптичних систем.

#### Відмінності реальної оптичної системи від ідеальної:

- В реальній оптичній системі відбувається обмеження пучків, тобто не усі існуючі промені проходять крізь оптичну систему і досягають простору зображень. Проходящі пучки променів мають кінцеві розміри.
- Хід променів, які проходять крізь оптичну систему, не співпадає з ходом ідеальних променів (реальні оптичні системи володіють аберациями).

**Аберації променів** (лат. – *відхилення*) – відхилення ходу реального променя від ідеального.

#### 7.1.1. Розрахунок ходу реальних променів

Розглянемо хід реальних променів в меридіональній площині (рис.7.1).

Реальні промені, на відміну від нульових, заломлюються не на головних площинах  $H$  і  $H'$ , а на реальних оптичних поверхнях  $S$  і  $S'$ .

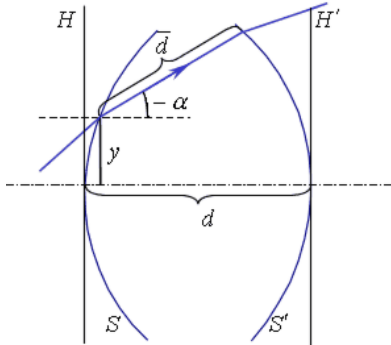


Рис.7.1. Хід реального променя.

### 7.1.2. Причини «непроходження» променів крізь поверхню

На відміну від параксіальних променів, які в будь-якому випадку попадають на головну площину поверхні, реальні промені можуть або взагалі не зустріти поверхню, або зустріти її в такій точці, яка не відповідає умовам фізичної або конструктивної реалізованості оптичної системи.

#### 1. Промінь не попадає на поверхню

На рис.7.2 показано, що нульовий промінь заломлюється на головній площині поверхні, а реальний промінь іде надто високо і взагалі не зустрічається з поверхнею. Подальший розрахунок такого променя неможливий (не відповідає умовам фізичної і математичної реалізованості).

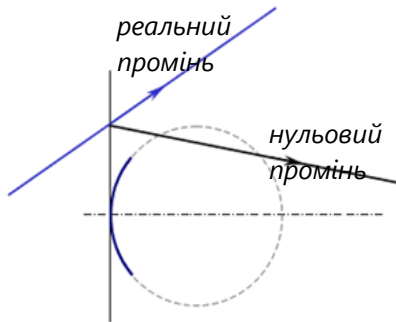


Рис.7.2. Реальний промінь не попадає на поверхню.

## 2. Повне внутрішнє відбивання

При падінні променю на поверхню, за якою знаходиться середовище з показником заломлення меншим, ніж попередній (рис.7.3), можливе повне внутрішнє відбивання. Нульовий промінь в цьому випадку все рівно заломлюється на головній площині і проходить далі, оскільки умови його заломлення на поверхні не залежать від його координат, а реальний промінь повністю відбивається і його подальший розрахунок крізь оптичну систему неможливий.

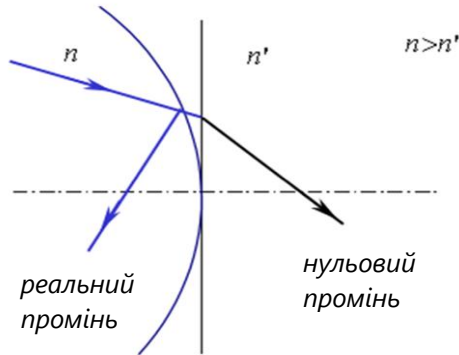


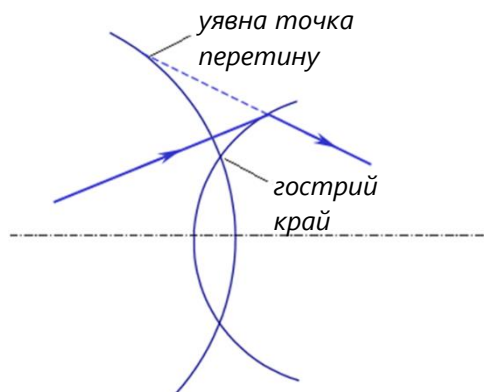
Рис.7.3. Повне внутрішнє відбивання реального променю.

## 3. Промінь проходить за гострим краєм

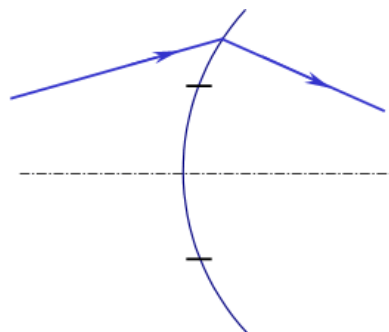
Цілком можливо, що промінь виявляється вище точки перетину поверхонь, це називається проходження за гострим краєм. Точка перетину променю з однією з поверхонь стає уявною (рис.7.4) і виникає ситуація, коли математично розрахунок променю може бути продовжено, але така система не може бути фізично реалізована.

## Промінь проходить за краєм діафрагми

Якщо згідно з конструктивними міркуваннями габарити поверхонь спеціально обмежують діафрагмами, то усі промені, які не вписуються в задані габарити (рис.7.5), не розраховуються крізь систему, хоча математично розрахунок цілком можливий.



*Рис.7.4. Реальний промінь проходить за гострим краєм.*



*Рис.7.5. Реальний промінь проходить за краєм діафрагми.*

В тому випадку, коли всі поверхні в системі обмежені діафрагмами, при розрахунку променів до уваги приймають тільки умови попадання променів в задані габарити.

### **Тема 7.2.** Обмеження пучків променів

Обмеження променів в оптичних системах пов'язане з скінченністю фізичних розмірів оптичних елементів. Ці обмеження позначають на схемах і кресленнях у вигляді діафрагм, роль яких можуть відігравати оправі лінз, а також окремі діафрагми.

В принципі діафрагми можуть розглядатись не тільки для реальних, але і для нульових променів (тобто в параксіальній області). Як правило, в першому наближенні аналіз габаритів пучків відбувається в параксіальній області, але після розрахунки обов'язково уточнюють з використанням реальних променів.

### 7.2.1. Апертурна діафрагма

*Обмеження розмірів пучків* – результат спільної дії усіх наявних в оптичній системі діафрагм. Однак можна виділити одну (найменшу) діафрагму, і вважати, що решта не обмежують хід променів. Така діафрагма називається апертурною (рис.7.6).

**Апертура** (лат. – отвір) – це поняття, яке в геометричній оптиці визначає розмір пучка променів.

**Апертурна діафрагма** – це діафрагма, яка обмежує розмір осевого пучка (що йде з осевої точки предмета).

Промінь, що йде з осевої точки предмета і проходить крізь край апертурної діафрагми називається **апертурним променем**.

Розглянемо апертурну діафрагму і частину оптичної системи, що їй передує:

Розглянемо апертурну діафрагму і частину оптичної системи, що їй передує:

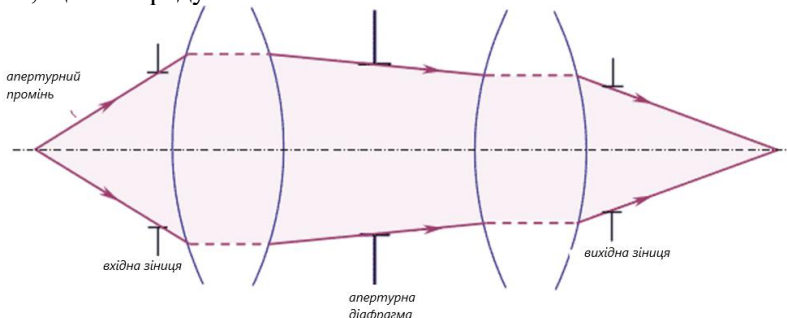


Рис.7.6. Апертурна діафрагма.

Розглянемо апертурну діафрагму і частину оптичної системи, що їй передує:

Параксіальне зображення апертурної діафрагми в просторі предметів, сформоване попередньою частиною оптичної системи в зворотному ході променів, називається **вхідною зінницею оптичної системи**.

Якщо апертурна діафрагма знаходиться в просторі предметів, то входною зіницею є сама апертурна діафрагма.

Вхідна зіниця, вихідна зіниця і апертурна діафрагма *спряжені*. Апертурний промінь всередині системи проходить крізь край апертурної діафрагми, в просторі предметів – крізь край вхідної зіниці, а в просторі зображень – крізь край вихідної зіниці.

**Головний промінь** – це промінь, що йде з позаосьової точки предмета і проходить через центр апертурної діафрагми.

За законами параксильної оптики головний промінь також проходить крізь центр вхідної зіниці в просторі предметів і крізь центр вихідної зіниці в просторі зображень (рис.7.7).

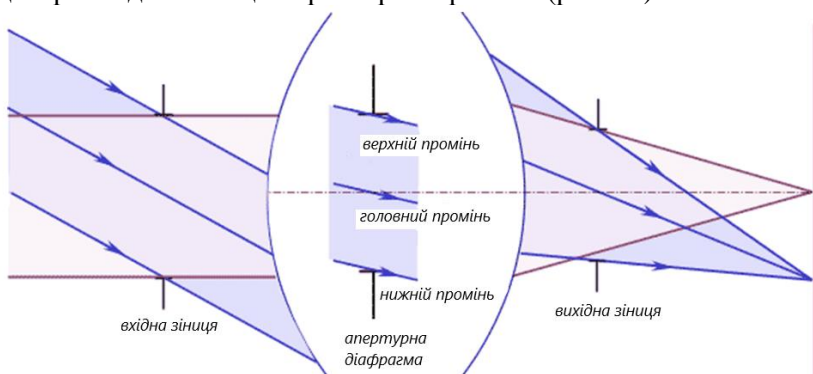


Рис.7.7. Позаосьовий пучок.

**Верхній промінь позаосьового пучка** – це промінь, який проходить крізь верхній край апертурної діафрагми і відповідні до нього спряжені точки вхідної і вихідної зіниць.

**Нижній промінь позаосьового пучка** – це промінь, який проходить крізь нижній край апертурної діафрагми і відповідні до нього спряжені точки вхідної і вихідної зіниць.

Щоб визначити, яка з діафрагм оптичної системи є апертурною, необхідно знайти зображення усіх діафрагм в просторі предметів в зворотному ході за законами параксильної оптики.

**Апертурна діафрагма** – це діафрагма, зображення якої видно під найменшим кутом з осьової точки предмета.

Якщо предмет знаходиться на нескінченності, то **апертурна діафрагма** – це діафрагма, зображення якої має найменші лінійні розміри.

### 7.2.2. Польова діафрагма

**Поле** – це частина площини предметів, що зображується оптичною системою. В параксіальній оптиці розмір поля необмежений. В реальній оптичній системі поле обмежується польовою діафрагмою.

**Польова діафрагма** – це діафрагма, що обмежує розміри поля.

Польова діафрагма розміщується або на поверхні предмета, або на поверхні зображення, або в площині проміжного зображення. Зображення польової діафрагми крізь відповідні частини оптичної системи називаються **вхідними і вихідними люками (вікнами)** (рис.7.8).

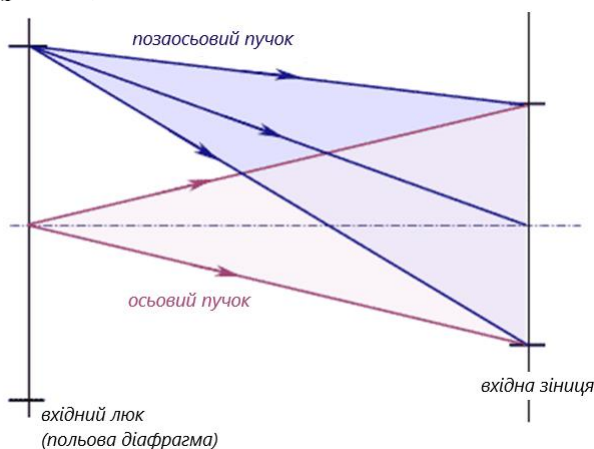


Рис.7.7. Польова діафрагма.

### 7.2.3. Вільєтування

Якщо пучки променів обмежуються тільки апертурною діафрагмою, то вони повністю заповнюють зіницю, як показано на рис.7.7. Якщо позаосьові пучки додатково обмежуються окрім апертурної іншими діафрагмами, то зіниця заповнюється не повністю (рис.7.8). Це додаткове обмеження чи зрізання пучків називається **вільєтуванням**.



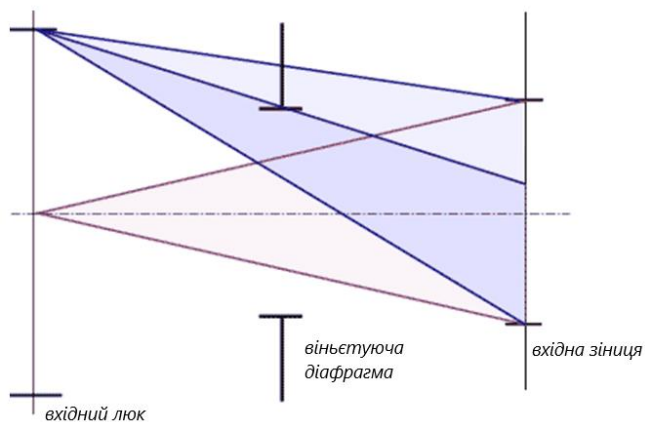


Рис.7.8. Віньєтування.

В загальному випадку область діафрагми виглядає так, як показано на рис.7.9, з якого видно, що пучок зрізається зверху на величину  $a_B$ , і знизу на величину  $a_H$ . Ці величини можуть бути рівні між собою, тоді віньєтування симетричне. Якщо  $a_B \neq a_H$  – віньєтування несиметричне.

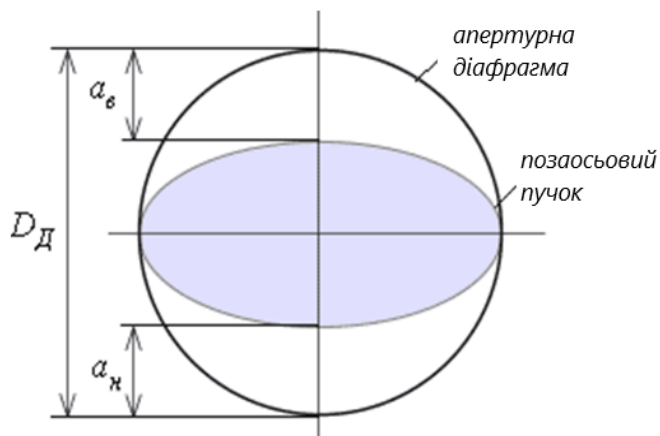


Рис.7.9. Віньєтування (площина апертурної діафрагми).

**Коефіцієнт віньєтування** – це співвідношення розмірів зрізаної частини діафрагми до її радіусу. Коефіцієнти віньєтування зверху  $K_v$  і знизу  $K_n$  обчислюються наступним чином:

$$K_v = \frac{2a_v}{D_D}$$

$$K_n = \frac{2a_n}{D_D} \tag{7.2.1}$$

Позаосьовий пучок променів у випадку віньєтування показаний на рис.7.10.

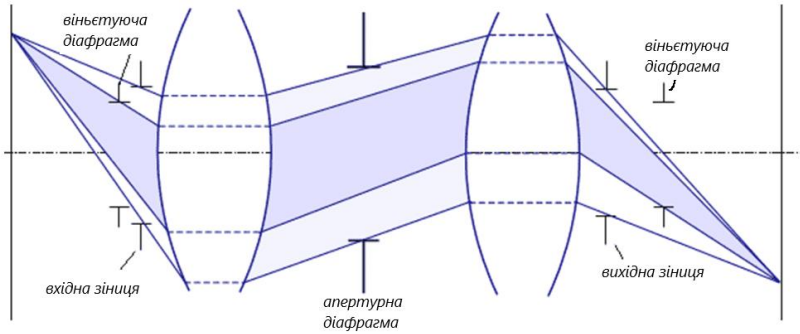


Рис.7.10. Віньєтований пучок променів.

**Переваги віньєтування:**

- сприяє зменшенню поперечних габаритів оптичної системи,
- виключає з формування зображення крайні зони позаосьових пучків (саме вони зазвичай мають більші аберації, які важко усунути).

**Недоліки віньєтування:**

- зменшує розміри пучків, отже, зменшує енергію пучка, що призводить до нерівномірного розподілу освітленості позаосьових зон зображення,
- в дифракційно-обмежених оптичних системах якість зображення визначається в основному дифракцією, причому чим менша результуюча апертура (розмір пучка), тим більший вплив дифракції, тобто погіршується якість зображення.

### Тема 7.3. Опис предметів, зображень і зіниць

Одним способом описувати розміри і положення предмета, зображення і зіниць в усіх ситуаціях не завжди зручно. Розглянемо цей опис для двох типів предмета і зображення – *ближнього* і *дальнього*.

#### 7.3.1. Предмет (зображення) ближнього типу

**Величину предмета (зображення)** прийнято розглядати як відстань від вісі до його крайньої точки. Якщо предмет (або зображення) знаходяться достатньо близько до оптичної системи (рис.7.11), то його величина визначається в лінійній мірі:

$$y, [\text{мм}]$$

$$y', [\text{мм}]$$

$$(7.3.1)$$

Величина предмета – це половина всього поля, тобто розмір всього поля  $2y$ .

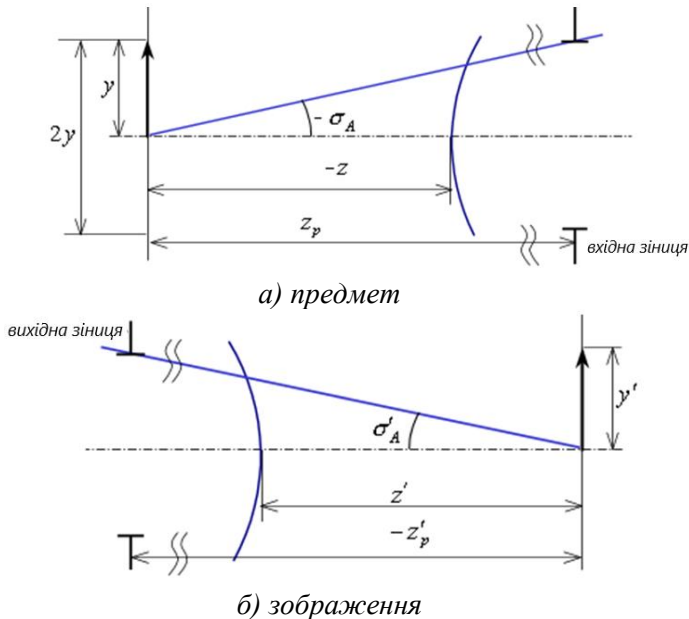


Рис.7.11. Предмет і зображення ближнього типу.

**Передній (задній) відрізок** – це величина, що визначає положення предмета (зображення) по відношенню до оптичної системи. Передній відрізок для ближнього типу вимірюється як відстань від першої поверхні оптичної системи до предмета, а задній відрізок вимірюється як відстань від останньої поверхні до зображення (рис.7.11):

$$\begin{aligned} S &= z, \quad [мм] \\ S' &= z', \quad [мм] \end{aligned} \quad (7.3.2)$$

Вхідна (вихідна) зіниця може знаходитись на нескінченності. Тому розмір зіниці визначається апертурним кутом. **Апертурний кут**  $\sigma_A$  – це кут, утворений апертурним променем і віссю (рис.7.11). Розміри зіниць визначають через синуси апертурних кутів, помножені на відповідні показники заломлення – «оптичні синуси». Ці розміри називаються **числовими апертурами**, і визначаються наступним чином:

$$\begin{aligned} A_0 &= n \cdot \sin \sigma_A \\ A'_0 &= n' \cdot \sin \sigma'_A \end{aligned} \quad (3.3.3)$$

**Положення зіниці** вимірюється відносно предмета (зображення) в обернених міліметрах:

$$\begin{aligned} S_p &= \frac{1}{z_p}, \quad [кднмр] \\ S'_p &= \frac{1}{z'_p}, \quad [кднмр] \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

Якщо вхідна і вихідна зіниці розміщені строго на нескінченності, то  $S_p = 0$  і  $S'_p = 0$ . Такі положення зіниць забезпечуються тим, що апертурна діафрагма знаходиться в передній (або задній) фокальній площині першої (або останньої) компоненти оптичної системи. В цьому випадку виникає **телецентричний хід** головних променів (головні промені паралельні оптичній вісі).

### 7.3.2. Предмет (зображення) дальнього типу

Якщо предмет (або зображення) знаходиться достатньо далеко від оптичної системи, то ми можемо оцінити тільки його кутові розміри. Точка, з якої вимірюються кутові розміри предмета

(зображення), називається полюсом. Будемо вважати, що полюс знаходиться в центрі вхідної зіниці для предмета, і в центрі вихідної зіниці для зображення (рис.7.12).

Якщо предмет (або зображення) знаходиться достатньо далеко від оптичної системи, то ми можемо оцінити тільки його кутові розміри. Точка, з якої вимірюються кутові розміри предмета (зображення), називається **полюсом**. Будемо вважати, що полюс знаходиться в центрі вхідної зіниці для предмета, і в центрі вихідної зіниці для зображення (рис.7.12).

**Величина предмета (зображення)** дальнього типу – це кут, під яким видна крайня точка предмету (зображення) з центру вхідної (вихідної) зіниці:

$$\begin{aligned} \omega, [\text{гр. хв. сек}] \\ \omega', [\text{гр. хв. сек}] \end{aligned} \quad (7.3.5)$$

Величина усього поля  $2\omega$ . Мірою кутової величини є градуси/хвилини/секунди (гр.хв.сек.), наприклад  $20^\circ 10' 18''$ .

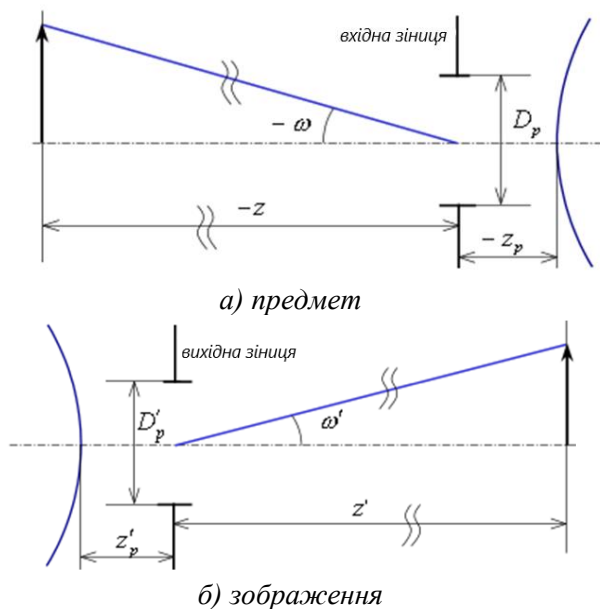


Рис.7.12. Предмет і зображення дальнього типу.

**Положення предмета (зображення)** вимірюється в обернених міліметрах відносно вхідної (вихідної) зіниці:

$$S = 1/z, [\text{кдптр}]$$
$$S' = 1/z', [\text{кдптр}]$$

У випадку предмета (зображення) дальнього типу зіниця знаходиться близько до оптичної системи, тому величина зіниці вимірюється як її лінійний розмір. Таким чином, **апертури** в цьому випадку визначаються наступними виразами:

$$A_{\text{в}} = n \cdot \frac{D_p}{2}, [\text{мм}]$$
$$A'_{\text{в}} = n' \cdot \frac{D'_p}{2}, [\text{мм}] \quad (7.3.7)$$

**Положення зіниці** вимірюється в міліметрах від оптичної системи:

$$S_p = z_p, [\text{мм}]$$
$$S'_p = z'_p, [\text{мм}] \quad (7.3.8)$$

Для оптичної системи дуже вадливо знати положення вихідної зіниці. Оскільки, зображення зазвичай сприймається або наступною оптичною системою, або оком, відповідно, необхідно, щоб вихідна зіниця оптичної системи співпадала з вхідною зіницею приладу чи ока за положенням і розмірами.

### 7.3.3. Узагальнені характеристики

Для опису характеристик предмета або зображення в універсальній формі, яка не залежить від їх типу (дальнього чи ближнього), вводяться узагальнені характеристики. Вони мають різний зміст і розмірність, хоча позначаються однаково. В таблиці показана відповідність реальних і узагальнених характеристик одна від одної.

Узагальнені характеристики	Ближній тип	Дальній тип
Величина предмета (зображення)	$\bar{y} = y, [\text{мм}]$ $\bar{y}' = y', [\text{мм}]$	$\bar{y} = tg \omega, [\text{гр. хв. сек}]$ $\bar{y}' = tg \omega', [\text{гр. хв. сек}]$
Положення предмета (зображення)	$\bar{S} = S = z, [\text{мм}]$ $\bar{S}' = S' = z', [\text{мм}]$ (вимірюється від поверхні)	$\bar{S} = S = \frac{1}{z}, [\text{кдптр}]$ $\bar{S}' = S' = \frac{1}{z'}, [\text{кдптр}]$ (вимірюється від зіниці)
Вхідна (вихідна) апертура	$\bar{A}_0 = A_0 = n \cdot \sin \sigma_A$ $\bar{A}'_0 = A'_0 = n' \cdot \sin' \sigma'_A$ (числова апертура)	$\bar{A}_0 = A_0 = n \frac{D}{2}, [\text{мм}]$ $\bar{A}'_0 = A'_0 = n' \frac{D'}{2}, [\text{мм}]$ (апертура)
Положення вхідної (вихідної) зіниці	$\bar{S}_p = S_p = \frac{1}{z_p}, [\text{кдптр}]$ $\bar{S}'_p = S'_p = \frac{1}{z'_p}, [\text{кдптр}]$ (вимірюється від предмета/зображення)	$\bar{S}_p = S_p = z_p, [\text{мм}]$ $\bar{S}'_p = S'_p = z'_p, [\text{мм}]$ (вимірюється від поверхні)

### 7.3.4. Узагальнений інваріант Лагранжа-Гельмгольца

Використовуючи поняття узагальненого предмета та зображення можна ввести поняття **узагальненого збільшення**:

$$V = \frac{\bar{y}'}{\bar{y}} = \frac{\bar{A}_0}{\bar{A}'_0} \quad (7.3.9)$$

де  $\bar{y}$  – узагальнена величина предмета,  $\bar{y}'$  – узагальнена величина зображення,  $\bar{A}_0$  – узагальнена передня апертура,  $\bar{A}'_0$  – узагальнена задня апертура.

Для будь-якої оптичної системи існує узагальнений інваріант Лагранжа-Гельмгольца, виражений в реальних величинах.

Однак, на відміну від параксіальної оптики, його інваріантність не строга, а наближена. Інваріантність порушується за рахунок наявності аберацій і дифракції в оптичній системі. Інваріант Лагранжа-Гельмгольца через узагальнені характеристики можна записати наступним чином:

$$\bar{y} \cdot \bar{A}_0 = \bar{y}' \cdot \bar{A}'_0 \quad (7.3.10)$$

### Контрольні питання до Розділу 3

4. Чим відрізняються реальні промені від ідеальних?
5. Назвіть основні причини «непроходження» променів крізь поверхню.
6. Що таке діафрагма? Які діафрагми ви знаєте?
7. Як працює апертурна діафрагма?
8. Де розташовується в оптичній схемі польова діафрагма? Які пучки променів вона обмежує і як це впливає на характеристики зображення?
9. Принцип віньєтування.
10. Що таке предмет/зображення ближнього і дальнього типів?
11. В чому полягає суть узагальненого інваріанту Лагранжа-Гельмгольца?



## Розділ 4. Аберації оптичних систем

### Лекція 8. Загальні положення. Хвильові аберації

#### Тема 8.1. Форми представлення аберацій (поперечна, повздовжня, хвильова)

##### 8.1.1. Загальні положення

В ідеальній оптичній системі усе промені, що виходять з точки  $A$ , перетинаються в спряженій точці  $A'_0$ . Після проходження реальної оптичної системи або порушується гомоцентричність пучка і промені не мають спільної точки перетину, або гомоцентричність зберігається, але промені перетинаються в деякій точці  $A'$ , котра не співпадає з точкою ідеального зображення (рис.8.1). Це є наслідком аберацій. Основна задача розрахунку оптичних систем – усунення аберацій.

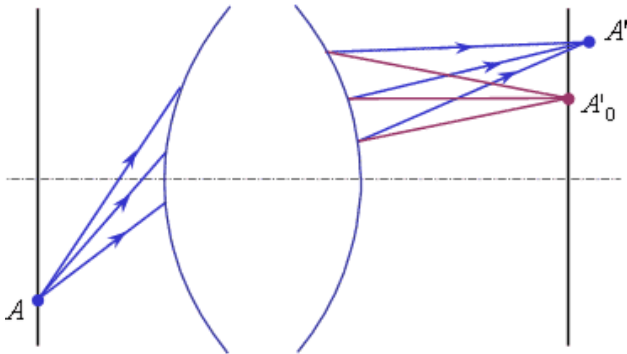


Рис.8.1. Ідеальне і реальне зображення точки.

Для обчислення аберацій необхідно визначити точку референтного (ідеального) зображення  $A'_0$ , в якій повинно знаходитись зображення за законами гаусової оптики. Відносно цієї точки і визначають аберації.

##### 8.1.2. Поперечні аберації

**Поперечні аберації** ( $\Delta x'$ ,  $\Delta y'$ ) – це відхилення координат точки  $A'$  перетину реального променя з площиною зображення від координат точки  $A'_0$  ідеального зображення в напрямку, перпендикулярному до оптичної вісі (рис.8.2):

$$\Delta x' = x'_0 - x'$$

$$\Delta y' = y'_0 - y'$$

(8.1.1)

Якщо точки  $A'$  і  $A'_0$  співпадають, то поперечні аберации дорівнюють нулю ( $\Delta x' = 0, \Delta y' = 0$ ).

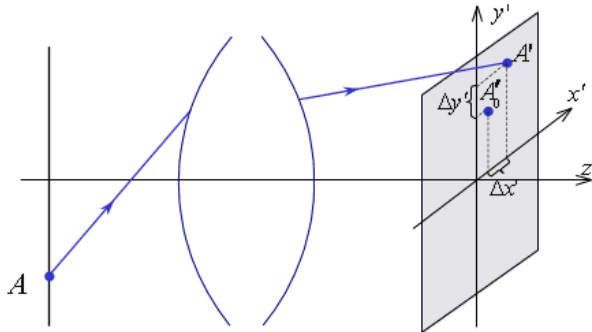


Рис.8.2. Поперечні аберации.

Розрізняють поперечні аберации в сагітальній площині ( $\Delta x'$ ) і в меридіональній площині ( $\Delta y'$ ). Поперечні аберации для зображення ближнього типу виражаються в міліметрах, для зображення дальнього типу – в кутовій мірі. Для зображення дальнього типу поперечна аберация – це кутове відхилення  $\Delta \sigma'$  між реальним та ідеальним променем (рис.8.3).

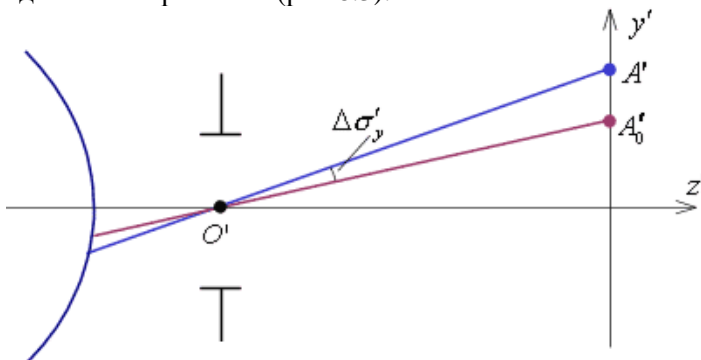


Рис.8.3. Поперечні аберации для віддаленого типу.

У кожного променя в пучку своя величина поперечної аберації. Для всього пучка поперечні аберації – це функції від координат зіниць:

$$\begin{aligned} \Delta x' &= \Delta x'(P_x, P_y) \\ \Delta y' &= \Delta y'(P_x, P_y) \end{aligned} \quad (8.1.2)$$

де  $(P_x, P_y)$  – реальні координати зіниць.

Координати зіниць визначають положення променя в пучку.

**Канонічні (відносні) координати зіниць** визначаються наступним чином:

$$\rho_x = \frac{P_x}{A_x} = \frac{P'_x}{A'_x}, \quad \rho_y = \frac{P_y}{A_y} = \frac{P'_y}{A'_y} \quad (8.1.3)$$

де  $(P_x, P_y)$ ,  $(P'_x, P'_y)$  – вхідні і вихідні реальні координати зіниць,  $(A_x, A_y)$ ,  $(A'_x, A'_y)$ , – вхідні і вихідні апертури. Апертури визначають максимальні значення координат зіниць.

Таким чином, верхній промінь пучка має координати  $\rho_x = 0, \rho_y = 1$ , нижній промінь пучка –  $\rho_x = 0, \rho_y = -1$ , головний промінь пучка –  $\rho_x = \rho_y = 0$ , сагітальний промінь –  $\rho_x = 1, \rho_y = 0$  (рис.8.4).

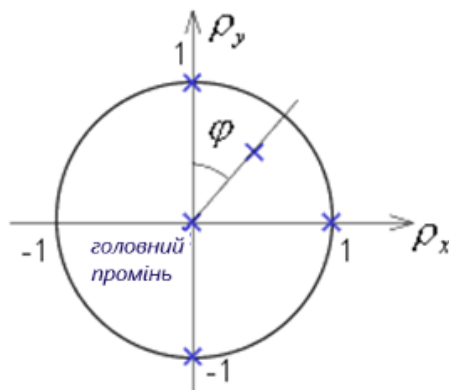


Рис.8.4. Канонічні координат зіниць.

Канонічні координати зіниць можна виразити через **полярні координати**  $\rho$  і  $\varphi$ :

$$\rho_x = \rho \sin \varphi$$

$$\rho_y = \rho \cos \varphi$$

(8.1.4)

де  $\rho = \sqrt{\rho_x^2 + \rho_y^2}$ .

### 8.1.3. Хвильова аберація

**Хвильова аберація** – це відхилення реального хвильового фронту від ідеального (рис.8.5), виміряне вздовж променя в кількості довжин хвиль:

$$W = \frac{\Delta l' \cdot n'}{\lambda}$$

(8.1.5)

З виразу (8.1.5) випливає, що хвильова аберація пропорційна до відхилень оптичних довжин променів пучка. Тому вплив хвильової аберації на якість зображення не залежить від типу зображення, а визначається тим, скільки довжин хвиль вона складає.

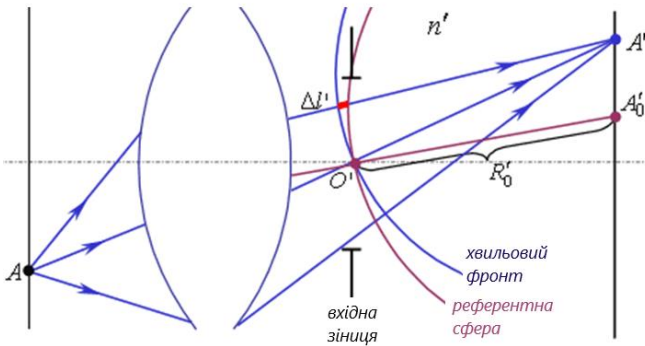


Рис.8.5. Хвильова аберація.

**Референтна сфера** – це хвильовий фронт ідеального пучка з центром в точці ідеального зображення  $A'_0$ , який проходить через центр вихідної зіниці  $O'$ . При знаходженні хвильової аберації з референтною сферою порівнюється найближчий до неї хвильовий фронт.

Для всього пучка хвильова аберація – це функція канонічних координат зіниці:

$$W = W(\rho_x, \rho_y) \quad (8.1.6)$$

Поперечна і хвильова аберації – це різні форми представлення одного явища, вони зв'язані між собою співвідношенням:

$$\Delta x' = -\frac{\lambda}{A_x} \cdot \frac{\partial W}{\partial \rho_x}$$

$$\Delta y' = -\frac{\lambda}{A_y} \cdot \frac{\partial W}{\partial \rho_y} \quad (8.1.7)$$

Таким чином, поперечні аберації прямо пропорційні першим частковим похідним хвильової аберації по канонічним координатам.

#### 8.1.4. Повздовжні аберації

**Повздовжні аберації** – це відхилення координати точки  $O''$  перетину реального променя з віссю від координати точки  $O'$  ідеального зображення вздовж вісі (рис.8.6):

$$\Delta S' = S' - S_0' \quad (8.1.8)$$

де  $S'$  – положення точки перетину променя з віссю,  $S_0'$  – положення ідеальної точки перетину.

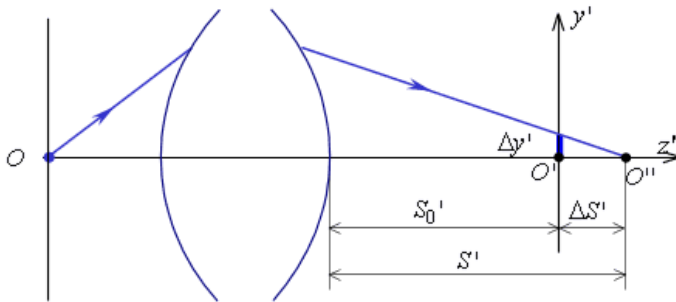


Рис.8.6. Повздовжні аберації осьового пучка для зображення ближнього типу.

Для зображення ближнього типу повздовжні аберації виражаються в міліметрах, для зображення дальнього типу (рис.8.7) повздовжні аберації виражаються в обернених міліметрах:

$$\Delta S' = \frac{1}{z'_0} - \frac{1}{z'}, \text{ [кдптр]} \quad (8.1.9)$$

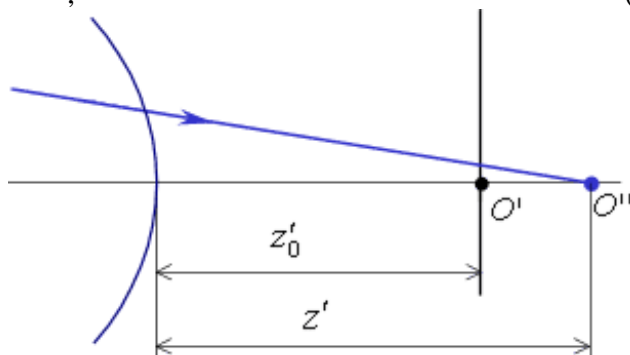


Рис.8.7. Повздовжні аберації осьового пучка для зображення дальнього типу.

Повздовжні аберації зв'язані з поперечними, і, відповідно, з хвильовими також:

$$\Delta S'' \approx \frac{\lambda}{A_0^2} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial W}{\partial \rho} \quad (8.1.10)$$

де  $A'_0$  – задня апертура осьового пучка.

Вираз (8.1.10) наближений, він може використовуватись тільки для випадку невеликих апертур.

Отже, з виразів (8.1.7) і (8.1.10) випливає, що хвильова, поперечна і повздовжня аберація – це різні форми представлення одного явища порушення гомоцентричності пучків. При оцінці якості зображення за вихідну модель абераційних властивостей оптичної системи беруть хвильову аберацію (за величиною хвильової аберації роблять висновок про якість оптичної системи). Однак, якщо аберації великі, то більш доцільно використовувати для оцінки якості зображення поперечні аберації.

## Лекція 9. Монохроматичні та хроматичні аберації

### Тема 9.1. Монохроматичні аберації

Аберації поділяють на **монохроматичні** і **хроматичні**. Монохроматичні аберації присутні, навіть якщо оптична система працює при монохроматичному випромінюванні.

Монохроматичні аберації поділяються на наступні типи:

- сферична,
- кома,
- астигматизм і кривизна зображення,
- дисторсія.

Зазвичай усі наступні аберації додаються до вже існуючих. Але ми будемо розглядати кожен тип аберацій окремо, так ніби існує тільки він.

#### 9.1.1. Розклад хвильової аберації ряд

Якщо в оптичній системі присутні усі типи аберацій, то для опису окремих типів аберацій хвильову аберацию можна розкласти в ряд за ступенями степеням канонічних координат зніць в наступному вигляді виде:

$$\begin{aligned} W(\rho_x, \rho_y) = & W_{00} + W_{20}(\rho_x^2 + \rho_y^2) + W_{40}(\rho_x^2 + \rho_y^2)^2 + W_{60}(\rho_x^2 + \rho_y^2)^3 + \dots \\ & + W_{11}\rho_x + W_{31}(\rho_x^2 + \rho_y^2)\rho_x + W_{51}(\rho_x^2 + \rho_y^2)^2\rho_x + \dots \\ & + W_{22}\rho_y^2 + W_{42}(\rho_x^2 + \rho_y^2)\rho_y^2 + \dots \end{aligned} \quad (9.1.1)$$

або в полярних координатах:

$$\begin{aligned} W(\rho, \varphi) = & W_{00} + W_{20}\rho^2 + W_{40}\rho^4 + W_{60}\rho^6 + \dots \\ & + W_{11}\rho \cos \varphi + W_{31}\rho^3 \cos \varphi + W_{51}\rho^5 \cos \varphi + \dots \\ & + W_{22}\rho^2 \cos^2 \varphi + W_{42}\rho^4 \cos^2 \varphi + \dots \end{aligned}$$

де  $W_{nm}$  ( $n$  – ступінь  $\rho$ ,  $m$  – ступінь  $\cos \varphi$ ) – коефіцієнт, значення якого визначає внесок конкретного типу ( $i$  порядку) аберації в загальну хвильову аберацию:

$W_{00}$  – постійна складова, яка може бути зведена до нуля відповідним вибором референтної сфери,  
 $W_{20}\rho^2$  – повздовжнє дефокусування,  
 $W_{40}\rho^4$  і  $W_{60}\rho^6$  – сферична аберація 3 і 5 порядку,  
 $W_{11}\rho \cos \varphi$  – дисторсія,  
 $W_{31}\rho^3 \cos \varphi + W_{51}\rho^5 \cos \varphi$  – кома 3 і 5 порядку,  
 $W_{22}\rho^2 \cos^2 \varphi + W_{42}\rho^4 \cos^2 \varphi$  – астигматизм 3 і 5 порядку.

В розкладі можуть бути і більш високі порядки, але ми їх розглядати не будемо. Порядок аберації визначається за ступенем координати  $\rho$  в розкладі поперечної аберації в ряд. Цей ряд отримуємо шляхом диференціювання виразу (9.1.2). Таким чином, поперечна аберація визначається наступним чином:

$$\Delta y' = \frac{\lambda}{A'} \cdot \frac{\partial W}{\partial \rho} = \frac{\lambda}{A'} [4W_{40}\rho^3 + 6W_{60}\rho^5 + \dots] \quad (9.1.3)$$

Розклад в ряд повздовжньої аберації має вигляд:

$$\Delta s' = \frac{\lambda}{A'^2} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial W}{\partial \rho} = \frac{\lambda}{A'^2} [4W_{40}\rho^2 + \dots] \quad (9.1.4)$$

### 9.1.2. Радіально симетричні аберації (дефокусування і сферична аберація)

Радіально симетричні аберації (розфокусування і сферична аберація) аналізуються і вивчаються при розгляді осьової точки предмета. Для опису радіально симетричних аберацій достатньо

використати одну радіальну координату зониці  $\rho = \sqrt{\rho_x^2 + \rho_y^2}$ :

$$W(\rho_x, \rho_y) = W(\rho) = W_{00} + W_{20}\rho^2 + W_{40}\rho^4 + W_{60}\rho^6 + \dots \quad (9.1.5)$$

#### 1. Дефокусування

$$W(\rho) = W_{20}\rho^2 \quad (9.1.6)$$

Дефокусування не призводить до порушення гомоцентричності пучка (рис.9.1.1), а тільки свідчить про повздовжнє зміщення площини зображення.



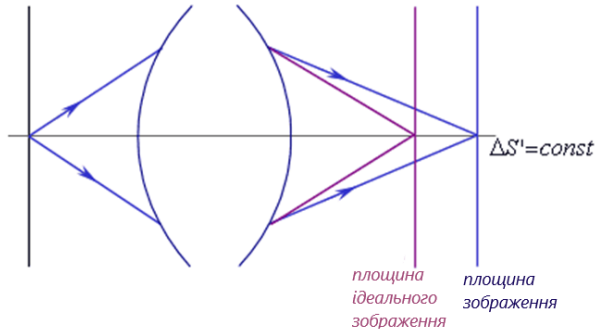


Рис.9.1.1. Дефокусування.

При дефокусуванні усі промені на виході оптичної системи перетинаються в доній точці, але не в точці ідеального зображення. Тому у випадку дефокусування повздовжня аберація постійна для усіх променів (для усіх точок зіниці):

$$\Delta S' = \frac{2 \lambda W_{20}}{A^2} = const \quad (9.1.7)$$

Якщо дефокусування немає, то площина зображення співпадає з **площиною Гауса** (площиною ідеального зображення). Щоб позбутись від дефокусування, потрібно просто відповідним чином пересунути площину зображення.

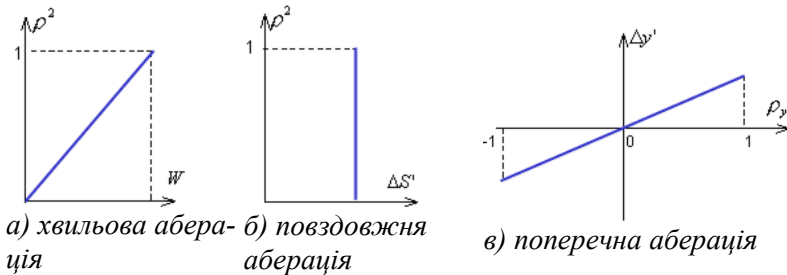


Рис.9.1.2. Графіки аберацій для розфокусування

При аналізі аберацій оптичних систем прийнято будувати графіки залежності поперечної, повздовжньої, і хвильової аберацій від координат зіниць. Якщо в оптичній системі присутнє тільки дефокусування, то ці графіки будуть виглядати як показано на рис.9.1.2.

## 2. Сферична аберація 3 порядку

$$W = W_{40}\rho^4 \quad (9.1.8)$$

Сферична аберація призводить до того, що промені, які виходять з осової точки предмета, не перетинаються в одній точці, утворюючи на площині ідеального зображення *кружок розсіяння* (рис.9.1.3). Нею володіють усі лінзи зі сферичними поверхнями. Щоб її усунути, необхідно зробити поверхні не сферичними. Сферичну аберацію 3 порядку називають також первинною **сферичною аберацією**.

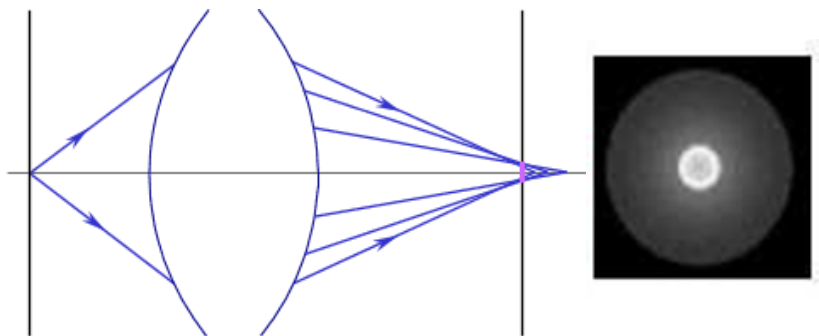


Рис.9.1.3. Сферична аберація.

Повздовжня і поперечна аберації в цьому випадку визначаються виразами:

$$\Delta S' = \frac{\lambda}{A'^2} \cdot 4W_{40}\rho^2 \quad (9.1.9)$$

$$\Delta y' = \frac{\lambda}{A'} \cdot 4W_{40}\rho^3 \quad (9.1.10)$$

В простих додатних лінзах сферична аберація 3 порядку від'ємна, а у від'ємних – додатна. Комбінуючи додатні і від'ємні лінзи можна виправляти сферичні аберації. Графіки хвильової, повздожньої та поперечної аберацій у випадку сферичної аберації 3 порядку представлені на рис.9.1.4.

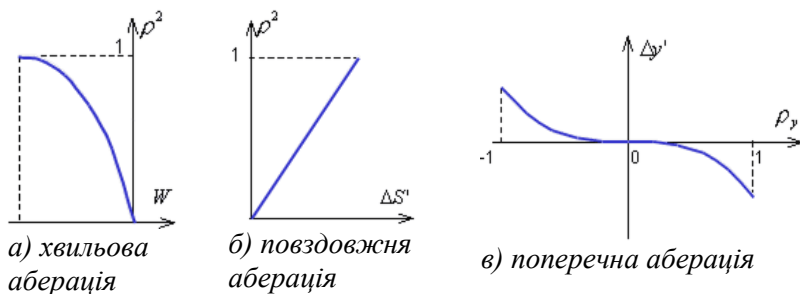


Рис.9.1.4. Графіки аберацій для сферичної аберації 3 порядку.

### 3. Сферична аберація 5 порядку

$$W = W_{60}\rho^6 \quad (9.1.11)$$

За характером спотворення гомоцентричності пучка променів сферична аберація 5 порядку повністю аналогічна сферичній аберації 3 порядку, тільки має більш високий порядок кривих на графіках поперечної і повздожньої аберацій.

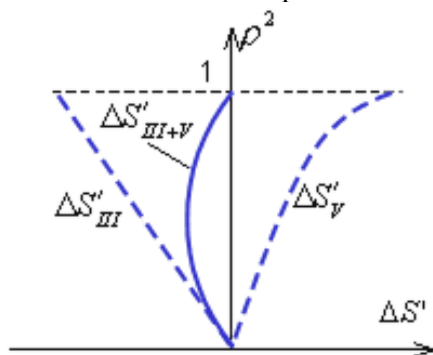


Рис.9.1.5. Взаємокомпенсація сферичної аберації 3 і 5 порядків.

В складних системах сферичні аберації 3 і 5 порядків мають різні знаки і можуть взаємно компенсувати одна одну. На рис.9.1.5 представлено графік оптимальної корекції сферичної аберації 3 і 5 порядків для апертурного променя. В результаті корекції залишкові аберації стають меншими, ніж самі аберації 3 і 5 порядків.

Однак у випадку сферичної аберації 3 і 5 порядків може бути і так, як показано на рис.9.1.6.: а) – аберація «недовиправлена», б) – аберація «перевиправлена».

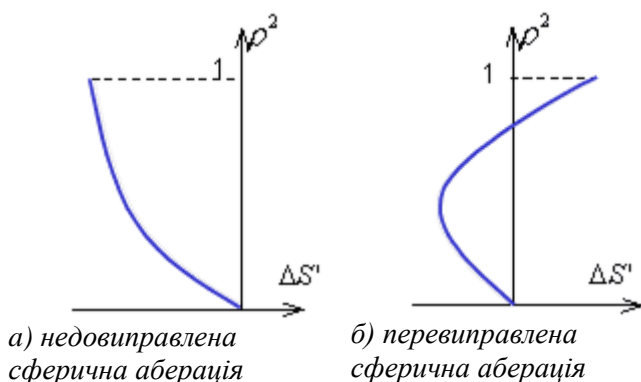


Рис.9.1.6. Графіки корекції сферичної аберації.

Оскільки повздовжнім дефокусуванням легко керувати шляхом переміщення площини зображення, то додаючи до сферичної аберації і дефокусування, можна вибрати найкраще з точки зору мінімуму сферичної аберації положення зображення. Зокрема, для сферичної аберації 3 порядку за допомогою виразів (9.1.9), (9.1.10) можна вирахувати положення зображення, в якому кружок розсіяння мінімальний. При цьому повздовжнє зміщення зображення складає 2/3 від повздовжньої аберації апертурного променя.

### 9.1.3. Кома

*Від грецької: кома – хвіст, пучок волосся.*

Кома з'являється при зміщенні точки предмета з вісі. Кома додається до інших аберацій (наприклад, до сферичної), але ми будемо розглядати її окремо від інших аберацій (рис.9.1.7).

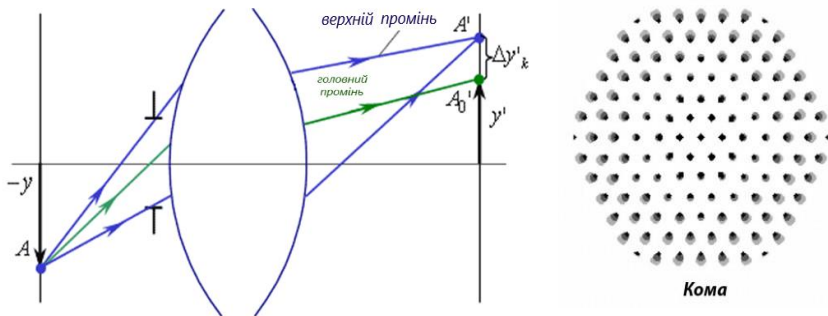


Рис.9.1.7.а) Структура пучка променів за наявності коми.

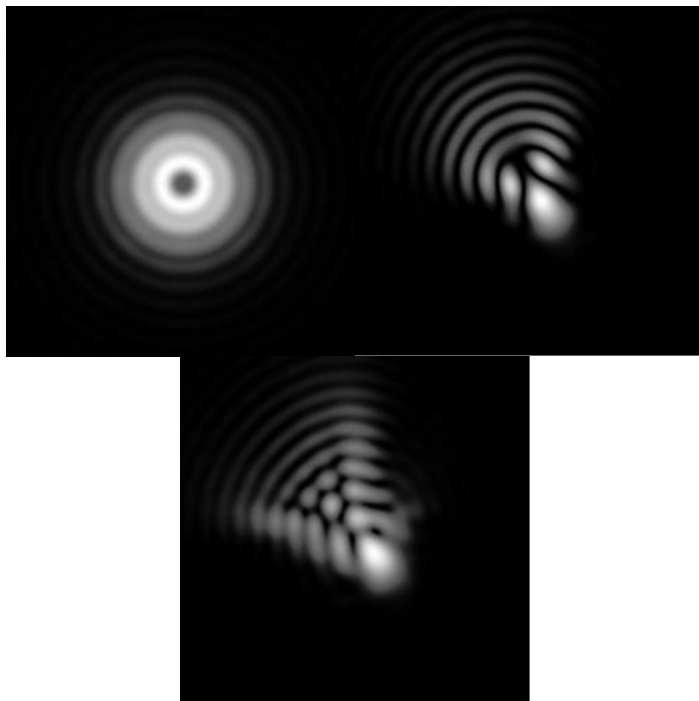


Рис.9.1.7.б) Ідеальний пучок, кома, кома і астигматизм

В першому наближенні кома прямо пропорційна зміщенню предмета з вісі. Якщо зміщення дорівнює нулю, то і кома рівна нулю. Таким чином, поперечна аберация за наявності коми прямо пропорційна величині предмета:

$$\Delta y'_k \sim \delta \cdot y \quad (9.1.12)$$

де  $\delta$  – коефіцієнт пропорційності, який визначає якість аберацийної корекції оптичної системи (чим менше  $\delta$ , тим краща оптична система).

Розклад в ряд хвильової аберации (параграф 9.1.1) за наявності коми 3 і 5 порядків:

$$W(\rho, \varphi) = W_{31} \rho^3 \cos \varphi + W_{51} \rho^5 \cos \varphi \quad (9.1.13)$$

або

$$W(\rho_x, \rho_y) = W_{31} (\rho_x^2 + \rho_y^2) \rho_y = W_{31} (\rho_x^2 \rho_y + \rho_y^3)$$

Тоді вираз для поперечних абераций (після диференціювання виразу (9.1.13)) буде виглядати наступним чином:

$$\begin{aligned} \Delta x' &= \frac{\lambda}{A'} \cdot \frac{\partial W}{\partial \varphi_x} = \frac{\lambda}{A'} \cdot W_{31} (2 \rho_x \rho_y) \\ \Delta y' &= \frac{\lambda}{A'} \cdot \frac{\partial W}{\partial \varphi_y} = \frac{\lambda}{A'} \cdot W_{31} (\rho_x^2 + 3 \rho_y^2) \end{aligned} \quad (9.1.14)$$

Опис поперечних абераций коми різняться для меридіонального і сагітального перерізів. В меридіональному перерізі  $\rho_x = 0$ , відповідно:

$$\begin{cases} \Delta x' = 0 \\ \Delta y' = \frac{\lambda}{A'} \cdot W_{31} \cdot 3 \rho_y^2 \end{cases} \quad (9.1.15)$$

В сагітальному перерізі  $\rho_y = 0$ , відповідно:

$$\begin{cases} \Delta x' = 0 \\ \Delta y' = \frac{\lambda}{A'} \cdot W_{31} \cdot \rho_x^2 \end{cases} \quad (9.1.16)$$

На рис.9.1.8 показані графіки поперечних аберацій для коми 3 порядку в меридіональному і сагітальному перетинах. Криві на графіках мають однакову форму, але в меридіональному перерізі значення  $\Delta y'$ , в 3 рази більше, ніж в сагітальному.

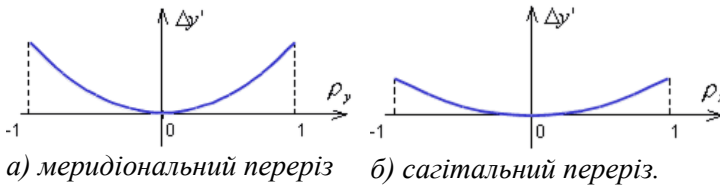


Рис.9.1.8. Поперечні аберації при комі 3 порядку.

Для того щоб краще зрозуміти поняття структуру поперечних аберацій при комі, розглянемо **точкову діаграму** променів. Розіб'ємо зіницю на множини рівновеликих площадок і розглянемо промені, що проходять крізь центри цих площадок (рис.9.1.9.а). Отримаємо картину променів, рівномірно розподілених по зіниці. Точки перетину цих променів з площиною зображення утворюють точкову діаграму (рис.9.1.9.б).

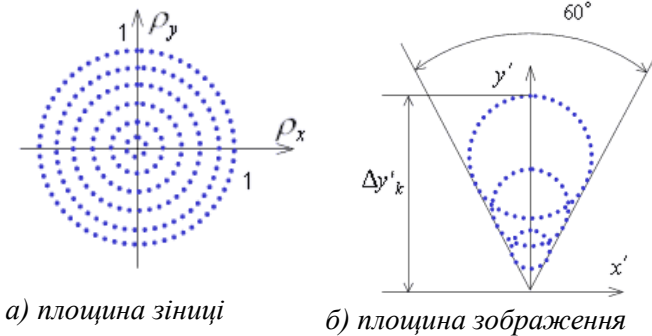


Рис.9.1.9. Точкова діаграма.

### Кома та неізопланатизм

В назві “неізопланатизм” присутні корні грецьких слів: *ізо* – однаковий, *рівний*, *планета* – блукаюче тіло.

**Ізопланатизм** – в околі вісі оптичної системи немає коми, але є сферична аберація (зображення різних точок предмета буде однаково поганим). **Апланатизм** – немає ані коми, ані сферичної аберації (зображення різних точок предмета ідеальне). Апланатизм може виконуватись тільки для якоїсь частини предмета, наприклад в околі вісі.

Про можливу величину коми можна робити висновок, не зміщуючи точку з вісі, якщо кількісно оцінити **неізопланатизм**. Така оцінка можлива, якщо використовувати умови апланатизму та ізопланатизму.

**Закон синусів Аббе** (умова апланатизму):

$$\frac{\sin \sigma}{\sin \sigma'} = \text{const} = V \quad (9.1.17)$$

Якщо ця умова виконується для усіх променів, то немає ані коми, ані сферичної аберації. Якщо присутня сферична аберація, то замість умови апланатизму використовують схожу умову – умову ізопланатизму:

$$\frac{\sin \sigma}{\sin \sigma'_0} = \text{const} = V \quad (9.1.18)$$

Рис.9.1.10 ілюструє відмінність у визначенні двох умов – умови синусів Аббе і умові ізопланатизму.

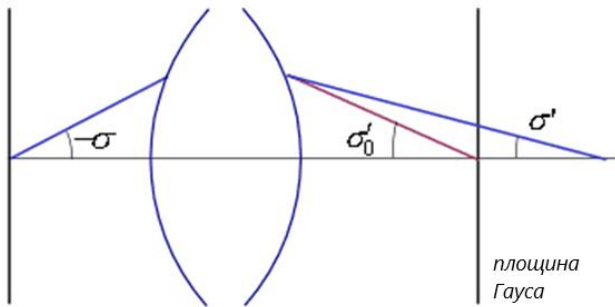


Рис.9.1.10. Кути променів, які використовують в умовах апланатизму та ізопланатизму.



Якщо умова ізопланатизму виконується, то коми в найближчому околі осьової точки не буде. Відносно відхилення від ізопланатизму (так звана міра коми) визначається наступним виразом:

$$\eta(\%) = \left( \frac{\sin \sigma}{\sin \sigma'_0 \cdot V} - 1 \right) \cdot 100\% \quad (9.1.19)$$

Поперечна аберація коми 3 порядку для точки зображення з координатою  $y'$  може бути представлена наступним чином:

$$\Delta y' = \frac{3\eta \cdot y'}{100\%} \quad (9.1.20)$$

#### 9.1.4. Астигматизм і кривизна зображення

Астигматизм з'являється при значному зміщенні точки предмета з вісі і додається до усіх решти аберацій. Змістимо предмет з вісі на значну відстань (рис.9.1.11). **Астигматизм** полягає в тому, що не співпадають точки фокусів в меридіональній  $F'_m$  і сагітальній  $F'_s$  площинах, тому промені нескінченно вузького пучка не сходяться в одній точці (рис 9.1.12). **Кривизна** полягає в тому, що найкраще зображення отримується на викривленій, а не на площині.

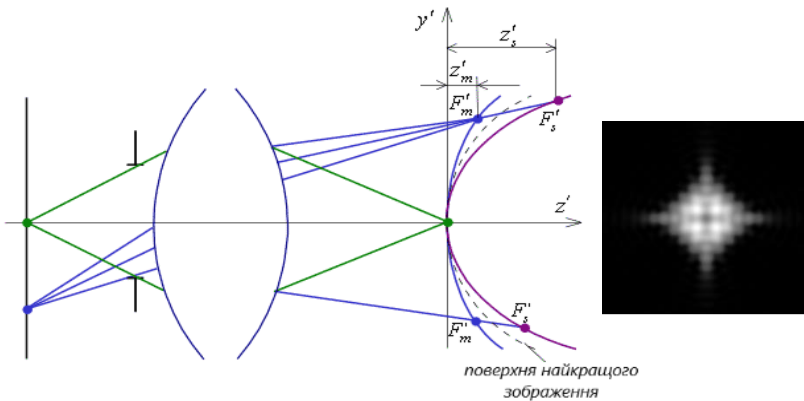


Рис.9.1.11. Астигматизм і кривизна зображення.

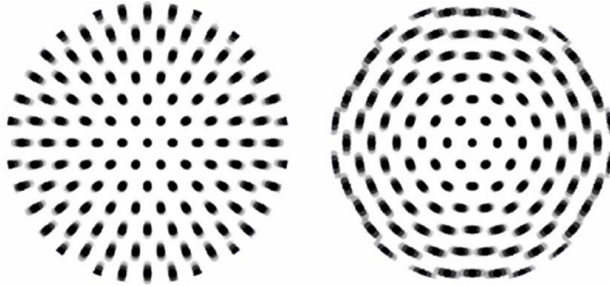


Рис.9.1.12. Меридіональний і сагітальний астигматизм пучка.

Розклад в ряд хвильової аберації (параграф 9.1.1) за наявності астигматизму 3 і 5 порядків:

$$W(\rho, \varphi) = W_{22}\rho^2 \cos^2 \varphi + W_{42}\rho^4 \cos^2 \varphi \quad (9.1.21)$$

або

$$W(\rho_x, \rho_y) = W_{22}\rho_y^2 + W_{42}(\rho_x^2 + \rho_y^2)\rho_y^2$$

Кількісно астигматизм і кривизна характеризуються повздовжніми астигматичними відрізками  $z'_m$  і  $z'_s$ . Меридіональна кривизна визначається відрізком  $z'_m$  – це відстань від площини параксіального зображення до меридіонального фокуса  $F'_m$ . Сагітальна кривизна визначається відрізком  $z'_s$  – це відстань від площини параксіального зображення до сагітального фокуса  $F'_s$ .

**Середня кривизна** визначається як напівсума астигматичних відрізків і вказує на положення найкращого зображення для даного пучка:

$$\Delta_{кр} = \frac{z'_m + z'_s}{2} \quad (9.1.22)$$

**Міра астигматизму** в повздовжньому вимірі визначається різницею астигматичних відрізків:

$$\Delta_{аст} = z'_m - z'_s \quad (4.2.23)$$

В першому наближенні середня кривизна пропорційна квадрату відстані від осі. Залежність кривизни і астигматизму по полю показують графіки повздовжніх аберацій для позаосьових пучків (рис.9.1.13).

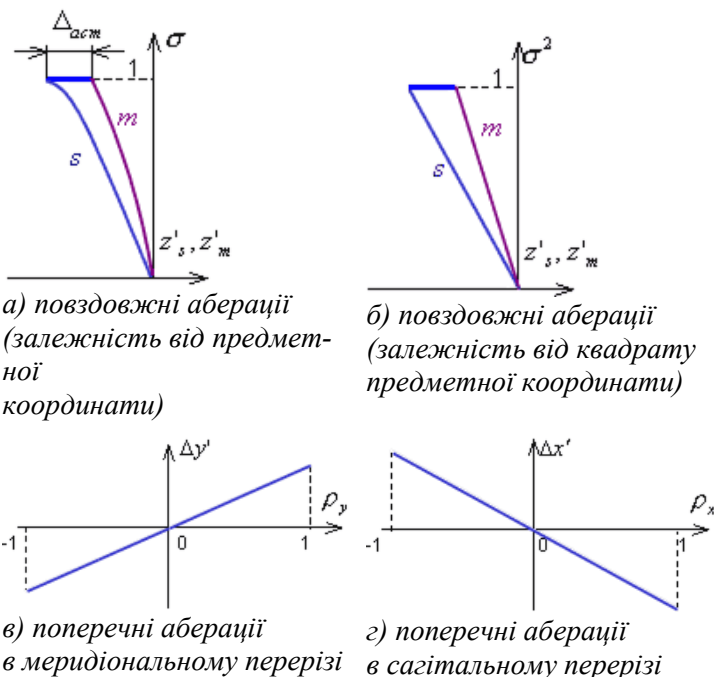


Рис.9.1.13. Астигматизм 3 порядку (повздовжні і поперечні аберації).

Тут  $\sigma$  – **відносна предметна координата** (на краю поля  $\sigma = 1$ , на вісі  $\sigma = 0$ ):

$$\sigma = \frac{y}{y_{\max}} \tag{9.1.24}$$

Для астигматизму більш високих порядків (5 і вище) графіки можуть виглядати, як показано на рис.9.1.14.

Залежно від положення площини зображення при астигматизмі пляма (зображення точки, що світиться) розсіяння може приймати форму еліпсів, відрізків або кола (рис.9.1.15). Горизонтальний відрізок спостерігається, якщо площина зображення співпадає з меридіональним фокусом, а вертикальний – якщо з сагітальним. Посередині між ними пляма розсіяння має форму круга. В інших положеннях – плями еліптичної форми.

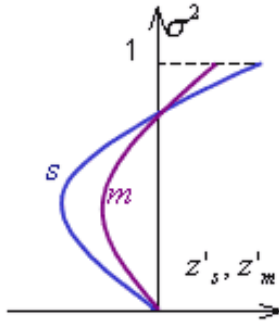


Рис.9.1.14. Повздожні аберації при астигматизмі 5 порядку.

Астигматизм властивий не тільки для широких, але і для параксіальних пучків. Тому діафрагмування не впливає на його величину. Як і інші аберації, астигматизм коригується підбором кривизни поверхні і товщини оптичних компонент, а також, повітряних прошарків між ними.

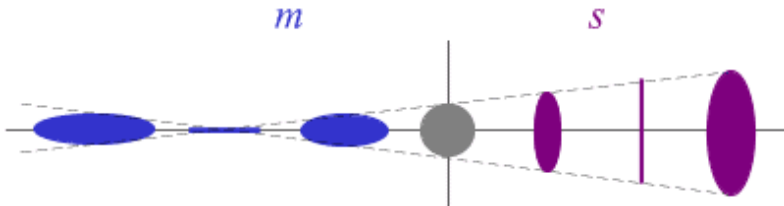


Рис.9.1.15. Плями розсіяння астигматичного пучка.

Одним з прикладів найпростішого об'єктиву з виправленим астигматизмом є монокуляр Уолостона, де, нахилені пучки, що направляються апертурною діафрагмою, потрапляють на поверхню меніскоподібної лінзи (**Меніск (лінза)** — опукло-вгнута (або вгнуто-опукла) лінза, обмежена двома сферичними поверхнями) під невеликими кутами до нормалей. При цьому, додатній астигматизм задньої (опуклої) поверхні меніску виявляється малим і може бути скомпенсованим від'ємним астигматизмом передньої (ввігнутої) поверхні. Однак, в цьому випадку, навіть при повному усуненні астигматизму, кривизна поверхні зображення велика. Таким чином, корегування астигматизму ще не гарантує різкості по всьому полю зображення.

### 9.1.5. Дисторсія

Якщо крім дисторсії (від латинського «спотворення») інших абераций немає, то точка зображається у вигляді точки (гомоцентричний пучок залишається гомоцентричним), але ця точка зміщена від ідеальної (рис.9.1.16).

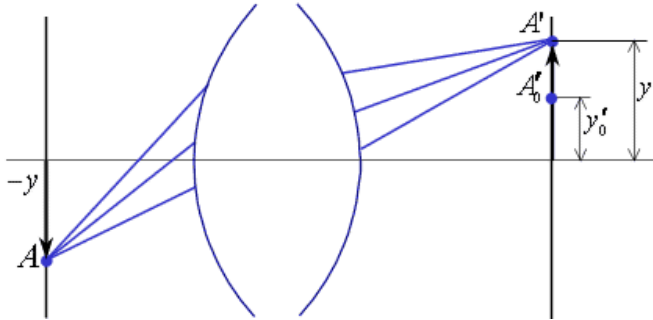


Рис.9.1.16. Дисторсія.

Розклад в ряд хвильової абератії (параграф 9.1.1) при наявності дисторсії:

$$W(\rho, \varphi) = W_{11}\rho \cos \varphi \quad (9.1.25)$$

або

$$W(\rho_x, \rho_y) = W_{11}\rho_y$$

При дисторсії величина зображення відрізняється від ідеального:

$$\Delta y' = y' - y'_0 \quad (9.1.26)$$

**Абсолютна дисторсія** (виражається в тих самих одиницях, що і величина зображення):

$$\Delta y' = y' - V \cdot y \quad (9.1.27)$$

де  $V$  – збільшення системи для даної точки поля.

**Відносна дисторсія:**

$$\Delta \% = \frac{\Delta y'}{y'_0} \cdot 100\% = \left( \frac{y'}{V \cdot y} - 1 \right) \cdot 100\% \quad (9.1.28)$$

Дисторсія характерна тим, що її величина нелінійно залежить від величини предмету, тобто збільшення різне для різних точок поля. Абсолютна дисторсія 3 порядку визначається диференціюванням виразу (9.1.25) і множенням на квадрат предметної координати  $\sigma$ :

$$\Delta y' = -\frac{\lambda}{A'_y} \cdot \frac{\partial(W_{11}\rho \cos \varphi)}{\partial \rho_y} \cdot \sigma^2 = -\frac{\lambda}{A'_y} W_{11} \sigma^2 \quad (9.1.29)$$

Графік відносної дисторсії 3 порядку наведено на рис.9.1.17. Для порівняння показано приблизний хід кривої дисторсії вищого порядку.

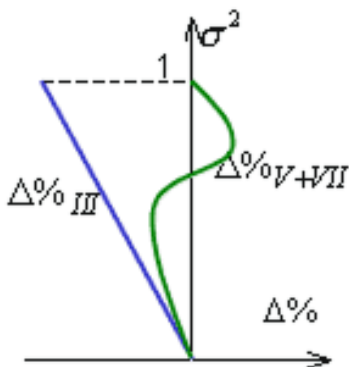


Рис.9.1.17. Дисторсія 3 і вищого порядків.

Наявність дисторсії призводить до викривлення прямих ліній, які не проходять через вісь (рис.9.1.18). Якщо квадратний предмет зображається у вигляді подушки – це додатна дисторсія. Якщо зображення квадрата має випуклі сторони (у вигляді бочки), то це від’ємна дисторсія.

Допустима відносна дисторсія (тобто дисторсія, яка при сприйнятті оком не спричиняє відчуття, що зображення спотворене) приблизно  $\Delta\% \approx 5 - 10\%$ . виправлення дисторсії важливе для вимірювальних приладів (зокрема, в фотограметричних системах), оскільки наявність дисторсії призводить до нелінійної помилки вимірювань. Наприклад, в фотолітографії допуск на абсолютну дисторсію не перевищує 20 нм.

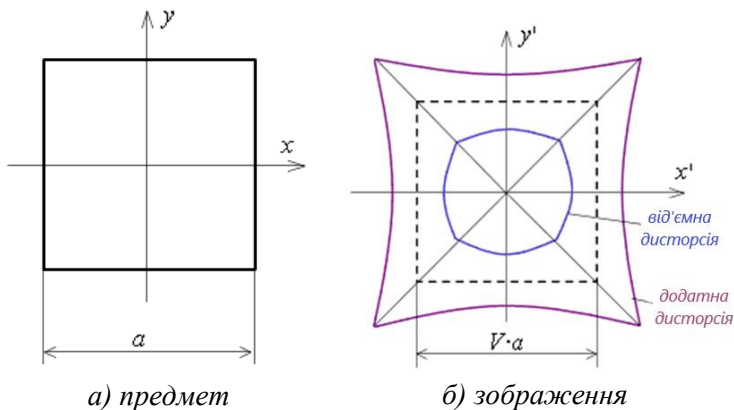


Рис.9.1.18. Дисторсія.

Виправляється дисторсія переважно «асферичним» елементом, тобто, лінзою з більш складною поверхнею, не сферичною, як у більшості інших лінз.

## Тема 9.2. Хроматичні аберації

**Хроматичні аберації** – це виникнення залежності характеристик оптичної системи від довжини хвилі світла (*хромато – колір*). Хроматичні аберації призводять до того, що в зображеннях незабарвлених предметів з’являється зафарбованість. Хроматичні аберації з’являються через те, що оптичні системи виготовлені з оптичного скла з показником заломлення, що залежить від довжини хвилі  $n = n(\lambda)$ .

Існують два основних види хроматизму:

- хроматизм положення,
- хроматизм збільшення.

### 9.2.1. Хроматизм положення

**Хроматизм положення** – це аберация, за якої зображення однієї точки предмету розміщені на різних відстанях від оптичної системи для різних довжин хвиль (різні положення площини

зображення). В цьому випадку фокуси також розміщені на різних відстанях (рис.9.2.1).

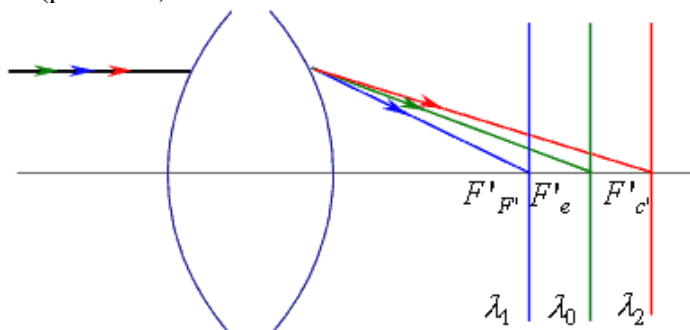


Рис.9.2.1. Хроматизм положення.

На рис.9.2.2 представлено типовий графік залежності положення зображення від довжини хвилі.

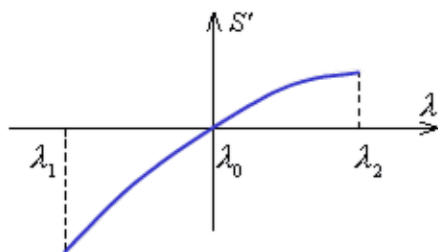


Рис.9.2.2. Графік залежності положення зображення від довжини хвилі.

Чим менша довжина хвилі, тим ближче зображення до оптичної системи. Чисельно хроматизм положення визначається різницею положень площини зображення для крайніх довжин хвиль ( $\lambda_1$  і  $\lambda_2$ ):

$$\Delta S'_{\lambda_1-\lambda_2} = S'_{\lambda_1} - S'_{\lambda_2} \quad (9.2.1)$$

Природній хроматизм виникає в оптичній системі, якщо усі лінзи виготовлені з одного сорту скла. В такому випадку оптична система **неахроматизована**.



Усунення (корекція) хроматизму може бути здійснена двома способами:

- використання дзеркальних систем, де хроматизм в принципі відсутній (катоптричні систем, наприклад система Касегрена),
- використання в лінзових (діоптричних) системах декількох сортів скла з різними коефіцієнтами дисперсії  $\nu_e$ .

### Принципи ахроматизації оптичних систем

Візьмемо дві тонкі лінзи з різних сортів скла. Якщо лінзи розміщені впритул одна до одної, то отримується тонка система. Задача ахроматизації зводиться до того, щоб оптична сила системи лінз не злежала від довжини хвилі. Оптична сила системи з двох тонких лінз:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 \quad (9.2.2)$$

Оптична сила кожної лінзи  $\Phi = (n - 1) \cdot (\rho_1 - \rho_2)$ . Нехай  $\lambda_1 - \lambda_2 = -\Delta\lambda$ , при цьому оптична сила кожної лінзи змінюється на величину:

$$\Delta\Phi = (n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}) \cdot (\rho_1 - \rho_2).$$

Знаючи число Аббе для будь-якого інтервалу довжин хвиль  $\nu = \frac{n_{\lambda_0} - 1}{n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}}$ , можна отримати наступний вираз:

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= (n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}) \cdot (\rho_1 - \rho_2) = \\ &= \left[ \frac{n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}}{n_{\lambda_0} - 1} \cdot (n_{\lambda_0} - 1) \cdot (\rho_1 - \rho_2) \right] = \frac{\Phi_{\lambda_0}}{\nu} \end{aligned} \quad (9.2.3)$$

Припустімо, що ці лінзи виготовлено з різних сортів скла, тоді умова ахроматизації буде виглядати так:

$$\begin{cases} \Phi_{\lambda_0} = \Phi_1 + \Phi_2 \\ \Delta\Phi = \frac{\Phi_1}{\nu_1} + \frac{\Phi_2}{\nu_2} = 0 \end{cases} \quad (9.2.4)$$

де  $\Phi_{\lambda_0}$  – оптична сила системи для основної довжини хвилі,  $\Phi_1, \Phi_2$  – оптичні сили першої і другої лінз для основної

довжини хвилі,  $\nu_1, \nu_2$  – коефіцієнти дисперсії стекла першої і другої лінз.

Розв'язавши систему лінійних рівнянь (4.3.4), отримаємо **рівняння ахроматизації** для двох сортів скла:

$$\begin{cases} \Phi_1 = \frac{\nu_1}{\nu_1 - \nu_2} \cdot \Phi \\ \Phi_2 = -\frac{\nu_2}{\nu_1 - \nu_2} \cdot \Phi \end{cases} \quad (9.2.5)$$

У скла мають бути різні коефіцієнти дисперсії, причому коефіцієнт дисперсії першої лінзи має бути більшим за коефіцієнт дисперсії другої лінзи ( $\nu_1 > \nu_2$ ), інакше може статись так, що система буде складатись із двох компонентів з близькими за величиною, але протилежними за знаком оптичними силами. Це призведе до необхідності збільшення оптичної сили компонентів, і як наслідок, до появи більших монохроматичних аберацій. Зазвичай для системи з двох лінз вибирають  $\nu_1 \approx 60$  (крон),  $\nu_2 \approx 30$  (флінт). Тоді  $\Phi_1 = \frac{60}{30} \cdot \Phi = 2\Phi$ ,  $\Phi_2 = -\frac{30}{30} \cdot \Phi = -\Phi$ ,  $\Phi = (2\Phi - \Phi)$  (рис.9.2.3).

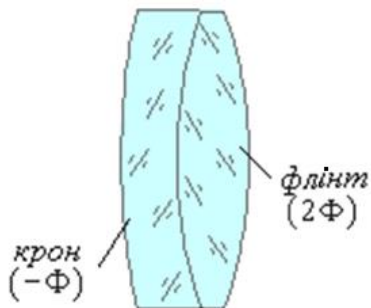


Рис.9.2.3. Ахроматична система з двох лінз.

В цьому випадку графік залежності положення зображення від довжини хвилі буде виглядати, як показано на рис.9.2.4. У такої системи немає хроматизму положення:  $\Delta S'_{\lambda_1 - \lambda_2} = 0$ .

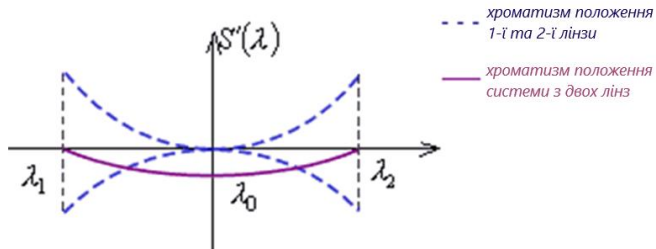


Рис.9.2.4. Графік хроматизму положення для систем з двох лінз.

Різниця на краях спектру зводиться до нуля, але залишається різниця положень зображення для центральної  $\lambda_0$  і крайніх ( $\lambda_1, \lambda_2$ ) довжин хвиль. Це **вторинний хроматизм** або вторинний спектр. Його величина визначається наступним чином:

$$\Delta S_{\lambda} = \frac{S'_{\lambda_1} + S'_{\lambda_2}}{2} - S'_{\lambda_0} \quad (9.2.6)$$

Вторинний спектр значно менший за первинний хроматизм положення, але тим не менш, він впливає на якість зображення. Для виправлення вторинного спектру необхідно не менше як три сорти скла з різною загальною дисперсією і відносною частковою дисперсією (такі системи називаються **апохромати**). Якщо при корекції хроматизму використовується ще більше марок скла, то така система називається **суперапохроматом**.

На рис.9.2.5 наведено графіки повздовжнього хроматизму першого порядку неахроматизованої і ахроматизованої системи.

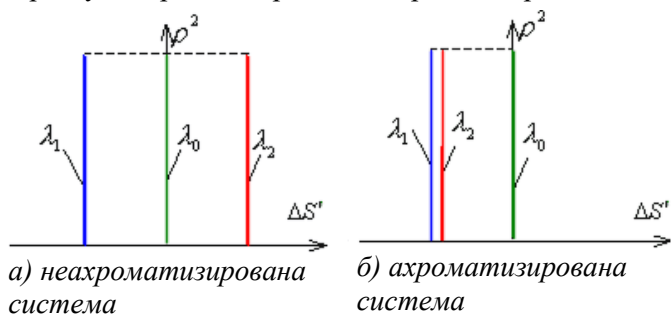


Рис.9.2.5. Повздовжній хроматизм першого порядку.

Якщо в оптичній системі присутні монохроматичні аберації третього і п'ятого порядків, то графіки повздовжнього хроматизму будуть виглядати, як показано на рис.9.2.6 та рис.9.2.7.

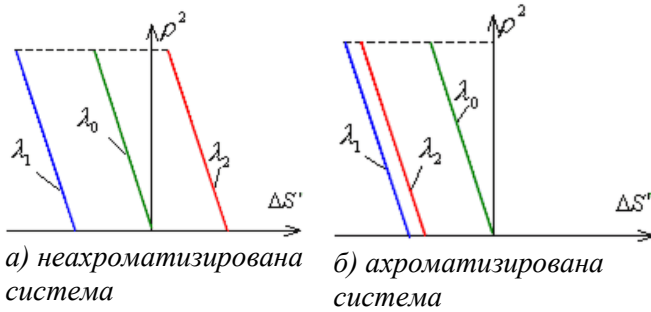


Рис.9.2.6. Повздовжній хроматизм за наявності аберацій третього порядку.

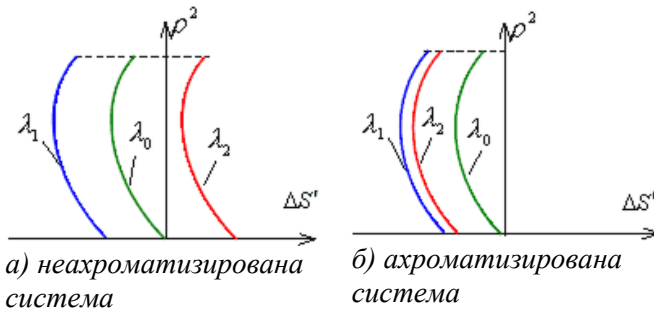


Рис.9.2.7. Наявні аберації третього та п'ятого порядків.

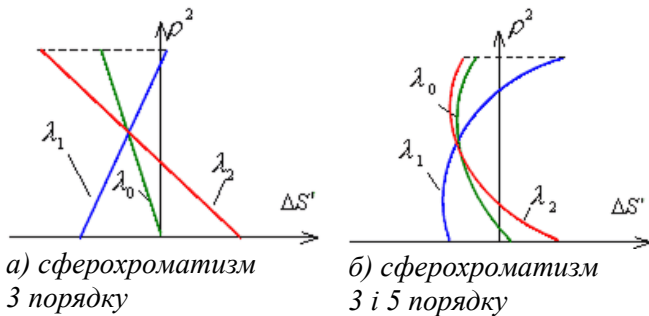


Рис.9.2.8. Сферохроматизм за наявності аберацій 3 і 5 порядків.

Криві хроматизму можуть бути взаємно нахилені, це так званий **сферохроматизм**, тобто хроматизм сферичної аберції (рис.9.2.8).

Як видно з рис.9.2.8, зазвичай сферохроматизм виправляється для значення  $\rho^2 \approx 0,5$ .

### 9.2.2. Хроматизм збільшення

**Хроматизм збільшення** – це аберція, за якої збільшення оптичної системи залежить від довжини хвилі (рис.9.2.9). Внаслідок цього замість зображення точки утворюється кольорова смуга.

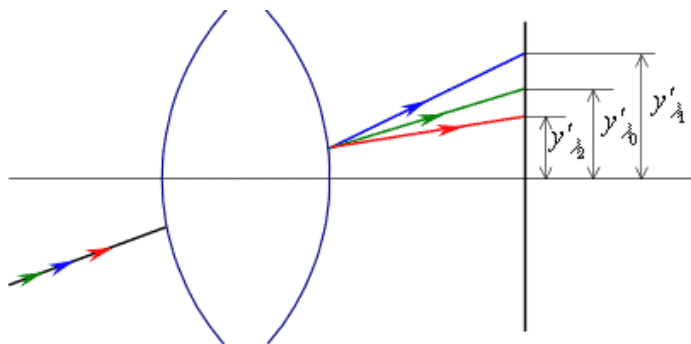


Рис.9.2.9. Хроматизм збільшення.

Чисельно **абсолютний хроматизм збільшення** (первинний спектр) визначаються як різниця величини зображення для крайніх довжин хвиль:

$$\Delta y'_{\text{хр}} = y'_{\lambda_1} - y'_{\lambda_2} \quad (9.2.7)$$

Вторинний спектр (вторинний хроматизм збільшення) визначається як різниця величини зображення для центральної і крайніх довжин хвиль:

$$\Delta y'_{\text{хр}} = \frac{y'_{\lambda_1} + y'_{\lambda_2}}{2} - y'_{\lambda_0} \quad (9.2.8)$$

Хроматизм збільшення вимірюється в тих самих одиницях, що і величина зображення: для ближнього типу – в міліметрах, для дальнього типу – в кутовій мірі.

**Відносний хроматизм збільшення:**

$$\text{первинний спектр: } \Delta_{\text{хр}}(\%) = \frac{y'_{\lambda_1} - y'_{\lambda_2}}{y'_{\lambda_0}} \cdot 100\% \quad (9.2.9)$$

$$\text{вторинний спектр: } \Delta_{\text{хр2}}(\%) = \left( \frac{y'_{\lambda_1} + y'_{\lambda_2}}{2y'_{\lambda_0}} - 1 \right) \cdot 100\% \quad (9.2.10)$$

Якщо виразити збільшення для різних довжин хвиль у вигляді:  $V_{\lambda_0} = \frac{y'_{\lambda_0}}{y}$ ,  $V_{\lambda_1} = \frac{y'_{\lambda_1}}{y}$ , то відносний хроматизм збільшення можна записати у наступному вигляді:

$$\frac{V_{\lambda_1} - V_{\lambda_2}}{V_{\lambda_0}} \cdot 100\% \quad (9.2.14)$$

Хроматизм збільшення прийнято розглядати тільки в одній площині установки. Оскільки типи хроматичних аберацій не зв'язані одна з одною, хроматизм збільшення може виправлятися незалежно від хроматизму положення. Зокрема, якщо оптична система тонка (рис.9.2.10), а апертурна діафрагма співпадає з нею, то хроматизм положення присутній, а хроматизму збільшення немає.

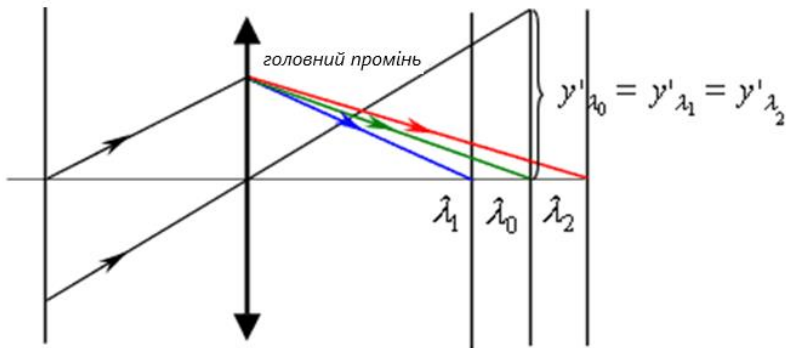


Рис.9.2.10. Хроматизм положення і збільшення тонкої лінзи.

Якщо в системі виправлено первинний хроматизм збільшення, то це **ахромат по хроматизму збільшення**, якщо виправлено вторинний хроматизм збільшення, то це **апохромат по хроматизму збільшення**, якщо хроматизм збільшення не виправлено, то це **неахромат по хроматизму збільшення**.

#### Контрольні питання до Розділу 4

4. Які форми представлення хвильових аберацій вам відомі?
5. Що представляє собою поперечна і повздожня аберації?
6. Які аберації належать до монохроматичних та ахроматичних?
7. Запишіть ряд розкладу хвильової аберації? За які аберації відповідають доданки цього ряду?
8. Що собою представляє аберация кома? Як її корегувати?
9. За яких умов виникає астигматизм і кривизна зображення?
10. Які види дисторії Ви знаєте?
11. Охарактеризуйте хроматичні аберації положення і збільшення.

## Розділ 5. Анатомія ока і зір

### Лекція 10. Оптична система ока. Будова ока та його характеристики. Дефекти зору

#### Тема 10.1. Око як оптична система

##### 10.1.1. Будова ока

На рисунку 10.1. зображено розріз очного яблука і показано основні деталі ока.

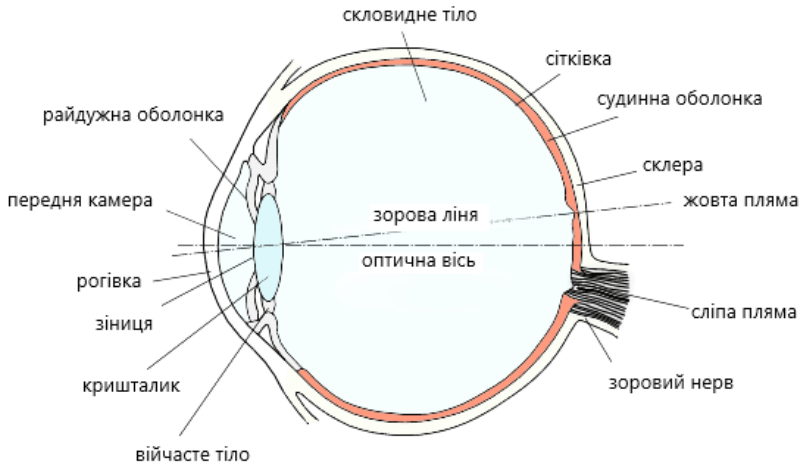


Рис. 10.1. Горизонтальний розріз правого ока.

Око представляє собою кулеподібне тіло (очне яблуко), майже повністю вкрите непрозорою твердою оболонкою (склерою). В передній частині ока оболонка переходить в опуклу і прозору рогівку. Склера і рогівка обумовлюють форму ока, захищають його і слугують місцем кріплення окорухаючих м'язів. Діаметр усього очного яблука біля 22-24 мм, маса 7-8 г.

Тонка судинна пластинка (райдужна оболонка) є діафрагмою, яка обмежує пучок променів, що проходить в око. Крізь отвір в райдужній оболонці (зіниця) світло проникає в око. В залежності від величини падаючого світлового потоку діаметр зіниці може змінюватись від 1 до 8 мм.



Окрім судин райдужна оболонка містить велику кількість пігментних клітин, в залежності від їх вмісту і глибини покладання райдужна оболонка має різний колір. Коли в райдужній оболонці немає ніякої забарвленої речовини, то вона здається червоною від крові, що міститься в пронизуючих її кровоносних судинах. В цьому випадку очі погано захищені від світла й іноді страждають світлобоязню (альбінізмом), але в темряві перевищують за гостротою зору очі з темним забарвленням.

Кришталік представляє собою подвійноопуклу еластичну лінзу, котра кріпиться на м'язах в'язчастого тіла. В'язчате тіло забезпечує зміну форми кристалика. Кришталік розділяє внутрішню поверхню ока на дві камери: передню камеру, заповнену водянистою вологою, та задню камеру, заповнену скловидним тілом.

Внутрішня поверхня задньої камери вкрита сітківкою, яка представляє собою світлочутливий шар. Подразнення, яке отримують світлочутливі елементи сітківки, передається волокнам зорового нерву і по ним досягає зорових центрів мозку. Між сітківкою та склерою знаходиться тонка судинна оболонка, яка складається з сітки кровоносних судин, що живлять око.

Місце входу зорового нерву представляє собою сліпу пляму. Дещо вище розміщена жовта пляма – ділянка найбільш ясного бачення. Лінія, що проходить крізь центр жовтої плями і центр кристалика, називається зоровою віссю. Вона відхилена від оптичної вісі ока на кут біля  $5^\circ$ .

### 10.1.2. Спрощена оптична схема ока

Потік випромінювання, відбитий від спостережуваного предмета, проходить крізь оптичну систему ока і фокусується на внутрішній поверхні ока – сітківці, утворюючи на ній обернене і зменшене зображення (мозок «перевертає» обернене зображення, і воно сприймається як пряме). Оптичну систему ока складають рогівка, водяниста волога, кристалик та скловидне тіло (рис. 10.2). Особливістю цієї системи є те, що останнє середовище, що його проходить світло безпосередньо перед утворенням зображення на сітківці, володіє показником заломлення, відмінним від одиниці. Внаслідок чого фокусні відстані оптичної системи ока у зовнішньому просторі (передня фокусна відстань) та всередині ока (задня фокусна відстань) неоднакові.

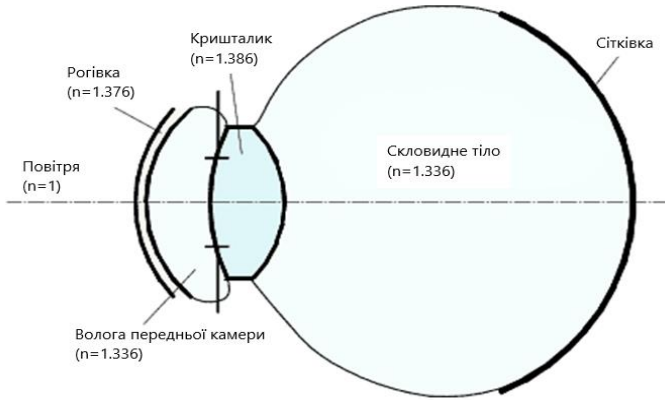


Рис. 10.2. Оптична система ока.

Заломлення світла в оці відбувається головним чином на його зовнішніх поверхнях – рогівці, а також на поверхнях кришталіка. Райдужна оболонка визначає діаметр зіниці, величина якого може змінюватись мимовільним м'язовим зусиллям від 1 до 8 мм.

Оптична система ока надзвичайно складна, тому при розрахунках ходу променів зазвичай використовують спрощені, еквівалентні справжньому оку «схематичні очі». В таблиці 10.1 наведені дані для акомодованого та не акомодованого ока.

Таблиця 10.1. Дані «схематичного ока»

№	В стані спокою			В стані найбільшої акомодациї		
	радіус кривизни	осьова відстань	показник заломлення	радіус кривизни	осьова відстань	показник заломлення
1	7,7	0,5	1,376	7,7	0,5	1,376
2	6,8	3,1	1,336	6,8	2,7	1,336
3	10,0	3,6	1,386	5,33	4,0	1,386
4	-6,0	15	1,336	-5,33	15	1,336
	Оптична сила $\Phi = 58$ дптр			Оптична сила $\Phi = 70$ дптр		

Оптична сила ока обчислюється як обернена фокусна відстань:

$$\Phi = \frac{1}{f'} \text{ [дптр]} \quad (10.1)$$

де  $f'$  – задня фокусна відстань ока, виражена в метрах.

### 10.1.3. Акомодація

Акомодація – це здатність ока пристосовуватись до чіткого розрізнення предметів, розміщених на різних відстанях від ока.

Акомодація відбувається шляхом зміни кривизни поверхонь кришталика за допомогою натягу чи розслаблення війчастого тіла. Коли війчасте тіло натягнуте, кришталик розтягується і його радіуси кривизни збільшуються. При зменшенні натягу м'язи кришталика під дією пружних сил збільшують свою кривизну.

У вільному, не напруженому стані нормального ока на сітківці отримуються ясні зображення нескінченно віддалених предметів, а при найбільшій акомодатії видно найближчі предмети.

*Положення предмета, за якого утворюється різке зображення на сітківці для ненапруженого ока, називають дальньою точкою ока.*

*Положення предмета, за якого утворюється різке зображення на сітківці при найбільшому можливому напруженні ока, називають ближньою точкою ока.*

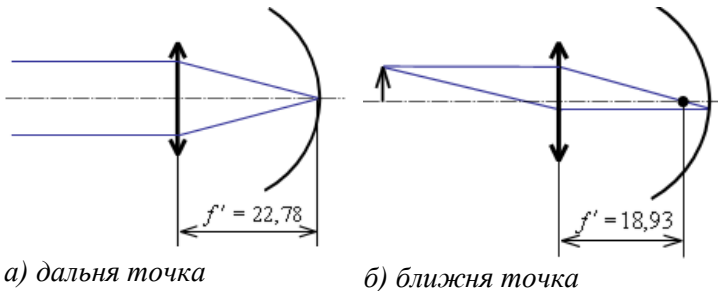


Рис. 10.4. Зображення ближньої і дальньої точки.

При акомодатії ока на безмежність задній фокус співпадає з сітківкою. За найбільшого напруження на сітківці отримується

зображення предмета, який знаходиться на відстані приблизно 9 см (рис. 10.4).

Різниця обернених величин відстаней між ближньою та дальньою точками називають діапазоном акомодації ока (вимірюється в дптр).

З віком здатність ока до акомодації поступово зменшується. Скажімо, у віці 20 років для середнього ока ближня точка знаходиться на відстані біля 10 см (діапазон акомодації 10 дптр), в 50 років ближня точка розміщується на відстані вже біля 40 см (діапазон акомодації 2.5 дптр), а в 60 років уходить на нескінченність, тобто акомодация припиняється. Це явище називається віковою далекозорістю або пресбіопією.

*Відстань найкращого зору* – це відстань, на якій нормальне око зазнає найменшого напруження при розгляді деталей предмета.

В середньому відстань найкращого зору складає біля 25-30 см, хоча для кожної людини вона може бути індивідуальною.

## **Тема 10.2.** Око як приймач зображення

### 10.2.1. Будова сітківки

Сітківка – це складне переплетення нервових клітин і нервових волокон, які з'єднують нервові клітини між собою та зв'язують око з корою головного мозку. Основними світлочутливими елементами (рецепторами) є два види клітин: одні – у вигляді стеблинки, називаються паличками (висота 30 мкм, товщина 2 мкм), інші – більш короткі і більш товсті, називаються колбочками (висота 10 мкм, товщина 6-7 мкм).

Палички та колбочки розрізняються за своїми функціями: палички володіють більшою чутливістю, але не розрізняють кольори і є апаратом сутінкового зору (зір за слабкої освітленості); колбочки чутливі до кольору, але менш чутливі до світла і тому є апаратом денного зору. Всього в оці налічується біля 130 мільйонів паличок і 7 мільйонів колбочок. Розподіл рецепторів по сітківці не є рівномірним: в області жовтої плями переважають колбочки, а паличок дуже мало; до периферії сітківки, навпаки, число колбочок швидко зменшується і лишаються самі лише палички.

На сітківці є особливе місце, що лежить не на оптичній осі, а дещо вбік від неї, ближче до скроневої частини голови, яке називається жовтою плямою через свій колір. Ця частина сітківки має в середині невелике центральне заглиблення – центральну ямку. По напрямку до цього заглиблення товщина сітківки в жовтій плямі зменшується, зникають майже усе її проміжні шари і лишаються практично лише палички і колбочки з їх нервовими закінченнями. В самій ямці відсутні і палички, так що в ній усе дно вкрито тільки колбочками. Діаметр жовтої плями – біля 1 мм, а відповідне до неї поле зору ока – 6-8. Діаметр центральної ямки – 0.4 мм, поле зору – 1.

В жовтій плямі до більшості колбочок підходять окремі волокна зорового нерву. За межами жовтої плями одне волокно зорового нерву завжди обслуговує цілі групи колбочок або паличок. З цієї причини тільки в області ямки і жовтої плями око може розрізняти тонкі деталі. В решті областей сітківки цілі групи елементів, які займають відносно велику площу, одночасно передають своє подразнення одному нервовому волокну, і картина, яка сприймається мозком, стає грубою, позбавленою деталей. Будь-яке відхилення зображення в бік від ямки призводить до зменшення чіткості зображення, а коли зображення сходить з жовтої плями, то розрізнення мілких деталей предмета зовсім припиняється. Периферійна частина сітківки слугує в основному для орієнтації в просторі.

В паличках знаходиться особливий пігмент – родопсин, який збирається в них в темряві і вицвітає при світлі. Сприйняття світла паличками обумовлене хімічними реакціями під дією світла на родопсин. Колбочки реагують на світло за рахунок реакції йодопсина.

Крім родопсина та йодопсина дно ока володіє ще одним пігментом чорного кольору, роль якого полягає в оберіганні світлочутливого апарату від надто сильних світлових подразнень. За відсутності світлового подразнення зерна цього пігменту знаходяться на задній поверхні сітківки. Але при впливі світла починається переміщення зерен назустріч падаючому світлу. Вони проникають в шари сітківки і, поглинаючи значну частину світлової енергії, в сильній степені затуляють таким чином палички і колбочки від світлового подразнення.

На місці стовбура зорового нерву розташована сліпа пляма. В області сліпої плями немає ані колбочок, ані паличок, і ця ділянка сітківки не чутлива до світла. Діаметр сліпої плями 1,88 мм, що відповідає полю зору 6°. Це означає, що людина з відстані в 1 м може не побачити предмет діаметром 10 см, якщо його зображення проектується на сліпу пляму.



*Переконайтесь, що в оці існує сліпа пляма, можна, виконавши наступний дослід: піднести рисунок до ока на відстань 10 см, закрити ліве око і дивитись на хрестик правим оком. Якщо пересувати рисунок, то в певний момент зображення іншої фігури буде не видно – воно попаде на сліпу пляму.*

### 10.2.2. Спектральна чутливість

Оптичні пристрої, що працюють разом з оком, мають справу з тою частиною потоку випромінювання, яка впливає на око. До неї відноситься видима область спектру в інтервалі довжин хвиль 380 – 780 нм.

Сумісна дія випромінювання на сітківку ока сприймається як біле світло; випромінювання, що містить одну визначену довжину хвилі (монохроматичне), сприймається як кольорове. Потоки випромінювання однакової величини, але які відповідають різній довжині хвилі, спричиняють неоднакове подразнення сітківки ока і тому викликають відчуття, відмінні не тільки за довжиною хвилі (за кольором), але і за інтенсивністю. Найбільш сильний вплив на око має випромінювання жовто-зеленого кольору з довжинами хвиль 550 – 570 нм.

Вплив потоку випромінювання з довжиною хвилі 555 нм умовно приймають за одиницю; дію на око випромінювання інших довжин хвиль у видимій ділянці спектру оцінюють коефіцієнтом відносної спектральної чутливості:

$$K_{\lambda} = \frac{V_{\lambda}}{V_{\lambda=555}}, \quad (10.2)$$

де  $V_\lambda$  – абсолютна спектральна чутливість випромінювання з довжиною хвилі  $\lambda$ ;  $V_{\lambda=555}$  – абсолютна спектральна чутливість для довжини хвилі  $\lambda=555$  нм.

Наприклад, потік випромінювання оранжевих променів ( $\lambda=610$  нм) потужністю в 1 Вт спричиняє світлове відчуття такої ж інтенсивності, як потік зелених променів ( $\lambda=555$  нм) потужністю 0,5 Вт. Тому коефіцієнт відносної спектральної чутливості для оранжевих променів становить  $K_{\lambda=610} = 0,5$ . Якщо необхідно забезпечити однакове зорове відчуття для довжин хвиль 760 нм і 555 нм, то потік випромінювання для  $\lambda=760$  нм має бути в 20 000 раз потужнішим.

Вигляд кривої відносної спектральної чутливості ока показано на рис. 10.5. При зменшенні освітленості крива відносної спектральної чутливості ока зсувається в блакитну область, і в сутінках максимум спектральної чутливості ока припадає на  $\lambda=515$  нм. Це явище називається ефектом Пуркин'є.

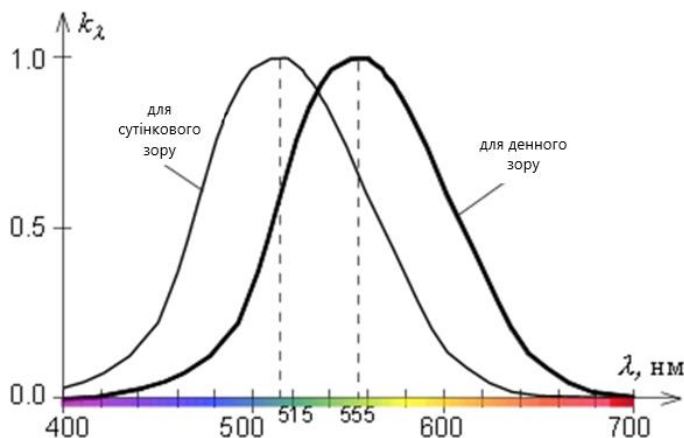


Рис. 10.5. Крива спектральної чутливості ока.

### Сприйняття кольору

В основі сприйняття кольору лежать складні фізико-хімічні процеси, що відбуваються в зорових рецепторах. Розрізняють три типи «колбочок», які проявляють найбільшу чутливість до трьох основних кольорів видимого спектру:

- червоно-оранжевому (600 – 700 нм);
- зеленому (500 – 600 нм);
- синьому (400 – 500 нм).

Особливості чутливості до кольору для клітин визначаються відмінностями в зоровому пігменті. Комбінації збуджень цих приймачів різних кольорів дають відчуття усієї гами кольорових відтінків.

Ці кольори називаються трьома первинними кольорами – RGB (Red, Green, Blue). Усі кольори, що зустрічаються в природі, можна створити, змішуючи світло трьох цих довжин хвиль і варіюючи їх інтенсивність. Суміш, яка складається зі 100% кожного кольору, дає біле світло. Відсутність усіх кольорів дає відсутність світла або чорний колір.

У випадку послаблення сприйняття одного з кольорів кольоровий зір може порушуватись. Відомі три різновиди часткової колірної аномалії: «червоносліпі», «фіолетосліпі» та «зеленосліпі». Вперше порушення кольорового зору було виявлене у відомого англійського хіміка Дж. Дальтона: він не сприймав червоний колір. Цей дефект зору став називатись дальтонізмом. Дальтонізм обумовлений зміною в чоловічій хромосомі й зустрічається у 5-8% чоловіків та лише у 0,4% жінок.

Сприйняття кольору помітно змінюється залежно від зовнішніх умов. Один і той самий колір сприймається по-різному при сонячному світлі і при світлі свічки. Однак зір людини адаптується до джерела світла, що дозволяє в обох випадках ідентифікувати колір як один і той самий – відбувається колірна адаптація (в темних окулярах спочатку усе здається забарвленим в колір окулярів, але цей ефект через деякий час пропадає). Аналогічно смаку, нюху, слуху та іншим органам чуття сприйняття кольору так само індивідуальне. Люди відрізаються один від одного навіть чутливістю до діапазону видимого світла.

### 10.2.3. Адаптація

Пристосування ока до змінних умов освітленості називається **адаптацією**.

Розрізняють *темнову* та *світлову* адаптацію.



*Темнова адаптація* відбувається при переході від більших яскравостей до менших. Якщо око початково мало справу з високими яскравостями, то працювали колбочки, палички ж були засліплені, родопсин вицвів, чорний пігмент проник в сітківку, затуляючи колбочки від світла. Якщо раптово яскравість видимих поверхонь значно зменшиться, то спочатку розкриється ширше отвір зіниці, пропускаючи до ока більший світловий потік. Потім з сітківки почне зникати чорний пігмент, родопсин буде відновлюватись, і тільки коли його набереться достатньо, почнуть функціонувати палички.

Оскільки колбочки зовсім не чутливі до дуже слабких яскравостей, то спочатку око не буде нічого розрізняти, і тільки поступово приходить в дію новий механізм зору. Лише через 50-60 хвилин перебування в темряві чутливість ока досягає максимального значення.

*Світлова адаптація* – це процес пристосування ока при переході від менших яскравостей до більших. При цьому відбувається зворотна серія явищ: подразнення паличок завдяки швидкому розкладу родопсину надзвичайно сильне, вони «засліплені», і навіть колбочки, не захищені ще зернами чорного пігменту, подразнені дуже сильно. Тільки після достатнього періоду часу пристосування ока до нових умов закінчується, припиняється неприємне відчуття засліплення і око набуває усі зорові функції. Світлова адаптація продовжується 8-10 хв.

Отже, адаптація забезпечується трьома явищами:

- зміною діаметру отвору зіниці;
- переміщенням чорного пігменту в шарах сітківки;
- різною реакцією паличок і колбочок.

Зіниця може змінюватись в діаметрі від 2 до 8 мм, при цьому його площа і, відповідно, світловий потік змінюються в 16 разів. Скорочення зіниці відбувається за 5 сек, а його повне розширення – за 5 хв.

### **Тема 10.3. Характеристики ока**

Загальне **поле зору** ока величезне, більше, ніж у будь-якого іншого оптичного приладу ( $125^\circ$  по вертикалі і  $150^\circ$  по горизонталі), але в дійсності для ясного розрізнення може бути

використана лише незначна частина цього поля. Поле найбільш досконалого зору (що відповідає центральній ямці) біля  $1-1,5^\circ$ , і біля  $8^\circ$  по горизонталі та  $6^\circ$  по вертикалі, якщо вважати достатньо задовільним зір в області усєї жовтої плями. Уся інша частина поля зору слугує тільки для грубого орієнтування в просторі.

Внаслідок цієї особливості світлочутливого апарату окові для огляду навколишнього простору доводиться здійснювати неперервну обертальну дію в своїй орбіті. Очне яблуко може обертатись в межах  $45-50^\circ$ . Це обертання приводить зображення різних предметів на центральну ямку і дає можливість розглядати їх детально. Рух ока відбувається без участі свідомості і, як правило, не помічається людиною.

В будь-якій оптичній системі існує певна кінцева межа у виразності деталей. Для конструкторів-оптиків велику цікавість представляє величина нижньої межі роздільної здатності, за якої око розрізняє два сусідні точкові об'єкти, оскільки від цієї величини залежать усі допуски на характеристики оптичних приладів, що працюють з оком.

**Кутова межа роздільної здатності ока** – це мінімальний кут, за якого око спостерігає роздільно дві точки, що світяться.

Кутова межа роздільної здатності ока складає близько  $1'$ . Кутова межа роздільної здатності залежить від багатьох факторів: від контрасту предметів, від освітленості, від діаметру зіниці і від довжини хвилі. Крім того, межа роздільної здатності збільшується при віддаленні зображення від центральної ямки та за наявності дефектів зору.

Зазвичай при конструюванні приладів для візуальних спостережень передбачається, що діаметр світлового пучка, який потрапляє в око, не перевищує  $4-5$  мм. При розрахунку таких приладів майже ніколи не враховують недоліки ока, оскільки вони змінюються від людини до людини.

#### **Тема 10.4.** Дефекти зору і їх корекція

Якщо дальня точка ока нескінченно віддалена, то таке око називають *нормальним* або *еметропічним*. При цьому око добре розрізняє предмети і на відстані, і близько. Це означає, що оптичний апарат ока (рогівка і кришталик) мають фокусну відстань, рівну довжині вісі ока, і фокус в цьому випадку попадає точно на

сітківку. При еметропії зображення від далеко розміщених предметів фокусується в центральній ямці сітківки – найбільш чутливій області сприйняття апарату ока. Неспівпадіння дальньої точки з нескінченно віддаленою називають *аметропією* ока.

Для ока властиві три основних недоліки:

- **міопія (короткозорість)**, за якої промені від нескінченно віддаленого точкового джерела фокусується перед сітківкою (рис. 5.6 а).
- **гіперметропія (далекозорість)**, за якої дійсний фокус променів від нескінченно віддаленого предмету лежить за сітківкою (рис. 5.6 б).
- **астигматизм**, за якого заломлююча здатність ока різна в різних площинах, які проходять крізь його оптичну вісь.
- 

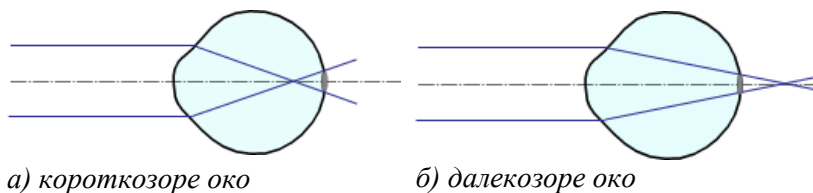


Рис. 10.6. Фокусування паралельного пучка короткозорим і далекозорим оком.

Причин **короткозорості** може бути дві. Перша – видовжене очне яблуко за нормальної заломлюючої сили ока. Друга причина – надто велика оптична сила оптичної системи ока (більше 60 діоптрій) за нормальної довжини ока (24 мм). І в першому, і в другому випадку зображення від предмета не може сфокусуватись на сітківку, а знаходиться всередині ока. На сітківку попадає тільки фокус від близько розташованих до ока предметів, тобто дальня точка ока наближається від нескінченності на кінцеву відстань (рис. 10.7 а).

Щоб скорегувати короткозорість, потрібно за допомогою окулярів побудувати зображення нескінченно віддаленої точки в те місце, яке око може бачити без усякого напруження, тобто в дальній точці. Для виправлення короткозорості використовують

від'ємні окуляри (рис. 10.7 б), які будують зображення нескінченно віддаленої точки перед оком.

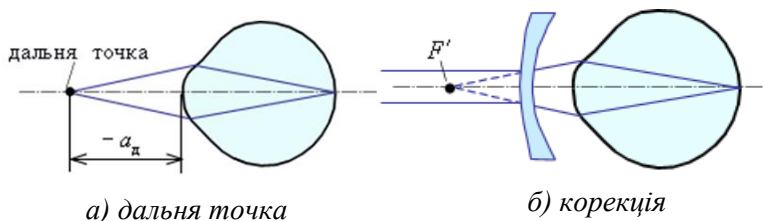


Рис. 10.7. Корекція короткозорості.

Короткозорість може бути вродженою, однак частіше за все вона з'являється в дитячому чи підлітковому віці, причому по мірі росту очного яблука в довжину короткозорість збільшується. Справжній короткозорості, як правило, передують так звана помилкова короткозорість – наслідок спазму акомодатії. В цьому випадку при застосуванні засобів, які розширюють зіницю і знімають напруження війчастого м'яза, зір відновлюється до норми.

**Далекозорість** спричиняється слабкою оптичною силою оптичної системи ока для даної довжини очного яблука (або коротке око за нормальної оптичної сили, або мала оптична сила ока за нормальної довжини). Оскільки далекозоре око володіє відносно слабкою заломлюючою здатністю, щоб сфокусувати зображення на сітківці, збільшується напруження м'язів, які змінюють кривизну кришталіка, тобто оку доводиться акомодуватись. Але навіть і цього буває недостатньо, щоб розглянути предмети на відстані. При розгляді близько розміщених предметів напруження ще більше зростає: чим ближче предмети до ока, тим далі за сітківку зміщується їх зображення (рис. 10.8 а).

Скорегувати далекозорість можна за допомогою додатних окулярів (рис. 10.8.б), які будують зображення нескінченно віддаленої точки за око.

У новонародженого око дещо стиснуте в горизонтальному напрямку, тому в очей є невелика далекозорість, яка проходить по мірі росту очного яблука.

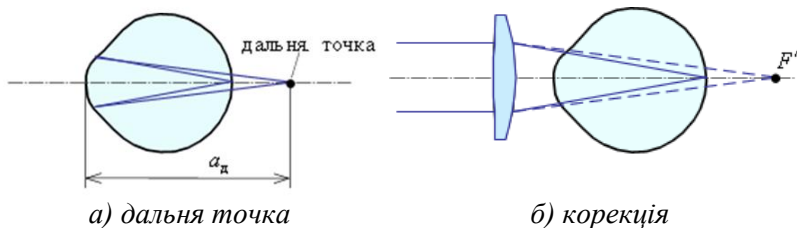


Рис. 10.8. Корекція далекозорості.

За невеликої далекозорості зір на відстань і поблизу хороший, але можуть бути скарги на швидку втомлюваність, головний біль при роботі. За середнього ступеня далекозорості зір на відстань залишається хорошим, а поблизу – ускладненим. За високої далекозорості поганим стає зір і на відстань, і поблизу, оскільки вичерпано усі можливості ока фокусувати на сітківку зображення навіть тих предметів, що знаходяться на далекій відстані.

Аметропія ока виражається в діоптріях як величина, обернена до відстані від першої поверхні ока до дальньої точки (рис. 10.7 а), рис. 10.8 а)), вираженої в метрах:

$$A = \frac{1}{a_d}, \text{ [дптр]} \quad (10.3)$$

Оптична сила лінзи, необхідна для корекції короткозорості чи далекозорості, залежить не тільки від величини аметропії, але і від відстані від окулярів до ока. Контактні лінзи розміщують впритул до ока, тому їх оптична сила рівна аметропії.

Наприклад, якщо при короткозорості дальня точка знаходиться перед оком на відстані 50 см, то  $A = \frac{1}{-0,5} = -2$  дптр, тобто для виправлення такої короткозорості потрібні від'ємні окуляри з оптичною силою  $\Phi = -2$  дптр.

Слабка ступінь аметропії вважається до 3 діоптрій, середня – від 3 до 6 діоптрій і висока ступінь – вище 6 діоптрій.

Причина **астигматизму** лежить або в неправильній, несферичній формі рогівки (в різних перетинах ока, які проходять крізь вісь, радіуси кривизни неоднакові), або в нецентрованому по

відношенню до оптичної вісі ока положенні кришталіка. Обидві причини призводять до того, що для різних перетинів ока фокусні відстані виявляються неоднаковими.

За астигматизму в одному оці додаються ефекти короткозорості, далекозорості і нормального зору. Може, наприклад, статись так, що для вертикального перетину фокусна відстань рівна нормальній, а для горизонтального – більша нормальної. Тоді око виявиться в горизонтальному перетині короткозорим і не зможе бачити ясно горизонтальних ліній на нескінченності, а вертикальні буде чітко розрізняти. На близькій відстані завдяки акомодатції око прекрасно розрізняє вертикальні лінії, а горизонтальні будуть розмитими.

Астигматизм частіше за все є вродженим, але може стати наслідком операції або травми ока. Крім дефектів зорового сприйняття, астигматизм зазвичай супроводжується швидкою втомлюваністю очей, пониженням зору і головним болем.

Виправлення астигматизму можливе за допомогою циліндричних (збиральних або розсіювальних) лінз. До астигматизму як правило додаються інші дефекти зору – короткозорість або далекозорість, тому астигматичні окуляри містять зазвичай і сферичні, і циліндричні елементи.

### **Контрольні питання до Розділу 5**

1. Будова ока.
2. Оптична схема ока. Акомодатія і адаптація.
3. Як відбувається процес побудови зображення в оці? Які функцію виконує сітківка?
4. Що таке спектральна чутливість ока? Як людина бачить?
5. Наведіть основні оптичні характеристики ока.
6. Які дефекти зору виникають і як їх корегувати?

## Розділ 6. Оптичні системи приладів

### Лекція 11. Типи оптичних систем. Фотоапарати

#### Тема 11.1. Класифікація оптичних систем

Усі складні оптичні системи можна представити у вигляді системи тонких лінз. Усі реальні оптичні системи класифікуються за ознаками положення предмета і зображення.

1. Предмет розміщено на нескінченності ( $-\infty$ ), а зображення знаходиться на кінцевій відстані. Такі системи називають **фотографічними**.

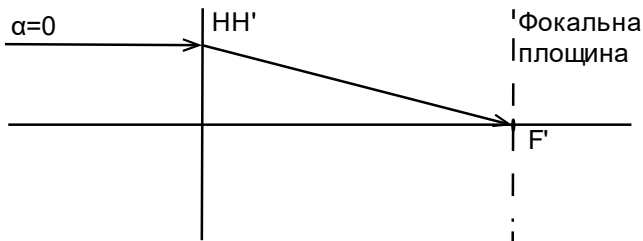


Рис. 11.1.1. Фотографічна оптична система.

2. Предмет розміщено на нескінченності ( $-\infty$ ). Зображення також знаходиться на нескінченності ( $+\infty$ ). Системи подібного виду називають **телескопічними** або **афокальними**.

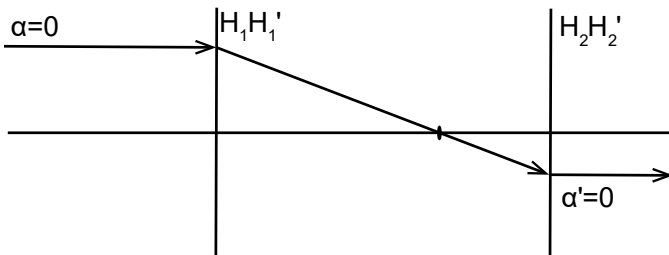
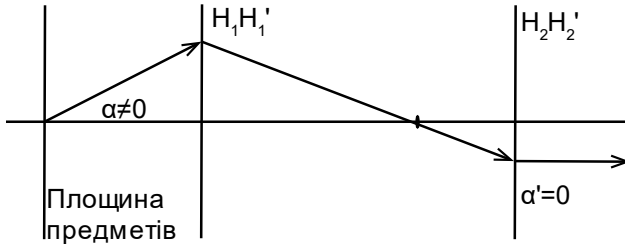


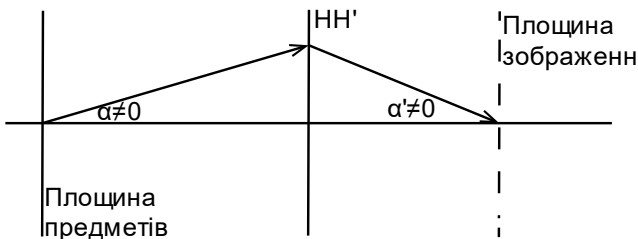
Рис. 11.1.2. Телескопічна оптична система.

3. Предмет розміщено на кінцевій відстані, а зображення – на нескінченності ( $+\infty$ ). Такі системи називаються системами **мікроскопа**.



*Рис. 11.1.3. Оптична система мікроскопа.*

4. Предмет розміщено на кінцевій відстані і зображення також знаходиться на кінцевій відстані. В залежності від характеру прийому зображення такі системи називаються **проекційними**, чи **репродукційними**.



*Рис. 11.1.4. Проекційна оптична система.*

## Тема 11.2. Фотоапарати

**Фотоапарат** – це, напевне, найпоширеніший оптичний прилад. В наш час фотоапарат є майже у кожного. Причому сучасні компактні фотоапарати настільки прості у використанні, що багато хто навіть не уявляє собі принцип дії фотоапарата і не розуміє, які характеристики важливі для його роботи.



Фотоапарат як оптичний прилад можна розділити на декілька складових частин: об'єктив, видошукач, система фокусування, затвор (діафрагма), система експонетрії і приймач зображення (плівка або ПЗЗ-матриця). Крім перерахованих, до складу фотоапарата зазвичай входять і інші пристрої (спалах, пристрій перемотування плівки тощо).

### 11.2.1. Характеристики об'єктиву фотоапарата

Об'єктив фотоапарата формує дійсне обернене зображення предмета на поверхні приймача зображення. **Об'єктив** – найважливіша частина фотоапарата. Розглянемо його основні характеристики.

#### 1. Фокусна відстань фотооб'єктива

Фокусна відстань визначає збільшення об'єктива і поле зору:

$$y' = f \cdot \operatorname{tg} \omega = -f' \cdot \operatorname{tg} \omega, \quad (11.1)$$

де  $\omega$  – поле зору об'єктива,  $y'$  – розмір зображення.

Чим менша фокусна відстань, тим більше поле зору і тим менше збільшення. Розмір зображення фотоапарату визначається діагоналлю кадру  $g$ :  $y' = g/2$ . Для стандартної плівки розмір кадру 35x24 мм, а діагональ кадру біля 43 мм.

#### 2. Поле зору фотооб'єктива

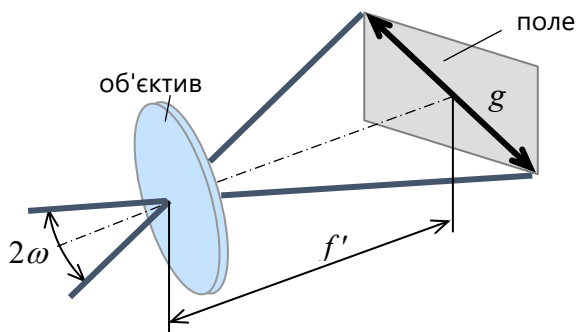


Рис. 11.2.1. Поле зору об'єктива.

**Поле зору об'єктива** називається найбільший кут з вершиною в оптичному центрі об'єктива, за якого всі предмети, які знаходяться в його межах, будуть зображені об'єктивом в площині його кадрового вікна (рис. 11.2.1). За межами цього кута лежить зображення із різкістю і яскравістю, які значно зменшуються.

Кутове поле зору визначається співвідношенням діагонали кадру до фокусної відстані об'єктива:

$$2\text{tg}\omega = g/f' \quad (11.2)$$

де  $g$  – діагональ кадру.

### 3. Відносний отвір фотооб'єктива

**Відносний отвір** – це абсолютне значення відношення діаметру апертурної діафрагми до задньої фокусної відстані об'єктива:

$$D/f' \quad (11.3)$$

Оскільки величина, обчислена як результат ділення  $D$  на  $f'$ , майже завжди виражається десятковим дробом менше 1, то відносний отвір прийнято виражати у вигляді дробу  $1:k$  (наприклад,  $1:3,5$ ), де  $k$  – *число діафрагми* (величина, обернена до відносного отвору). Іноді на об'єктивах для позначення відносного отвору використовують напис  $f/k$  (наприклад,  $f/3,5$ , що еквівалентне запису  $1:3,5$  і вказує, що фокусна відстань в  $3,5$  рази більша, ніж діаметр апертурної діафрагми).

Об'єктиви з великими відносними отворами мають переваги перед іншими за невисокої освітленості. Однак збільшення відносного отвору простих об'єктивів призводить як правило до зниження якості зображення, оскільки аберації найбільш помітні за великої апертури.

**Світлосила об'єктива** – здатність об'єктива передавати яскравість об'єкта.

Геометрична світлосила виражається квадратом відносного отвору:

$$H_{\Gamma} = \left(D/f'\right)^2 \quad (11.4)$$

Існує стандартний ряд відносних отворів: 1:0.7; 1:1; 1:1.4; 1:2; 1:2.8; 1:3.5; 1:4; 1:5.6; 1:8; 1:11; 1:16 і т.д. При переході від одного відносного отвору з цього ряду до наступного діаметр діфрагми зменшується в  $\sqrt{2}$  разів, а світлосила – в 2 рази.

Об'єктив називають *світлосильним*, якщо його число діфрагми  $k = 2,8 \dots 4,5$ , *надсвітлосильним*, якщо  $k < 2$  і *малосвітлосильним*, якщо  $k > 5,6$ .

Фактична світлосила завжди дещо менша тієї, яку мав би забезпечувати геометричний відносний отвір, через часткове поглинання світла в масі скла і відбивання світла від поверхонь лінз, які межують з повітрям.

**Ефективна світлосила** враховує коефіцієнт світлопропускання фотооб'єктива:

$$H_{\text{еф}} = \left( D / f' \right)^2 \cdot \tau, \quad (11.5)$$

де  $\tau$  – коефіцієнт світлопропускання фотооб'єктива.

Для збільшення ефективної світлосили і зменшення бліків використовують просвітлюючі покриття. Принцип дії просвітлюючих покриттів наступний: на поверхню лінз наносять один або декілька шарів тонкої плівки з певним показником заломлення. Товщина цієї плівки становить  $1/4$  довжини хвилі променів того кольору, для якого створюється просвітлення оптики ( $\lambda/4$ ). За рахунок інтерференції світла, яке відбивається від передньої і задньої поверхонь плівки, збільшується коефіцієнт світлопропускання лінзи. Завдяки використанню просвітлюючих покриттів в сучасних просвітлених об'єктивах різниця між геометричною і ефективною світлосилою становить менше 2–3%.

#### **4. Роздільна здатність фотооб'єктива**

**Роздільна здатність фотооб'єктива** – це здатність об'єктива передавати мілкі деталі в фотозображенні.

Роздільна здатність фотооб'єктива виражається максимальним числом штрихів (ліній) на 1 мм в центрі і на краю фотозображення. Фотографічна роздільна здатність визначається шляхом фотографування штрихової міри та враховує не тільки характеристики об'єктиву, але і характеристики фотоматеріалу.

## 5. Глибина різкості фотооб'єктива

Оскільки у всіх об'єктивів є аберації, одна точка об'єкта завжди буде зображуватись у вигляді кола розмиття. Однак при розгляді зображення оком це не помічається, оскільки роздільна здатність ока обмежена. Максимально допустимий розмір кола розмиття, який око сприймає як одну точку, називається допустимим колом нерізкості. Для негативів форматом 24x36 мм допустиме коло нерізкості становить біля 0.03-0.05 мм (враховуючи, що зображення збільшується до фотографії 13x18 см і розглядається з відстані 25-30 см).

З рисунку 11.2.2 видно, що, хоча з найкращою різкістю зображується той об'єкт, на який наводиться різкість, дійсно різкими отримуються об'єкти, розміщені дещо далі та ближче від нього, тобто існують передня і задня границі, між якими розміщене різко зображуваний простір.

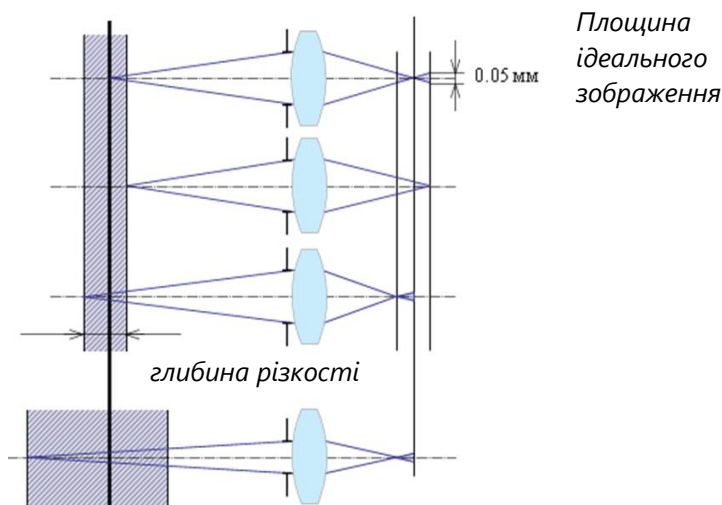


Рис. 11.2.2. Глибина різко зображуваного простору.

**Глибина різкості об'єктиву** – це відстань між найближчим та найвіддаленішим предметом, які за даної діафрагми будуть різкими.

Глибина різкості об'єктиву залежить від відносного отвору і фокусної відстані. Чим менший відносний отвір і фокусна

відстань об'єктива, тим більшою є глибина різкості, оскільки діаметр кіл нерізкості зменшується (рис. 11.2.2). Наприклад, при  $k = 2,8$ , передня границя буде на відстані біля 15 м, при  $k = 16$  – на відстані 1.5 м.

Глибина різкості об'єктиву залежить і від відстані до об'єкта: чим далі об'єкт, тим більша глибина різкості. Завдяки цьому можливе таке положення об'єкту, за якого дальня межа глибини різкості стане рівною нескінченності. Відстань зйомки в цій точці, тобто найкоротша відстань, за якої «нескінченність» попадає в область глибини різкості, називається гіперфокальною відстанню. Якщо встановити об'єktiv на гіперфокальну відстань, то область глибини різкості буде простягатись від половини гіперфокальної відстані до нескінченності.

Наприклад, якщо у об'єктива  $f = 35$  мм діафрагма встановлена на  $k = 11$  і відстань зйомки встановлена на гіперфокальній відстані 3 м, то усі об'єкти в межах глибини різкості (від 1.5 м до нескінченності) будуть знаходитись у фокусі.

### 11.2.2. Класифікація фотооб'єктивів

В залежності від поля зору, яке визначається співвідношенням фокусної відстані та діагоналі кадру, об'єктиви розділяють на три групи:

1. нормальні (поле зору  $40 - 60^\circ$ );
2. ширококутні або короткофокусні (поле зору більше  $60^\circ$ );
3. вузькокутні або довгофокусні (поле зору менше  $40^\circ$ ).

Об'єктиви з різними фокусними відстанями слугують певним цілям. В багатьох жанрах фотографії використовують оптимальні фокусні відстані, які дозволяють досягти необхідного результату, властивого цьому жанру. Наприклад, при зйомці пейзажу часто застосовують ширококутні об'єктиви з невеликою фокусною відстанню, а при портретній зйомці зазвичай використовують довгофокусні.

#### 1. Нормальні

У таких об'єктивів фокусна відстань близька до величини діагоналі кадру  $f' = g$ . Для звичайної плівки діагональ кадру  $g \approx 43$  мм, тому до нормальних відносять усі об'єктиви, фокусна відстань яких  $f' = 40 - 50$  мм. Поле зору у них біля  $40 - 60^\circ$ .

Крізь такий об'єктив кадр і перспектива виглядають приблизно так само, як бачить людське око, тому у таких об'єктивів найбільш натуральне зображення. Нормальні об'єктиви можуть використовуватись практично для будь-якої зйомки.

## **2. Ширококутні (короткофокусні)**

У ширококутних об'єктивів фокусна відстань менша діагоналі кадру  $f' < g$ . Ширококутні об'єктиви характеризуються невеликою фокусною відстанню в діапазоні приблизно  $f' = 20 - 35$  мм. Поле зору у таких об'єктивів більше  $60^\circ$ .

Ширококутні об'єктиви з фокусною відстанню 28-35 мм є найбільш поширеними. Їх особливістю є більша глибина різкості, до їх недоліків можна віднести наявність перспективних спотворень при зйомці близькорозташованих об'єктів та нерівномірне освітлення кадру (більше в центрі і менше по краях). Цей тип об'єктивів призначений для знімків найрізноманітнішого жанру, коли необхідно мати великий кут зору, наприклад при зйомці пейзажу чи при зйомці загальним планом в обмеженому просторі.

Надширококутні об'єктиви мають фокусну відстань приблизно до 20 мм і охоплюють дуже великий кут зйомки ( $2\omega > 100^\circ$ ), що іноді необхідно для пейзажної чи архітектурної зйомки. Прикладом такого об'єктиву може бути об'єктив типу «Риб'яче око», поле зору у якого  $180^\circ$ . Поле зображення у такого об'єктиву зазвичай круглої форми, а усі лінії, що не проходять крізь центр зображення, викривлені.

## **3. Вузькокутні (довгофокусні)**

Вузькокутні об'єктиви мають фокусну відстань більше діагоналі кадру  $f' > g$ , а поле зору менше  $40^\circ$ . Фокусна відстань таких об'єктивів більша 50 мм. Зазвичай в якості довгофокусних використовують об'єктиви спеціальної конструкції (телеоб'єктиви), які дозволяють досягнути більшої фокусної відстані за порівняно невеликої довжини самого об'єктиву.

Оскільки вузькокутні об'єктиви наближають об'єкт зйомки, їх використовують при зйомці віддалених предметів, коли потрібно збільшити масштаб зображення (наприклад, при  $f' = 300$  мм зображення буде в 6 разів крупнішим, ніж при  $f' = 50$  мм). У таких об'єктивів невелика глибина різкості.

#### 4. Об'єктиви зі змінною фокусною відстанню

Об'єктиви зі змінною фокусною відстанню (ZOOM-об'єктиви) дозволяють отримувати зображення різного масштабу за незмінної відстані до об'єкту зйомки. Наприклад, за допомогою об'єктиву з діапазоном фокусних відстаней  $f' = 35 - 70$  мм можна змінити масштаб зйомки в два рази.

Оптичні системи таких об'єктивів складаються з великої кількості оптичних елементів, і вимірювання їх фокусної відстані забезпечується шляхом переміщення внутрішніх компонентів (рис. 11.2.3).

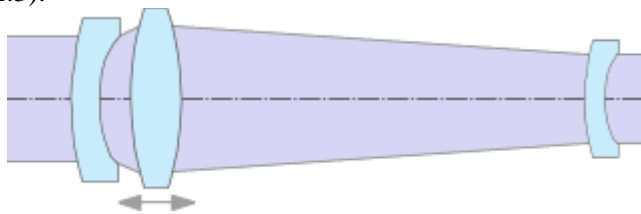


Рис. 11.2.3. Об'єктиви зі змінною фокусною відстанню.

ZOOM об'єктиви мають найрізноманітніший діапазон фокусних відстаней, наприклад 17-35мм, 24-120мм, 100-300мм. Відносний отвір у ZOOM-об'єктивів зазвичай різний для різних фокусних відстаней. Наприклад, об'єктив 28-105 має значення діафрагми від 3.5 до 4.5, це означає, що мінімальне значення відносної діафрагми для 28мм – 3.5, а для 105мм – 4.5. Позначається це як 28-105/3.5-4.5.

#### 11.2.3. Видошукачі

Видошукач дозволяє визначити межі зображуваного в кадрі простору і здійснити фокусування зображення об'єктів зйомки. За будовою видошукача фотокамери зазвичай ділять на дві групи: дзеркальні (в яких у видошукачі видно зображення, що пройшло крізь об'єктив) і не дзеркальні.

В не дзеркальних фотоапаратах об'єкт зйомки видно через спеціальний видошукач, що не залежить від об'єктиву. Як правило видошукач представляє собою примітивну телескопічну систему, збільшення якої відповідає збільшенню об'єктиву. Рамки корекції паралаксу (паралакс - видиме зміщення або різниця орієнтації об'єкта, що розглядається з двох різних позицій). Що далі розташований об'єкт, то менше змінюється його візуальна

позиція. Що ближча відстань до об'єкта, або що більша відстань між точками спостереження (база), то більший паралакс) дозволяють оцінити зсув реального зображення відносно видимого в видошукачі, який з'являється за невеликих дистанцій зйомки через те, що оптичні вісі об'єктива і видошукача не співпадають.

В дзеркальних фотоапаратах між фотоплівкою і об'єктивом під кутом 45 до оптичної вісі об'єктива розміщується дзеркало, що відкидається, і направляє зображення вгору на матове скло. При цьому на матовому склі отримується дзеркально обернене зображення (рис. 11.2.4). Пентапризма з дозволяє розглядати через видошукач пряме зображення.

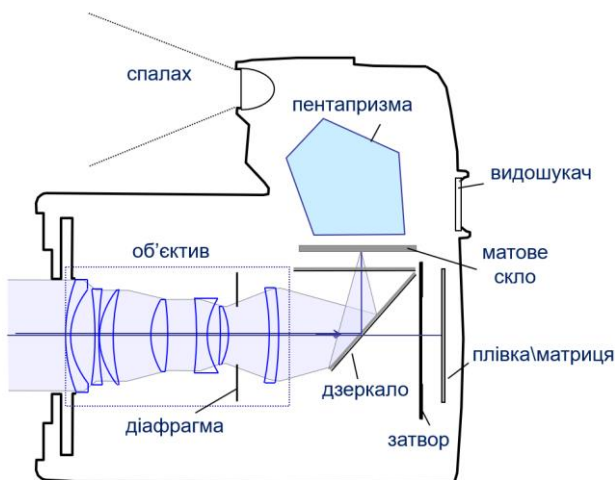


Рис. 11.2.4. Дзеркальний фотоапарат.

Відстань до матового скла і відстань до плівки однакові. При натисканні кнопки спуску дзеркало підіймається вгору і закриває доступ світла в камеру крізь видошукач і пентапризму. Потім спрацьовує затвор, пропускаючи промені на фотоплівку чи матрицю, після чого дзеркало повертається у вихідне положення.

Дзеркальні камери мають безперечні переваги. По-перше, у видошукачі видно те поле кадру, яке і буде на плівці. По-друге, дзеркальні фотоапарати дозволяють одночасно з визначенням меж кадру виконати і наведення об'єктива на різкість.



#### 11.2.4. Системи фокусування

В створенні якісних знімків одну з найважливіших функцій виконує система фокусування фотоапарату, тобто процес наведення на різкість.

В найпростіших фотоапаратах не здійснюється жодного фокусування об'єктива (вільний фокус, або focus free). За рахунок великої глибини різкості задовільні знімки будуть приблизно в діапазоні від 1-1.5 метрів до 8-10 метрів. Далі різкість буде значно гіршою, а ближче 1.5 метри зображення буде абсолютно нерізким. Для досягнення більшої глибини різкості об'єктиви таких фотоапаратів ширококутні і малосвітлосильні.

В дзеркальних фотоапаратах на матовому склі отримується зображення, яке можна спостерігати через видошукач, що дозволяє одночасно з визначенням меж кадру виконати і наведення об'єктиву на різкість.

За ручного режиму фокусування фотограф обертанням спеціального кільця на об'єктиві досягає найрізкішого зображення бажаного об'єкту на матовому склі, яке видно через видошукач. В автофокусному режимі різкість зображення досягається за рахунок спеціальних датчиків і механізму, який переміщує лінзи об'єктиву.

**Активний автофокус** вимірює відстань до об'єкта зйомки за допомогою інфрачервоного імпульсу (відстань визначається за зміщенням на фотоелементі), і камера автоматично фокусується на цей об'єкт. Особливістю активного автофокусу є те, що відстань визначається до найближчого об'єкта. Прозорі предмети, такі, як скло, можуть заважати правильному фокусуванню.

Активний автофокус може мати деякі спеціальні режими:

*Багатопроменевий автофокус* – камера оцінює відстань за кількома точками по всьому полю. Така система часто виключає помилки фокусування за рахунок того, що різкість наводиться не тільки за центральною частиною кадру.

*Точковий замір* – замір відстані здійснюється по центру кадру (використовується більш вузька рамка автофокусу замість стандартної). Цей режим дає можливість зробити знімок в складних умовах фокусування, наприклад, коли головний об'єкт зйомки розміщено на дальньому плані, а другорядний об'єкт – на передньому плані.

Принцип дії **пасивного автофокусу** наступний: на щільні смуги з світлочутливого матеріалу (матрицю автофокусу) попадає зображення, яке пройшло крізь об'єктив. Якщо об'єкт не у фокусі, то зображення розмите і сусідні смуги освітлюються майже однаково. Якщо об'єкт у фокусі, то зображення чітке і різниця освітленості сусідніх смуг значна. Мікропроцесор фотоапарату аналізує отриману інформацію і настраює об'єктив до отримання контрастного зображення, після чого повідомляє камері відстань до об'єкту, а апарат вираховує необхідні параметри зйомки.

Перевагою пасивного автофокусу є те, що камера орієнтується на різкість предмету, а не на вимірювання відстані (наприклад, зйомка крізь скло не представляє ніякої складності). З іншого боку, для нормальної роботи пасивного автофокусу необхідна наявність деякого мінімального рівня контрастності об'єкту та мінімального рівня освітленості.

#### 11.2.5. Експозиція

Експозиція – це кількість світла, яка попадає на фотоматеріал:

$$\langle \text{експозиція} \rangle = \langle \text{інтенсивність світла} \rangle \cdot \langle \text{час впливу} \rangle.$$

*Інтенсивність світла* контролюється діафрагмою, *час впливу* контролюється витримкою. Таким чином, існує набір варіантів значень витримки і діафрагми, за якого експозиція не змінюється.

*Затвор* – пристрій, що дозволяє відкривати для світла доступ до фотоматеріалу.

*Витримка* – час, протягом якого затвор фотоапарату відкритий для експонування кадру.

Витримка вимірюється в долях секунди (наприклад, 100 означає 1/100 сек.) і може змінюватись від декількох секунд до тисячних долей секунди. Існує стандартний ряд витримок: 1/2000; 1/1000; 1/500; 1/250; 1/125; 1/60; 1/30; 1/15; 1/8; 1/4; 1/2; 1; 2 секунди і т.д.

Для зйомки «з руки» (без штативу) рекомендується використовувати витримки не нижче 1/60 сек. Вибір більших витримок веде до змазування кадру через природне тремтіння руки. Для зйомки рухомих об'єктів рекомендується обирати мінімально можливу витримку – 1/2000 сек. Така витримка дозволяє «заморозити» на кадрі практично будь-який рух.

В дзеркальних фотоапаратах діафрагма зазвичай складається з декількох «пелюсток», здатних рухатись, що дозволяє постійно змінювати діаметр вікна (ірисова діафрагма). Шляхом зміни діаметру діафрагми можна регулювати кількість світла, яке проходить крізь оптичну систему. Чим більша діафрагма, тим меншу можна встановити витримку, і тим меншою буде глибина різкості.

Щоб встановити правильну експозицію (діафрагму і витримку), потрібно знати світлочутливість плівки і яскравість об'єкта.

Для вимірювання яскравості об'єкта створені автоматичні експонетри. Ці пристрої засновані на вимірюванні освітленості фотоелементом, який перетворює світло в електричний струм. Вимірявши освітленість, прилад показує необхідну витримку і діафрагму залежно від світлочутливості використовуваного фотоматеріалу. В дзеркальних фотоапаратах для підвищення точності освітленість вимірюється через об'єктив («Through The Lens»), що дозволяє враховувати світлові характеристики і об'єктиву і світлофільтрів, які надягнуті на об'єктив.

Налаштування усіх автоматичних експонетрів передбачає, що від об'єкта відбивається 18% світла (середньосірий об'єкт). Це відповідає більшості стандартних ситуацій, однак, якщо весь кадр займає чорний чи білий фон, на знімку в результаті отримується сірий фон. При зйомці сюжетів з дуже сильною різницею в освітленості, наприклад, на яскравому сонці, тіні виходять чорними, а світлі об'єкти – білими. В зв'язку з цим фотограф в нестандартних ситуаціях сам повинен вирішувати, яким чином скорегувати пропоновану експонетром величину, щоб отримати бажаний результат. Експокорекція – можливість ввести поправку до експозиції відносно правильного значення, тоді усі кадри будуть зніматись з недотримкою чи перетримкою. Цей режим використовується за нерівномірного освітлення об'єкту (наприклад, фон значно темніший або світліший за об'єкт), за складної світлової ситуації (багато тіней чи різних джерел світла) або зі спеціальними цілями.

#### 11.2.6. Особливості цифрових фотоапаратів

Сьогодні більш популярними і поширеними є цифрові фотоапарати. На відміну від плівкових, у цифрових фотоапаратів приймачем зображення є *ПЗЗ-матриця* (прилад з зарядовим

зв'язком), яка складається із матриці світлочутливих елементів. Кожний її елемент заряджається пропорційно інтенсивності частини зображення, що на нього потрапляє, а потім перетворюється в цифрове значення RGB.

Також існують наступні типи матриць:

- *КМОНП-матриця*. Формат матриці, введений в експлуатацію в 2008 році. КМОНП-матриця – це компліментарний метал-оксид-напівпровідник. Дана технологія дозволяє здійснювати вибірку окремого пікселя майже так само, як і в стандартній системі пам'яті, до того ж, кожен піксель оснащений додатковим підсилювачем. Оскільки дана система є більш сучасною, вона як правило оснащена автоматичною підстройкою часу експонування кожного пікселя окремо. Дане покращення дозволяє отримати повний кадр без втрати бокових маж, а також без втрати верху і низу кадра.
- Існує ще один тип матриці – *Live-MOS-матриця*. Її випустила фірма «Panasonic». Дана мікросхема функціонує завдяки технології, в основі якої лежить МОНП. МОНП (метал-оксид-напівпровідник)-матриця дозволяє робити якісні знімки без високого рівня шуму, а також виключає перегрівання.

Розмір зображення у цифрових фотоапаратів визначається діагоналлю матриці. Розмір ПЗЗ-матриці може бути різним у різних фотоапаратів, і тому для зручності на об'єктиві наводиться істинна фокусна відстань і фокусна відстань, еквівалентна цьому ж збільшенню у плівкових фотоапаратів. Наприклад, якщо розмір матриці 3.5x2.4 мм, а фокусна відстань об'єктиву  $f' = 15$  мм, то еквівалентна фокусна відстань у стандартного плівкового (35x24 мм) фотоапарату буде  $f' = 150$  мм.

Фотографічна роздільна здатність для цифрових камер в основному залежить не від об'єктиву, а від матриці, оскільки роздільна здатність використовуваних ПЗЗ-матриць поки ще поступається роздільній здатності об'єктивів.

Роздільна здатність матриці визначається кількістю елементів, яке як правило виражається в мільйонах пікселів (мегапікселях). Зазвичай матриці з 3 млн. пікселів мають розмір 2048x1536

пікселів, матриці з 2 млн. пікселів – 1600x1200 пікселів. Щоб визначити розділення, з яким цифрова фотографія може бути віддрукована на папір, потрібно розділити кількість пікселів на розмір відбитку. Наприклад, за кількості елементів 1600x1200 можна отримати відбиток на папері стандартного формату 10x15 см з розділенням  $\frac{1600}{50 \text{ мм}} = \frac{1200}{100 \text{ мм}} \approx 10 \text{ лін/мм}$ . Для порівняння можна сказати, що реальне розділення стандартного (24x36 мм) кадра кольорової негативної плівки ISO 100 знаходиться на рівні 100 лін/мм, тобто для фотографії форматом 10x15 см розділення буде  $100 \text{ лін/мм} \cdot \frac{24 \text{ мм}}{100 \text{ мм}} \approx 24 \text{ лін/мм}$ .

Конструктивною особливістю цифрових фотоапаратів є можливість використовувати в якості видошукача рідкокристалічний дисплей. Крім того, на рідкокристалічній панелі можна побачити щойно зроблені знімки і вирішити, які зображення слід зберегти, а які видалити чи перезняти. Однак, хоча рідкокристалічний видошукач дуже зручний, при роботі з ним розряджаються батареї, тому в багатьох цифрових фотоапаратах наявний і традиційний оптичний видошукач.

Цікавою можливістю цифрових фотоапаратів є автоматичне налаштування балансу білого, яке дозволяє компенсувати спотворення кольорів, спричинене різними джерелами освітлення (сонячне світло, лампа розжарення чи флуоресцентне світло). В плівкових камерах таке налаштування здійснюється або за рахунок вибору плівки, або за допомогою компенсуючих світлофільтрів, які одягаються на об'єктив.

## Лекція 12. Телескопічні системи

### Тема 12.1. Характеристики телескопічної системи

#### 12.1.1. Видиме збільшення телескопічної системи

Видиме збільшення телескопічної системи можна виразити через співвідношення фокусної відстані об'єктиву до фокусної відстані окуляра:

$$\Gamma = \frac{\tan \omega'}{\tan \omega} = -\frac{f'_{об}}{f'_{ок}} \quad (12.1)$$

Якщо видиме збільшення додатне ( $\Gamma > 0$ ), то зображення пряме. Якщо видиме збільшення від'ємне ( $\Gamma < 0$ ), то зображення перевернуте. Збільшення вимірюється в кратках, тобто в кількості разів. Збільшення телескопічних систем може бути від  $8^x$  для зорових труб або біноклів до декількох сотен і тисяч для астрономічних телескопів.

#### 12.1.2. Поле зору телескопічної системи

Кутове поле зору телескопічної системи залежить від кутового поля окуляра і видимого збільшення:

$$\tan \omega = \frac{\tan \omega'}{\Gamma} \quad (12.2)$$

Кутове поле окуляра як правило знаходиться в межах  $50-70^\circ$ , видиме збільшення більшості телескопічних систем не перевищує  $10-30^x$ , тому кутове поле телескопічних систем не перевищує  $10^\circ$ .

#### 12.1.3. Діаметри вхідної та вихідної зіниць телескопічної системи

Діаметр вихідної зіниці визначається зіницею ока:

$$D' = D_{око} \quad (12.3)$$

При спостереженні об'єктів крізь телескопічний прилад око повинно розташовуватись в площині вихідної зіниці, тоді усе світло, яке входить в об'єктив під різними кутами до вісі, потрапляє в око. Телескопічні системи, призначені для спостереження в денний час, повинні мати вихідні зіниці 2-5 мм, а в сутінковий час 5-7 мм.

Діаметри вхідної і вихідної зіниць телескопічної системи зв'язані між собою через видиме збільшення:

$$.D = D' \cdot \Gamma \quad (12.4)$$

Світлосила телескопічного приладу пропорційна квадрату діаметра вхідної зіниці:

$$H = gD^2 \quad (12.5)$$

де  $g$  – коефіцієнт пропорційності, який залежить від коефіцієнта пропускання оптичної системи.

#### 12.1.4. Кутова границя роздільної здатності телескопічної системи

Кутова границя роздільної здатності телескопічної системи залежить від діаметру вхідної зіниці. Якщо взяти середню довжину хвилі  $\lambda = 0.5$  мкм, то залежність кутової роздільної здатності від діаметру вхідної зіниці, вираженої в мм, буде наступною:

$$\Psi = 1.22 \frac{\lambda}{D} = \frac{120''}{D} \quad (12.6)$$

Наприклад, якщо діаметр вхідної зіниці 6 м, то роздільної здатності телескопічної системи складе  $\Psi = \frac{120''}{6000} = 0.02''$ .

При спостереженні оком роздільної здатності телескопічної системи приладу обмежується границею роздільної здатності ока  $\Psi_{\text{око}} = 1'$ . Кутові границі роздільної здатності телескопа в просторі предметів і в просторі зображень зв'язані між собою через видиме збільшення:  $\Psi' = \Psi \cdot \Gamma$ , причому  $\Psi' = \Psi_{\text{око}}$ . Для того, щоб око повністю використало роздільну здатність телескопічної системи, її корисне збільшення має бути  $\Gamma_{\text{к}} = \frac{\Psi_{\text{око}}}{\Psi} = \frac{60''}{120''} \cdot D = 0.5D$ . Однак, оскільки вихідні зіниці в телескопічних системах різного призначення можуть мати різний діаметр, і роздільна здатність ока за різних умов спостереження також може відрізнитись від стандартної, прийнято, що корисне збільшення може набувати значень в межах:

$$0.2D \leq \Gamma_{\text{к}} \leq 0.75D \quad (12.7)$$

## Тема 12.2. Схеми телескопічних систем

Розглянемо декілька типових схем телескопічних систем.

### 1. Схема Кеплера

В схемі Кеплера об'єктивом і окуляром є додатна оптична система (рис. 12.1). Об'єktiv утворює перевернуте дійсне зображення в своїй задній фокальній площині, яке можна спостерігати за допомогою окуляра. Задня фокальна площина об'єктива співпадає з передньою фокальною площиною окуляра, так що паралельний пучок променів світла, яке падає на об'єktiv, виходить з окуляра також паралельним.

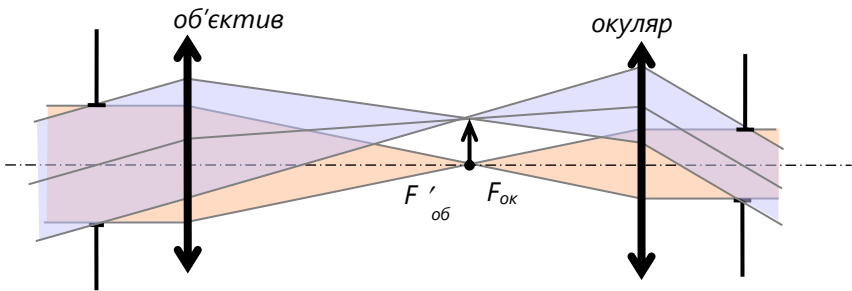


Рис. 12.1. Схема Кеплера.

Одним з недоліків схеми Кеплера є велика довжина оптичної системи ( $L = f'_{об} + f'_{ок}$ ), причому чим більшим є збільшення, тим довшою повинна бути система Кеплера. Наприклад, за фокусної відстані окуляра  $f'_{ок} = 30$  мм і збільшенні  $\Gamma = 40\times$ , фокусна відстань об'єктива  $f'_{об} = f'_{ок} \cdot \Gamma = 1.2$  м, а загальна довжина системи  $L = f'_{об} + f'_{ок} = 1.5$  м.

Ще одним недоліком системи Кеплера є перевернуте зображення. Це не має особливого значення при дослідженні небесних тіл, але викликає незручності при спостереженні земних об'єктів. Тому в біноклях та зорових трубах доводиться використовувати **обертальні системи**, які зазвичай розміщуються між об'єктивом і окуляром (рис. 12.2). Обертальні системи можуть бути лінзовими або призмовими. Лінзові обертальні системи (рис. 12.2) ще більше подовжують усю систему за розміром.



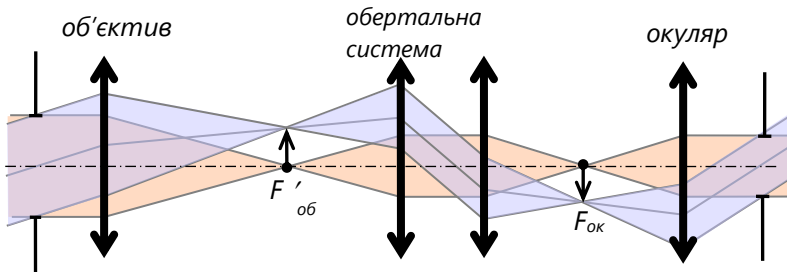


Рис. 12.2. Використання лінзових обертельних систем.

Призмові обертельні системи складаються з скляних призм, що діють як дзеркала (рис. 12.3). Вони скорочують довжину усієї системи, але при цьому збільшується маса приладу, до того ж виникають труднощі технологічного характеру, зв'язані з виготовленням та юстуванням призм. Такі системи як правило використовують в біноклях великого збільшення.

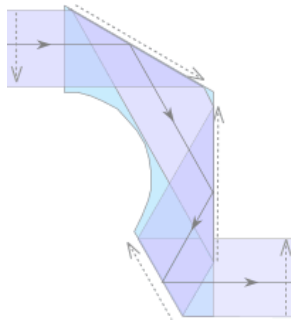


Рис. 12.3. Призмова обертельна система.

Однією з головних переваг системи Кеплера є наявність проміжного зображення у фокусі об'єктива, куди можна поставити сітку (прозору пластинку зі шкалою) і за її допомогою реалізувати точні виміри кутів та відстаней.

Оптичні системи, побудовані за схемою Кеплера, використовуються для телескопів, підзорних труб, далекомірів, морських біноклів значного збільшення (до  $20\times$ ), а також для вимірювальних систем.

## 2. Схема Галілея

В телескопічній системі за схемою Галілея в якості об'єктива використовують додатну оптичну систему, а в якості окуляра – від'ємну (рис. 12.4). Задній фокус додатного об'єктива співпадає з переднім фокусом від'ємного окуляра. За такого розміщення проміжне зображення відсутнє.

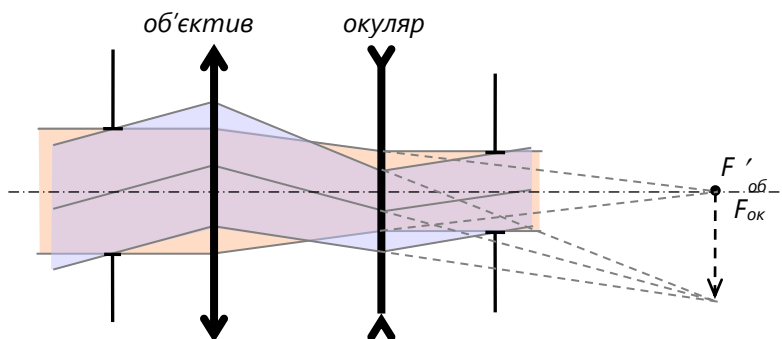


Рис. 12.4. Схема Галілея.

Перевагою схеми Галілея є пряме зображення і менша довжина порівняно зі схемою Кеплера. В такій схемі загальна довжина обчислюється не як сума, а як різниця (за модулем) фокусних відстаней об'єктива і окуляра:  $L = f'_{об} - |f'_{ок}|$ . Однак у цієї схеми є і свої недоліки. По-перше, у системи Галілея мале поле зору, причому чим більше збільшення телескопу, тим менше поле зору. По-друге, в системі Галілея відсутнє проміжне зображення (немає куди поставити сітку), тому використовувати таку систему у вимірювальних приладах неможна.

Використання системи Галілея (мала довжина і пряме зображення) особливо зручне для театральних біноклів зі збільшенням від двох до трьох крат. Система Галілея також застосовується для систем сутінкового і нічного спостереження та у видошукачах фотоапаратів і відеокамер.

## 3. Схема Кассегрена

Дзеркальні телескопічні системи утворюють зображення шляхом відбивання світла від дзеркальної поверхні сферичної або параболічної форми. Найбільше поширення отримала

дводзеркальна схема Кассегрена (рис. 12.5). Після відбивання на головному дзеркалі пучок променів попадає на допоміжне дзеркало, яке напрямляє його в зворотному напрямку – крізь отвір в головному дзеркалі. Фокальна площина в цій системі розташована за оправою головного дзеркала.

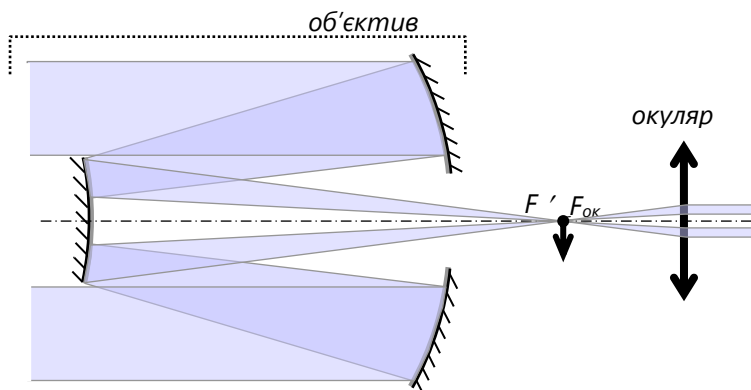


Рис. 12.5. Схема Кассегрена.

У фокальну площину дзеркала можуть бути поміщені фотопластинки для фотографування небесних об'єктів або будь-яка інша світлоприймаюча апаратура: спектрографи, фотометри і так далі. Зображення або отримується безпосередньо на фотографічній пластинці, або досліджується візуально крізь окуляр.

Ця система широко застосовується в телескопах, встановлено її і на Великому Телескопі Азимутальному (ВТА). ВТА – найбільший великий оптичний телескоп у світі (знаходиться на Північному Кавказі) з головним дзеркалом діаметром 6 метрів (його вага 650 тон). Телескоп встановлено в башті висотою 53 м з діаметром куполу 45,2 м. Це діючий телескоп, який забезпечує виконання різноманітних наукових програм.

Відстань від останньої поверхні (від великого дзеркала) до фокуса значно менша фокусної відстані, тому довжина системи Кеплера з таким об'єктивом може бути в декілька разів коротша, ніж якщо б використовувався звичайний лінзовий об'єктив.

Для забезпечення якомога вищого збільшення за стандартного розміру вихідної зіниці, необхідно використовувати

об'єктиви з гранично великим діаметром. Збільшення діаметра вхідної зіниці дозволяє збільшити і світлосилу, і роздільну здатність, що необхідно, скажімо, для спостереження дуже слабких зірок. Технічно виготовити дзеркало великого діаметру легше, ніж лінзу, оскільки оптичні неоднорідності в товщі скла для дзеркала не мають значення, тому використання дзеркальних систем дозволяє збільшити діаметр вхідної зіниці, і в такий спосіб одночасно підвищити збільшення, світлосилу і роздільну здатність телескопічної системи. До того ж в дзеркальних об'єктивах хроматичні аберації набагато менші, ніж в лінзових.

Для отримання нових наукових даних про зірки і галактики необхідно збільшення розмірів телескопа. Але чим більшим є телескоп, тим важче досягти бездоганного за якістю зображення. На якість зображення впливає земна атмосфера, залишкові аберації оптичної системи, похибки оптичних поверхонь, термічні і вагові деформації оптики, похибки юстування телескопу і багато іншого.

Найбільш крупні телескопи світу мають діаметр дзеркала 5-6 метрів. Це вважається межею конструкторських можливостей: подальше збільшення діаметру дзеркала, ускладнивши як його виготовлення, так і створення самого телескопу, лишень дещо збільшить його роздільну здатність.

Одним з факторів, який найбільш сильно впливає на роздільну здатність телескопу, є вплив земної атмосфери. Величина розмиття зображення, спричинена атмосферною турбулентністю (неоднорідністю показника заломлення атмосфери), складає декілька секунд навіть в місцях з найкращими умовами з точки зору астроклімату. Це, принаймні, в 10 разів більше того, що може забезпечити телескоп, дзеркало котрого виготовлене з точністю, близькою до теоретичної границі.

Одним із способів підвищення роздільної здатності телескопів є винесення його за межі земної атмосфери. В космічних телескопах на якість зображення не впливає неоднорідність атмосфери, крім того, за їх допомогою можна проводити дослідження в області ультрафіолетових і рентгенівських променів, які земна атмосфера пропускає слабо. Усе це дає можливість підвищувати роздільну здатність телескопа в десятки і сотні разів.

## Лекція 13. Мікроскопи

### Тема 13.1. Лупа

Найпростіший прилад, призначений для збільшення мілких об'єктів, лупа.

**Лупа** – оптична система, що складається з лінзи або декількох лінз, призначена для спостереження предметів, розміщених на скінченній відстані.

Якщо предмет, який розглядається, розміщений в передній фокальній площині лупи, то від будь-якої точки предмета в око спостерігача надходять пучки паралельних променів. В цьому випадку спостерігач розглядає предмет без акомодатії (рис. 13.1). Лупа утворює уявне збільшене зображення на відстані найкращого зору від ока – 250 мм. Предмет може розміщуватись і не в передній фокальній площині лупи, але в цьому випадку для розгляду цього предмету крізь лупу око має акомодуватись.

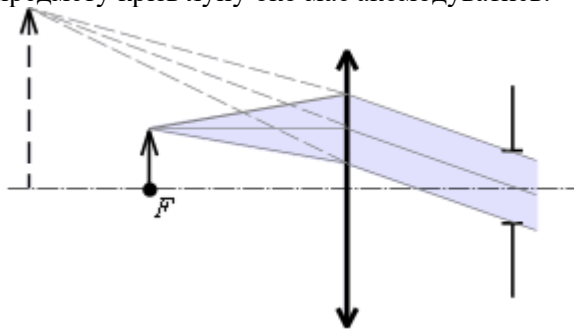


Рис. 13.1. Оптична схема лупи.

Розглянемо основні характеристики лупи.

#### 1. Видиме збільшення лупи

Згідно із визначенням, **видиме збільшення** лупи обчислюється як відношення тангенса кута, під яким видно предмет крізь лупу, до тангенсу кута, під яким спостерігається предмет незброєним оком з відстані найкращого зору.

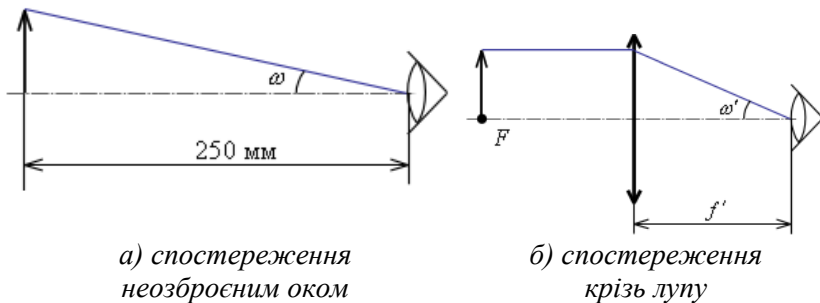


Рис. 13.2. Видиме збільшення лупи.

Тангенс кута, під яким видно предмет незброєним оком, легко можна обчислити за рис. 6.2 а):  $\tan \omega = \frac{y}{250}$ . Якщо предмет розміщено в передній фокальній площині лупи (рис. 13.2 б), то кут спостереження крізь лупу можна обчислити як  $\tan \omega' = \frac{y}{f'}$ . Тоді видиме збільшення лупи за відсутності акомодациї ока буде обчислюватись наступним чином:

$$\bar{\Gamma} = \frac{\tan \omega'}{\tan \omega} = \frac{250}{f'} \quad (13.1)$$

## 2. Діаметр вихідної зіниці лупи

Питання щодо обмеження світлових пучків слід розглядати в системі «лупа-око». В цій системі пучок обмежується оправою лупи і зіницею ока. Зазвичай діаметр лупи значно більший за діаметра зіниці ока, тому апертурною діафрагмою та одночасно вихідною зіницею системи «лупа-око» є зіниця ока:

$$D' = D_{\text{око}} \quad (13.2)$$

## 3. Поле зору лупи

На рис. 13.3 представлена лупа діаметром  $D_{\text{л}}$ . Зіниця ока спостерігача діаметром  $D_{\text{око}}$  розміщена на відстані  $S'$  від лупи.

Розмір поля  $2\omega'$  в просторі зображень визначається променем, що йде крізь верхній край оправу лупи та верхній край вихідної зіниці:

$$\tan \omega' = \frac{D_{\text{л}} - D_{\text{око}}}{2S'} \quad (13.3)$$

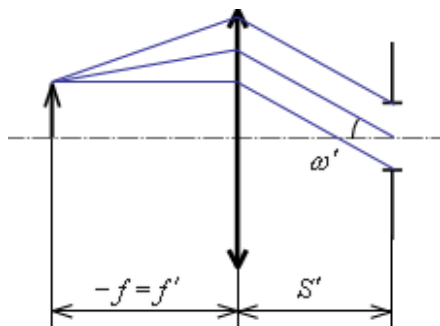


Рис. 13.3. Поле зору лупи.

Відповідне до нього поле в просторі предметів складе:

$$2y = 2f' \cdot \tan \omega' = f' \cdot \frac{D_n - D_{\text{ОКО}}}{s'} \quad (13.4)$$

З виразу (13.4) випливає, що для збільшення поля зору лупи око слід розміщувати якомога ближче до лупи.

Лупи малого збільшення (до  $7^{\times}$ ) як правило виготовляють у вигляді подвійноопуклої лінзи. Лупи більш сильного збільшення (від  $7^{\times}$  до  $15^{\times}$ ) складаються з двох-трьох лінз і дають можливість розглядати предмети розміром до 0.01 мм. Поле зору таких луп може досягати  $20^{\circ}$ .

### Тема 13.2. Мікроскоп

Мікроскоп призначений для спостереження мілких об'єктів з більшим збільшенням і з більшою роздільною здатністю, ніж забезпечує лупа. Оптична система мікроскопа складається з двох частин: об'єктива і окуляра. Об'єктив мікроскопа утворює дійсне збільшене обернене зображення предмету в передній фокальній площині окуляра. Окуляр працює як лупа і утворює уявне зображення на відстані найкращого бачення (рис. 8.4). По відношенню до всього мікроскопа предмет, що розглядається, розміщується в передній фокальній площині.

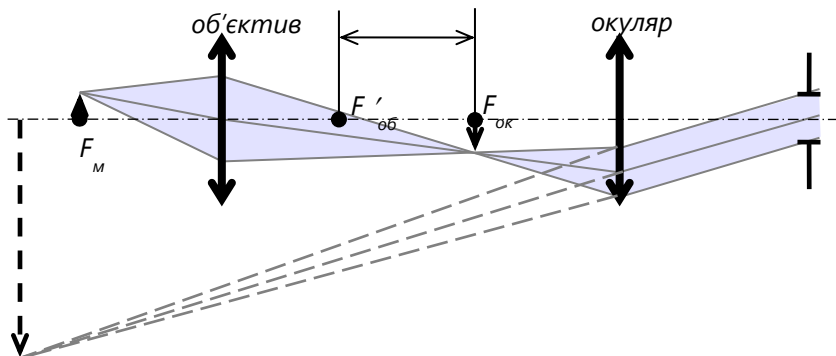


Рис. 13.4. Оптична схема мікроскопа.

### 1. Збільшення мікроскопа

Дію мікрооб'єктиву характеризують його лінійним збільшенням:

$$V_{об} = -\frac{\Delta}{f'_{об}} \quad (13.5)$$

де  $f'_{об}$  – фокусна відстань мікрооб'єктива,  $\Delta$  – відстань між заднім фокусом об'єктива і переднім фокусом окуляра, що носить назву оптичного інтервалу або оптичної довжини тубуса.

Зображення, яке створює об'єктив мікроскопа в передній фокальній площині окуляра, розглядається крізь окуляр, котрий працює як лупа з видимим збільшенням:

$$\bar{\Gamma}_{ок} = \frac{250}{f'_{ок}} \quad (13.6)$$

Загальне збільшення мікроскопа визначається як добуток збільшення об'єктива на збільшення окуляра:

$$\bar{\Gamma} = V_{об} \cdot \bar{\Gamma}_{ок} \quad (13.7)$$

Якщо відома фокусна відстань усього мікроскопа, то його видиме збільшення можна визначити так само, як і у лупи:

$$\bar{\Gamma} = \frac{250}{f'_м} \quad (13.8)$$

де  $f'_м$  – фокусна відстань мікроскопа.

Як правило, збільшення сучасних об'єктивів мікроскопів стандартизоване і становить ряд чисел: 10, 20, 40, 60, 90, 100 крат. Збільшення окулярів також мають цілком певні значення,



наприклад 10, 20, 30 крат. В усіх сучасних мікроскопах наявний комплект об'єктивів і окулярів, які спеціально розраховуються і виготовляються так, що підходять один до одного, тому їх можна комбінувати для отримання різних збільшень.

## 2. Поле зору мікроскопа

Поле зору мікроскопа залежить від кутового поля окуляра  $\omega'$ , в межах якого отримується зображення достатньо хорошої якості:

$$2y = \frac{500 \cdot tg \omega'}{\Gamma} \quad (13.9)$$

За даного кутового поля окуляра лінійне поле мікроскопа в просторі предметів тим менше, чим більше його видиме збільшення.

## 3. Діаметр вихідної зіниці мікроскопа

Діаметр вихідної зіниці мікроскопа обчислюється наступним чином:

$$D' = \frac{500 \cdot A}{\Gamma} \quad (13.10)$$

де  $A$  – передня апертура мікроскопа.

Діаметр вихідної зіниці мікроскопа як правило дещо менше діаметру зіниці ока (0.5 – 1 мм).

При спостереженні через мікроскоп зіницю ока потрібно суміщати з вихідною зіницею мікроскопу.

## 4. Роздільна здатність мікроскопа

Однією із найважливіших характеристик мікроскопа є його роздільна здатність. Згідно дифракційної теорії Аббе, лінійна границя роздільної здатності мікроскопа, тобто мінімальна відстань між точками предмета, котрі зображуються роздільно, залежить від довжини хвилі і числової апертури мікроскопа:

$$\sigma = \frac{\lambda}{2A}. \quad (13.11)$$

Гранично досягну роздільну здатність оптичного мікроскопа можна обчислити, виходячи з виразу для апертури мікроскопа ( $A = n \sin \alpha$ ). Якщо взяти до уваги, що максимально можливе значення синуса кута – одиниця ( $A = n \sin \alpha = 1 \cdot 1$ ), то для середньої довжини хвилі  $\lambda = 0.5$  мкм можна обчислити роздільну здатність мікроскопа:  $\sigma = \frac{\lambda}{2A} = \frac{0,5}{2 \cdot 1} = 0,25$  мкм.

З виразу (8.11) випливає, що підвищити роздільну здатність мікроскопа можна двома способами: або збільшуючи апертуру об'єктива, або зменшуючи довжину хвилі світла, яке освітлює зразок.

Для того щоб збільшити апертуру об'єктива, простір між предметом, що розглядається і об'єктивом заповнюють так званою *імерсійною рідиною* – прозорою речовиною з показником заломлення більше одиниці. В якості такої рідини використовують воду ( $n = 1.33$ ), кедрову олію ( $n = 1.52$ ), розчин гліцерину та інші речовини. Апертури імерсійних об'єктивів великого збільшення досягають величини  $A = 1.5$ , тоді гранично досяжна роздільна здатність імерсійного оптичного мікроскопа складає

$$\sigma = \frac{\lambda}{2A} = \frac{0,5}{2 \cdot 1,5} = 0,15 \text{ мкм.}$$

Для збільшення роздільної здатності мікроскопа іншим способом застосовуються *ультрафіолетові промені*, довжина хвилі яких менша, ніж у видимих променів. При цьому має бути використана спеціальна оптика, прозора для ультрафіолетового світла. Оскільки людське око не сприймає ультрафіолетове випромінювання, необхідно або залучити засоби, що перетворюють невидиме ультрафіолетове зображення у видиме, або фотографувати зображення в ультрафіолетових променях. За довжини хвилі  $\lambda = 0.2$  мкм роздільна здатність мікроскопа становить  $\sigma = \frac{\lambda}{2A} = \frac{0,2}{2 \cdot 1} = 0,1$  мкм.

Окрім підвищення роздільної здатності, у метода спостереження в ультрафіолетовому світлі є і інші переваги. Як правило живі об'єкти є прозорими у видимій області спектру, і тому перед спостереженням їх попередньо забарвлюють. Однак, деякі об'єкти (нуклеїнові кислоти, білки) мають вибіркове поглинання в ультрафіолетовій області спектру, завдяки чому вони можуть бути «видимі» в ультрафіолетовому світлі без забарвлювання.

## 5. Корисне збільшення мікроскопа

Око спостерігача зможе сприймати дві точки як окремі (роздільні), якщо кутова відстань між ними буде не менша кутової границі роздільної здатності ока. Для того щоб око спостерігача могло повністю використати роздільну здатність мікроскопа, необхідно мати відповідне видиме збільшення.

**Корисне збільшення** – це видиме збільшення, за якого око спостерігача буде повністю використовувати роздільну здатність мікроскопа, тобто роздільна здатність мікроскопа буде така ж, як і роздільна здатність ока.

Якщо дві точки в передній фокальній площині мікроскопа розміщені одна від одної на відстані  $\sigma$ , то кутова відстань між зображеннями цих точок  $\Psi' = \frac{\sigma}{f'_M}$ . З виразів (13.11) і (13.8) можна вивести видиме збільшення мікроскопа:

$$\bar{\Gamma} = \frac{500 \cdot A}{\lambda} \cdot \Psi' \quad (13.12)$$

Оскільки зазвичай діаметр вихідної зіниці мікроскопа близько 0.5 – 1 мм, кутова границя роздільної здатності ока  $2' - 4'$ . Якщо взяти середню довжину хвилі у видимій області спектру (0.5 мкм), то для корисного збільшення мікроскопа можна вивести залежність:

$$500 \cdot A < \bar{\Gamma}_K < 1000 \cdot A. \quad (13.13)$$

Мікроскоп з видимим збільшенням менше  $500A$  не дозволяє розрізнити оком усі тонкощі структури предмету, що зображуються як роздільні даним об'єктивом ( $\sigma_M < \sigma_{\text{око}}$ ). Використання видимого збільшення більше  $1000A$  недоцільне, оскільки роздільна здатність об'єктиву не дозволяє повністю використати роздільну здатність ока ( $\sigma_M > \sigma_{\text{око}}$ ).

### 13.2.1. Методи спостереження

Зазвичай предмети, що їх досліджують під мікроскопом, самі не світяться і, відповідно, вимагають стороннього освітлення. В багатьох випадках предмети, що розглядаються, представляють собою тонкий зріз прозорої речовини і спостерігаються в проходящому світлі. В системах з невеликою числовою апертурою (до 0.25) цілком достатньо розсіяного денного світла, відбитого під кутом від ввігнутого дзеркала. В інших випадках необхідно використовувати штучні джерела і спеціальні освітлювальні системи (див. Лекцію 14).

Структуру зразка, який розглядається через мікроскоп, можна розрізнити лише тоді, коли частинки зразка відрізняються одна від одної і від навколишнього середовища за поглинанням (відбиванням) світла або за показником заломлення. Тому, в

залежності від характеру зразка, в мікроскопії використовують різні методи спостереження.

### **1. Метод світлого поля**

Метод світлого поля *в проходящому світлі* застосовується при дослідженні прозорих зразків, у яких різні ділянки структури по-різному поглинають світло (тонкі забарвлені зрізи тваринних і рослинних тканин, тонкі шліфи мінералів та інше). Пучок променів з освітлювальної системи проходить зразок й об'єктив і дає рівномірно освітлене поле в площині зображення. Поглинаючі елементи структури зразка частково поглинають і відхиляють падаюче на них світло.

Метод світлого поля *у відбитому світлі* застосовується для спостереження непрозорих об'єктів, наприклад, травлених шліфів металів, біологічних тканин і різних мінералів. Освітлення зразка здійснюється згори, крізь об'єктив, який одночасно виконує і роль освітлювальної системи. Зображення, як і в проходящому світлі, утворюється за рахунок того, що різні ділянки зразка неоднаково відхиляють падаюче на них світло, а відбиті промені мають різну інтенсивність.

### **2. Метод темного поля**

Метод темного поля *в проходящому світлі* використовують в біології, колоїдній хімії, мінералогії та інших областях для отримання зображень прозорих, непоглинаючих, а тому і не видимих при спостереженні в світлому полі об'єктів. Пучок променів, що освітлює зразок, безпосередньо в об'єктив не попадає. Зображення утворюється тільки світлом, яке розсіюється мілкоструктурними елементами зразка. В полі зору мікроскопа на темному фоні видно світлі зображення мілких деталей, тоді як у крупних деталей видно тільки світлі краї, які розсіюють промені, що їх освітлюють.

Метод темного поля *у відбитому світлі* реалізується шляхом освітлення зразка, наприклад шліфу металу або біологічної тканини, згори за допомогою спеціальної кільцевої дзеркальної системи, розміщеної навколо об'єктиву. Так само як і за проходящого світла, зображення утворюється тільки променями, розсіяними об'єктом, тоді як промені світла, що відбилися від поверхонь об'єкту, в об'єктив не попадають.

### **3. Метод дослідження в поляризованих променях**

Метод дослідження в поляризованих променях використовується і в проходящому, і у відбитому світлі для так званих анізотропних об'єктів, які володіють двопроменезаломленням чи відбиванням. Такими об'єктами є чисельні мінерали, вугілля, деякі тваринні і рослинні тканини та клітини, штучні й природні волокна.

При дослідженні анізотропних зразків до звичайної схеми мікроскопа перед освітлювальною системою додають поляризатор, а після об'єктиву – аналізатор, що знаходяться в схрещеному або паралельному положенні один відносно одного. При схрещених поляризаторі та аналізаторі в темному полі зору мікроскопа видно темні, світлі або забарвлені анізотропні елементи об'єкта. Вигляд цих елементів залежить від положення об'єкта відносно площини поляризації і від величини двопроменезаломлення. Більш точно визначення оптичних даних об'єкта робиться за допомогою різних компенсаторів (нерухомих кристалічних пластинок, рухомих клинів і пластинок).

### **4. Метод фазового контрасту**

Метод фазового контрасту дає можливість отримувати контрастні зображення прозорих і безбарвних об'єктів. До числа таких об'єктів відносяться, наприклад, незабарвлені біологічні зразки, нетравлені шліфи металів і мінералогічні об'єкти. Темні та світлі ділянки у фазово-контрастну зображенні відповідають різним показникам заломлення в зразку.

Принцип дії метода базується на тому, що непомітні для ока зміни фази пучка, який пройшов крізь об'єкт, можна перетворити у видиму зміну інтенсивності. На шляху променів, не відхилених за рахунок дифракції на об'єкті, розміщується так звана «фазова пластинка», яка збільшує різницю фаз до половини довжини хвилі. Таким чином, промені можуть інтерферувати, і раніше не видимий об'єкт проявляється на темному або світлому фоні.

## **13.2.2 Типи мікроскопів**

### **1. Світлові мікроскопи**

Найбільш універсальними і тому найбільш поширеними є біологічні мікроскопи (серії MULTISCOPE™, LABOROSCOPE™, INVERTOSCOPE™, що виготовляються на ЛОМО). Сучасні біологічні мікроскопи мають декілька змінних об'єктивів і окулярів, а

також фотоокуляри і проєкційні окуляри, призначені для фотографування зображення або його проєктування на екран. В таких мікроскопах надається можливість застосовувати різні методи спостереження (світле поле, темне поле, метод фазового контрасту).

Окрім мікроскопів для біологічних досліджень, випускаються і різні спеціалізовані мікроскопи.

**Мікроскопи порівняння** забезпечують візуальне співставлення двох зразків. Зображення кожного займає половину поля зору мікроскопа, що дозволяє проводити порівняльне дослідження об'єктів.

**Контактні мікроскопи** дають можливість проводити дослідження мікроскопічних структур окремих ділянок тканин, притискаючи об'єкти до об'єкту дослідження. LOMO виготовляє серію мікроскопів METAM™ для спостереження, вимірювання, мікрофотографії мікроструктур металів та інших непрозорих екземплярів.

**Стереомікроскопи** (серії SF™ і MX™) забезпечують дослідження об'єкта під різними кутами зору. При цьому створюється стереоскопічний ефект, і спостережуване зображення сприймається об'ємним.

**Ультрафіолетовий та інфрачервоний мікроскопи** призначені для дослідження об'єктів в ультрафіолетовому або інфрачервоному діапазоні світлового спектру. Вони оснащені флуоресцентним екраном, на якому формується зображення досліджуваного зразка, фотокамерою з чутливим до цього випромінювання фотоматеріалом чи електронно-оптичним перетворювачем.

**Поляризаційний мікроскоп** (серія POLAM™) дозволяє виявляти неоднорідності (анізотропію) структури при дослідженні будови тканин і новоутворень в організмі в поляризованому світлі. Поляризаційний мікроскоп широко використовують в медико-біологічних дослідженнях при вивченні зразків крові, шліфів зубів, кісток тощо.

**Інтерференційний мікроскоп** дає можливість досліджувати об'єкти з низькими показниками заломлення світла і надзвичайно малої товщини. На відміну від фазово-контрастного пристрою, в інтерференційному мікроскопі промінь світла, що входить в мікроскоп, подвоюється. Частина проходить крізь досліджуваний об'єкт, а друга – повз нього. В окулярній частині

обидва промені з'єднуються і інтерферують, що дозволяє побачити досліджувану структуру.

Принцип дії **люмінесцентного мікроскопу** (серія LUMAM™) оснований на використанні люмінесценції біологічних об'єктів, яка виникає під дією ультрафіолетового випромінювання. Спостерігаючи або фотографуючи зразки у відбитому світлі, можна робити висновки щодо структури досліджуваного зразка, який використовують в мікробіології і в імунологічних дослідженнях. Пряме забарвлення люмінесцентними фарбниками дозволяє виявляти такі структури клітин, які важко розгледіти у світловому мікроскопі.

**Операційний мікроскоп** (серії МІКО™, МХ™) використовується для проведення мікрохірургічних операцій в офтальмології, нейрохірургії та інших областях мікрохірургії. Мікроскоп має волоконнооптичну систему освітлення операційного поля, демонстраційний візуальний пристрій, фотоприставку; можливе підключення до нього кіноапаратури для зйомки операції і телевізійного\інтернет спостереження.

## 2. Електронні мікроскопи

Електронний мікроскоп побудований за таким самим принципом отримання зображення, як і оптичний, але замість видимого світла в ньому використовується пучок електронів.

Роль лінз в електронному мікроскопі відіграє сукупність електричних і магнітних полів. Оскільки електронні пучки не сприймаються безпосередньо оком, в електронному мікроскопі зображення або фотографується, або проектується на екран. Ще одна принципова відмінність електронного мікроскопа від оптичного полягає в тому, що в електронному мікроскопі контраст створюється за рахунок різного розсіяння електронів від сусідніх ділянок.

Довжина хвилі електрона, як відомо, в багато разів менша довжини хвилі видимого світла. Границю роздільної здатності електронного мікроскопа можна вирахувати з виразу (8.11) за довжини хвилі 0.005 нм. Навіть за апертури  $A=0.01$  границя роздільної здатності електронного мікроскопа складе  $\sigma = \frac{0.005}{2 \cdot 0.01} = 0.25$  нм, що в 1000 разів менше, ніж у звичайному оптичному мікроскопі.

Однак, хоча границя роздільної здатності електронного мікроскопа незрівнянно менша, ніж в оптичного, у електронного мікроскопа є свої недоліки, зокрема, неможливість вивчення живих біологічних об'єктів, які під впливом пучка електронів миттєво згорять.

### **3. Сканувальні мікроскопи**

Сканувальні мікроскопи основні на іншому принципі отримання зображення, котрий дозволяє подолати дифракційну границю роздільної здатності. Принцип дії таких мікроскопів полягає у скануванні об'єкта надмалим зондом. Сигнал, що пройшов чи відбився, реєструється і використовується для формування тримірної топографії поверхні зразка за допомогою ПК.

Сканувальні мікроскопи в залежності від принципу взаємодії зонда і зразка розділяють на електронні, атомно-силові і ближньопольні.

Найбільш цікавим є ближньопольний растровий сканувальний мікроскоп (БРoM), який працює у видимому випромінюванні. Серед можливих механізмів формування контрасту в БРoM можна відмітити поглинання, поляризацію, відбивання, люмінесценцію та інші. Ці можливості відсутні в електронній та атомно-силовій мікроскопії. Окрім того, світловий мікроскоп є порівняно дешевим і неруйнівним інструментом дослідження. Також він дозволяє працювати з біологічними і медичними зразками в природніх умовах.

Принцип дії ближньопольного растрового мікроскопа полягає в скануванні об'єкта оптичним зондом на відстані менше довжини хвилі від об'єкта (в ближньому полі). Роль світлового зонду в цьому мікроскопі виконують світловипромінюючі вістря з вихідними отворами, радіус яких в 10-20 разів менше довжини хвилі світла. В результаті ближньопольний растровий скануючий мікроскоп забезпечує отримання зображення з роздільною здатністю в десятки разів вище, ніж у звичайному мікроскопі.



## Лекція 14. Освітлювальні системи

### Тема 14.1. Типи освітлювальних систем

**Освітлювальна система** – це пристрій, призначений для освітлення об'єктів, що самі не світяться.

В більшості випадків неможливо забезпечити необхідну освітленість предмета і її рівномірність просто джерелом світла (довелось би робити дуже велике джерело або розміщувати його дуже близько до предмету). Тому між джерелом і предметом розміщується оптична система, тобто предмет освітлюється не безпосередньо джерелом випромінювання, а його зображенням, яке формується оптичною системою.

За допомогою оптичної освітлювальної системи вирішують проблему найповнішого використання світлового потоку, що потрапляє в систему, та створення рівномірної освітленості предмета.

#### 1. Колектор

Якщо предмет, який необхідно освітити, знаходиться на нескінченності, то використовують оптичну схему колектору. В колекторі джерело світла розташовується в передньому фокусі оптичної системи, а його зображення локалізується на нескінченності (рис. 14.1).

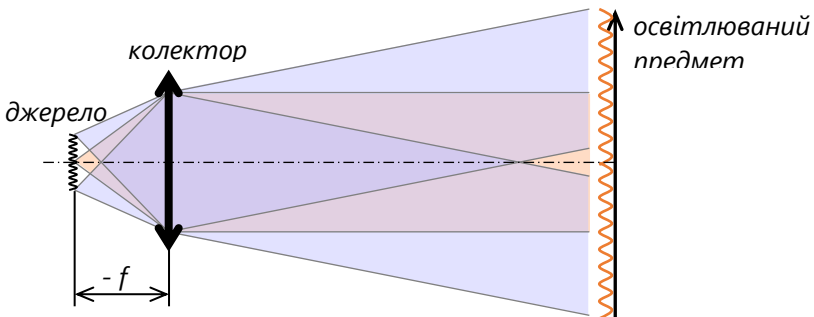


Рис. 14.1. Схема колектора.

#### 2. Конденсор

Якщо освітлювальний предмет знаходиться на скінченній відстані, то для його освітлення використовують конденсор. Можливі два варіанти оптичної схеми конденсора.

В першій схемі оптична система проектує джерело світла безпосередньо на освітлюваний предмет (рис. 14.2). Таку схему застосовують, якщо яскравість джерела світла рівномірна і немає проблем, пов'язаних нагріванням предмету (наприклад, діапозитиву). В цьому випадку кожній освітлюваній точці предмету буде відповідати спряжена до неї точка джерела.

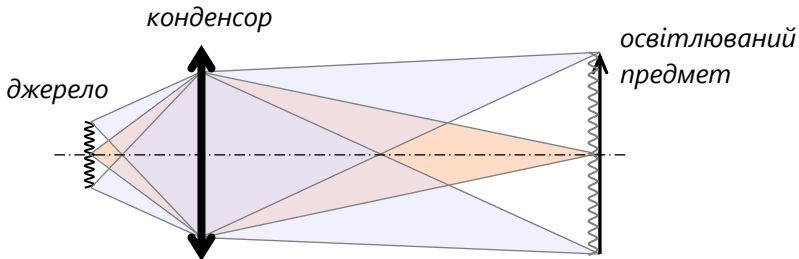


Рис. 14.2. Схема конденсора (джерело проектується на освітлюваний предмет).

В другій схемі оптична система проектує джерело світла у вхідну зіницю наступної оптичної системи. Освітлюваний предмет розміщується в ході променів, як правило поблизу конденсора (рис. 14.3). Цю схему використовують за нерівномірної яскравості джерела. В цьому випадку кожна точка предмету освітлюється променями, що виходять з усіх точок джерела.

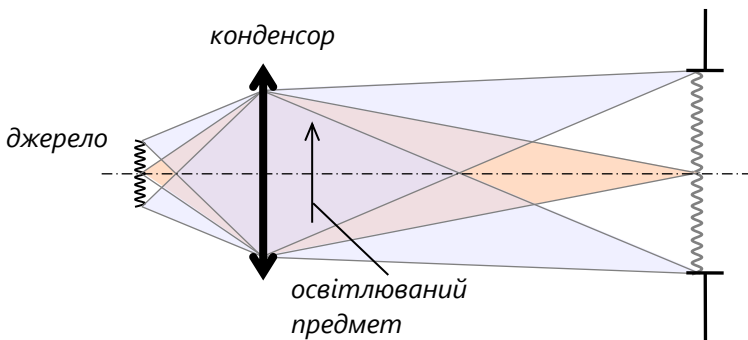


Рис. 14.3. Схема конденсора (джерело проектується у вхідну зіницю наступної оптичної системи).

### 14.1.1. Освітлювальні оптичні системи

Освітлювальні оптичні системи дозволяють покращити якість освітлення, задіяти більшу частину світлового потоку джерела і забезпечити більш рівномірне освітлення об'єкту. Основними елементами освітлювальних систем є прості лінзи або дзеркала (сферичні або асферичні), а також лінзи чи дзеркала зі складним профілем (лінзи Френеля). В якості елементів освітлювальних систем можуть використовуватись растрові системи, світловоди і оптичне волокно.

Лінзові освітлювальні системи містять тільки лінзи сферичної або асферичної форми. Ступінь складності (число лінз) конденсора визначається кутом охоплення  $2\alpha$ , тобто подвійним апертурним кутом в просторі предметів. Чим більший кут охоплення, тим складніша схема конденсора. Максимальний кут охоплення для лінзових конденсорів  $90^\circ$ . Найпростіша схема конденсора – одиночна лінза с кутом охоплення не більше  $15 - 20^\circ$ .

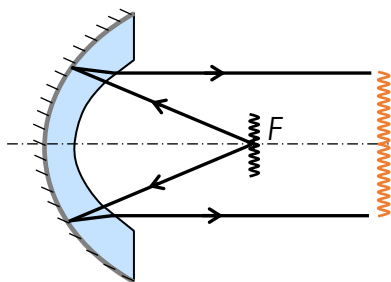


Рис. 14.4. Дзеркало Манжєна.

Дзеркальні освітлювальні системи містять тільки дзеркальні елементи. Дзеркальні освітлювальні системи відрізняються від лінзових більшим кутом охоплення (до  $140^\circ$ ) і відсутністю хроматичних аберацій. Окрім того, у дзеркальних систем менша маса, ніж у лінзових, і більший коефіцієнт пропускання. Найпростіша дзеркальна система – ввігнуте сферичне дзеркало з граничним кутом охоплення до  $110^\circ$ . Джерело світла в такій системі розміщується у фокусі дзеркала, і тоді його зображення формується на нескінченності.

Щоб уникнути пошкодження або забруднення відбиваючого шару, в освітлювальних системах часто застосовують скляні відбивачі, внутрішню поверхню яких покривають відбиваючим шаром. Наприклад, дзеркало Манжена складається з двох сферичних поверхонь, одна з яких покрита відбиваючим шаром (рис. 14.4). Таке дзеркало має кут охоплення біля  $140^\circ$ .

Дзеркально-лінзові освітлювальні системи містять дзеркальні і лінзові компоненти. Наприклад, лінзова частина системи може розміщуватись після дзеркальної компоненти. В якості дзеркальної компоненти можуть використовуватись сферичні або асферичні дзеркала, а в якості лінзових компонент – сферичні і асферичні лінзи, або лінзи Френеля (рис. 14.5).

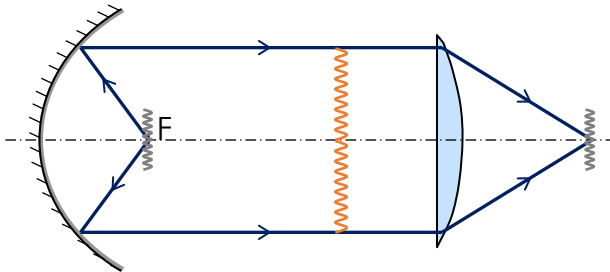


Рис. 14.5. Дзеркально-лінзова освітлювальна система.

Лінзи Френеля – оптичні деталі зі сходинкоподібною поверхнею складного профілю (рис. 7.6). Сходи́нки лінзи Френеля зазвичай розмежовані концентричними канавками і представляють собою ділянки сферичних чи конічних поверхонь. Кожна ділянка цих поверхонь напрямляє пучки променів у необхідне місце зображення. Чим менша відстань між сусідніми сходинками (тобто більша їх кількість), тим краще виправляються в лінзі аберації.

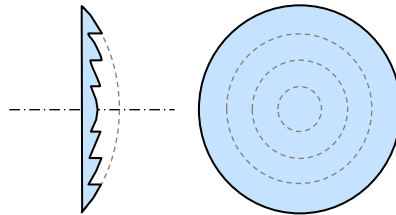


Рис. 14.6. Лінза Френеля.

Лінзи Френеля відрізняються більшими кутами охоплення (до  $100 - 120^\circ$ ) і незначними аберациями. Окрім того, вони мають невеликі габарити (товщини лінз) і вагу, завдяки чому лінзи Френеля використовуються в деяких світлофорах, у фарах машин. Освітлювальні системи в простих прожекторах часто складаються з однієї лінзи Френеля (якщо придивитись, то можна помітити на екрані прожектора концентричні кола).

#### 14.1.2. Прожектор

Прожектор – це оптична система, яка концентрує світловий потік джерела світла у вузький пучок для освітлення віддалених об'єктів або для передачі сигналів на великі відстані (рис. 14.7).

Оптична система прожектора використовується в маяках, театральних прожекторах, в фарах автомобілів тощо.

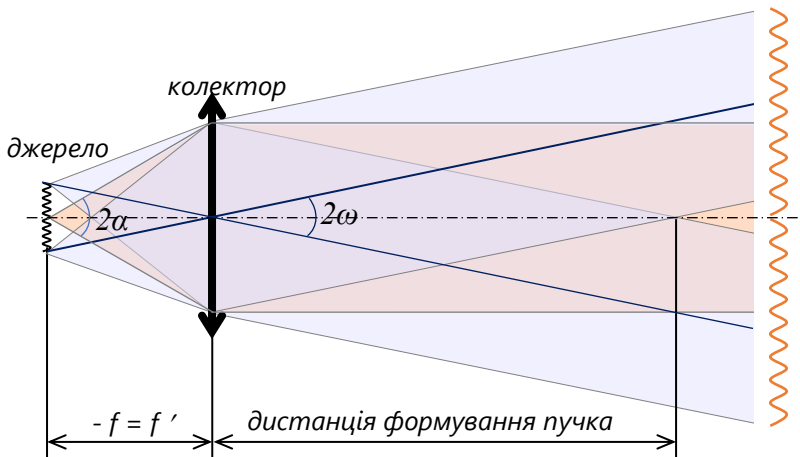


Рис. 14.7. Схема прожектора.

Розглянемо основні характеристики прожектора.

**Сила світла прожектора** (потік випромінювання на одиницю тілесного кута) визначається виразом:

$$I_{\text{пр}} = \tau \pi L \frac{D r^2}{2} \quad (14.1)$$

де  $\tau$  – коефіцієнт пропускання оптичної системи,  $D'$  – діаметр вихідної зіниці,  $L$  – яскравість джерела (потік, що випромінюється одиницею площі на одиницю тілесного кута).

З виразу (14.1) видно, що за однієї і тієї самої яскравості джерела сила світла зростає пропорційно площі вихідної зіниці. Вираз (14.1) справедливий за віддалення освітлюваного предмету на відстань, більшу ніж дистанція формування пучка (рис. 14.7). Тільки починаючи з цієї відстані в зображенні задіяні усі промені, що ідуть крізь край вихідної зіниці прожектора.

**Коефіцієнт підсилення прожектора** – це співвідношення сили світла прожектора до сили світла джерела:

$$k_{\text{пр}} = \frac{I_{\text{пр}}}{I_{\text{дж}}} = \tau \left( \frac{D'}{d} \right) \quad (14.2)$$

де  $d$  – діаметр джерела.

Коефіцієнт підсилення прожектора може досягати  $k_{\text{пр}} = 10000$ .

Кут розсіяння прожектора залежить від розмірів світлового тіла джерела випромінювання:

$$2\omega' \approx d/f' \quad (14.3)$$

З цього виразу випливає, що чим більша фокусна відстань, тим менший кут розсіяння.

**Кут охоплення** – подвійний апертурний кут  $2\alpha$  в просторі предметів, який характеризує повноту використання світлового потоку.

### 14.1.3 Освітлювальні системи проекційних приладів

Проекційні прилади призначені для отримання на екрані зображень предметів необхідного масштабу. Основними пристроями проектора є *освітлювальні*, що забезпечують рівномірне та інтенсивне освітлення проектного предмету, та *зображаючі (проекційні)*, що формують на екрані зображення необхідного масштабу і якості.

Проекційні прилади розділяють на два класи:

- **діаскопічні** – проектують прозорі предмети в проходящому світлі (наприклад, кінопроекція);
- **епіскопічні** – проектують непрозорі предмети у відбитому світлі.

Діаскопічна проєкція (проєкція в проходящому світлі) забезпечує більшу освітленість екрану, ніж епіпроєкція. Саме її ми і розглядатимемо.

Можливі два варіанту дії освітлювальної частини діаскопа.

1. *Зображення джерела світла в площині входної зіниці проєкційного об'єктиву*

В такій схемі джерело світла проєкується у входну зіницю проєкційного об'єктива, а освітлюване кадрове вікно знаходиться в ході променів (рис. 14.8). В цьому випадку кожна точка діапозитиву освітлюється світлом від усіх точок джерела, що особливо важливо за нерівномірною яскравості джерела, зокрема, при використанні лампи розжарювання.

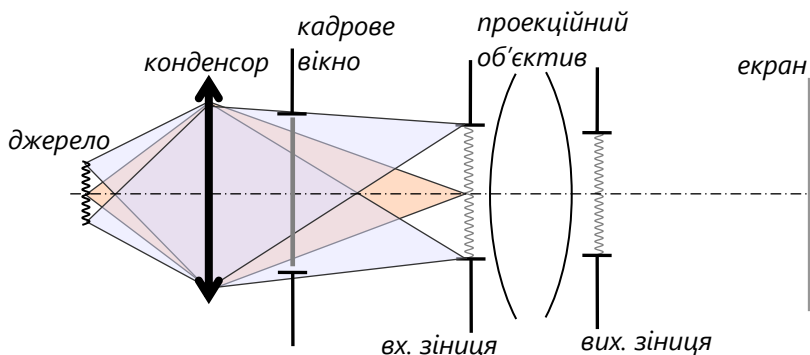


Рис. 14.8. Зображення джерела у входній зіниці.

Щоб джерело заповнювало усю зіницю, збільшення такої освітлювальної системи повинно дорівнювати відношенню діаметру входної зіниці проєкційного об'єктиву до діаметру джерела:

$$\beta_{\text{осв}} = \frac{D}{d} \quad (14.4)$$

Прикладом подібної схеми є звичайний проєктор. Якщо б в проєкторі використовувалась друга схема, то на екрані було б видно зображення джерела світла (лампи розжарення).

## 2. Зображення джерела світла в площині діапозитиву

В цьому випадку зображення джерела суміщається із зображення предмету (рис. 14.9). Така схема застосовується у тому випадку, коли яскравість джерела рівномірна (наприклад, дугові джерела) і якщо можливе нагрівання предмету не грає ролі (наприклад, при кінопроекції, коли кадри швидко змінюють один одного).

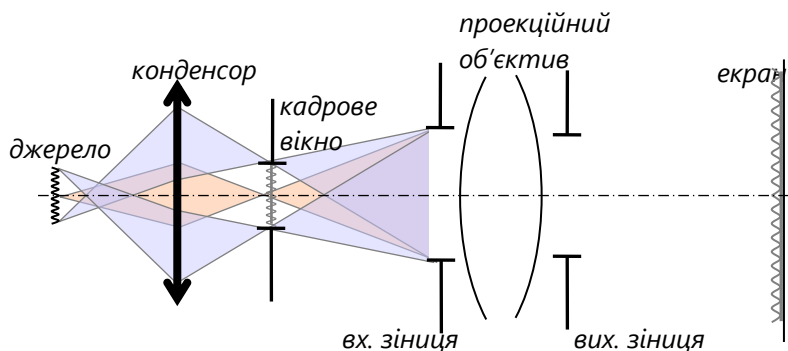


Рис. 14.9. Зображення джерела в кадрі вікна.

Щоб джерело заповнювало усе кадрове вікно, збільшення такої освітлювальної системи має дорівнювати відношенню діагоналі кадру до діаметру джерела:

$$\beta_{\text{осв}} = \frac{a_{\text{кадр}}}{a} \quad (14.5)$$

Розмір проєктованого предмету визначається діагоналлю кадру  $a_{\text{кадр}}$ . В залежності від необхідного розміру зображення (розміру екрана) визначається масштаб проєкції (лінійне збільшення) проєкційного об'єктиву:

$$\beta_{\text{об'єктив}} = \frac{a_{\text{екран}}}{a_{\text{кадр}}} \quad (14.6)$$

Роздільна здатність проєкційної системи оцінюється кружком розсіяння (мінімальним розміром елементу проєктованого предмету) на кадрі або граничною частотою за заданого контрасту.

Освітленість зображення (потік на одиницю площі) залежить від фокусної відстані і відносного отвору проєкційного об'єктиву, коефіцієнту пропускання освітлювальної та проєкційної частин



оптичної системи проектора, а також від яскравості джерела та відстані між об'єктивом і екраном.

В якості проєкційного об'єктиву найчастіше використовують звичайні фотооб'єктиви, які обирають виходячи з необхідних характеристик.

#### 14.1.4. Освітлювальні системи мікроскопів

Оскільки більшість об'єктів, що досліджуються за допомогою мікроскопа, не є такими, що світяться самі, для роботи з ними необхідні додаткові джерела світла. Освітлювальна система мікроскопа повинна забезпечувати отримання контрастних та рівномірно освітлених зображень.

Найбільш поширеною освітлювальною системою в мікроскопах є система Кьолера (рис. 14.10). В цій схемі джерело світла проєктується колектором в площину апертурної діафрагми конденсора. Конденсор проєктує апертурну діафрагму в площину вхідної зіниці мікроскопа. Змінюючи діаметр апертурної діафрагми, можна змінювати апертуру освітлювача, і, як наслідок, освітленість вхідної зіниці. Предметна площина розташовується між конденсором та об'єктивом мікроскопа в ході променів. Оскільки вхідна зіниця мікроскопа як правило розміщується на нескінченності, предмет освітлюється паралельними пучками променів.

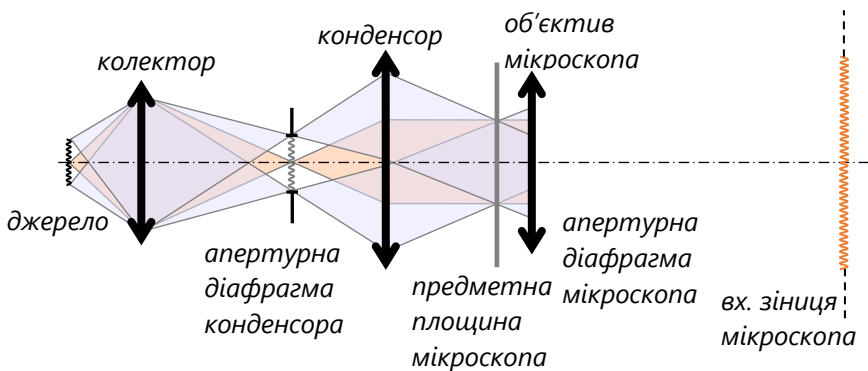


Рис. 14.10. Освітлювальні системи мікроскопів.

За такої схеми кожна точка джерела світла діє однаково на всі точки поля зору, що забезпечує рівномірну освітленість зображення. Окрім того, усі промені, які потрапляють в мікроскоп, приймають участь в утворенні зображення.

Для мікроскопії в проходящому світлі застосовують конденсори світлого чи темного поля. Конденсор світлого поля розрахований на проходяще освітлення зразка, а конденсор темного поля – на освітлення зразка порожнистим світловим конусом. Щоб промінь світла не заважав спостерігачеві, користуються конденсорами, які утворюють косе світлове поле (під кутом до оптичної вісі мікроскопа), а також конденсорами для фазово-контрастних досліджень, застосовуються також конденсори відбитого світла (епіконденсори), які представляють собою кільцеподібну дзеркальну або дзеркально-лінзову систему навколо об'єктиву.

### **Контрольні питання до Розділу 6**

1. Основні типи оптичних систем.
2. Оптична схема фотооб'єктива.
3. Наведіть характеристики фотооб'єктивів. Класифікація фотооб'єктивів.
4. Яку функцію виконує видошукач у фотоапараті? Системи фокусування.
5. Основні типи телескопічних систем. Оптичні схеми.
6. Оптичні характеристики телескопічних систем.
7. Лупа, як елементарна збільшувальна оптична система.
8. Охарактеризуйте оптичну схему мікроскопа.
9. Наведіть основні методи спостереження в мікроскопах.
10. Які типи мікроскопів ви знаєте? Які області їх застосування?
11. Наведіть типи освітлювальних систем.
12. Які освітлювальні системи використовуються в проекторах?

### Список рекомендованої літератури

1. Родионов С.А. Основы оптики. Конспект лекций.– СПб: СПб ГИТМО (ТУ), 2000. - 167 с.
2. Ландсберг Г.С. Общий курс физики: оптика. Учебн. пособие: для вузов. – 6-е изд. стереот. - М: ФИЗМАЛИТ, 2003. – 848 с.
3. Романюк М.О. Оптика : підручник / М.О.Романюк, А.С.Крочук, І.П.Пашук; за ред. проф. М.О.Романюка. – Львів : ЛНУ імені Івана Франка. 2012. – 564 с.
4. Бегунов Б.Н. Геометрическая оптика : 2 изд., переработ. / Б.Н. Бегунов. – М.: МГУ – 1966. – 212 с.
5. Можаров, Г.А. Основы геометрической оптики / Г.А. Можаров. – М.: Издательский дом ЛОГОС, 2006. – 280 с.
6. Кучерук І.М., Горбачук І.Т. Загальний курс фізики. - У 3 т. - Т. 3. Оптика. Квантова фізика: Навч. посіб. - К.: Техніка, 2006. -518с.
7. Методичні вказівки до лабораторних робіт з навчальної дисципліни «Геометрична оптика». – Чернівці : ЧНУ – 36 с.
8. Физический практикум. Электричество и оптика. Под ред. В.И. Ивероновой. – М.: Наука. 1968.
9. Бегунов, Б.Н., Заказнов, Н.П. Теория оптических систем : учебн. пособие: для вузов / Бегунов, Б.Н. [и др.]. - М.: Машиностроение, 1984. – 488 с.
10. Гаркуша І.П., Горбачук І.Т., Курінний І.М. Загальний курс фізики. Збірник задач. - К: Техніка. – 2004.- 560 с.
11. Е.И.Бутиков. Оптика. – М.:Высшая школа, 1986. (особливо розділ про діафрагми).
12. Зоммерфельд А. Оптика: пер. с нем. / А. Зоммерфельд. - М.: ИИЛ, 1953. - 486 с.

Навчальне видання  
Опорний конспект лекцій з навчальної дисципліни

**“Геометрична оптика”**

Укладачі: Фельде Христина Вікторівна

Городинська Ніна Василівна

Фесів Ігор Васильович

Кривецький Василь Іванович

Відповідальний редактор Максимяк Петро Петрович