

ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЕДІНКИ РОЗВ'ЯЗКІВ СТОХАСТИЧНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ У ЧАСТИННИХ ПОХІДНИХ З ВИПАДКОВИМИ ПАРАМЕТРАМИ В ПРАВИЙ ЧАСТИНІ

Ігор Юрченко, Володимир Ясинський

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці, Україна

Розглянемо стохастичний експеримент з базовим імовірнісним простором $(\Omega, F, \mathbb{F}, P)$, $F \equiv \{F_t, t \geq 0\}$ – фільтрація, де задана функція $u(t, x, \omega)$ є вимірною з імовірністю одиниця за t та x відносно мінімальної σ -алгебри $B([0, T], \mathbb{R}^1)$ борелевих множин на площині та для якої

$$\int_{-\infty}^{+\infty} E \left\{ |u(t, x, \omega)|^2 \right\} dx < \infty$$

для всіх $t \in [0, T]$, $E\{\bullet\}$ – математичне сподівання, $T \subset [0, \infty)$ [1,2]. Простір функцій $\{u(t, x, \omega)\}$, що володіє властивістю інтегровності, позначимо через \mathfrak{M}_T . У просторі \mathfrak{M}_T слід ввести норму вигляду

$$\|u(t, x, \omega)\|^2 \equiv \int_0^T E_u(t) dt = \int_0^T E \left[\int_{-\infty}^{+\infty} |u(t, x, \omega)|^2 dx \right]^2 dt.$$

Позначимо через

$$Q(A, q, p) \equiv \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m a_{kj} q^k p^j,$$

де $A \equiv \{a_{kj}\}$ – дійснозначна матриця розмірності $n \times m$, складена з елементів $a_{kj} \in \mathbb{R}^1$. Розглянемо на $(\Omega, F, \mathbb{F}, P)$ задачу Коші для СДРЧП вигляду [3,4]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[Q \left(A, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x} \right) u(t, x, \omega) \right] + Q \left(B, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x} \right) u(t, x, \omega) = \\ & = \varphi(\xi(\omega)) Q \left(C, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x} \right) u(t, x, \omega) \frac{dw(t, \omega)}{dt}, \\ & Q \left(A, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x} \right) u(t, x, \omega) \Big|_{t=0} = [Qu]_0, \end{aligned}$$

$B \equiv \{b_{ij}\}_{i,j=1}^{k,n}$, $b_{ij} \in \mathbb{R}^1$; $C \equiv \{c_{ij}\}_{i,j=1}^{k,n}$, $c_{ij} \in \mathbb{R}^1$, $\varphi(\bullet)$ – берівська функція з областю значень \mathbb{R}^1 , $\xi(\omega)$ – випадкова величина, задана щільністю $p_\xi(x)$ (або функцією розподілу), $w(t, \omega)$ – одновимірний вінерів процес, при цьому $\xi(\omega)$ не залежить від $w(t, \omega)$.

Отримані результати щодо поведінки в середньому квадратичному сильного розв'язку даного рівняння (див. [3–7]).

Список літератури

1. Гіхман Й.І., Скороход А.В. Стохастичні диференціальні рівняння з частинними похідними. – Київ: Ін-т математики АН УРСР, 1981. – С.25–59.
2. Перун Г.М., Ясинський В.К. Дослідження задачі Коші для стохастичних рівнянь у частинних похідних // Укр. мат. журн. – 1993. – Т.45, № 9. – С.1773–1781.
3. Koroliuk V.S., Yurchenko I.V., Yasynskyy V.K. Behavior of the Second Moment of the Solution to the Autonomous Stochastic Linear Partial Differential Equation with Random Parameters in the Right-Hand Side // Cybernetics and Systems Analysis. – 2015. – Vol.51, №1. – P.56–63.
4. Yurchenko I.V., Yasynskyy V.K. Existence of Lyapunov–Krasovskii Functionals for Stochastic Functional Differential Ito–Skorokhod Equations under the Condition of Solutions' Stability on Probability with Finite Aftereffect // Cybernetics and Systems Analysis. – 2018. – Vol.54, №6. – P.957–970.

5. Lukashiv T.O., Yurchenko I.V., Yasynskyy V.K. Necessary and Sufficient Conditions of Stability in the Quadratic Mean of Linear Stochastic Partial Differential-Difference Equations Subject to External Perturbations of the Type of Random Variables // Cybernetics and Systems Analysis.– 2020.– Vol.56, №2.– P.303–311.
6. Yasynskyy V.K., Yurchenko I.V. Existence of the Solution to the Cauchy Problem for Nonlinear Stochastic Partial Differential-Difference Equations of Neutral Type // Cybernetics and Systems Analysis.– 2021.– Vol.57, №5.– P.764–774.
7. Yasynskyy V.K., Yurchenko I.V. Mean-Square Stability and Instability Criteria for the Gikhman–Ito Stochastic Diffusion Functional Differential Systems Subject to External Disturbances of the Type of Random Variables // Cybernetics and Systems Analysis.– 2023.– Vol.59, №2.– P.283–295.

e-mail: i.yurchenko@chnu.edu.ua