І. В. Юрченко, канд. фіз.-мат. наук,
В. К. Ясинський, д-р фіз.-мат. наук, професор
Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича, м. Чернівці

ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЕДІНКИ РОЗВ'ЯЗКІВ СТОХАСТИЧНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ У ЧАСТИННИХ ПОХІДНИХ З ВИПАДКОВИМИ ПАРАМЕТРАМИ В ПРАВІЙ ЧАСТИНІ

Розглянемо стохастичний експеримент з базовим імовірнісним простором $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$, $\mathbb{F} \equiv \{\mathcal{F}_t, t \geq 0\}$ – фільтрація, де задана функція $u(t,x,\omega)$ є вимірною з імовірністю одиниця за t та x відносно мінімальної σ-алгебри $\mathcal{B}\left(\left[0,T\right],\mathbb{R}^1\right)$ борелевих множин на площині та для якої $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{E}\left\{\left|u(t,x,\omega)\right|^2\right\}dx < \infty$ для всіх $t \in [0,T]$, $\mathbb{E}\{\bullet\}$ – математичне сподівання, $T \subset [0,\infty)$ [1, 2]. Простір функцій $\{u(t,x,\omega)\}$, що володіє властивістю інтегровності, позначимо через $\mathfrak{M}_T$. У просторі $\mathfrak{M}_T$ слід ввести норму вигляду

$$\left\|u(t,x,\omega)\right\|^2 \equiv \int\limits_0^T \mathbb{E}_u(t)dt = \int\limits_0^T \mathbb{E}\left[\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left|u(t,x,\omega)\right|^2 dx\right]^2 dt .$$

Позначимо через $Q(A,q,p) \equiv \sum\limits_{k=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{m} a_{kj} q^k p^j$, де $A \equiv \{a_{kj}\}$ – дійснозначна матриця розмірності $n \times m$, складена з елементів $a_{kj} \in \mathbb{R}^1$. Розглянемо на $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$ задачу Коші для СДРЧП вигляду [3,4]

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[Q\left(A,\frac{\partial}{\partial t},\frac{\partial}{\partial x}\right)u(t,x,\omega)\right] + Q\left(B,\frac{\partial}{\partial t},\frac{\partial}{\partial x}\right)u(t,x,\omega) =$$

$$= \varphi(\xi(\omega))Q\left(C,\frac{\partial}{\partial t},\frac{\partial}{\partial x}\right)u(t,x,\omega)\frac{dw(t,\omega)}{dt},$$

$$Q\left(A,\frac{\partial}{\partial t},\frac{\partial}{\partial x}\right)u(t,x,\omega)\Big|_{t=0} = [Qu]_0 ,$$

$B \equiv \{b_{ij}\}_{i,j=1}^{k,n}$, $b_{ij} \in \mathbb{R}^1$; $C \equiv \{c_{ij}\}_{i,j=1}^{k,n}$, $c_{ij} \in \mathbb{R}^1$, $\varphi(\bullet)$ – берівська функція з областю значень $\mathbb{R}^1$, $\xi(\omega)$ – випадкова величина, задана щільністю $p_{\xi}(x)$ (або функцією розподілу), $w(t,\omega)$ – одновимірний вінерів процес, при цьому $\xi(\omega)$ не залежить від $w(t,\omega)$.

Отримані результати щодо поведінки в середньому квадратичному сильного розв'язку даного рівняння (див. [3-7]).

Список використаних джерел:

1. Гіхман Й. І., Скороход А. В. Стохастичні диференціальні рівняння з частинними похідними. Київ: Ін-т математики АН УРСР, 1981. С. 25-59.
2. Перун Г. М., Ясинський В. К. Дослідження задачі Коші для стохастичних рівнянь у частинних похідних. *Укр. мат. журн.* 1993. Т. 45. № 9. С. 1773-1781.
3. Koroliuk V. S., Yurchenko I. V., Yasynskyy V. K. Behavior of the Second Moment of the Solution to the Autonomous Stochastic Linear Partial Differential Equation with Random Parameters in the Right-Hand Side. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2015. Vol. 51. № 1. P. 56-63.
4. Yurchenko I. V., Yasynskyy V. K. Existence of Lyapunov–Krasovskii Functionals for Stochastic Functional Differential Ito–Skorokhod Equations under the Condition of Solutions' Stability on Probability with Finite Aftereffect. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2018. Vol. 54. № 6. P. 957-970.
5. Lukashiv T. O., Yurchenko I. V., Yasynskyy V. K. Necessary and Sufficient Conditions of Stability in the Quadratic Mean of Linear Stochastic Partial Differential-Difference Equations Subject to External Perturbations of the Type of Random Variables. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2020. Vol. 56. № 2. P. 303-311.
6. Yasynskyy V. K., Yurchenko I. V. Existence of the Solution to the Cauchy Problem for Nonlinear Stochastic Partial Differential-Difference Equations of Neutral Type. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2021. Vol. 57. № 5. P. 764-774.
7. Yasynskyy V. K., Yurchenko I. V. Mean-Square Stability and Instability Criteria for the Gikhman-Ito Stochastic Diffusion Functional Differential Systems Subject to External Disturbances of the Type of Random Variables. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2023. Vol. 59. № 2. P. 283-295.