УДК 517.9

Клевчук І.І., д-р фіз.-мат. наук,
Щур О.І.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,
м. Чернівці

КВАЗІОПТИМАЛЬНА СТАБІЛІЗАЦІЯ ЛІНІЙНИХ КЕРОВАНИХ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНИХ СИСТЕМ ІЗ ЗАПІЗНЕННЯМ

Розглянемо систему

$$\frac{dx}{dt} = Lx(t) + My(t) + Ny(t - \varepsilon\Delta) + Au(t),$$
$$\varepsilon\frac{dy}{dt} = By(t) + Cy(t - \varepsilon\Delta) + Dx(t), \tag{1}$$

де ε – малий додатний параметр, $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^m$, $u \in \mathbb{R}^r$, всі корені характеристичного рівняння $\det(B + Cexp(-\lambda\Delta) - \lambda E) = 0$ лежать у півплощині $Re\,\lambda < 0$. Керування $u(t)$ повинно бути вибране так, щоб забезпечити асимптотичну стійкість розв'язків системи (1) і мінімізувати функціонал

$$J(u) = \int_0^\infty \Big(x'(t)Qx(t) + u'(t)Fu(t)\Big)dt, \tag{2}$$

де Q та F – додатно визначені симетричні матриці, $x(t)$ – розв'язок системи (1), в якій $y_t = p(\varepsilon)x(t)$. Тут y_t – елемент простору $\mathbb{C}[-\varepsilon\Delta, 0]$, заданий функцією $y_t(\theta) = y(t + \theta)$, $-\varepsilon\Delta \leq \theta \leq 0$.

Нехай система

$$\frac{dx}{dt} = Lx - (M + N)(B + C)^{-1}Dx + Au$$

цілком керована. Тоді існує розв'язок задачі (1), (2), причому $u(t) = g(\varepsilon)x(t)$, причому функції $g(\varepsilon)$ та $p(\varepsilon)$ можна шукати у вигляді ряду за степенями ε. Поряд із системою (1) розглянемо систему

$$\frac{dx}{dt} = Lx(t) + My(t) + Ny(t - \varepsilon\Delta) + Ag(\varepsilon)x(t),$$
$$\varepsilon\frac{dy}{dt} = By(t) + Cy(t - \varepsilon\Delta) + Dx(t). \tag{3}$$

Аналогічно [1] можна довести існування інтегральних многовидів системи (3), які можна подати у вигляді $y_t = p(\varepsilon)x(t)$, $x(t) = h(\varepsilon)y_t$, і здійснити розщеплення системи (3) на дві незалежні підсистеми. Правильні зображення $g(\varepsilon) = g_0 + O(\varepsilon)$, де $g_0 = -F^{-1}A'K$, симетрична додатно визначена матриця K є розв'язком матричного алгебраїчного рівняння Ріккаті

$$KL_1 + L_1K - KAF^{-1}A'K + Q = 0, L_1 = L + (M+N)p_0,$$
$$p_0 = -(B+C)^{-1}D, p(\varepsilon) = p_0 + [\varepsilon(B+C)^{-1}(E+\Delta C) + \theta]p_0[L +$$
$$+(M+N)p_0 + Ag_0] + O(\varepsilon^2), \quad h(\varepsilon)y_t = \varepsilon(M+N)(B+C)^{-1}y(t) +$$
$$+[M(B+C)^{-1}C - N(B+C)^{-1}B] \int_{-\varepsilon\Delta}^{0} y(t+\theta)d\theta + O(\varepsilon^2).$$

References

1. Fodchuk V.I., Klevchuk I.I. Decomposition of linear functional-differential equations // Dop. Akad. Nauk Ukr. RSR, Ser. A, 1986, No. 8, 23-25.