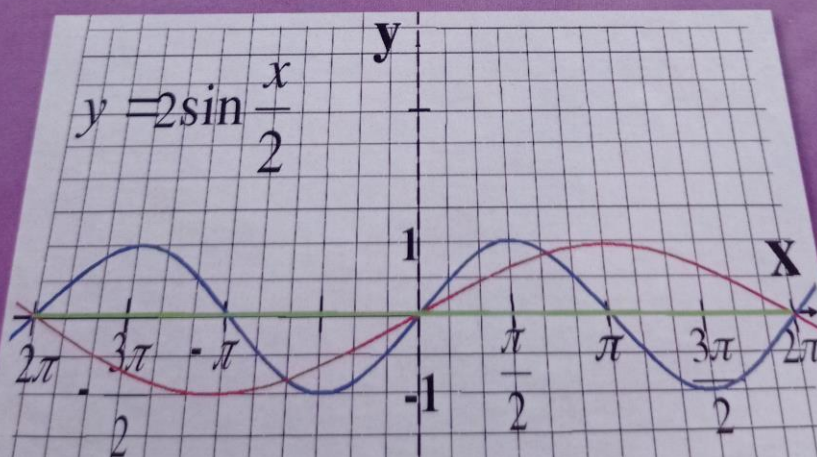


Р.І. Петришин, І.В. Житарюк,
О.В. Мартинюк, Р.С. Колісник

ЗАДАЧІ З ПАРАМЕТРАМИ

ПРАКТИКУМ

Частина I



**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРНІВЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ЮРІЯ ФЕДЬКОВИЧА**

**Р.І. ПЕТРИШИН, І.В. ЖИТАРЮК,
О.В. МАРТИНЮК, Р.С. КОЛІСНИК**

ЗАДАЧІ З ПАРАМЕТРАМИ

**ПРАКТИКУМ
ЧАСТИНА І**

КИЇВ
Видавництво «Людмила»
2021

УДК 51(076.1)

*Друкується за ухвалою Вченої ради
Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича
(Протокол № 7 від 30 червня 2021 року)*

Рецензенти:

Никифорчин О.Р., доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри алгебри і геометрії, Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника.

Сумарюк М.І., кандидат фізико-математичних наук, вчитель вищої категорії, старший вчитель, вчитель математики та інформатики ОЗ Сторожинецький ліцей Чернівецької області.

П 304 Петришин Р.І., Житарюк І.В., Мартинюк О.В., Колісник Р.С.
Задачі з параметрами. Практикум. Частина І: Навчальний посібник. Київ: Видавництво «Людмила», 2021. 544 с.
ISBN 978-617-7974-77-1

У посібнику запропоновано змістовно-методичну лінію задач з параметрами, яку виокремлено за темами, що входять в програму загальноосвітнього курсу математики і відповідають Державному стандарту освітньої галузі «Математика». Наведено приклади розв'язаних задач з параметрами для ілюстрації певних видів рівнянь, нерівностей і їх систем та засвоєння відповідних методів розв'язування задач з параметрами. У кінці першого розділу та підпунктів другого розділу приведено завдання з відповідями для самостійного розв'язування. Матеріал посібника буде корисним студентам ЗВО спеціальності «Середня освіта (математика)», учителям математики, учням ЗЗСО при підготовці до ДПА та ЗНО.

Посібник адресовано учням ЗЗСО, слухачам підготовчих курсів, студентам ЗВО спеціальностей «Середня освіта (математика)», учителям ЗЗСО.

З М І С Т		
	Вступ	5
Розділ І	Задачі з параметрами: основні поняття, їх систематизація та класифікація методів розв'язування	8
1.1	Основні поняття задач з параметрами	8
1.2	Систематизація задач з параметрами	16
1.3	Класифікація методів розв'язування задач з параметрами	19
	Запитання і завдання для самоконтролю	23
Розділ ІІ	Різні види рівнянь і нерівностей з параметрами та їх системи	25
2.1	<i>Алгебраїчні рівняння з параметрами та їх системи</i>	33
2.1.1	Цілі раціональні рівняння з параметрами та їх системи	38
2.1.1.1	<i>Лінійні рівняння з параметрами</i>	38
	Завдання для самостійного розв'язування	48
2.1.1.2	<i>Системи лінійних рівнянь з параметрами</i>	52
	Завдання для самостійного розв'язування	68
2.1.1.2	<i>Квадратні рівняння з параметрами та їх системи</i>	72
	Завдання для самостійного розв'язування	103
2.1.1.3	<i>Рівняння вищих степенів з параметрами та їх системи</i>	110
	Завдання для самостійного розв'язування	141
2.1.2	Дробово-раціональні рівняння з параметрами та їх системи ..	144
	Завдання для самостійного розв'язування	167
2.1.3	Ірраціональні рівняння з параметрами та їх системи	172
	Завдання для самостійного розв'язування	227
2.2	<i>Алгебраїчні нерівності з параметрами та їх системи</i>	237
2.1.1	Цілі раціональні нерівності з параметрами та їх системи	240
2.1.1.1	<i>Лінійні нерівності з параметрами та їх системи</i>	245
	Завдання для самостійного розв'язування	255
2.1.1.2	<i>Квадратні нерівності з параметрами та їх системи</i>	261
	Завдання для самостійного розв'язування	282
2.1.1.3	<i>Нерівності вищих степенів з параметрами та їх системи</i>	291
	Завдання для самостійного розв'язування	299
2.1.2	Дробово-раціональні нерівності з параметрами та їх системи .	300
	Завдання для самостійного розв'язування	311
2.1.3	Ірраціональні нерівності з параметрами та їх системи	318
	Завдання для самостійного розв'язування	332
2.3	<i>Тригонометричні рівняння з параметрами та їх системи .</i>	339
	Завдання для самостійного розв'язування	388
2.4	<i>Тригонометричні нерівності з параметрами</i>	

	<i>та їх системи</i>	406
	<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	425
2.5	<i>Показникові рівняння з параметрами та їх системи</i>	432
	<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	451
2.6	<i>Показникові нерівності з параметрами та їх системи</i>	456
	<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	462
2.7	<i>Логарифмічні рівняння з параметрами та їх системи</i>	465
	<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	496
2.8	<i>Логарифмічні нерівності з параметрами та їх системи ..</i>	498
	<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	514
2.9	<i>Різні трансцендентні рівняння і нерівності з параметрами та їх системи</i>	519
	<i>Завдання для самостійного розв'язування</i>	528
Розділ III	<i>Задачі з параметрами на ЗНО з математики</i>	533
	<i>Література</i>	538

ВСТУП

Зацікавленість задачами з параметрами зростає з кожним роком. До середини 60-х років ХХ ст. такі задачі практикувалися у закладах загальної середньої освіти (ЗЗСО) та пропонувалися на вступних іспитах.

Сьогодні значна кількість завдань із параметрами є і в діючих підручниках та різних навчально-методичних посібниках для ЗЗСО. Задачі з параметрами завжди є серед завдань державної підсумкової атестації, ЗНО, математичних олімпіадах, конкурсах, турнірах тощо.

До необхідності розв'язувати задачі з параметрами приводить значна кількість прикладних задач, зокрема, економічних, медичних, технічних, фізичних та інших.

Зростаюча популярність таких задач є не випадковою. Теоретичні наукові дослідження у різних сферах нашого життя часто за допомогою математичного моделювання приводять до дуже складних рівнянь, нерівностей та їх систем, які містять параметри. Можна стверджувати, що задачі з параметрами, які пропонують для розв'язування учням та студентам, є спрощеним прототипом важливих науково-дослідницьких задач, які, можливо, їм потрібно буде розв'язувати у своїй професійній діяльності.

Завдання, у яких є параметри, традиційно вважають одними із найскладніших для розв'язування в загальноосвітньому курсі математики як у ЗЗСО, так і у закладах вищої освіти (ЗВО). Вміння розв'язувати такі задачі цілком справедливо вважають показником рівня математичної компетентності учнів, студентів, оскільки демонструють ступінь засвоєння як теорії із загальноосвітнього курсу математики, так і практичного її застосування у нестандартних ситуаціях. Однак уміння розв'язувати такі задачі не є вимогою державного стандарту освітньої галузі «Математика». Можливо, тому вчителі мало приділяють уваги таким завданням, а, отже, і вмінню їх розв'язувати.

Сучасний етап перебудови системи освіти висуває підвищені

вимоги до фахової підготовки вчителя, його педагогічної майстерності, компетентності, ерудиції, інтелектуальності і загальної педагогічної культури.

На фоні змін, що відбуваються в системі української освіти, чітко проявляється недостатня фахова підготовка молодих учителів. На основі аналізу підсумків анкетування і бесід виявлено, що учителям недостає спеціальних (математичних), психолого-педагогічних і методичних знань. Аналіз проходження студентами педагогічної практики свідчить про недостатній рівень володіння ними низкою методичних умінь: аналізувати зміст теми загальноосвітнього курсу математики, розробляти системи задач, організовувати індивідуальну роботу суб'єктів навчання на уроці, реалізовувати певні узагальнення тощо. Звідси випливає потреба в якісних змінах фахової і, передусім, методичної підготовки учителя математики.

Одним з напрямків удосконалення системи освіти у ЗВО є посилення фахово-педагогічної спрямованості підготовки учителів, особливо це стосується методів розв'язування задач з параметрами.

Зазначимо, що специфіка задач з параметрами полягає в тому, що вони охоплюють усі теми алгебри, а тому є унікальним засобом для систематизації й узагальнення навчальних досягнень учнів. Високий рівень абстрагування та алгоритмізації в задачах з параметрами розвиває навички застосування евристичних, дослідницьких прийомів роботи, вміння встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, культуру мислення, ініціативу, творчість, а також забезпечує інтелектуальний розвиток особистості. Крім того, за допомогою задач з параметрами можна перевірити знання учнями основних розділів загальноосвітнього курсу математики, зокрема властивостей елементарних функцій, рівносильних перетворень рівнянь, нерівностей та їх систем, а також рівень математичного і логічного мислення.

Уміння розв'язувати задачі з параметрами вважається ознакою відмінного знання математики.

При розв'язуванні задач з параметрами виникає потреба здійснювати нескладні, але послідовні міркування, скласти логічну схему розв'язуваної задачі. А тому такі задачі – незамінний засіб для тренування логічного мислення й є підставою для кращого розуміння задач без параметрів.

Основна мета навчального посібника полягає в тому, щоб допомогти усім бажаючим навчитися розв'язувати задачі з параметрами. У навчальному посібнику наведено приклади розв'язування задач від найпростіших до найскладніших для ілюстрації певних видів рівнянь, нерівностей і їх систем та засвоєння відповідних методів розв'язування задач з параметрами, а також завдання для самостійного розв'язування з вказівкою відповіді з метою самоконтролю й розраховані на різний рівень математичної підготовки читача. Крім того, в посібнику наведено завдання з параметрами, які пропонувалися на ЗНО.

Запропоновані у посібнику приклади розв'язаних задач з параметрами і завдання для самостійної роботи можуть бути використані вчителями ЗЗСО в умовах моно- і багаторівневої системи навчання з метою формування в учнів міцних навиків розв'язування задач з параметрами різного рівня складності, при цьому учні зможуть ліквідувати прогалини в знаннях і вміннях, розширити та поглибити свої знання, підвищити рівень власної підготовки з математики.