Міністерство освіти і науки України
Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича

Задачі
з молекулярної фізики
та методика їх розв’язування

Чернівці

2022

УДК 53(076.1)
К 93

Рекомендовано навчально-методичною радою навчально-наукового Інституту фізико-технічних та комп'ютерних наук Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, протокол №3 від 5 січня 2022 р.

Задачі з молекулярної фізики та методика їх розв'язування. // Укладачі: Курек І. Г., Курек Є. І., Ткач О. О., Струк Я. М. –Чернівці:, 2022 – 119 с.

Методичний посібник призначений для студентів першого курсу, які навчаються за спеціальностями "Фізика та астрономія", "Середня освіта (фізика)" та "Прикладна фізика"

Зміст

РОЗДІЛ І. ІДЕАЛЬНІ ГАЗИ

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Під *ідеальним газом* розуміють модель, в якій молекули газу вважаються матеріальними точками, які взаємодіють між собою за законами пружних зіткнень. Внутрішня будова молекул не враховується. Стан певної маси m ідеального газу, молярна маса якого μ характеризується трьома параметрами стану – тиском P, об'ємом V і абсолютною температурою T, – і вважається визначеним, якщо відомі, як незалежні, будь-які два параметри із перелічених трьох. Вони зв'язані між собою рівнянням стану Клапейрона-Менделєєва:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT , \tag{1.1}$$

де R = 8,31 *Дж/(моль·К)* – універсальна газова стала. Абсолютна температура T, що вимірюється за шкалою Кельвіна, зв'язана з температурою t^o шкали Цельсія співвідношенням:

$$T = t^{\text{o}} + 273{,}15 . \tag{1.2}$$

Якщо у газі відбувається перехід з одного стану до іншого при незмінній масі газу, то має місце співвідношення, яке називаєтьсяо *об'єднаним газовим законом*:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = \ldots = \frac{P_n V_n}{T_n} \text{ або } \frac{PV}{T} = const . \tag{1.3}$$

Із цього співвідношення можна отримати окремі випадки:
при $T = const$ (*закон Бойля–Маріотта*)

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 = \ldots = P_n V_n \text{ або } PV = const ; \tag{1.4}$$

при $P = const$ (*закон Гей-Люссака*)

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \ldots = \frac{V_n}{T_n} \text{ або } \frac{V}{T} = const ; \tag{1.5}$$

при $V = const$ (*закон Шарля*)

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = ... = \frac{P_n}{T_n} \text{ або } \frac{P}{T} = const \,. \qquad (1.6)$$

Іноді стан газу за будь-яких умов порівнюють з його станом за нормальних умов: $P_0 = 1{,}01 \cdot 10^5$ *Па* (760 *мм рт. ст.*); $T_0 = 273$ *К* (0 ^oC); $V_0 = 22{,}4 \cdot 10^{-3}$ $м^3$ (для одного моля ідеального газу).

Якщо в об'ємі V при температурі T існує суміш хімічно невзаємодіючих газів, то загальний тиск суміші дорівнює сумі парціальних тисків її окремих компонентів (*закон Дальтона*):

$$P = P_1 + P_2 + ... + P_n = \sum_{i=1}^{n} P_i = \frac{PV}{R} \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{\mu_i} \,. \qquad (1.7)$$

З рівняння (1.1) можна визначити густину газу при довільних умовах

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu P}{RT} \,, \qquad (1.8)$$

а використовуючи (1.7), густину суміші газів

$$\rho = \sum_{i=1}^{n} \rho_i = \frac{1}{RT} \sum_{i=1}^{n} \mu_i P_i \,. \qquad (1.9)$$

Методичні вказівки і поради

1. Користуючись вищенаведеними співвідношеннями можна розв'язати ряд задач, які вимагають застосування одного тільки рівняння стану (1.1) та його наслідків (1.3) - (1.9). Розв'язання цих задач зводиться до визначення однієї з величин, які входять до рівняння (1.1) або (1.3), або до визначення величини, яка зв'язана з параметрами P, V і T заздалегідь відомими співвідношеннями.

2. Часто зустрічаються задачі, в яких невідомих параметрів більше ніж один і в умові задачі розглядається кілька станів ідеального газу. Щоб розв'язати таку задачу потрібно скласти систему рівнянь, тобто записати рівняння (1.1) для кожного визначеного стану газу, і з цієї системи обчислювати невідомі параметри.

3. Якщо *маса газу залишається сталою* при переході газу з одного стану в інший, то можна користуватися формулами для газових законів (1.3) - (1.6).

4. Записуючи рівняння стану (або систему рівнянь) і визначаючи для цього з умови задачі величини параметрів стану, слід пам'ятати про закон парціальних тисків. Він дає можливість розглядати поведінку кожної компоненти газу окремо і незалежно від інших, складаючи для неї своє рівняння стану (або систему рівнянь).

5. При розв'язуванні системи рівнянь стану можна знайти кілька значень шуканої величини. У такому випадку потрібно вибирати те значення, яке відповідає фізичному змісту задачі.

6. Задачі на закони ідеального газу можна розв'язувати і графічно. За графіком можна не тільки оцінити зміни параметрів стану за величиною, а й простежити за характером цих змін.

7. Бувають випадки, коли у задачі потрібно знайти величину, яка зв'язана саме з процесом, наприклад проміжок часу або закон, за яким в процесі переходу змінюється один з параметрів стану. Тоді слід застосовувати рівняння (1.1) у диференціальній формі запису, вважаючи один з параметрів сталим і відшукуючи зв'язок між малими змінами інших. У знайденому диференціальному рівнянні змінні, зазвичай, розділяються і подальше інтегрування, яке проводиться з урахуванням фізичного змісту задачі, виконується без труднощів.

Приклади розв'язування задач

1. Густину будь-якого газу експериментально можна визначити наступним чином. Великий скляний балон місткістю V наповнюють досліджуваним газом до тиску *H мм рт. ст.* і зважують. Його маса дорівнює M. Потім частину газу випускають так, що тиск зменшується до *h мм рт. ст.*, а нова маса балона складає m. Якою буде густина газу при атмосферному тиску?

Розв'язання

Запишемо рівняння (1.1) для двох фіксованих станів газу:

$$\begin{cases} HV = \dfrac{M}{\mu} RT \\ hV = \dfrac{m}{\mu} RT \end{cases} . \qquad (1)$$

Розв'язуючи дану систему рівнянь, для різниці мас знайдемо:

$$\Delta M = M - m = \frac{V(H-h)\mu}{RT} \qquad (2)$$

і запишемо для неї рівняння стану при атмосферному тиску $H_{ат}$

$$H_{ат}V = \frac{\Delta M}{\mu} RT \Rightarrow H_{ат} = \frac{\rho}{\mu} RT . \qquad (3)$$

З (3) шукана густина:

$$\rho = \frac{H_{ат}\mu}{RT} . \qquad (4)$$

Невідому величину $\frac{\mu}{RT}$ знайдемо з (2):

$$\frac{\mu}{RT} = \frac{M - m}{V(H-h)} . \qquad (5)$$

Підставляючи (5) у (4), остаточно для шуканої густини одержуємо:

$$\rho = \frac{H_{ат}(M-m)}{V(H-h)} .$$

2. Компресор забирає при кожному качанні $V_0 = 4$ *л* повітря при температурі $T_0 = 270$ *К* і нормальному атмосферному тиску P_0 та нагнітає його у резервуар місткістю V_1=1,5 *м*^{3}. У резервуарі підтримується стала температура 318 *К*. Скільки качань повинен зробити компресор, щоб тиск у резервуарі підвищився на $\Delta P = 2{,}02 \cdot 10^5$ *Па*?

Розв'язання

Компресор при кожному качанні забирає певну масу повітря, яку легко визначити з рівняння (1.1), записаного для одного качання:

$$P_0 V_0 = \frac{m}{\mu} R T_0 . \qquad (1)$$

Ця маса повітря створює у резервуарі парціальний тиск

$$P_1 = \frac{m}{\mu V_1} R T_1 . \qquad (2)$$

Виключаючи з двох рівнянь масу *m* знаходимо:

$$P_1 = \frac{P_0 V_0 T_1}{V_1 T_0}. \qquad (3)$$

На підставі закону Дальтона

$$\Delta P = n \cdot P_1, \qquad (4)$$

де n – кількість качань, які потрібно зробити, щоб збільшити тиск у резервуарі на ΔP.

Із (4) з урахуванням (3) одержуємо остаточний вираз для кількості качань:

$$n = \frac{\Delta P}{P_1} = \frac{\Delta P V_1 T_0}{P_0 V_0 T_1}. \qquad (5)$$

Підставивши у (5) числові значення величин, заданих в умові задачі, знаходимо

$$n = \frac{2{,}02 \cdot 10^5 \cdot 1{,}5 \cdot 270}{1{,}01 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 318} = 640.$$

Задачі для самостійного розв'язування

1.1. У чашковий ртутний барометр потрапив пухирець повітря, внаслідок чого барометр показує тиск менший за істинний. При порівнянні його показів із показами точного барометра виявилося, що при тиску 768 *мм рт. ст.* барометр показує 748 *мм рт. ст.*, причому відстань від рівня ртуті до запаяного кінця трубки дорівнює 80 *мм*. Який справжній тиск, якщо барометр показує 734 *мм рт. ст.*? (Температура повітря не змінилася).

1.2. У запаяній з одного боку скляній трубці довжиною l = 70 *см* знаходиться стовпчик повітря, закритий зверху стовпчиком ртуті висотою h = 20 *см*, який доходить до верхнього краю трубки (рис. 1). Трубку обережно перевертають, причому частина ртуті виливається.
а) Яка висота x стовпчика ртуті, що залишиться в трубці, якщо атмосферний тиск відповідає тиску стовпця ртуті висотою 75 *см*?
б) При якій довжині трубки стовпчик ртуті тієї ж висоти виллється з трубки повністю?

1.3. Барометрична трубка занурена в глибоку посудину зі ртуттю так, що її рівні в трубці і в посудині збігаються. При цьому повітря в трубці займає стовпчик висотою *l см*. Трубку піднімають на *l' см*. На скільки сантиметрів $\Delta\ l$ підніметься ртуть у трубці? Атмосферний тиск дорівнює H_0 *см рт. ст.*

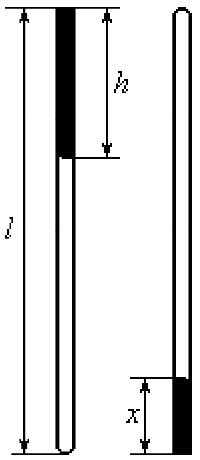


Рис. 1

1.4. Знайти густину водню при температурі 15 ^{O}C і тиску 730 *мм рт. ст.*?

1.5. Густина деякого газу при температурі 10 ^{O}C і тиску $2\cdot10^5$ *Па* дорівнює 0,34 *кг/м*^{3}. Чому дорівнює маса кіломоля цього газу?

1.6. 10 *г* кисню знаходяться під тиском 3 *атм* при температурі 10 ^{O}C. Після розширення внаслідок нагрівання при постійному тиску кисень зайняв об'єм 10 *л*. Знайти: а) об'єм газу до розширення; б) температуру газу після розширення; в) густину газу до розширення; г) густину газу після розширення.

1.7. На рис. 2 зображено манометр для вимірювання малих тисків. Трубка С з'єднує прилад з резервуаром, у якому вимірюється тиск. При підніманні посудини А ртуть доходить до посудини D від'єднуючи при цьому газ, що міститься в ній, від досліджуваного резервуара. При подальшому підніманні ртуть входить в капіляри однакового діаметра K_1 і K_2. Який тиск газу в досліджуваній посудині при таких умовах: об'єм посудини D дорівнює 130 *см*^{3}; внутрішній діаметр капіляра – 1,1 *мм*; різниця рівнів ртуті в капілярах 23 *мм*; рівень ртуті в капілярі K_2 збігається з кінцем капіляра K_1.

1.8. На рис. 3 зображено прилад для вимірювання об'ємів – волюметр. На ньому зроблено такі виміри:

1) Відкривши кран К, з'єднали трубку АВ і посудину Z з атмосферним повітрям. Трубку С привели в таке положення, що ртуть стояла на рівні *l*.

2) Закривши кран К, повільно підняли трубку С настільки, що ртуть піднялася до рівня *n*. Відрахували різницю рівнів ртуті в трубках С і В: h_1 = 18,5 *см*.

3) Відкривши кран К, в посудину Z помістили *m* = 72 *г* зерен жита. Встановили ртуть на рівні *l* і знову закрили кран К.

4) Підняли трубку C настільки, що ртуть піднялась до рівня *n*. Виміряли різницю рівнів ртуті в трубках: $h_2 = 30{,}5$ *см*.

Визначити на основі цих вимірів густину ρ зерен жита, якщо відомо, що внутрішній об'єм посудини Z разом з каналом трубки до поділки *n* дорівнює $V = 152$ *см*^{3}.

1.9. Манометр на балоні зі стиснутим повітрям при температурі 18 ^{O}C показує тиск $8{,}4\cdot10^6$ *Н/м*^{2}. Який тиск він буде показувати, якщо температуру понизити до –23 ^{O}C? Зміною об'єму балона внаслідок охолодження знехтувати.

1.10. Газ при тиску 745 *мм рт. ст.* і при температурі 20 ^{O}C має об'єм 164 *см*^{3}. Який об'єм тієї ж маси газу за нормальних умов?

1.11. Компресор захоплює при кожному качанні 4 *л* повітря при нормальному атмосферному тиску і температурі –3 ^{O}C і нагнітає його в резервуар місткістю 1,5 *м*^{3}, причому температура повітря в резервуарі підтримується близько 45 ^{O}C. Скільки качань повинен зробити компресор, щоб тиск у резервуарі збільшився на $2\cdot10^5$ *Н/м*^{2}?

1.12. Із балона зі стиснутим воднем місткістю 10 *л* внаслідок несправності вентиля витікає газ. При температурі 7 ^{O}C манометр показує $4{,}9\cdot10^6$ *Н/м*^{2}. Через деякий час при температурі 17 ^{O}C манометр показав такий самий тиск. Скільки газу витекло?

1.13. Топочний газ має такий склад по масі: CO_2–21,4 %; H_2O –6,8 %; N_2–71,8 %. Визначити питомий об'єм такого газу при тиску 10^5 *Па* і температурі 500 *К*.

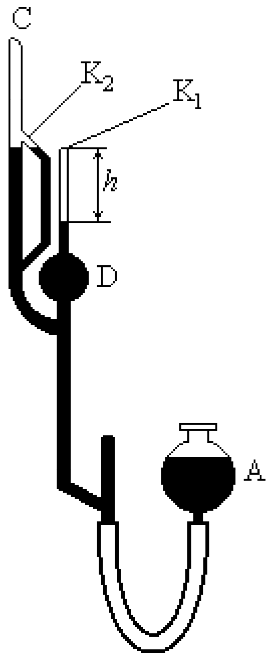


Рис. 2

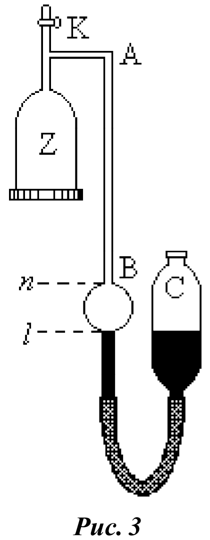


Рис. 3

1.14. Визначити питомий об'єм азоту який знаходиться при температурі 27 ^{O}C під тиском $4{,}9 \cdot 10^4$ $Н/м^2$.

1.15. Три балони місткістю 3, 7, і 5 *л* наповнені, відповідно, киснем (2 *атм*), азотом (3 *атм*) і вуглекислим газом (0,6 *атм*) при однаковій температурі. Балони з'єднують між собою, причому утворюється суміш тієї ж температури. Який буде тиск цієї суміші?

1.16. Дві посудини A і B з повітрям з'єднані між собою капіляром з краном. Посудина A занурена у водяну ванну з температурою $t_1 = 100$ ^{O}C, а посудина B – в охолоджуючу суміш з температурою $t_2 = -20$ ^{O}C. Спочатку посудини були роз'єднані краном, і тиск повітря в посудинах A та B був таким, що відповідно дорівнював $P_1 = 400$ *мм рт. ст.* і $P_2 = 150$ *мм рт. ст.* Знайти тиск, який встановиться в посудинах після відкривання крану, якщо об'єм A дорівнює $V_1 = 250$ $см^3$, а об'єм B – $V_2 = 400$ $см^3$.

1.17. В посудині об'ємом 20 *л* знаходиться 10 *г* азоту і 20 *г* вуглекислого газу при температурі 300 *К*. Визначити:1) молярну масу суміші; 2) тиск у посудині; 3) тиск у посудині після нагрівання до 400 *К*.

1.18. Скільки качань треба зробити, щоб за допомогою насоса, що захоплює за кожне качання 40 $см^3$ повітря, заповнити порожню камеру шини велосипеда настільки, щоб площа її дотику з дорогою дорівнювала 60 $см^2$. Навантаження на колесо дорівнює 350 *Н*, об'єм камери – 2000 $см^3$. Тиск атмосфери прийняти 10^5 $Н/м^2$. Жорсткістю шини знехтувати.

1.19. Балон місткістю 20 *л* заповнений стиснутим повітрям. При температурі 20 ^{O}C манометр показує тиск $1{,}2 \cdot 10^7$ $Н/м^2$. Який об'єм води можна витіснити із цистерни підводного човна повітрям цього балона, якщо витіснення проводиться на глибині 30 *м* при температурі 5 ^{O}C? Вважати, що тиск стовпа води висотою 10 *м* дорівнює 10^5 $Н/м^2$, тиск атмосфери – 10^5 $Н/м^2$.

1.20. Визначити тиск 4 *кг* кисню, що міститься в посудині об'ємом 2 $м^3$ при температурі 29 ^{O}C.

1.21. По газопровідній трубі іде вуглекислий газ при тиску $P = 3{,}9 \cdot 10^5$ *Па* і температурі $t = 7$ ^{O}C. Яка швидкість руху газу в трубі, якщо за $t = 10$ *хв* протікає $m = 2$ *кг* вуглекислого газу і якщо площа перерізу каналу труби $S = 5$ $см^2$.

1.22. Визначити масу кисню що міститься в балоні об'ємом $V = 10$ *л* при температурі –13 ^{O}C, якщо манометр на балоні показує тиск $8{,}8 \cdot 10^6$ *Па*?

1.23. Електрична газонаповнена лампа розжарювання заповнена азотом при тиску 600 *мм рт. ст.* Об'єм лампи становить 500 $см^3$. Яка кількість води увійде в лампу, якщо в ній зробити отвір під водою при нормальному атмосферному тиску?

1.24. Вузька циліндрична трубка, запаяна з одного кінця, містить стовпчик повітря, відділений від атмосферного стовпчиком ртуті. Коли трубка повернута закритим кінцем уверх, повітря в трубці займає висоту l; коли ж трубка повернута вверх відкритим кінцем, то повітря в ній займає висоту $l'<l$. Висота ртутного стовпчика h. Визначити атмосферний тиск?

1.25. Знайти кількість ходів n поршня, щоб поршневим повітряним насосом відкачати посудину місткістю V від тиску P_1 до тиску P_2, якщо об'єм циліндра насоса дорівнює V_0.

1.26. Циліндрична піпетка довжиною l наполовину занурена в ртуть. Її закривають пальцем і виймають. Частина ртуті при цьому витікає. Якої висоти стовпчик ртуті залишиться в піпетці, якщо атмосферний тиск дорівнює H?

1.27. Чому дорівнює густина повітря в посудині, відкачаній до найбільшого розрідження, що може бути створене в сучасних лабораторіях ($P = 10^{-11}$ *мм рт. ст.*)? Температура повітря 15 ^{O}C.

1.28. 12 *г* газу займають об'єм $4\cdot10^{-3}$ $м^3$ при температурі 7 ^{O}C. Після нагрівання при постійному тиску густина газу стала $6\cdot10^{-4}$ $г/см^3$. До якої температури нагріли газ?

1.29. У тонкостінний сферичний балон масою $M = 1$ *кг* нагнітається азот при температурі $T = 300$ *К*. Знайти максимальну масу азоту, яку можна помістити в балон, якщо допустима напруга на стінках балона $\sigma = 50$ $Н/мм^2$. Густина сталі $\rho = 7{,}8$ $г/см^3$.

1.30. Знайти густину ρ двоатомного кисню при тиску 50 *атм* і температурі 27 ^{O}C.

1.31. Для визначення густини газу зробили наступне. Великий скляний балон місткістю V був заповнений досліджуваним газом до тиску H *мм рт. ст.* і зважений. Його маса виявилася такою, що дорівнює M. Потім частина газу була випущена і тиск зменшився до h *мм рт. ст.* Нова маса балона – m. Яка густина газу при нормальному атмосферному тиску?

1.32. Манометром Мак-Леода можна вимірювати тиск до

0,1 *мм рт. ст.* Ємність кулі манометра не повинна перевищувати 150 $см^3$, а довжина капіляра не повинна бути більшою за 20 *см*. Який має бути мінімальний переріз капіляра?

1.33. Який об'єм займає моль ідеального газу при тиску 3 *атм* і температурі 400 *К*?

1.34. Густина повітря при температурі 0 ^{O}C і тиску 760 *мм рт. ст.* дорівнює 0,001293 $г/см^3$. Визначити масу одного літра повітря за температури 27,3 ^{O}C і тиску 750 *мм рт. ст.*

1.35. У ртутному барометрі з правильною циліндричною барометричною трубкою відстань від рівня ртуті в чашці до запаяного кінця трубки дорівнює l. В трубку при нормальному барометричному тиску H і температурі t_1 потрапив пухирець повітря, завдяки чому довжина ртутного стовпчика зменшилась і стала такою, що дорівнює h_1. Знайти вираз для поправки P_1, додаючи яку до показів h барометра можна було б ним користуватись при довільних температурах t і довільних висотах ртутного стовпчика?

1.36. У посудину зі ртуттю опускають скляну трубку, залишаючи над поверхнею кінець довжиною $l = 60$ *см*. Потім трубку закривають і занурюють ще на 30 *см*. Визначити висоту стовпа повітря в трубці. Атмосферний тиск $P_0 = 760$ *мм рт. ст.*

1.37. Посередині відкачаної і запаяної з обох кінців горизонтальної трубки довжиною $L = 1$ *м* знаходиться стовпчик ртуті довжиною $h = 20$ *см*. Якщо трубку поставити вертикально, стовпчик ртуті зміститься на $l = 10$ *см*. До якого тиску була відкачана трубка?

1.38. Горизонтальна запаяна з обох кінців скляна трубка розділена стовпчиком ртуті на дві рівні частини. Довжина кожного стовпчика повітря 20 *см*. Тиск 750 *мм рт. ст.* Якщо трубку поставити вертикально, ртутний стовпчик опускається на 2 *см*. Визначити довжину стовпчика ртуті.

1.39. Циліндрична посудина розділена рухомим поршнем на дві частини. Яким буде рівноважне положення поршня, коли в одну частину посудини помістили деяку масу кисню, а в другу – таку саму масу водню? Загальна довжина посудини становить 85 *см*.

1.40. У закритій циліндричній посудині з площею основи S знаходиться газ, розділений поршнем масою M на дві рівні між собою частини. Маса газу під поршнем у k разів більша від маси газу над ним. Температури газів однакові. Нехтуючи тертям та масою газу порівняно з масою поршня, знайти тиск газу в кожній частині посудини.

1.41. На гладкому горизонтальному столі знаходиться посудина, розділена невагомим зафіксованим поршнем на дві однакові частини. В одній частині посудини міститься кисень, а в другій – азот. Тиск кисню вдвічі менший за тиск азоту. На скільки зміститься посудина, якщо поршневі надати можливість вільно рухатися? Довжина посудини 20 *см*. Масою посудини та тертям знехтувати. Процес вважати ізотермічним.

1.42. У горизонтально розміщеній посудині, розділеній невагомим поршнем, з одного боку від поршня містяться m_1 грамів кисню, а з іншого – m_2 грамів водню. Температури газів однакові і дорівнюють T_0. Яким стане співвідношення об'ємів, що займають гази, якщо температура водню залишиться T_0, а кисень нагріється до температури T_1?

1.43. Вертикально розміщена посудина розділена на дві однакові частини важким теплонепроникним поршнем, який може ковзати без тертя. У верхній половині посудини міститься водень при температурі T і тиску P. У нижній частині – кисень при температурі $2T$. Посудину перевернули. Щоб поршень знову ділив її на дві однакові частини, кисень охолодили до температури $T/2$. Температура водню залишилася без змін. Визначити тиск кисню в обох випадках.

1.44. Коли з посудини випустили деяку кількість газу, тиск зменшився на 40 %, а абсолютна температура – на 10 %. Яку частину газу випустили?

1.45. Барометрична трубка занурена у велику вертикально розміщену посудину із ртуттю. Стовп ртуті у трубці має висоту h_1= 40 *мм*, а стовп повітря над ртуттю h_2= 19 *см*. На скільки потрібно занурити трубку, щоб стовпчики ртуті опинилися на однаковому рівні? Атмосферний тиск H = 76 *см рт.ст.*

1.46. Тиск повітря в камері автомобільного колеса дорівнює 5 *атм* при температурі 17 ^{O}C. У скільки разів зменшиться площа дотику колеса і дороги, якщо під час руху температура повітря в камері збільшилася до 57 ^{O}C? Атмосферний тиск нормальний. Зміною об'єму камери знехтувати.

1.47. У скільки разів збільшиться об'єм повітряної кулі, якщо її внести з вулиці у тепле приміщення? Температура на вулиці –3 ^{O}C, у приміщенні +27 ^{O}C.

1.48. До якої температури при нормальному атмосферному тиску потрібно нагріти кисень, щоб його густина стала рівною густині азоту за нормальних умов?

1.49. Усередині закритого з обох боків горизонтального циліндра знаходиться тонкий поршень, який може рухатися без тертя. З одного боку від поршня міститься водень масою $m_1 = 3$ *г*, з другого – азот масою $m_2 = 23$ *г*. Яку частину об’єму циліндра займає водень?

1.50. Дві посудини, які містять однакові маси одного і того самого газу з’єднані трубкою з краном. У першій посудині тиск $P_1 = 10^5$ *Па*, і в другій $P_2 = 3\cdot10^5$ *Па*. Температура однакова. Який встановиться тиск після відкриття крана?

1.51. Щоб ізотермічно зменшити об’єм газу в циліндрі з поршнем в n разів, на поршень помістили груз масою m. Який груз необхідно добавити, щоб об’єм газу ізотермічно зменшився ще у k разів?

1.52. Газ міститься в посудині під тиском 2 *МПа* і температурі 27 $^{\circ}C$. Після нагрівання на 50 $^{\circ}C$ в посудині залишилося тільки половина газу (по масі). Визначити тиск, що встановився.

1.53. У вертикальної вузької трубки довжиною $2L$ нижній кінець запаяний, а верхній відкритий у атмосферу. В нижній половині трубки знаходиться газ при температурі T_0, а верхня половина до верху заповнена ртуттю. До якої мінімальної температури потрібно нагріти газ у трубці, щоб він витіснив усю ртуть? Зовнішній тиск (у *мм рт. ст.*) L. Поверхневий натяг не враховувати.

1.54. Газовий термометр (рис. 4) складається з двох однакових посудин з газом, що мають об’єм V_0 кожна, які з’єднані трубкою довжини l поперечним перерізом S. Трубку перекриває крапля ртуті. Якщо температури газів у об’ємах однакові, ртуть знаходиться посередині трубки. Правий об’єм поміщають у термостат з температурою T_0. Проградуюйте термометр, знайшовши залежність температури газу в лівому об’ємі від

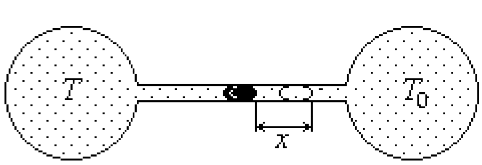


Рис. 4

зміщення *x* ртуті від положення рівноваги.

1.55. Знайдіть хімічну формулу сполуки азоту з киснем, якщо 1 *г* її в газоподібному стані в об'ємі 1 *л* створює при температурі 17 ^{O}C тиск 314 *гПа*.

1.56. Знайдіть період малих коливань поршня масою *m* в гладкій циліндричній посудині перерізом *S*. З обох боків від поршня міститься газ з параметрами P_0, $V_0 = Sl$ і T_0. Процес вважати ізотермічним.

1.57. Загальновідоме жартівливе запитання:"Що важче: тонна свинцю чи тонна корку?" Підрахувати, на скільки істинна вага корку, який у повітрі важить 1 *кН*, більша за істинну вагу свинцю, який у повітрі також важить 1 *кН*. Температура повітря 17 ^{O}C, тиск 760 *мм рт. ст.*

1.58. Якою повинна бути вага оболонки дитячої повітряної кулі діаметром 25 *см*, заповненої воднем, щоб результуюча піднімальна сила кульки у повітрі дорівнювала нулеві. Повітря і водень знаходяться при нормальних умовах. Тиск усередині кульки дорівнює зовнішньому.

1.59. Манометр на балоні з газом в приміщенні з температурою 17 ^{O}C показує тиск 350 *кПа*. На вулиці манометр показує 300 *кПа*. Яка температура зовнішнього повітря, якщо атмосферний тиск нормальний?

1.60. Балон, який містив 1кг азоту, при випробуванні вибухнув за температури 630 *K*. Яку кількість водню можна зберігати в такому ж балоні за температури 270 *K*, щоб мати при цьому десятикратний запас міцності?

1.61. В посудині об'ємом 1,5 *л* міститься суміш кисню і вуглекислого газу. Маса суміші 40 *г*, температура 300*K*, тиск 2 *МПа*. Знайти масу кожного з газів.

1.62. Відкачана лампа розжарювання об'ємом 10 $см^3$ має тріщину, в яку щосекунди проникає 10^6 молекул газу. Скільки часу потрібно для наповнення лампи до нормального тиску за температури 273 *K*, якщо швидкість проникнення газу залишається постійною?

РОЗДІЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНО–КІНЕТИЧНА ТЕОРІЯ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ. РОЗПОДІЛИ

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

У рамках молекулярно-кінетичної теорії газ розглядається як сукупність величезної кількості молекул, які перебувають у безладному хаотичному русі і взаємодіють між собою тільки при зіткненнях. Для характеристики газу в цьому випадку використовують середні значення таких фізичних величин як тиск, швидкість молекул, їх енергія тощо. Замість макроскопічної фізичної величини – густини – ρ розглядають іншу – концентрацію, яка визначає кількість молекул в одиниці об'єму.

$$n = \frac{N}{V}, \tag{2.1}$$

де N – загальна кількість молекул, і пов'язана з густиною співвідношенням

$$\rho = n\frac{\mu}{N_{\text{A}}} = nm_0 . \tag{2.2}$$

N_{A}=6,02·10^{23} *моль*$^{-1}$ – число Авогадро, яке визначає кількість структурних одиниць в одному молі речовини, μ – молярна маса, m_0 – маса молекули.

Універсальна газова стала R зв'язана з числом Авогадро співвідношенням

$$R = kN_{\text{A}}, \tag{2.3}$$

де k = 1,38·10^{-23} *Дж/К* – стала Больцмана.

Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів має вигляд:

$$P = \frac{1}{3}nm_0\overline{\upsilon^2} = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_{\text{K}}}, \tag{2.4}$$

де $\overline{\upsilon^2}$ – квадрат середньої квадратичної швидкості молекули, $\overline{\varepsilon_{\text{K}}}$ – середня кінетична енергія поступального руху молекули. На підставі співвідношень (2.1) і (2.2), рівняння стану ідеального газу набуває вигляду:

$$P = nkT \tag{2.5}$$

і є одним з основних рівнянь кінетичної теорії.

Використовуючи (2.4) і (2.5), легко отримати, що середня кінетична енергія поступального руху молекули

$$\overline{\varepsilon_{\text{K}}} = \frac{3}{2}kT\,. \tag{2.6}$$

Для молекули, яка володіє i ступенями вільності, середня кінетична енергія теплового руху

$$\overline{\varepsilon_{\text{K}}} = \frac{i}{2}kT\,. \tag{2.7}$$

Унаслідок хаотичності теплового руху та обміну кінетичною енергією при зіткненнях, завжди існує ймовірність виявити в газі молекулу, модуль швидкості якої належить інтервалу $[0, \infty)$. Кількість молекул в певному об'ємі, модуль швидкості яких набуває значень з інтервалу $[\upsilon, \upsilon + \Delta\upsilon]$ визначається розподілом Максвелла:

$$\Delta N(\upsilon) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m_0}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}} \upsilon^2\, \mathrm{e}^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}}\, \Delta\upsilon\,, \tag{2.8}$$

де N – загальна кількість молекул в заданому об'ємі.

Вираз (2.8) можна переписати у вигляді

$$f(\upsilon) = \frac{\Delta N(\upsilon)}{N\Delta\upsilon} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m_0}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}} \upsilon^2\, \mathrm{e}^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}}\,, \tag{2.9}$$

де $\dfrac{\Delta N(\upsilon)}{N\Delta\upsilon}$ – відносна кількість молекул газу при даній температурі, які мають швидкість в одиничному інтервалі швидкостей в околі даної швидкості υ або, іншими словами, функція розподілу за швидкостями. Функція розподілу $f(\upsilon)$ має зміст густини ймовірності того, що модуль швидкості молекули дорівнює υ.

Характеристичні швидкості газових молекул обчислюються за формулами:

найбільш ймовірна

$$\upsilon_{\text{йм}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}\ ; \tag{2.10}$$

середня квадратична

$$c = \sqrt{\overline{\upsilon^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}\ ; \tag{2.11}$$

середня арифметична

$$\bar{\upsilon} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}\ , \tag{2.12}$$

де m_0 – маса молекули, та враховано, що $\mu = N_{\text{A}} \cdot m_0$.

Функція розподілу несиметрична і має максимум при $\upsilon = \upsilon_{\text{йм}}$. Тому, скориставшись формулою (2.10) і ввівши відносну швидкість $u = \dfrac{\upsilon}{\upsilon_{\text{йм}}}$ та інтервал відносних швидкостей Δu, співвідношення (2.9) можна переписати у вигляді

$$\Delta N(u) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \mathrm{e}^{-u^2} u^2 \Delta u \tag{2.13}$$

або

$$\frac{\Delta N(u)}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \mathrm{e}^{-u^2} u^2 \Delta u \tag{2.14}$$

Зрозуміло, що формулами (2.9), (2.13), (2.14) користуються у випадку, коли інтервал швидкостей малий, тобто виконується умова $\Delta\upsilon << \upsilon$ або $\Delta u << u$.

Якщо молекули газу знаходяться у силовому полі, користуються розподілом Больцмана, який у випадку поля тяжіння Землі має вигляд:

$$n = n_0\, e^{-\frac{m_0 g (h-h_0)}{kT}}, \qquad (2.15)$$

де n і n_0 – концентрації молекул на висотах h і h_0 відповідно, g –прискорення вільного падіння, m_0 – маса молекули.

Із (2.15) з урахуванням (2.5) можна отримати барометричну формулу, яка визначає залежність атмосферного тиску від висоти

$$P = P_0\, e^{-\frac{m_0 g (h-h_0)}{kT}}, \qquad (2.16)$$

де P і P_0 – тиски газу на висотах h і h_0 відповідно.

Методичні вказівки і поради

1. Користуючись співвідношеннями (2.4), (2.5), (2.6), можна розв'язувати всі задачі на газові закони розглянуті вище.

2. Треба пам'ятати, що поняттям середньої квадратичної швидкості користуються тоді, коли необхідно розрахувати фізичні величини, пропорційні квадрату швидкості, наприклад тиск газу, кінетичну енергію поступального руху молекул. За середньою арифметичною швидкістю визначаються середні значення фізичних величин, у які швидкість входить у першій степені: середня кількість зіткнень, середній час вільного пробігу тощо. Найбільш ймовірна швидкість використовується в задачах пов'язаних із застосуванням розподілу молекул за швидкостями (співвідношення (2.8), (2.9), (2.13), (2.14)). Зміст цих задач найчастіше такий: а) знайти кількість або відносну кількість молекул, швидкості яких набувають значень з певного інтервалу швидкостей; б) обчислення середнього значення (в розрахунку на одну молекулу) якої-небудь характерної для ідеального газу величини, яка є відомою функцією швидкості. Зауважимо, що у більшості випадків найзручніше користуватися формулою (2.14).

3. У задачах, де потрібно визначити відносну кількість молекул, швидкості яких перевищують задану швидкість, найзручніше також користуватися співвідношенням (2.14), інтегруючи його в границях від заданої швидкості до нескінченності. Тоді розв'язок задачі зводиться до обчислення інтеграла

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_{u}^{\infty} u^2 \, e^{-u^2} \, du \,, \tag{2.17}$$

значення якого наводяться у таблиці 11.

4. Якщо необхідно знайти кількість або відносну кількість молекул швидкості яких набувають значень з інтервалу $[\upsilon_1, \upsilon_2]$, тобто інтервал швидкостей $\Delta\upsilon$ або Δu великий, то користуватися розподілом Максвелла у вигляді (2.8), (2.9), (2.13), (2.14) не можна. При розв'язуванні таких задач потрібно користуватися співвідношенням (2.17), знаходячи кількість молекул N_1 і N_2 швидкості яких відповідно більші за υ_1 і υ_2. Тоді, очевидно, шукана кількість молекул $\Delta N = N_1 - N_2$. Для знаходження величин N_1 і N_2 користуються даними таблиці 11.

Приклади розв'язування задач

1. Знайти кількість молекул в одиниці об'єму газу при температурі 27 ^{O}C і тиску 1 *мм рт. ст.*

Розв'язання

Кількість молекул в одиниці об'єму (концентрацію) можна знайти з основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів:

$$P = \frac{1}{3} n m_0 \overline{\upsilon^2} \,, \tag{1}$$

звідки

$$n = \frac{3P}{m_0 \overline{\upsilon^2}} \,. \tag{2}$$

Середня квадратична швидкість

$$c = \sqrt{\overline{\upsilon^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \tag{3}$$

Із (2) і (3) отримуємо

$$n = \frac{3P}{kT} \,. \tag{4}$$

Підставивши у (4) числові дані в одиницяхі СІ, отримаємо

$$n = \frac{3 \cdot 133{,}3 \dfrac{н}{м^2}}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \dfrac{Дж}{К} \cdot 300К} = 3 \cdot 10^{22}\, м^{-3}\,.$$

2. Яка частина молекул газу має швидкості, що лежать в інтервалі від $0{,}5\upsilon_{йм}$ до $2\upsilon_{йм}$?

Розв'язання

Оскільки в даній задача інтервал швидкостей $\Delta\upsilon$ великий, то корстуватися безпосередньо формулами розподілу Максвелла (2.13), (2.14) неможна. Тому скористаємося формулою (2.17). Значення інтеграла у цьому співвідношенні наведені у таблиці 11.

Для швидкості молекул $0{,}5\upsilon_{йм}$ відносна швидкість $u_1 = \dfrac{0{,}5\upsilon_{йм}}{\upsilon_{йм}} = 0{,}5$. Із таблиці 11 знаходимо, що цьому значенню відповідає $\dfrac{\Delta N_1}{N}$ = 0,919. Це означає, що 91,9 % усіх молекул рухаються із швидкостями, які перевищують $0{,}5\upsilon_{йм}$. Аналогічно знаходимо відносну швидкість $u_2 = \dfrac{2\upsilon_{йм}}{\upsilon_{йм}} = 2$, якій згідно з таблицею відповідає значення $\dfrac{\Delta N_2}{N}$ = 0,046. Це означає, що 4,6 % всіх молекул мають швидкості, більші за $2\upsilon_{йм}$. Тоді шукана частина молекул буде:

$$\frac{\Delta N_1}{N} - \frac{\Delta N_2}{N} = 91{,}9\,\% - 4{,}6\,\% = 87{,}3\,\%.$$

Задачі для самостійного розв'язування

2.1. В посудині місткістю 230 *см*^{3} знаходиться газ при тиску 0,01 *мм рт. ст.* і температурі 7 ^{O}C. Скільки молекул знаходиться в посудині?

2.2. На рисунку 5 наведено графік, що показує розподіл швидкостей молекул газу за законом Максвелла. По осі абсцис відкладена швидкість молекул v, а по осі ординат – величина $\frac{\Delta N}{N\Delta v}$, де ΔN – кількість молекул, швидкості яких лежать у межах $[v, v+\Delta v]$; N – загальна кількість молекул в об'ємі.

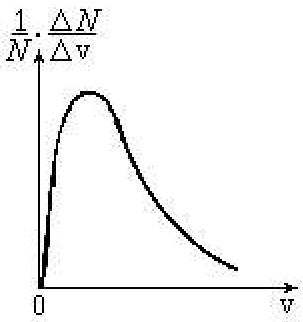


Рис. 5

а) Звідки видно, що середня швидкість більша за найбільш ймовірну? б) Чому дорівнює загальна площа, обмежена віссю абсцис та графіком? в) Як треба змінити абсциси і ординати графіка, що відповідають температурі T_1, щоб отримати графік розподілу швидкостей при температурі T_2? Накреслити приблизно графік, що відповідає у 4 рази вищій температурі.

2.3. У скляній посудині сферичної форми з внутрішнім діаметром 3 *см* знаходиться азот, тиск якого при температурі 190 ^{O}C дорівнює 0,01 *мм рт. ст.* На стінках посудини є мономолекулярний шар адсорбованого азоту. Площа, що займає одна молекула азоту на стінках посудини, дорівнює 10^{-15} *см*^{2}. Який тиск азоту в посудині при температурі 427 ^{O}C, за умови, що всі молекули повністю десорбуються зі стінок ?

2.4. Знайти кількість молекул азоту, що містяться за нормальних умов у 1 *см*^{3} і мають швидкості: а) між 99 і 101 *м/с*; б) між 499 і 501 *м/с*.

2.5. За якої температури кількість молекул азоту, що мають швидкості в інтервалі 299 – 301 *м/с*, дорівнює кількості молекул, що мають швидкості в інтервалі 599 – 601 *м/с*?

2.6. Знайти найімовірніше значення кінетичної енергії ε поступального руху молекул газу, тобто таке значення ε_{max}, при якому в фіксований інтервал енергії $d\varepsilon$ попадає максимальна кількість молекул?

2.7. Знайти середнє значення оберненої величини швидкості молекули в газі?

2.8. Визначити середню квадратичну швидкість газових молекул: а) кисню при 132 ^{O}C; б) гелію при 0,1 K?

2.9. Визначити середню та найбільш ймовірну швидкість молекул кисню при 132 ^{O}C?

2.10. Крім розподілу молекул газу за швидкостями, можна розглядати їх розподіл за енергіями, а також за логарифмами швидкостей та енергій. а) Показати, що максимум функції розподілу молекул за енергіями відповідає швидкості $v_0 = \frac{v_{йм}}{\sqrt{2}}$. б) Показати, що максимум функції розподілу молекул за логарифмами їх швидкостей чи їх енергій відповідає середній квадратичній швидкості.

2.11. а) Який відсоток молекул має швидкості, що відрізняються від найбільш ймовірної не більше ніж на 1 %? б) Це ж питання відносно середньої квадратичної швидкості. в) Чому у випадку б) одержується більший відсоток, ніж у випадку а)?

2.12. У балоні об'ємом 10,5 *л* знаходиться водень. При температурі 0 ^{O}C тиск водню становить 100 *кПа*. Знайти кількість молекул водню, швидкості яких набувають значень з інтервалу від 1,19 *км/с* до 1,21 *км/с* за температури: а) 0 ^{O}C; б) 3000 K.

2.13. Знайти відносну кількість молекул газу, швидкості яких відрізняються не більше ніж на 0,5 % від: а) найбільш ймовірної швидкості; б) середньої швидкості; в) середньої квадратичної швидкості.

2.14. Знайти кількість молекул гелію в 1$см^3$, швидкості яких лежать внабувають значень з інтервалу від 2,39 *км/с* до 2,41 *км/с*? Температура гелію 690 ^{O}C, густина $2{,}16 \cdot 10^{-4}$ $кг/м^3$.

2.15. За якого значення швидкості v перетинаються графіки функції розподілу Максвелла для температур T_1 і $T_2 = 2T_1$?

2.16. Припускаючи, що температура повітря і прискорення вільного падіння не залежать від висоти, визначити, на якій висоті h густина повітря менше свого значення на рівні моря в е разів. Температура повітря дорівнює 0 ^{O}C?

2.17. На якій висоті h густина кисню зменшиться на 1 %? Температура кисню 27 ^{O}C.

2.18. Який тиск суміші газів в колбі об'ємом 2,5 *л*, якщо в ній знаходиться 10^{15} молекул кисню, $4\cdot10^{15}$ молекул азоту і $3{,}3\cdot10^{-7}$ *г* аргону? Температура суміші 150 ^{O}C.

2.19. Визначити вагу циліндричного стовпа повітря з основою 1 $м^2$ і висотою, що дорівнює висоті Ейфелевої вежі (325 *м*)? Вважати, що температура повітря 300 *K*, тиск біля поверхні землі 760 *мм рт. ст.*

2.20. Чому дорівнює енергія теплового руху 20 *г* кисню за температури 10 ^{O}C? Яка частина цієї енергії припадає на поступальний рух і яка частина припадає на обертальний?

2.21. 1 *кг* двоатомного газу знаходиться під тиском $P = 8\cdot10^4$ $Н/м^2$ і має густину $\rho = 4$ $кг/м^3$. Знайти енергію теплового руху молекул газу за цих умов?

2.22. Перрен, спостерігаючи за допомогою мікроскопа зміну концентрації зважених часточок гумігуту зі зміною висоти і застосувавши барометричну формулу, експериментально визначив сталу Авогадро. В одному зі своїх дослідів Перрен знайшов, що при відстані між двома шарами 100 *мкм* кількість зважених частинок гумігуту вдвоє більша, ніж у другому. Температура гумігуту 20 ^{O}C. Часточки гумігуту діаметром $0{,}3\cdot10^{-4}$ *см* були зважені в рідині, густина якої на 0,2 $г/см^3$ менша від густини часточок. Знайти за цими даними значення сталої Авогадро?

2.23. Знайти кінетичну енергію теплового руху молекул, що знаходяться в 1 *г* повітря при температурі 15 ^{O}C. Повітря вважати однорідним газом, маса одного кіломоля якого 29 *кг/кмоль*.

2.24. Чому дорівнює енергія теплового руху молекул двоатомного газу, що міститься в посудині об'ємом 2 *л* під тиском $1{,}5\cdot10^5$ $Н/м^2$?

2.25. У посудині місткістю 2 *л* знаходиться 10 *г* кисню під тиском 680 *мм рт. ст.* Знайти: 1) середню квадратичну швидкість молекул газу; 2) кількість молекул у посудині; 3) густину газу.

2.26. Броунівські частинки мають діаметр 1 *мкм*. Густина матеріалу частинок становить 1 $г/см^3$. Знайти середню квадратичну швидкість цих частинок при 0 ^{O}C.

2.27. 1) Знайти середню квадратичну швидкість молекул газу, густина якого при тиску 750 *мм рт. ст.* становить $8{,}2\cdot10^{-5}$ $г/см^3$. 2) Чому дорівнює маса одного кіломоля цього газу, якщо значення густини дано для температури 17 ^{O}C?

2.28. Середня квадратична швидкість молекул деякого газу за нормальних умов становить 461 *м/с*. Яка кількість молекул міститься в 1 *г* цього газу?

2.29. За якої температури середня квадратична швидкість молекул азоту більша за їх найімовірнішу швидкість на 50 *м/с*?

2.30. Яка частина молекул кисню при 0 ^{O}C має швидкість від 100 *м/с* до 110 *м/с*?

2.31. Яка частина молекул азоту при 0 ^{O}C має швидкість від 300 *м/с* до 325 *м/с*?

2.32. Яка частина молекул водню при 0 ^{O}C має швидкість від 2000 *м/с* до 2100 *м/с*?

2.33. У скільки разів кількість молекул ΔN_1, швидкості яких лежать в інтервалі $[\sqrt{\overline{\upsilon^2}};\sqrt{\overline{\upsilon^2}}+\Delta\upsilon]$, менша кількості молекул ΔN_2, швидкості яких лежать в інтервалі $[\upsilon_{\text{йм}};\upsilon_{\text{йм}}+\Delta\upsilon]$?

2.34. Яка частина молекул азоту за температури T, має швидкості у інтервалі $[\upsilon_{\text{йм}};\upsilon_{\text{йм}}+\Delta\upsilon]$, де $\Delta\upsilon = 20\,м/с$? Задачу розв'язати для: 1) $T = 400$ *К* і 2) 900 *К*.

2.35. Яка частина молекул азоту за температури 150^{O}C, має швидкості в інтервалі від 300 *м/с* до 800 *м/с*?

2.36. Яка частина загальної кількості молекул має швидкості: 1) більші за найімовірнішу швидкість; 2) менші за найіймовірнішу швидкість?

2.37. У балоні знаходиться 2,5 *г* кисню. Знайти кількість молекул кисню, швидкості яких перевищують середню квадратичну швидкість.

2.38. На якій висоті тиск повітря складає 75 % від тиску на рівні моря? Температуру вважати постійною і такою, що дорівнює 0 ^{O}C.

2.39. Пасажирський літак виконує політ на висоті 8000 *м*. Щоб не забезпечувати пасажирів кисневими масками, у салоні за допомогою компресора підтримується постійний тиск, що відповідає висоті 2700 *м*. Знайти різницю тисків всередині і зовні кабіни. Температуру зовнішнього повітря і температуру в салоні літака вважати такими, що дорівнюють 0 ^{O}C і +20 ^{O}C, відповідно. Тиск на рівні моря 1 *атм*.

2.40. Знайти у попередній задачі, у скільки разів густина повітря у салоні літака більша за густину зовнішнього повітря, якщо зовнішня температура становить –20 ^{O}C, а внутрішня +20 ^{O}C.

2.41. Скільки важить 1 $м^3$ повітря: 1) біля поверхні Землі; 2) на висоті 4 *км* від поверхні Землі? Температуру вважати постійною і такою, що дорівнює 0 ^{O}C. Тиск повітря біля поверхні Землі 10^5 *Па*.

2.42. На якій висоті густина газу складає 50 % від її густини на рівні моря? Температуру вважати постійною і такою, що дорівнює 0 ^{O}C. Задачу розв'язати для: 1) повітря і 2) водню.

РОЗДІЛ 3. ЯВИЩА ПЕРЕНОСУ

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

У молекулярно-кінетичній теорії явища переносу можна розглядати з мікроскопічної та феноменологічної (макроскопічної) точок зору. У першому випадку необхідно враховувати молекулярну структуру газу: швидкість молекул, довжину вільного пробігу, газокінетичний (ефективний) діаметр молекули, концентрацію тощо.

Середня швидкість молекул при даній температурі обчислюється за формулою:

$$\bar{\upsilon} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \,. \tag{3.1}$$

Середня кількість зіткнень, що їх зазнає одна молекула з іншими молекулами, які перебувають у хаотичному тепловому русі, за 1 секунду:

$$\bar{z} = \sqrt{2}\pi\sigma^2 n\bar{\upsilon}\,, \tag{3.2}$$

де n – концентрація молекул, σ – ефективний діаметр молекули.

Середня довжина вільного пробігу – це відстань, яку в середньому проходить молекула між двома послідовними зіткненнями:

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{\upsilon}}{\bar{\mathrm{z}}} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 P}\,, \tag{3.3}$$

де враховано, що $P = nkT$.

Загальна кількість зіткнень між усіма молекулами в одиниці об’єму за одиницю часу:

$$Z = \frac{1}{2}\bar{z}n = \frac{\sqrt{2}}{2}\pi\sigma^2 n^2\bar{\upsilon}\,. \tag{3.4}$$

Із рівняння (3.3) випливає, що середні довжини вільного пробігу молекул газу за однієї й тієї ж температури обернено пропорційні тиску в об’ємі, в якому вони знаходяться:

$$\frac{\overline{\lambda_1}}{\overline{\lambda_2}} = \frac{P_2}{P_1}\,. \tag{3.5}$$

З іншого боку, перебуваючи у безперервному хаотичному русі, молекули весь час обмінюються швидкостями та енергіями, що приводить до їх перемішування. Це перемішування зумовлює такі явища переносу, як дифузія, внутрішнє тертя та теплопровідність, які з макроскопічної точки зору можуть бути описані відповідними рівняннями.

Перенесення маси (дифузія), імпульсу (внутрішнє тертя) і кінетичної енергії теплового руху (теплопровідність) в певному напрямку в газі можливе тільки тоді, коли у цьому напрямку існують певні градієнти густини ρ, переносної швидкості шару газу υ і температури T.

Відповідно до цього рівняння переносу записуються:

1) Маса dM, яка переноситься за час $d\tau$ крізь площадку dS в напрямку осі Ox, перпендикулярної до цієї площадки

$$dM = -D\frac{d\rho}{dx}dSd\tau\,, \tag{3.6}$$

де D – коефіцієнт дифузії, $\dfrac{d\rho}{dx}$ – градієнт густини у напрямку x.

2) Імпульс dP, що переноситься за час $d\tau$ з одного шару до іншого крізь площадку dS, яка паралельна напрямку руху шарів

$$dP = -\eta\frac{d\text{v}}{dz}dSd\tau\,, \tag{3.7}$$

де η – коефіцієнт внутрішнього тертя (в'язкості), $\dfrac{d\upsilon}{dz}$ – градієнт швидкості у напрямку, перпендикулярному до напрямку руху шарів газу.

3) Кількість теплоти dQ, яка переноситься за час $d\tau$ крізь площадку dS в напрямку осі Ox, перпендикулярному до цієї площадки

$$dQ = -\text{æ}\frac{dT}{dx}dSd\tau\,, \tag{3.8}$$

де æ– коефіцієнт теплопровідності, $\frac{dT}{dx}$ – градієнт температури в напрямку x. Знак "–" у цих рівняннях означає, що перенесення відбувається у бік зменшення густини, швидкості і температури відповідно. мають

Співвідношення для коєфіцієнтів D, η та æ мають вигляд:

$$D = \frac{1}{3}\overline{\upsilon}\overline{\lambda}, \tag{3.9}$$

$$\eta = \frac{1}{3}\rho\overline{\upsilon}\overline{\lambda}, \tag{3.10}$$

$$æ = \frac{1}{3}\rho\overline{\upsilon}\overline{\lambda}c_V^{\text{пит}}, \tag{3.11}$$

де ρ – густина газу, $\overline{\lambda}$ – середня довжина вільного пробігу, $\overline{\upsilon}$ – середня арифметична швидкість, $c_V^{\text{пит}}$ – питома теплоємність газу при сталому об'ємі.

Методичні вказівки і поради

При розв'язуванні задач з цієї теми слід розрізняти два граничних випадки.

1. Тиск газу настільки великий, що середня довжина вільного пробігу набагато менша за лінійні розміри об'єму в якому знаходиться газ. У цьому випадку, внаслідок великої кількості зіткнень між молекулами газу, всі параметри, що описують їх рух, відразу усереднюються, а молекулярна структура газу не береться до уваги. Тоді потрібно використовувати рівняння переносу (3.6) - (3.8) і розв'язування задачі зводиться до розв'язування диференційного рівняння з розділенням мінімальної кількості змінних. Крім того, розв'язування задачі, по-можливості, треба зводити до стаціонарного випадку, коли кількість фізичної величини, що переноситься за одиницю часу крізь вибрану площадку, залишається постійною. Тоді розв'язування задачі, по суті, зводиться до відшукання функції розподілу відповідної фізичної величини, що переноситься.

2. Тиск газу настільки малий, що середня довжина вільного пробігу більша за лінійні розміри об'єму і можна вважати, що зіткнення між молекулами відсутні, а взаємодіють вони лише зі стінками посудини в якій знаходяться. Тоді молекула переносить ту кількість фізичної величини, яку вона одержує при пружному зіткненні зі стінкою. У цьому випадку рівняння переносу (3.6) - (3.8) застосовувати неможна через відсутність макроскопічного розподілу фізичної величини, що переноситься. Загальна методика розв'язування задач за таких умов зводиться до вивчення механізму явища, яке розглядається. Спочатку потрібно оцінити відповідний ефект дії окремої молекули, а потім підрахувати сумарну дію всіх молекул газу, які беруть участь у явищі переносу. При цьому важливе співвідношення $\nu = \dfrac{n\bar{\upsilon}}{4}$, яке визначає кількість ударів за 1 секунду, що припадає на 1 $см^2$ поверхні стінки посудини.

3. У задачах, де розглядається перенесення тепла через декілька середовищ, потрібноураховувати рівняння тепловіддачі від одного середовища до іншого

$$dQ = -\alpha\left(T_2 - T_1\right)dSd\tau\,, \qquad (3.12)$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі, значення якого приведені у відповідній таблиці в додатку.

Приклади розв'язування задач

1. Простір між двома дуже довгими коаксіальними циліндрами радіусами R_1 і R_2 (R_2>R_1) заповнений ідеальним газом при великому тиску, що має коефіцієнт теплопровідності æ. Зовнішній циліндр підтримується при температурі T_2, а внутрішній – при температурі T_1 (T_1>T_2). Вважаючи, що конвекція газу відсутня, знайти: а) закон розподілу температури в просторі між циліндрами; б) градієнт температури; в) потік тепла q_l, що припадає на одиницю довжини циліндрів.

Розв'язання

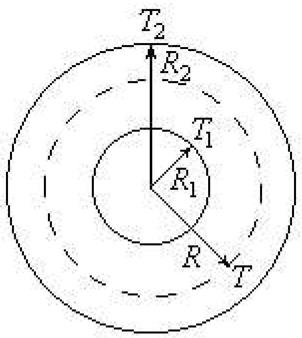


Рис. 6

Оскільки температури зовнішнього та внутрішнього циліндрів підтримуються постійними, то в просторі між ними встановиться сталий розподіл температури $T(R)$. Тепловий потік не буде залежати від часу, отже процес переносу тепла буде стаціонарним.

Виділимо уявно циліндр з радіусом R, коаксіальний до двох даних, усі точки бічної поверхні якого мають однакову температуру T=$T(R)$ (рис. 6). Скористаємося рівнянням (3.8) і запишемо потік тепла, який проходить через бічну поверхню циліндра радіусом R:

$$q = \frac{dQ}{dt} = \text{æ}\frac{dT}{dR}S = \text{æ}\frac{dT}{dR}2\pi Rl\,. \tag{1}$$

Необхідною умовою стаціонарності процесу та існування теплової рівноваги є незалежність q від радіуса R вибраного циліндра. Дійсно, якщо б через бічні поверхні циліндрів протікали різні потоки тепла, то це означало б, що частина тепла "накопичується" у певному шарі. Температура цього шару повинна була би збільшитися, а це у свою чергу призвело до порушення теплової рівноваги. Таким чином, необхідно, щоб величина теплового потоку

$$q = \text{const} \neq f(R). \tag{2}$$

Ураховуючи умову (2), розділимо змінні в (1) і проінтегруємо

$$\frac{2\pi\,\text{æ}\,l}{q}\int\limits_{T_1}^{T} dT = \int\limits_{R_1}^{R}\frac{dR}{R}\,, \tag{3}$$

звідки отримаємо

$$\frac{2\pi\,\text{æ}\,l}{q}\left(T - T_1\right) = \ln\frac{R}{R_1}\,. \tag{4}$$

Із (4), враховуючи початкові умови задачі:

$$T = T_1 \text{ при } R = R_1,$$

$$T = T_2 \text{ при } R = R_2,$$

знаходимо тепловий потік

$$q = \frac{2\pi\,æ\, l\left(T_2 - T_1\right)}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}. \tag{5}$$

Тоді потік тепла, що припадає на одиницю довжини циліндра

$$q_l = \frac{2\pi\,æ\left(T_2 - T_1\right)}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}. \tag{6}$$

Підставивши (5) у (4), знайдемо закон розподілу температури в просторі між циліндрами

$$T(R) = T_1 + \left(T_2 - T_1\right)\frac{\ln\dfrac{R}{R_1}}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}, \tag{7}$$

який має логарифмічний характер.

Продиференціювавши (7) за R, знайдемо градієнт температури

$$\frac{dT}{dR} = \frac{\left(T_2 - T_1\right)}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}} \cdot \frac{1}{R}. \tag{8}$$

2. Коефіцієнт теплопровідності азоту при $t = 0\ ^{\circ}C$ дорівнює $3{,}1 \cdot 10^{-5}$ *кал*/(*см·с·К*). Визначити ефективний (газокінетичний) діаметр молекули азоту.

Розв'язання

Скористаємося формулою (3.11)

$$æ = \frac{1}{3}\rho\bar{\upsilon}\bar{\lambda}c_V^{\text{пит}}, \tag{1}$$

де середня арифметична швидкість

$$\bar{\upsilon} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \tag{2}$$

а

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}. \tag{3}$$

Густину знаходимо з рівняння Клапейрона-Менделєєва

$$\rho = \frac{\mu P}{RT}, \tag{4}$$

а концентрацію n з основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів

$$n = \frac{P}{kT}, \tag{5}$$

де k – стала Больцмана. Питома теплоємність при сталому об'ємі для азоту дорівнює

$$c_V^{\text{пит}} = \frac{5}{2}\frac{R}{\mu}, \tag{6}$$

де молярна маса азоту μ = 28 *г/моль*.

Розв'язавши (3) відносно σ^2 з урахуванням (1), (2), (4) - (6), отримаємо

$$\sigma^2 = \frac{5}{3}\sqrt{\frac{RT}{\pi^3\mu}}\frac{k}{æ}. \tag{7}$$

Підставивши у (7) числові значення в одиницях системи СІ, дістанемо

$$\sigma^2 = \frac{5}{3}\sqrt{\frac{8{,}31\ \dfrac{Дж}{моль\cdot К}\cdot 273\,К}{3{,}14^3\cdot 28\cdot 10^{-3}\ \dfrac{кг}{моль}}}\ \frac{1{,}38\cdot 10^{-23}\ \dfrac{Дж}{К}}{3{,}1\cdot 4{,}19\cdot 10^{-3}\ \dfrac{Дж}{м\cdot с\cdot К}} = 9{,}12\cdot 10^{-20}\ м^2,$$

або $\sigma = 3{,}02\cdot 10^{-10}$ *м*.

Задачі для самостійного розв'язування

3.1. Зовнішня поверхня цегляної стіни товщиною 37 *см* (півтори цеглини) має температуру –15 ^{O}C, а внутрішня 20 ^{O}C. Визначити кількість теплоти, що проходить за добу крізь 1 $м^2$ стіни.

3.2. Зовнішня поверхня стіни товщиною 40 *см* має температуру –20 ^{O}C, а внутрішня +20 ^{O}C. Визначити коефіцієнт теплопровідності матеріалу стіни, якщо крізь кожний 1 $м^2$ її поверхні проходить за 1 годину 110 *ккал* тепла.

3.3. Яку кількість теплоти втрачає за одну хвилину кімната з площею підлоги 4×5 $м^2$ і висотою 3 *м* крізь чотири цегляні стіни? Температура в кімнаті +15 ^{O}C, зовнішня температура –20 ^{O}C. Коефіцієнт теплопровідності цегли 0,002 *кал*/(*град·см·с*), товщина стін 50 *см*. Втратами тепла через підлогу та стелю знехтувати.

3.4. Один кінець залізного стержня підтримується при температурі 100 ^{O}C, а другий упирається в лід при 0 ^{O}C. Довжина стержня 14 *см*, площа поперечного перерізу 2 $см^2$. Стержень теплоізольовано так, що втратами тепла крізь стінки можна знехтувати. Знайти: 1) швидкість протікання тепла уздовж стержня; 2) кількість льоду, яка розтане за 40 хвилин.

3.5. Яка кількість теплоти проходить за 1 секунду крізь мідний стержень, площа поперечного перерізу якого становить 10 $см^2$, довжина 50 *см*, якщо різниця температур на кінцях стержня дорівнює 15 ^{O}C? Тепловими втратами знехтувати.

3.6. Металева циліндрична посудина радіусом 9 *см* заповнена льодом при температурі 0 ^{O}C. Посудину теплоізольовано шаром корку товщиною 1 *см*. Через який час весь лід у посудині розтане, якщо зовнішня температура дорівнює 25 ^{O}C? Вважати, що обмін тепла відбувається тільки через бічну поверхню посудини із середнім радіусом 9,5 *см*.

3.7. В алюмінієвій каструлі кипить вода при 100 ^{O}C. Визначити різницю температур верхньої та нижньої поверхонь дна каструлі при таких даних: товщина дна 2 *мм*; площа дна 200 $см^2$; за 5 хвилин у каструлі википає 100 *г* води. Обміном тепла крізь бокові стінки каструлі та випромінюванням знехтувати.

3.8. Між двома металевими стінками, що мають температуру 20 ^{O}C і 30 ^{O}C, затиснуто складені впритул дерев'яну пластинку товщиною 3 *см*, вирізану паралельно волокнам, і скляну пластинку товщиною 2 *см*. Нехтуючи невеликим стрибком температури в місці дотику металу, дерева і скла, визначити температуру поверхні дотику скла та дерева.

3.9. Температура газів в топці парового котла 1000 ^{O}C, температура води в котлі 180 ^{O}C. Залізні стінки котла мають товщину 2 *см* і покриті з внутрішнього боку шаром накипу товщиною 2 *мм*, а з зовнішнього – шаром сажі товщиною 1 *мм*. а) Яка кількість теплоти передається за 1 годину крізь1 $м^2$ поверхні? б) Визначити температури внутрішніх та зовнішніх поверхонь шарів сажі, залізної стінки та шару накипу. Випромінюванням топочних газів знехтувати.

3.10. Складено мідну пластину товщиною 6 *мм* і залізну – товщиною 4 *мм*. Визначити коефіцієнт теплопровідності однорідної пластинки товщиною 10 *мм*, що проводить тепло так само, як і дві дані пластинки.

3.11. Циліндричний паропровід знаходиться в асбестовій теплоізолюючій оболонці. Зовнішня поверхня оболонки має температуру $t_1 = 50$ ^{O}C, а внутрішня, що прилягає до трубопроводу, $t_2 = 120$ ^{O}C. Довжина паропроводу $l = 65$ *м*. Зовнішній діаметр теплоізолюючої оболонки дорівнює $d_1 = 13$ *см*, внутрішній $d_2 = 7$ *см*. Визначити кількість теплоти, що віддає паропровід назовні за одну добу.

3.12. Циліндричний термос із зовнішнім радіусом $r_2 = 10$ *см*, внутрішнім радіусом $r_1 = 9$ *см* та висотою $h = 20$ *см* заповнений льодом. Температура льоду 0 ^{O}C. Зовнішня температура 20 ^{O}C. 1) При якому граничному тиску повітря між стінками термоса коефіцієнт теплопровідності ще буде залежати від тиску? Діаметр молекули прийняти таким, що дорівнює $3 \cdot 10^{-8}$ *см*, температуру повітря між стінками термоса вважати такою, що дорівнює середньому арифметичному температур льоду та зовнішнього повітря. 2) Знайти коефіцієнт теплопровідності повітря поміщеного між стінками термоса при тисках: а) 760 *мм рт. ст.*; б) 10^{-4} *мм рт. ст.* Повітря вважати однорідним газом з молярною масою $\mu = 29$ *кг/кмоль*? 3) Яка кількість тепла проходить за одну хвилину крізь бічну поверхню термоса середнім радіусом 9,5 *см* за рахунок теплопровідності? Задачу розв'язати для тисків 760 *мм рт. ст.* та 10^{-4} *мм рт. ст.*

3.13. Яка кількість тепла втрачається щогодини крізь вікно за рахунок теплопровідності повітря, що міститься між рамами? Площа кожної рами 4 $м^2$, відстань між рамами 30 *см*. Температура в приміщенні 18 ^{O}C, зовнішня температура –20 ^{O}C. Діаметр молекули повітря дорівнює $3\cdot 10^{-8}$ *см*, температуру повітря між рамами вважати такою, що дорівнює середньому арифметичному температур приміщення та зовнішнього повітря. Тиск становить 760 *мм рт. ст.*

3.14. Між двома пластинками, що знаходяться на відстані 1 *мм* одна від одної, знаходиться повітря. Між пластинками підтримується різниця температур $\Delta T = 1^{O}$. Площа кожної пластинки дорівнює $S = 100$ $см^2$. Яка кількість тепла передається за рахунок теплопровідності від однієї пластинки до другої за 10 *хв*? Вважати, що повітря знаходиться при нормальних умовах. Діаметр молекули повітря дорівнює $3\cdot 10^{-8}$ *см*.

3.15. Скільки кам'яного вугілля треба спалювати за добу для водяного опалення будинку, площа поверхні стін і даху якого дорівнює $S = 10000$ $м^2$, щоб підтримувати у квартирах температуру $t_1 = 18$ ^{O}C, якщо зовнішня температура $t_2 = -22$ ^{O}C? Товщина стін $L = 60$ *см*, коефіцієнт теплопровідності матеріалу стін 0,002 *кал*/(*с·см·град*), а втрати тепла з одиниці поверхні даху такі ж, як з одиниці поверхні стіни. Питома теплота згорання вугілля $q = 7500$ *кал/г*.

3.16. Сталевий стержень довжиною $l = 20$ *см* та площею поперечного перерізу $S = 3$ $см^2$ нагрівають з одного кінця до температури 300 ^{O}C, а другий кінець впирають у лід. Припускаючи, що передача тепла відбувається виключно вздовж стержня, підрахувати масу m льоду, що розтанув за час $\tau = 10$ *хв*. Коефіцієнт теплопровідності сталі 0,16 *кал*/(*с·см·град*).

3.17. Мідна кавоварка нагрівається на примусі. Вода доведена до кипіння і кожної хвилини виділяє 2 *г* пари. Товщина дна кавоварки $l = 2$ *мм*, а площа $S = 300$ $см^2$. Визначити різницю температур $t_2 - t_1$

між внутрішньою та зовнішньою поверхнями дна кавоварки, припускаючи, що все дно рівномірно нагрівається. Коефіцієнт теплопровідності міді 0,92 *кал*/(*с·см·град*).

3.18. Розв'язати попередню задачу, якщо дно кававорки з внутрішнього боку вкрито шаром накипу товщиною l_1= 1 *мм*. Коефіцієнт теплопровідності накипу 0,003 *кал*/(*с·см·град*).

3.19. Три пластини однакового розміру складені разом і утворюють стовбчик. Всередині – свинцева пластинка, з боків - срібні. Зовнішній бік однієї зі срібних пластин знаходиться при сталій температурі t =100^O*С*. Зовнішній бік другої срібної пластинки має сталу температуру t_3= 0 ^{O}*С*. Знайти температури t_1 і t_2 в місцях дотику свинцевої пластинки зі срібними. Коефіцієнт теплопровідності свинцю 30 *ккал*/(*с·см·град*); коефіцієнт теплопровідності срібла 460 *ккал*/(*с·см·град*).

3.20. Знайти розподіл температури в просторі між двома концентричними сферами з радіусами R_1 і R_2, який заповнений однорідною речовиною, що проводить тепло, якщо температури двох сфер постійні і дорівнюють t_1 і t_2.

3.21. Простір між двома коаксіальними циліндрами радіусів R_1 і R_2 заповнений теплопровідною однорідною речовиною. Знайти розподіл температури в цьому просторі, якщо температури внутрішнього та зовнішнього циліндрів відповідно дорівнюють t_1 і t_2.

3.22. Для кисню коефіцієнт дифузії D = 1,22·10^{-5} *м*^{2}/*с*, а коефіцієнт внутрішнього тертя η = 1,95·10^{-5} *кг*/(*м·с*). Знайти за цих умов 1) густину кисню; 2) середню довжину вільного пробігу; 3) середню арифметичну швидкість його молекул.

3.23. Ідеальний газ стискають адіабатично. Знайти залежність $\overline{\lambda}$ та $\overline{z}$ від тиску.

3.24. Оцінити середню довжину вільного пробігу $\overline{\lambda}$ та коефіцієнт дифузії D іонів у водневій плазмі. Температура плазми 10^7 *K*, кількість іонів у 1 *см*^{3} плазми дорівнює 10^{15}. При вказаній температурі ефективний переріз іона водню становить 4·10^{-20} *см*^{2}.

3.25. Знайти, як залежать від температури середня довжина вільного пробігу $\overline{\lambda}$ та кількість зіткнень $\overline{z}$ за одну секунду молекул ідеального газу, якщо маса газу постійна і газ здійснює процес: а) ізохорний; б) ізобарний; в) адіабатний.

3.26. Коефіцієнт в'язкості вуглекислого газу за нормальних умов η = 0,14 *мкПа·с*. Знайти за цих умов середню довжину вільного пробігу $\overline{\lambda}$ та коефіцієнт дифузії *D*.

3.27. Тиск двохатомного ідеального газу внаслідок стискування збільшився у 10 разів. Визначити, як зміниться середня довжина вільного пробігу молекул газу $\overline{\lambda}$ та коефіцієнт в'язкості η. Розглянути випадки, коли стискування відбувається: а) ізотермічно; б) адіабатично.

3.28. Два тонкостінних коаксіальних циліндри довжиною l =10 *см* можуть вільно обертатися навколо їх спільної осі *Z*. Радіус *R* великого циліндра дорівнює 5 *см*. Між циліндрами є щілина 2 *мм*. Обидва циліндри знаходяться в повітрі за нормальних умов. Внутрішній циліндр приводиться в обертання з постійною частотою ν_1 = 20 *Гц*. Зовнішній циліндр загальмований. Визначити, через який проміжок часу Δt з моменту звільнення зовнішнього циліндра він буде обертатися з частотою ν_2 = 1 *Гц*. При розрахунках зміною відносної швидкості циліндрів знехтувати. Маса зовнішнього циліндра *m* = 100 *г*.

3.29. Визначити, на який кут φ повернеться диск, підвішений на пружній нитці, якщо під ним на відстані *h* = 1 *см* обертається такий же диск з кутовою швидкістю ω= 50 *рад/с*. Радіус дисків 10 *см*, модуль кручення нитки $f = 10^{-5}$ *Н·м/рад*, вязкість повітря вважати такою, що дорівнює $\eta = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ *кг/(м·с)*. Крайовими ефектами знехтувати. Рух повітря між дисками вважати ламінарним.

3.30. У повітрі, з температурою t_0 = 20 ^{O}C, знаходиться сталева дротина діаметром *d* = 2 *мм*, нагріта до температури t_1= 50 ^{O}C. Через який час її температура буде дорівнювати t_2 = 40 ^{O}C?

3.31. Потік ультрарозрідженого газу через трубу можна розглядати як процес дифузії. Коефіцієнт дифузії визначається виключно зіткненнями молекул газу зі стінками труби. Зіткненнями молекул між собою можна знехтувати. Роль довжини вільного пробігу відіграє діаметр труби (2*r*). Виходячи з цих припущень, оцінити кількість молекул ΔN, які щосекунди проходять крізь поперечний переріз циліндричної труби довжиною *l*, якщо на одному кінці труби концентрація молекул газу дорівнює n_1, а на другому – нулеві. Потік вважати ізотермічним.

3.32. У посудині об'ємом 0,5 *л* знаходиться кисень за нормальних умов. Знайти загальну кількість зіткнень між молекулами кисню в цьому об'ємі за 1 секунду?

3.33. Знайти середню тривалість вільного пробігу молекул кисню при тиску 2 *мм рт. ст.* і температурі 27 ^{O}C?

3.34. Середня довжина вільного пробігу в азоті дорівнює за нормальних умов $6\cdot10^{-6}$ *см*. Деяка маса азоту переходить від нормальних умов до стану, при якому її температура дорівнює 300 ^{O}C. Яка довжина вільного пробігу в новому стані азоту, якщо процес переходу був: а) ізохорним;б) ізобарним; в) адіабатним?

3.35. Визначити середню довжину вільного пробігу молекул вуглекислого газу за температури 100 ^{O}C і тиску 0,1 *мм рт. ст.* Діаметр молекули вуглекислого газу вважати таким, що дорівнює $3{,}2\cdot10^{-8}$ *см*.

3.36. Знайти середню довжину вільного пробігу молекули повітря за нормальних умов. Діаметр молекули повітря вважати таким, що дорівнює $3\cdot10^{-8}$ *см*.

3.37. Із посудини відкачали повітря до тиску 10^{-6} *мм рт. ст.* Якими стали: густина повітря в посудині; кількість молекул в 1 $см^3$ посудини і середня довжина вільного пробігу молекул? Діаметр молекули повітря $3\cdot10^{-8}$ *см*, молярна маса 29 *г/моль*, температура повітря 17 ^{O}C.

3.38. Відстань між катодом і анодом в розрядній трубці дорівнює 15 *см*. Який тиск треба створити, щоб не відбувалось зіткнень між електронами та молекулами повітря на шляху від катода до анода? Температура дорівнює 27 ^{O}C. Діаметр молекули повітря вважати таким, що дорівнює $3\cdot10^{-8}$ *см*. Середня довжина вільного пробігу електрона в газі приблизно в 5,7 раза більша, ніж середня довжина вільного пробігу молекул самого газу.

3.39. У сферичній колбі об'ємом 1 *л* міститься азот. За якої густини азоту середня довжина вільного пробігу його молекул більша за розміри посудини?

3.40. Знайти середню довжину вільного пробігу молекул гелія за нормальних умов, якщо коефіцієнт внутрішнього тертя для нього становить $1{,}3\cdot10^{-4}$ *г/(см·с)*

3.41. Знайти коефіцієнт внутрішнього тертя азоту за нормальних умов, якщо коефіцієнт дифузії для нього за цих умов становить 0,142 $см^2/с$.

3.42. Знайти діаметр молекули кисню, якщо відомо, що коефіцієнт внутрішнього тертя для нього при 0 ^{O}C дорівнює $18{,}8\cdot10^{-6}$ *Па·с*.

3.43. Знайти коефіцієнт дифузії та коефіцієнт внутрішнього тертя повітря при тиску 760 *мм рт. ст.* і температурі 10 ^{O}C. Діаметр молекули повітря вважати таким, що дорівнює $3\cdot10^{-10}$ *м*.

РОЗДІЛ 4. ПЕРШЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМІКИ

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Перше начало термодинаміки стосовно до розв'язування задач зручно формулювати так: кількість теплоти dQ, передана термодинамічній системі, йде на збільшення її внутрішньої енергії dU і на виконання системою роботи dA проти зовнішніх сил

$$dQ = dU + dA . \tag{4.1}$$

Для ідеального газу внутрішня енергія дорівнює сумі кінетичних енергій теплового руху його молекул і залежить тільки від температури. Для $\nu = \dfrac{m}{\mu}$ молів ідеального газу, молекули якого мають i ступенів вільності, внутрішня енергія

$$U = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RT , \tag{4.2}$$

де $i = 3$ – для одноатомного газу;
$i = 5$ – для двохатомного газу;
$i = 6$ – для трьох- і багатоатомного газу.

За нескінченно малої зміни свого об'єму на dV під тиском P, який можна вважати сталим за такої зміни об'єму, елементарна робота, яку виконує ідеальний газ

$$dA = PdV . \tag{4.3}$$

При розширенні газ виконує додатню роботу, а при стискуванні – від'ємну. Дійсно, при розширенні $dV > 0$ і $dA > 0$, при стискуванні – $dV < 0$ і $dA < 0$. Загалом при переході ідеального газу зі стану 1 у стан 2 робота визначається за формулою:

$$A_{12} = \int_1^2 PdV . \tag{4.4}$$

Теплоємністю називається кількість теплоти, яку необхідно надати тілу, щоб змінити його температуру на $1K$:

$$C = \frac{dQ}{dT}. \tag{4.5}$$

Питома теплоємність (теплоємність одиниці маси речовини)

$$c^{\text{пит}} = \frac{dQ}{mdT}. \tag{4.6}$$

Молярна теплоємність

$$C_\nu = \frac{C}{\nu} = \frac{C}{\frac{m}{\mu}} = \frac{C}{m}\mu = c^{\text{пит}}\mu. \tag{4.7}$$

Із (4.5) з урахуванням (4.1),(4.2) і (4.7) можна визначити молярну теплоємність ідеального газу при сталому об'ємі ($dA = 0$)

$$C_V = \frac{i}{2}R. \tag{4.8}$$

На підставі (4.8) можна записати ще один вираз для внутрішньої енергії ідеального газу:

$$U = \frac{m}{\mu}C_V T. \tag{4.9}$$

Молярну теплоємність ідеального газу при сталому тиску знаходять з рівняння Майєра:

$$C_P = C_V + R = \frac{i+2}{2}R. \tag{4.10}$$

З формул (4.8) та (4.10) випливає, що молярні теплоємності ідеального газу C_P і C_V не залежать від параметрів стану, а визначаються лише тим, зі скількох атомів утворена молекула даного газу. Загалом, коли змінюються всі параметри стану, теплоємність ідеального газу може залежати від температури.

Процес зміни стану ідеального газу, який відбувається за сталої теплоємності, називається політропним. Його рівняння у параметрах (PV) має вигляд:

$$PV^n = const, \tag{4.11}$$

де $|n| \geq 1$ – показник політропи.

$$n = \frac{C - C_P}{C - C_V}\ . \tag{4.12}$$

При n = 1 (4.11) переходить у рівняння ізотермічного процесу

$$PV = const\ . \tag{4.13}$$

При $n = \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{c_P^{\text{пит}}}{c_V^{\text{пит}}}$ рівняння (4.11) переходить у рівняння Пуассона для адіабатного процесу

$$PV^{\gamma} = const\ . \tag{4.14}$$

З допомогою рівняння стану (1.1), (4.14) можна перетворити до вигляду

$$TV^{\gamma - 1} = const \tag{4.15}$$

або

$$P^{1-\gamma}T^{\gamma} = const\ , \tag{4.16}$$

у залежності від того, зміна яких параметрів розглядається в адіабатному процесі. Умовою адіабатичності є відсутність теплообміну з навколишнім середовищем

$$dQ = 0\ . \tag{4.17}$$

Тоді з рівняння (4.1) випливає, що

$$dA = -dU\ , \tag{4.18}$$

тобто робота виконується за рахунок внутрішньої енергії. При адіабатному розширенні $dA > 0$, то $dU < 0$ – газ охолоджується; при адіабатичному стискуванні $dA < 0$, то $dU > 0$ – газ нагрівається.

У ізотермічному процесі внутрішня енергія залишається сталою $dU = 0$. З (4.1) випливає, що $dQ = dA$. Отже, вся теплота, яка передається ідеальному газу при ізотермічному розширенні, повністю витрачається на роботу проти зовнішніх сил. При ізотермічному стискуванні теплота, що виділяється за рахунок роботи зовнішніх сил, повністю передається навколишньому середовищу.

Робота ізотермічного розширення маси m ідеального газу із стану 1 до стану 2, що характеризуються відповідними параметрами, може бути обчислена з використанням (4.4) за формулою

$$A_{12}=\frac{m}{\mu}RT\ln\frac{V_2}{V_1}=\frac{m}{\mu}RT\ln\frac{P_1}{P_2}=P_1V_1\ln\frac{V_2}{V_1}. \qquad (4.19)$$

При адіабатному розширенні маси m ідеального газу із стану 1 у стан 2, згідно з (4.18), робота обчислюється за формулою

$$A_{12}=\frac{m}{\mu}C_V\left(T_1-T_2\right)=\frac{m}{\mu}\frac{R}{\gamma-1}\left(T_1-T_2\right)=\frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{\gamma-1}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right). \qquad (4.20)$$

З використанням рівнянь Пуассона (4.14) – (4.16) із (4.20) для роботи адіабатного розширення можна отримати

$$A_{12}=\frac{m}{\mu}C_V\left(T_1-T_2\right)=\frac{m}{\mu}\frac{R}{\gamma-1}\left(T_1-T_2\right)=\frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{\gamma-1}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right). \qquad (4.21)$$

У ізохорному процесі робота не виконується і все тепло, що отримує ідеальний газ, витрачається на зміну його внутрішньої енергії ($dQ=dU$). При ізобарному процесі робота

$$A_{12}=P\left(V_2-V_1\right)=\frac{m}{\mu}R\left(T_2-T_1\right). \qquad (4.22)$$

Теплота, яка передається термодинамічній системі від нагрівника, вважається додатною, теплота, яка передається термодинамічною системою у навколишнє середовище – від'ємною.

Для політропних процесів молярна теплоємність (C = *const*) і кількість теплоти, яку отримує система при переході зі стану 1 у стан 2, визначається за формулою

$$Q_{12}=\frac{m}{\mu}C\left(T_2-T_1\right). \qquad (4.23)$$

Частковими випадками таких процесів, як уже згадувалося вище, є:
а) адіабатний процес (C = 0)

$$Q_{12}=0; \qquad (4.24)$$

б) ізохорний процес ($C=C_V$)

$$Q_{12}=\frac{m}{\mu}C_V\left(T_2-T_1\right); \qquad (4.25)$$

в) ізобарний процес ($C = C_p$)

$$Q_{12} = \frac{m}{\mu} C_P \left(T_2 - T_1\right). \tag{4.26}$$

При ізотермічному ($C = \infty$) переході маси m газу зі стану 1 у стан 2 кількість теплоти, яку поглинає або виділяє газ, визначається за формулою (4.19).

Загалом, коли теплоємність є функцією температури, кількість теплоти визначається як

$$Q_{12} = \frac{m}{\mu} \int_1^2 C(T) dT \ . \tag{4.27}$$

Методичні вказівки і поради

Задачі, розв'язування яких ґрунтується на застосуванні до ідеального газу першого начала термодинаміки, можна розділити на такі категорії:

1) Задачі, в яких потрібно визначити теплоємність ідеального газу, що бере участь у певному процесі, або, навпаки, вивести рівняння процесу, знаючи його теплоємність.

2) Задачі на безпосереднє обчислення зміни внутрішньої енергії, виконаної роботи, отриманої кількості теплоти. У всіх випадках рівняння відповідних процесів, у яких бере участь газ, вважаються відомими.

3) Задачі, розв'язування яких потребує застосування рівняння адіабати для обчислення γ, швидкості витікання газових струменів тощо.

1) Якщо треба обчислити теплоємність ідеального газу в довільному процесі зміни його стану, рівняння цього процесу повинно бути відомим заздалегідь. Воно являє собою функціональну залежність між будь-якими двома параметрами стану P і V, P і T, V і T. Найчастіше воно задається у вигляді $P = P(V)$. Тоді перше начало термодинаміки (4.1) записують за допомогою (4.3), (4.5) і (4.9) у вигляді:

$$\frac{m}{\mu} C dT = \frac{m}{\mu} C_V dT + P dV \ , \tag{4.28}$$

де C – шукана теплоємність, яку можна записати, розділивши (4.28) на $\frac{m}{\mu} dT$,

$$C = C_V + \frac{\mu}{m} P \frac{dV}{dT}. \qquad (4.29)$$

Загальна методика розв’язування задач ґрунтується на тому, що з допомогою рівняння процесу та рівняння стану заміняють диференціал dV на диференціал dT і одержують, що

$$C = C_V + \frac{\mu}{m} f(P, V, T). \qquad (4.30)$$

Визначення рівняння процесу при відомій теплоємності – це обернена задача. Оскільки вираз $C = C(P, V, T)$ відомий, перше начало термодинаміки можна подати у вигляді

$$[C(P, V, T) - C_V]dT = PdV. \qquad (4.31)$$

За допомогою рівняння стану з нього виключають P і одержують диференціальне рівняння відповідного процесу відносно параметрів V і T. Кінцевий вираз для рівняння процесу отримується шляхом інтегрування, отриманого диференціального рівняння за умови, що змінні у ньому розділяються.

2. Розв’язування задач другого типу ґрунтується на безпосередньому використанні формул (4.2), (4.9) для знаходження внутрішньої енергії та її зміни; (4.19) – (4.22) для знаходження роботи газу в різних процесах; (4.23) – (4.27) для обчислення кількості теплоти. При розв’язуванні задач потрібно слідкувати за правильним визначенням знаків кількості теплоти і роботи. Зазвичай, це робиться автоматично, якщо у відповідні формули правильно підставляти значення параметрів початкового і кінцевого станів. Потрібно пам’ятати, що для кожного стану газу можна записати рівняння Клапейрона-Менделєєва (1.1) і розв’язуючи їх у системі, знайти, за потреби, ті чи інші невідомі параметри.

Якщо у задачі йде мова про перемішування газів, що містяться у двох теплоізольованих посудинах, для визначення параметрів стану можна користуватися законом збереження внутрішньої енергії. Якщо посудини теплоізольовані, то сумарна внутрішня енгергія двох газів, що перемішуються, залишається сталою.

3) Якщо в задачі розглядається швидкозмінний процес, то її

розв'язування, зазвичай, ґрунтується на застосуванні рівняння адіабати (4.14). Найбільший інтерес тут становить адіабатна течія газу по трубах, коли газ не виконує ніякої роботи проти зовнішніх сил (розширення газу в пустоту). Тоді виконується співвідношення

$$E_{\text{K}} + H = const\,. \qquad (4.32)$$

де $H = U + PV$ – ентальпія газу, E_{K} – кінетична енергія газу.

Приклади розв'язування задач

1. Знайти для ідеального газу рівняння такого процесу, при якому теплоємність газу змінюється з температурою за законом $C = \alpha/T$, де $\alpha = const$.

Розв'язання

Процес не політропний. Застосуємо перше начало термодинаміки у вигляді (4.28) для одного моля газу

$$\frac{\alpha}{T}dT = C_{\text{V}}dT + PdV\,. \qquad (1)$$

Виразимо з рівняння стану для одного моля P. Тоді (1) набуде вигляду

$$\frac{\alpha}{T}dT = C_{\text{V}}dT + RT\frac{dV}{V}\,. \qquad (2)$$

Розділивши ліву і праву частину на RT, після інтегрування отримаємо

$$-\frac{\alpha}{RT} = \frac{1}{\gamma - 1}\ln T + \ln V + const\,. \qquad (3)$$

Звідси знаходимо рівняння шуканого процесу:

$$VT^{1/(\gamma-1)}\,\mathrm{e}^{(\alpha/RT)} = const\,\cdot \qquad (4)$$

2. Яка зовнішня робота буде виконана, якщо 200 *г* азоту нагріти від 20 до 100 $^{\text{O}}C$ при сталому тиску?

Розв'язання

При ізобарному нагріванні газу теплоти ΔQ, передана газу, йде на збільшення його внутрішньої енергії ΔU та на виконання роботи ΔA проти зовнішніх сил. На підставі першого начала термодинаміки маємо

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A\,, \tag{1}$$

звідки

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A\,, \tag{2}$$

Теплоту, передану газу, можна обчислити за формулою

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu} C_{\mathrm{P}} \Delta T\,, \tag{3}$$

а зміну внутрішньої енергії – за формулою

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_{\mathrm{V}} \Delta T\,, \tag{4}$$

тоді робота, виконана проти зовнішніх сил, буде

$$A = \frac{m}{\mu} C_P \Delta T - \frac{m}{\mu} C_V \Delta T = \frac{m}{\mu} R \Delta T =$$

$$= \frac{200\,г}{28\,\frac{г}{моль}} \cdot 8{,}31\,\frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot 80\,К = 4754\,Дж\,.$$

Задачі для самостійного розв'язування

4.1. Беручи відношення молярних теплоємностей для двоатомних газів $\gamma = 1{,}4$, визначити питомі теплоємності кисню та азоту.

4.2. Обчислити співвідношення $\gamma = C_p / C_v$ для суміші 3 молів аргону та 5 молів кисню.

4.3. Турбогенератор потужністю 3000 *кВт* охолоджується повітрям. Які об'єми повітря повинні входити в генератор і виходити з нього щосекунди, якщо к.к.д. генератора дорівнює 94 %, температура повітря, що виходить з генератора, не повинна перевищувати 50 $^{\mathrm{O}}C$, температура в машинному відділенні 20 $^{\mathrm{O}}C$, тиск повітря 750 *мм рт. ст.*?

4.4. Яка частина ω_1 кількості теплоти ΔQ, що підводиться до ідеального газу при ізобарному розширенні, витрачається на збільшення внутрішньої енергії ΔU газу, і яка частина ω_2 – на роботу розширення? Розглянути три випадки, якщо газ: а) одноатомний; б) двоатомний; в) багатоатомний.

4.5. При політропному розширенні 1 моля одноатомного ідеального газу його температура зменшується на 1 *К*. Показник політропи $n = 1{,}5$. Визначити: а) молярну теплоємність газу в цьому процесі; б) кількість теплоти, яку віддав або отримав газ; в) роботу, яку виконав газ.

4.6. Посудина, що містить деяку кількість азоту за температури $t_1 = 15\ ^{O}C$, рухається зі швидкістю $\upsilon = 100\, м/с$. Якою стане температура t_2 газу в посудині, якщо вона раптово зупиниться? Передачею теплоти стінкам можна знехтувати.

4.7. У кімнаті розміром 90 $м^3$ повітря змінюється повністю кожні дві години. Яка кількість теплоти потрібна, щоб зігріти повітря в кімнаті впродовж доби, якщо температура повітря в кімнаті повинна бути 18 ^{O}C, а температура навколишнього середовища $-5\ ^{O}C$? Прийняти, що середня густина повітря 1,25 *г/л*.

4.8. У циліндрі гасового двигуна відбувається швидке згорання горючої суміші. Яка температура t_2 і тиск P_2 отримуються при згоранні, якщо об'єм камери згорання $V = 10$ *л*; тиск перед згоранням 50 $Н/см^2$; температура $t_1 = 210^{O}C$; кількість гасу в суміші $m = 1{,}9$ *г*; питома теплоємність продуктів згоряння $c_v = 0{,}17$ *кал*/(*г·град*); середня молярна маса горючої суміші $\mu = 29{,}4$ *г/моль*, калорійність гасу 10000 *кал/г*?

4.9. 10 *г* кисню знаходяться під тиском $3 \cdot 10^5$ *Па* за температури 10 ^{O}C. Після нагрівання при сталому тиску газ зайняв об'єм 10 *л*. Знайти: а) кількість тепла, отриману газом; б) енергію теплового руху молекул газу до і після нагрівання?

4.10. У закритій посудині міститься 14 *г* азоту під тиском 10^5 *Па* за температури 27 ^{O}C. Після нагрівання тиск у посудині збільшився у 5 разів. Знайти: 1) до якої температури нагріли газ; 2) об'єм посудини; 3) яку кількість теплоти надано газу?

4.11. Об'єм повітря, що міститься в трубці "повітряного кресала", адіабатично зменшили в 10 разів. Знайти температуру повітря після зменшення об'єму, якщо початкова температура повітря дорівнювала 17 ^{O}C.

4.12. Знайти молярну теплоємність процесу, який виконує ідеальний газ, при якому кількість зіткнень між молекулами в одиниці об'єму газу за одиницю часу залишається незмінною?

4.13. Гелій міститься в закритій посудині об'ємом 2 *л* за температури 20 ^{O}C і тиску 10^5 *Па*. 1) Яку кількість теплоти потрібно надати гелію, щоб нагріти його на 100 ^{O}C? 2) Якою буде середня квадратична швидкість його молекул за нової температурі? 3) Який встановиться тиск? 4) Яка буде густина гелію? 5) Якою буде енергія теплового руху молекул?

4.14. У закритій посудині об'ємом 2 *л* знаходиться 12 *г* азоту за температури 10 ^{O}C. Після нагрівання тиск у посудині став 10^4 *мм рт. ст.* Яку кількість тепла було надано газу при нагріванні?

4.15. Яку кількість теплоти треба надати 12 *г* кисню, щоб нагріти його на 50 ^{O}C при постійному тиску?

4.16. При нагріванні 40 *г* кисню від 16 ^{O}C до 40 ^{O}C затрачено 150 *кал* тепла. За яких умов нагрівається газ? (При $P = const$ чи при $V = const$?)

4.17. У закритій посудині об'ємом 10 *л* міститься повітря при тиску 10^5 *Па*. Яку кількість тепла треба надати повітрю, щоб його тиск збільшився у 5 разів?

4.18. Азот міститься в закритій посудині об'ємом 3 *л* за температури 27 ^{O}C і тиску 3 *атм*. Після нагрівання тиск у посудині збільшився до 25 *атм*. Визначити: 1) температуру азоту після нагрівання; 2) кількість теплоти, надану азоту.

4.19. Побудувати в координатах PV ізотерму стискування, якщо задана точка 1, що характеризує початковий стан газу.

4.20. Газ розширюється в циліндрі ізотермічно до об'єму, що у 5 разів більший за початковий. Порівняти величини робіт повного розширення та розширення на першій половині ходу поршня.

4.21. У балоні місткістю 100 *л* знаходиться повітря при тиску 5 *МПа* і температурі 20 ^{O}C. Тиск навколишнього середовища 0,1 *МПа*. Визначити роботу, яка може бути виконана повітрям з цього балона при розширенні його до тиску навколишнього середовища по ізотермі та по адіабаті. Знайти також мінімальне значення температури, яку матиме повітря у балоні, якщо відкрити кран і випускати повітря з балона доти, доки тиск у ньому не стане дорівнювати тиску навколишнього середовища за умови, що теплообмін повітря з навколишнім середовищем відсутній. Показник адіабати вважати таким, що дорівнює 1,4.

4.22. Повітряний буфер складається з циліндра щільно закритого рухомим поршнем. Довжина циліндра 50 *см*, а діаметр

20 *см*. Параметри повітря, що наповнює циліндр, відповідають параметрам навколишнього середовища: тиск 0,1 *МПа*, температура 20 ^{O}C. Визначити енергію, яку може акумулювати повітряний буфер при адіабатичному стискуванні повітря, якщо поршень, рухаючись без тертя, зміститься на 40 *см*. Знайти також кінцеві значення тиску і температури.

4.23. Яку кількість вуглекислого газу можна нагріти від 20 ^{O}C до 100 ^{O}C кількістю теплоти 53 *кал* за постійного тиску? На скільки зміниться при цьому кінетична енергія однієї молекули?

4.24. У закритій посудині об'ємом $V = 2$ *л* міститься азот, густина якого $\rho = 1{,}4$ *кг/м*^{3}. Яку кількість теплоти потрібно надати азоту, щоб нагріти його за цих умов на 100 ^{O}C?

4.25. Для нагрівання деякої кількості газу на 50 ^{O}C при сталому тиску необхідно затратити 160 *кал*. Якщо ж таку саму кількість цього газу охолодити на 100 ^{O}C при сталому об'ємі, то виділиться 240 *кал*. Яку кількість ступенів вільності мають молекули цього газу?

4.26. 10 *г* азоту містяться в закритій посудині за температури 7 ^{O}C. 1) Яку кількість теплоти треба надати азоту, щоб збільшити середню квадратичну швидкість його молекул удвоє? 2) У скільки разів при цьому зміниться температура газу? 3) У скільки разів зміниться тиск?

4.27. 2 *л* азоту знаходяться під тиском 10^5 *Па*. Яку кількість теплоти потрібно надати азоту, щоб 1) при $P = const$ збільшити об'єм удвоє; 2) при $V = const$ збільшити тиск удвоє?

4.28. 2 *кмоля* вуглекислого газу нагріваються при сталому тиску на 50 ^{O}C. Знайти: 1) зміну його внутрішньої енергії; 2) роботу розширення; 3) кількість теплоти, яку отримав газ.

4.29. 10,5 *г* азоту ізотермічно розширюються при температурі –23 ^{O}C від тиску $P_1 = 2{,}5$ *атм* до тиску $P_2 = 1$ *атм*. Знайти роботу, що виконує газ при розширенні.

4.30. При ізотермічному розширенні 10 *г* азоту, що знаходився при температурі 17 ^{O}C, була виконана робота 860 *Дж*. У скільки разів змінився тиск азоту при розширенні?

4.31. Робота ізотермічного розширення 10 *г* деякого газу від об'єму V_1 до об'єму $V_2 = 2V_1$ дорівнює 575 *Дж*. Знайти середню квадратичну швидкість молекул газу при температурі розширення.

РОЗДІЛ 5. ДРУГЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМІКИ. ЦИКЛІЧНІ ПРОЦЕСИ

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

У попередньому розділі було розглянуто методику розв'язування задач з використанням рівняння стану та першого начала термодинаміки як закону збереження енергії у теплових процесах. Друге начало термодинаміки визначає напрям протікання теплових процесів, які відбуваються в природі. Його фізичний зміст можна зрозуміти із декількох різних за формою, але тотожних за змістом формулювань:

а) *теплота не може сама по собі перейти від менш нагрітого тіла до більш нагрітого так, щоб у навколишньому середовищі не відбулося ніяких змін* (формулювання Р. Клаузіуса);

б) *неможливо створити таку теплову машину, яка би перетворювала в роботу теплоту найхолоднішого тіла системи* (формулювання В.Томсона (Кельвіна)).

Найточніше фізичний зміст другого начала термодинаміки відображений у формулюванні М. Планка: *неможливо створити таку теплову машину, єдиним результатом якої було б виконання роботи.* Отже, коефіцієнт корисної дії (к.к.д.) будь-якої машини завжди менший за одиницю.

Звертаємо увагу, що мова тут іде тільки про замкненіроцеси – цикли, або про реально існуючі необоротні термодинамічні переходи. Для ідеального оборотного незамкненого процесу повне перетворення теплоти в роботу можливе, наприклад, при ізотермічному розширенні газу.

Циклом називається послідовна зміна станів термодинамічної системи, в результаті якої відновлюється її початковий стан. К.к.д. циклу в загальному випадку визначається за формулою

$$\eta = \frac{|Q_1| - |Q_2|}{|Q_1|}, \tag{5.1}$$

де $Q_1 = \sum_{i=1}^{n} Q_i^+$ – сума "додатних" кількостей теплоти, що отримує робоче тіло (ідеальний газ) від нагрівника на n ділянках циклу; $Q_2 = \sum_{k=1}^{m} Q_k^-$ – сума всіх “від’ємних” кількостей теплоти, які робоче тіло віддає холодильнику на m ділянках циклу.

Оскільки внутрішня енергія є функцією стану, то її зміна у довільному циклі дорівнює нулеві і з першого начала термодинаміки випливає, що робота, яку виконує газ проти зовнішніх сил, дорівнює

$$A = |Q_1| - |Q_2| \,. \tag{5.2}$$

Тоді к.к.д. циклу можна записати як

$$\eta = \frac{A}{|Q_1|} \,. \tag{5.3}$$

Для циклу Карно, що складається з двох ізотерм та двох адіабат

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \,, \tag{5.4}$$

де T_1 і T_2 – абсолютні температури нагрівника і холодильника відповідно.

К.к.д. будь-якої теплової машини не може перевищувати к.к.д. машини Карно, навіть якщо вони працюють в однаковому інтервалі температур нагрівника і холодильника, тобто

$$\frac{|Q_1| - |Q_2|}{|Q_1|} \le \frac{T_1 - T_2}{T_1} \,. \tag{5.5}$$

Методичні вказівки і поради

У курсі молекулярної фізики, зазвичай, розглядаються прості цикли, які складаються з різних комбінацій основних процесів зміни стану ідеального газу. Найчастіше умови таких задач вимагають визначення коефіцієнта корисної дії. Для розв’язку таких задач пропонується така послідовність дій.

1) Накреслити діаграму циклу у координатах PV, зобразивши лініями, що перетинаються у характерних точках, окремі процеси, з яких складається цикл.

2) Визначити характерну точку, яка відповідає початковому стану робочого тіла, і позначити її цифрою 1. Потім, ідучи за годинниковою стрілкою, пронумерувати решту характерних точок. Стрілками на лініях вказати напрям обходу циклу. Вказати на діаграмі параметри стану в кожній характерній точці. Зауважимо, що у багатьох випадках *PV*-діаграми циклів та напрямки їх обходу задані в умові задачі.

3) Користуючись відповідними рівняннями процесів та рівнянням стану, знайти зв'язок між параметрами стану в характерних точках для того, щоб звести кількість параметрів, які необхідно розглядати, до мінімуму.

4) Визначити знаки теплоти і роботи на окремих ділянках циклу. Для цього потрібно проаналізувати зміну відповідних параметрів при переході від однієї характерної точки до іншої.

5) Послідовно обходячи цикл, визначити теплоти за відповідними формулами (4.23) – (4.27) попереднього розділу, пам'ятаючи, що теплота, яка поглинається – додатна, а та, що виділяється – від'ємна. Щодо робіт, які виконуються газом або зовнішніми силами на ділянках циклу, то вони обчислюються за співвідношеннями (4.19) – (4.22). Нагадаємо, що робота буде додатною, якщо газ розширюється, і від'ємною, коли він стискується. Корисна робота газу у циклі дорівнює сумі всіх додатних робіт.

6) Подальше розв'язування задачі залежить від її конкретної умови. Зокрема, при обчисленні к.к.д. за формулою (5.1) треба пам'ятати, що у неї підставляються абсолютні значення теплот. Критерієм правильності розв'язку задач на обчислення к.к.д. є те, що він завжди менший за одиницю.

Зауважимо, що корисна робота газу у довільному циклі чисельно дорівнює площі, яку охоплює цикл на діаграмі. Іноді це дає можливість знайти роботу циклу з чисто геометричних міркувань. Якщо це вдається зробити, то, обходячи цикл, визначають тільки Q_1 і знаходять к.к.д за формулою (5.3).

Приклади розв'язування задач

1. Для циклу, який складається з адіабати (1→2), ізотерми (2→3) та ізобари (3→1), довести розрахунком, що сума всіх теплот у даному циклі дорівнює корисній роботі.

Розв'язання

Відповідний цикл і напрям його обходу, та значення параметрів стану у характерних точках зображено на рис. 7. На ділянці (1→2) змінюються всі три параметри стану. На ділянці (2→3) $T=const$, тому $T_3=T_2$, а $P_3=P_1$ тому, що ділянка (3→1) – ізобара. При адіабатному розширенні ідеального газу на ділянці (1→2) він охолоджується, тому $T_1>T_2$.

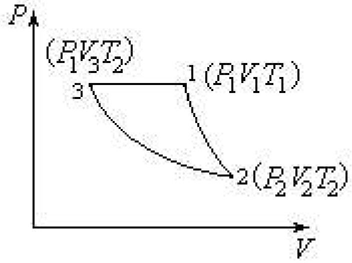


Рис. 7

Обчислимо теплоту на кожній з ділянок циклу, вважаючи, що кількість газу дорівнює 1 молю. $Q_{12}=0$ тому, що ділянка (1→2) – адіабата. При ізотермічному стискуванні на ділянці (2→3)

$$Q_{23}=RT_2\ln\frac{V_3}{V_2}=-RT_2\ln\frac{V_2}{V_3}<0,$$

тобто газ віддає тепло.

При ізобарному розширенні на ділянці (3→1)

$$Q_{31}=C_P(T_1-T_3)=C_P(T_1-T_2)>0.$$

Це означає, що газ поглинає тепло. Отже, сума всіх теплот циклу

$$Q=Q_{31}+Q_{23}=C_P(T_1-T_2)-RT_2\ln\frac{V_2}{V_3}.$$

Корисна робота, яку виконує газ у циклі, дорівнює алгебраїчній сумі робіт, що виконуються на кожній ділянці циклу. Робота адіабатного розширення газу, згідно з першим началом термодинаміки

$$A_{12}=C_V(T_1-T_2)>0;$$

при ізотермічному стискуванні:

$$A_{23} = RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} = -RT_2 \ln\frac{V_2}{V_3} < 0 ,$$

а при ізобарному розширенні

$$A_{31} = P_1(V_1 - V_3) > 0 .$$

Запишемо рівняння стану для одного моля ідеального газу ($P_1V_1 = RT_1, P_1V_3 = RT_2$) і виразимо роботу ізобарного розширення у вигляді:

$$A_{31} = R(T_1 - T_2) > 0 .$$

Отже, сумарна робота циклу дорівнюватиме

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = C_V(T_1 - T_2) - RT_2 \ln\frac{V_2}{V_3} + R(T_1 - T_2) =$$

$$= (C_V + R)(T_1 - T_2) - RT_2 \ln\frac{V_2}{V_3} = C_P(T_1 - T_2) - RT_2 \ln\frac{V_2}{V_3} = Q ,$$

що й треба було довести.

2. Ідеальний газ здійснює цикл, який складається з ізотерми ($1 \to 2$), політропи ($2 \to 3$) та адіабати ($3 \to 1$). Ізотермічний процес відбувається при максимальній температурі циклу. Знайти к.к.д. циклу, якщо температура в його межах зменшується в k разів.

Розв'язання

На рис. 8 зображено PV-діаграму циклу, яка містить три характерні точки, в яких вказані значення параметрів стану і задано напрям обходу циклу. Вважатимемо, що як робоче тіло використано 1 моль ідеального газу. Знайдемо кількості теплоти, які газ поглинає і віддає у даному циклі.

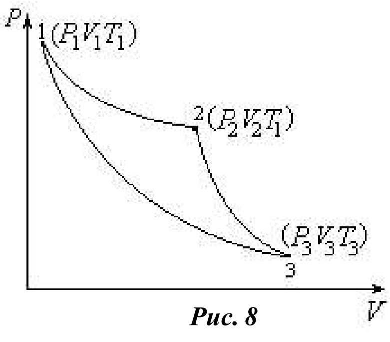


Рис. 8

При ізотермічному розширенні газ отримує кількість теплоти

$$Q_{12} = A_{12} = RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} > 0 .$$

При політропному процесі кількість теплоти

$$Q_{23} = C(T_3 - T_1) = -C(T_1 - T_3) < 0 ,$$

тому що $T_1 > T_3$ за умовою задачі, отже, газ теплоту виділяє. $Q_{31} = 0$, оскільки процес адіабатичний. Тоді згідно з співвідношенням (5.1)

$$\eta = \frac{RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} - C(T_1 - T_3)}{RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1}} . \qquad (1)$$

Тепер потрібно виразити к.к.д. через величини, відомі в умові задачі. Вважаємо, що показник політропи n. Виразимо молярну теплоємність політропного процесу через n та показник адіабати γ.

$n = \dfrac{C - C_P}{C - C_V}$, звідки випливає, що

$$C = \frac{nC_V - C_P}{n - 1} . \qquad (2)$$

Оскільки $C_P = \dfrac{\gamma R}{\gamma - 1}$, а $C_V = \dfrac{R}{\gamma - 1}$, то

$$C = \frac{R(n - \gamma)}{(\gamma - 1)(n - 1)} . \qquad (3)$$

За умовою задачі об’єми газу невідомі. Виразимо їх через температури, скориставшись рівнянням адіабати $T_1 V_1^{\gamma - 1} = T_3 V_3^{\gamma - 1}$, та політропи $T_1 V_2^{n-1} = T_3 V_3^{n-1}$. Одержуємо

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1} = \left(\frac{T_1}{T_3}\right)^{\frac{n-\gamma}{\gamma-1}}$$

або

$$\ln\frac{V_2}{V_1}=\frac{n-\gamma}{(n-1)(\gamma-1)}\ln k\,. \qquad (4)$$

Підставляючи в (1) співвідношення (3) і (4), отримаємо к.к.д. циклу

$$\eta=\frac{T_1\ln k-(T_1-T_3)}{T_1\ln k}=1-\frac{k-1}{k\ln k}\,.$$

Задачі для самостійного розв'язування

5.1. Цикл, у якому робочим тілом є водень, складається з двох ізохор та двох ізобар. Зобразити цикл на *PV*-діаграмі, знайти роботу *A* та к.к.д. даного циклу. Відомо, що в межах циклу максимальні значення об'єму і тиску газу в два рази більші від своїх мінімальних значень, що дорівнюють $V_{\min}=0{,}5\ м^3$, $P_{\min}=10^5\ Па$.

5.2. 1 *кмоль* ідеального газу при $T_1=300К$ охолоджується ізохорно, внаслідок чого тиск зменшується в 2 рази. Потім при $P=const$ розширюється так, що кінцева температура дорівнює початковій. Зобразити процес на *PV*-діаграмі. Обчислити: а) кількість теплоти отриману газом ΔQ; б) роботу газу *A*; в) приріст внутрішньої енергії ΔU.

5.3. 14 *г* азоту адіабатно розширюються так, що тиск зменшується в 5 разів, а потім ізотермічно стискуються до початкового тиску. Початкова температура азоту $T_1=420\ К$. Зообразити процес на *PV*–діаграмі . Знайти: а) температуру газу T_2 в кінці процесу; б) кількість тепла, що віддав газ ΔQ; в) приріст внутрішньої енергії газу ΔU; г) виконану газом роботу *A*.

5.4. Газ, що займає об'єм 0,39 $м^3$ при тиску 155 *кПа*, ізотермічно розширюється до десятикратного об'єму, а потім ізохорно нагрівається так, що у кінцевому стані його тиск дорівнює початковому. У цьому процесі газу надається кількість тепла, що дорівнює 1,5 *МДж*. Зобразити процес на *PV*-діаграмі. Визначити значення $\gamma=C_P/C_V$ для цього газу.

5.5. Деяка кількість ідеального газу розширюється так, що процес на *PV*–діаграмі зображається прямою лінією, яка проходить через початок координат. Відомі початкові об'єм газу V_0 та початковий тиск P_0 та відношення $\gamma=C_P/C_V$. У результаті розширення об'єм газу збільшився втричі. Знайти: а) показник політропи; б) приріст внутрішньої енергії; в) роботу, виконану газом; г) молярну теплоємність газу в цьому процесі.

5.6. 1 *кмоль* ідеального одноатомного газу розширюється політропно з показником n = 1,5, причому його температура зменшується на 1 K. Обчислити: а) молярну теплоємність газу у цьому процесі; б) кількість теплоти, отриману газом; в) роботу, виконану газом. За рахунок яких джерел енергії виконується дана робота?

5.7. Один кубометр повітря стискують так, що його об'єм зменшується у 5 разів, а тиск збільшується у 10 разів. Початковий тиск 100 *кПа*. Уважаючи процес стискування політропним, обчислити: а) показник політропи; б) приріст внутрішньої енергії; в) кількість теплоти отриману газом; г) роботу затрачену на стискування.

5.8. Молярна теплоємність ідеального газу у деякому процесі змінюється за законом $C = \alpha / T$, де α – деяка стала. Знайти: а) роботу, виконану молем цього газу при нагріванні його від температури T_1 до температури $T_2 = 2T_1$; б) рівняння, що зв'язує параметри P і V у цьому процесі. Показник адіабати – γ.

5.9. 1 *кмоль* кисню винонує цикл Карно в інтервалі температур від 27 ^{O}C до 327 ^{O}C. Відомо,що відношення максимального за цикл тиску P_{max} до мінімального тиску P_{min} дорівнює 20. Обчислити: а) к.к.д. циклу; б) кількість тепла Q_1, отриманого від нагрівника за цикл; в) кількість тепла Q_2, відданого холодильнику за цикл; г) роботу A газу за цикл.

5.10. Ідеальна холодильна машина працює за зворотним циклом Карно в інтервалі температур від –11 ^{O}C до 15 ^{O}C. Робота машини за один цикл A = –200 *кДж*. Обчислити: а) холодильний коефіцієнт ε; б) кількість теплоти Q_2', що відводиться від охолоджуваного тіла за цикл, в) кількість теплоти Q_1', що віддається за один цикл теплоприймачу. *Примітка*. Холодильним коефіцієнтом ε називають відношення кількості теплоти Q_2', що відводиться від охолоджуваного тіла, до затраченої роботи $A' = -A$.

5.11. Знайти к.к.д. циклу, що складається з двох ізохор та двох адіабат. Робочим тілом є азот. Відомо, що у межах циклу об'єм газу змінюється у 10 разів.

5.12. Цикл, що виконується двома кіломолями ідеального двоатомного газу, складається із ізотерми, ізобари й ізохори.

Ізотермічний процес відбувається за максимальної температури циклу, яка дорівнює $T = 400$ K. Відомо також, що в межах циклу об'єм газу змінюється у два рази, тобто $a = V_{max}/V_{min} = 2$. 1) Обчислити роботу A газу за цикл і к.к.д. циклу η. 2) Порівняти отримане значення η з к.к.д. циклу Карно η_0, що відбувається в інтервалі температур від T_{min} до T_{max} даного циклу.

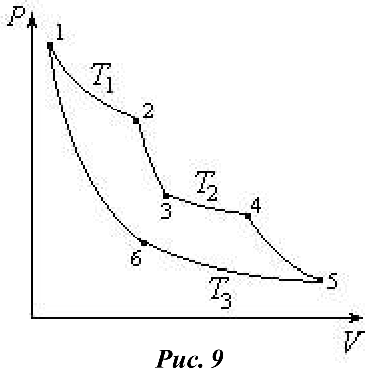


Рис. 9

5.13. 1 *кмоль* ідеального газу виконує цикл, який складається з ізотерм та адіабат, що чергуються (рис. 9). При кожному ізотермічному розширенні об'єм газу збільшується в k разів. Відомі температури T_1, T_2 і T_3, при яких відбуваються ізотермічні процеси. Вирахувати: а) к.к.д. циклу η; б) роботу A газу за цикл.

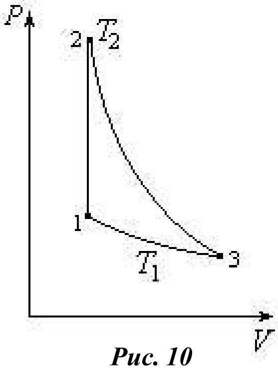


Рис. 10

5.14. Знайти к.к.д. наступних циклів, припускаючи, що робочим тілом є ідеальний газ з відомим $\gamma = C_P/C_V$. а) Цикл складається із двох ізобар і двох адіабат. Відомо відношення $b = P_{max}/P_{min}$, де P_{max} і P_{min} – максимальний та мінімальний тиск в межах циклу. б) Цикл складається із двох ізохор і двох ізотерм. Відомі температури T_1 і T_2, при яких відбуваються ізотермічні процеси ($T_2 > T_1$) і відношення $a = V_{max}/V_{min}$, де V_{max} і V_{min} – максимальне та мінімальне значення об'єму в межах циклу. в) Цикл складається з ізотерми, ізобари і адіабати. Ізотермічний процес відбувається за мінімальної температури циклу. Відомо відношення

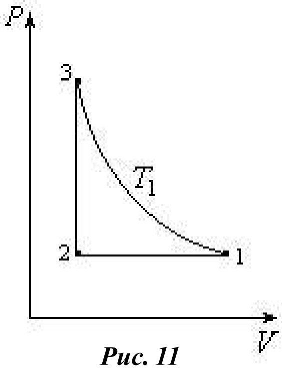


Рис. 11

$b = P_{max}/P_{min}$, де P_{max} і P_{min} – максимальний та мінімальний тиск в межах циклу.

5.15. 1 *кмоль* одноатомного газу виконує в тепловій машині цикл Карно між резервуарами з температурами $T_1 = 473$ K і $T_2 = 293$ K. Найбільший об'єм $V_{max} = 25$ *л*, найменший об'єм $V_{min} = 6$ *л*. Яку роботу виконує машина за один цикл?

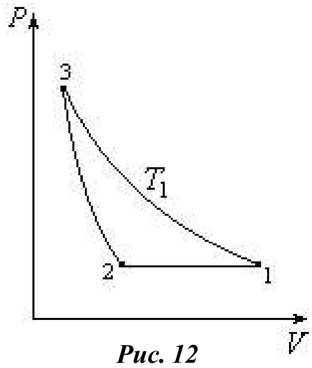


Рис. 12

5.16. Теплова машина з ідеальним газом як робочим тілом виконує оборотний цикл, що складається з ізохори (1→2), адіабати (2→3) та ізотерми (3→1) (рис. 10). Знайти к.к.д. машини, як функцію максимальної T_2 і мінімальної T_1 температур, що досягаються газом у циклі.

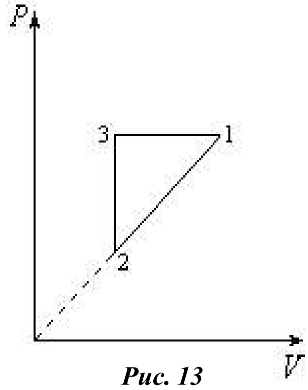


Рис. 13

5.17. Теплова машина, де робочим тілом є ідеальний газ, виконує оборотний цикл, що складається з ізотерми (3→1), ізобари (1→2) та ізохори (2→3) (рис. 11). Знайти к.к.д. машини як функцію максимальної T_1 і мінімальної T_2 температур, що досягаються газом у циклі.

5.18. Теплова машина з ідеальним газам як робочою речовиною виконує оборотний цикл, що складається з ізобари (1→2), адіабати (2→3) та ізотерми (3→1) (рис. 12). Знайти к.к.д. машини як функцію максимальної T_1 і мінімальної T_2 температур, що досягаються у цьому циклі.

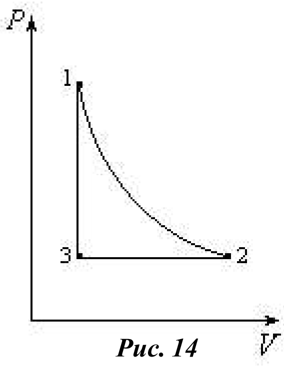


Рис. 14

5.19. Знайти к.к.д. оборотного циклу, зображеного на рис. 13, як функцію максимальної T_1 і мінімальної T_2 температур робочої речовини у цьому циклі. Цикл виконує машина з ідеальним газом як робочим тілом. Показник адіабати – γ.

5.20. Знайти к.к.д. оборотної теплової машини, де робоча речовина – ідеальний газ. Машина виконує цикл, що складається із адіабати (1→2), ізобари (2→3) та ізохори (3→1) (рис. 14). Виразити к.к.д. як функцію максимальної T_1 і мінімальної T_3 температур робочої речовини у циклі.

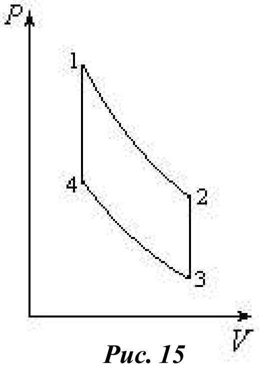


Рис. 15

5.21. Знайти к.к.д. оборотного теплового циклу Отто, що складається з адіабат (1→2), (3→4) та ізохор (2→3), (4→1) (рис. 15), якщо робочою речовиною є ідеальний газ. Виразити к.к.д. через температури газу T_1 і T_2 у станах 1 і 2.

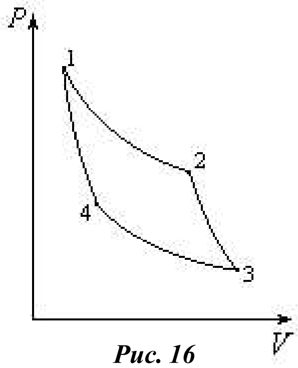


Рис. 16

5.22. Оборотний термодинамічний цикл виконується одним молем двоатомного ідеального газу як робочою речовиною і складається з двох ізотермічних процесів (1→2), (3→4) та двох політропних процесів (2→3), (4→1) з теплоємністю газу C_0 (рис. 16). Знайти для кожної ділянки циклу виконані роботи, та кількості теплоти. Як відомі параметри взяти температури ізотермічних процесів T_1 і T_2 та об'єми V_1 і V_2 в точках 1 і 2.

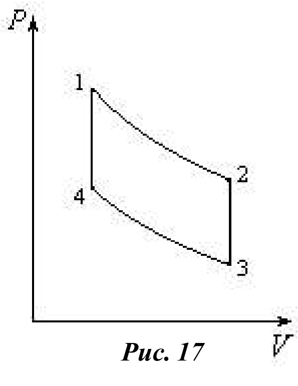


Рис. 17

5.23. Знайти к.к.д. циклу Клапейрона з ідеальним газом як робочим тілом, що складається з двох ізотерм (1→2), (3→4) та двох ізохор (2→3), (4→1) (рис. 17). К.к.д. виразити через температури ізотермічних процесів T_1 і T_2 та об'єми V_1 і V_2 в точках 1 і 2.

5.24. Робочий цикл ідеальної парової машини зображений на рис. 18: а) на початку доступу пари з котла в циліндр тиск у ньому зростає при сталому об'ємі V_0 від P_0 до P_1 (ділянка AB); б) при подальшому нагнітанні пари поршень рухається зліва направо (ділянка BC) при сталому тиску P_1; в) при подальшому русі поршня вправо доступ пари з котла припиняється, відбувається адіабатне розширення пари (ділянка CD); г) у крайньому правому положенні газ виходить з циліндра у холодильник і тиск спадає при сталому об'ємі V_2 до P_0 (ділянка DE); в) при зворотному русі поршень виштовхує пару, що залишилася, при сталому тиску – об'єм при цьому зменшується від V_2 до V_0 (ділянка EA). Знайти роботу цієї машини за один цикл та к.к.д, якщо V_0 = 0,5 *л*, V_1 = 1,5 *л*, V_2 = 3 *л*, P_0 = 1 *атм*, P_1 = 12 *атм* і показник адіабати дорівнює 1,33.

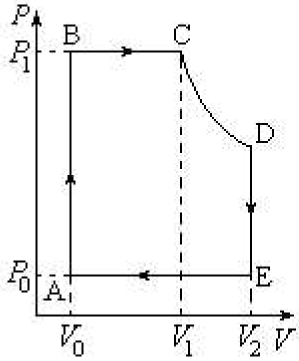


Рис. 18

5.25. Цикл карбюраторного чотиритактного двигуна внутрішнього згорання зображений на рис. 19: а) при першому ході поршня в циліндр всмоктується горюча суміш (суміш пари бензину з повітрям), при цьому P_0=*const* і об'єм збільшується від V_2 до V_1 (ділянка AB – всмоктування); при другому ході поршня – пальне адіабатно стискується від V_1 до V_2, при цьому температура збільшується від T_0 до T_1 і тиск – від P_0 до P_1 (ділянка BC – стискування); далі відбувається згорання пального, тиск зростає від P_1 до P_2 при при $V = const$ (ділянка CD), температура збільшується від T_1 до T_2; третій хід поршня – адіабатне розширення газу від V_2 до V_1 (ділянка DG – робочий хід), температура зменшується до T_3; у крайньому положенні поршня (точка G) відкривається випускний клапан, тиск зменшується до P_0 (ділянка GB); четвертий хід поршня – ізобарне стискування (BA – виштовхування відпрацьованого газу). Знайти к.к.д. циклу, якщо коефіцієнт стискування $V_1/V_2 = 5$,а показник адіабати γ = 1,33.

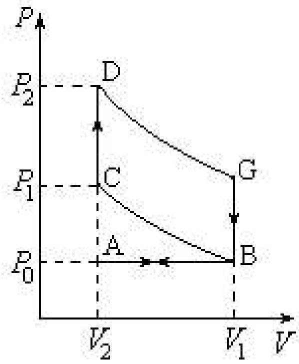


Рис. 19

5.26. Цикл чотиритактного двигуна Дизеля зображено на рис. 20: а) ділянка АВ – у циліндр засмоктується повітря ($P_0 =$ 1*атм*); б) ділянка ВС – повітря адіабатично стискується до тиску P_1: в) у кінці такту стискування в циліндр впорскується пальне, яке вибухає в гарячому повітрі й згоряє, при цьому поршень рухається вправо, спочатку ізобарно (ділянка CD), а потім адіабатно (ділянка DG); г) у кінці адіабатичного розширення відкривається випускний клапан, тиск падає до P_0 (ділянка GB); д) при русі поршня вліво продукти згорання видаляються з циліндра (ділянка ВА). Знайти к.к.д., якщо відомо ступінь адіабатного стискуванн ε, ступінь адіабатного розширення δ, ступінь ізобарного розширення β та показник адіабати γ.

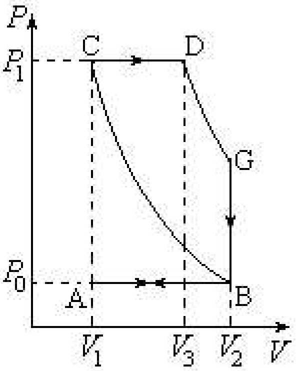


Рис. 20

5.27. Знайти к.к.д. циклу, зображеного на рис. 21. Ділянки циклу (12) та (45) – адіабати. Користуватися наступними позначеннями: : $V_1/V_2 = \varepsilon$, $P_3/P_2 = \lambda$, $V_4/V_3 = \rho$, $V_5/V_4 = \delta$. Показник адіабати – γ.

5.28. Ідеальна теплова машина, яка працює за циклом Карно, отримує за один цикл від нагрівника 600 *кал* тепла. Температура нагрівника 400 *К*, температура холодильника 300 *К*. Знайти роботу, що виконує газ за один цикл, та кількість теплоти, яку він віддає холодильнику.

5.29. Ідеальна теплова машина працює за циклом Карно. Визначити к.к.д. циклу, якщо відомо, що за один цикл виконується робота 3 *кДж*, а холодильник отримує 3,2 *ккал* тепла.

5.30. Ідеальна теплова машина, яка працює за циклом Карно виконує за один цикл роботу $7{,}35\cdot10^4$ *Дж*. Температура нагрівника 100 $^{\circ}C$, температура холодильника 0 $^{\circ}C$. Знайти: 1) к.к.д. машини; 2) кількість теплоти,

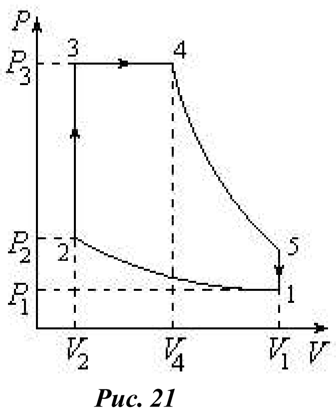


Рис. 21

отриману машиною за один цикл; 3) кількість теплоти віддану холодильнику.

5.31. Ідеальна теплова машина працює за циклом Карно. При цьому 80 % тепла, отриманого від нагрівника передається холодильнику. Кількість тепла, отримана від нагрівника становить 1,5 *ккал*. Знайти: 1) к.к.д. циклу; 2) роботу, що виконує газ за один цикл.

5.32. Ідеальна теплова машина працює за циклом Карно з нагрітим повітрям як робочим тілом. Початкова температура повітря 127 ^{O}C, початковий тиск 7 *атм*, початковий об'єм $2 \cdot 10^{-3}$ $м^3$. Після першого ізотермічного розширення повітря зайняло об'єм 5 *л*; після адіабатичного розширення об'єм став таким, що дорівнює 8 *л*. Знайти: 1) координати перетину ізотерм та адіабат; 2) роботу на кожній ділянці циклу; 3) повну роботу за цикл; 4) к.к.д. циклу; 5) кількість теплоти, отриману за один цикл від нагрівника; 6) кількість теплоти, яку робоче тіло віддало холодильнику.

5.33. 1 *кмоль* ідеального газу здійснює цикл, що складається з двох ізохор і двох ізобар. При цьому об'єм газу змінюється від $V_1 = 25$ $м^3$ до $V_2 = 50$ $м^3$, а тиск від $P_1 = 1$ *атм* до $P_2 = 2$ *атм*. У скільки разів робота, що виконується в даному циклі, менша за роботу, яка виконується у циклі Карно, ізотерми якого відповідають найбільшій та найменшій температурам циклу, що розглядається, якщо при ізотермічному розширенні об'єм газу збільшується удвічі.

5.34. Ідеальна холодильна машина, яка працює за зворотним циклом Карно, виконує за один цикл роботу $3{,}7 \cdot 10^4$ *Дж*. При цьому вона забирає тепло від тіла з температурою –10 ^{O}C і передає його тілу з температурою +17 ^{O}C. Знайти: 1) к.к.д. циклу; 2) кількість теплоти, що відбирається за один цикл від холодного тіла; 3) кількість теплоти, яка передається гарячому тілу.

5.35. Ідеальна холодильна машина працює як тепловий насос по зворотному циклу Карно. При цьому вона забирає тепло від води з температурою 2 ^{O}C і передає його повітрю з температурою 27 ^{O}C. Знайти: 1) коефіцієнт η_1 – відношення кількості теплоти переданої повітрю за деякий час, до кількості теплоти, відібраної за цей же час у води; 2) коефіцієнт η_2 – відношення кількості теплоти, відібраної у води за деякий проміжок часу, до затраченої на роботу машини енергії за той самий проміжок часу (коефіцієнт η_2 називається холодильним коефіцієнтом машини); 3) коефіцієнт η_3 – відношення затраченої на роботу машини енергії за деякий проміжок часу до кількості теплоти, переданої за цей же час повітрю (коефіцієнт η_3 – к.к.д. циклу). Знайти співвідношення між коефіцієнтами η_1, η_2 і η_3.

5.36. Ідеальна холодильна машина, яка працює за зворотним циклом Карно, передає тепло від холодильника з водою при температурі $0^{\circ}C$ кип'ятильнику з водою при температурі $100^{\circ}C$. Яку кількість води потрібно заморозити у холодильнику, щоб перетворити у пару 1 *кг* води у кип'ятильнику?

5.37. Приміщення опалюється холодильною машиною, яка працює за зворотним циклом Карно. У скільки разів кількість тепла Q_0 отримана приміщенням, від згорання дров у пічці, менша за кількість теплоти Q_1', що передається приміщенню холодильною машиною, яка приводиться у дію тепловою машиною, яка потребує для своєї роботи ту саму кількість дров? Цей тепловий двигун працює між температурами $t_1 = 100\ ^{\circ}C$ і $t_2 = 0\ ^{\circ}C$. Температуру у приміщенні необхідно підтримувати $t_1' = 16\ ^{\circ}C$ при температурі зовнішнього повітря $t_2' = -10\ ^{\circ}C$.

РОЗДІЛ 6. ЕНТРОПІЯ

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Розглядаючи процес переходу термодинамічної системи із стану 1 в стан 2, можна показати, що інтеграл типу

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = S_2 - S_1 \qquad (6.1)$$

не залежить від того, у який спосіб система перейшла з одного стану в інший, тобто він відображає зміну деякої функції стану S, яка називається ентропією. Використовуючи формули (4.1), (4.9) та рівняння стану (1.1), для зміни ентропії можна отримати вираз

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu}\left(C_V \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{V_2}{V_1}\right), \qquad (6.2)$$

з якого можна легко одержати вирази для зміни ентропії в ізопроцесах.

Для ізохорного процесу $V = const$, $V_1 = V_2$

$$(\Delta S)_V = \frac{m}{\mu} C_V \ln\frac{T_2}{T_1} = \frac{m}{\mu} C_V \ln\frac{P_2}{P_1}. \qquad (6.3)$$

Для ізобарного процесу $V_2/V_1 = T_2/T_1$

$$(\Delta S)_P = \frac{m}{\mu} C_P \ln\frac{T_2}{T_1} = \frac{m}{\mu} C_P \ln\frac{V_2}{V_1}. \qquad (6.4)$$

Для ізотермічного процесу $T = const$, $T_1 = T_2$

$$(\Delta S)_T = \frac{m}{\mu} R\ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} R\ln\frac{P_1}{P_2}. \qquad (6.5)$$

Для адіабатного процесу $\delta Q = 0$, тому $\Delta S = 0$, тобто ентропія залишається сталою. Адіабатні процеси називають ще ізоентропійними.

Для політропних процесів зміна ентропії визначається за формулою (6.1) з урахуванням визначення теплоємності (4.5)

$$(\Delta S)_{C=\text{const}} = C\ln\frac{T_2}{T_1}, \tag{6.6}$$

де C – теплоємність процесу. Якщо теплоємність залишається сталою у випадку охолодження або нагрівання речовини, її зручно зображати у вигляді $C = c^{\text{пит}}\cdot m$, де m – маса речовини. Тоді (6.6) перепишеться:

$$\Delta S = c^{\text{пит}} m \ln\frac{T_2}{T_1}. \tag{6.7}$$

При фазових переходах першого роду зміна ентропії визначається за формулою

$$\Delta S = \pm\frac{m\lambda}{T}, \tag{6.8}$$

де m – маса речовини, λ – питома теплота переходу, T – температура переходу.

Методичні вказівки і поради

1) Визначаючи зміну ентропії, потрібно пам'ятати, що температура T у виразі (6.1) дорівнює не температурі системи, а температурі теплообмінника, з яким система взаємодіє, віддаючи йому або забираючи від нього кількість теплоти δQ. В оборотних процесах температури системи і теплообмінника відрізняються на малу величину δT, інакше оборотний перехід тепла був би неможливий. Отже, при обчисленні зміни ентропії за вищенаведеними формулами температуру системи і джерела теплоти можна вважати практично однаковими.

2) Обчислюючи зміну ентропії за формулами (6.1) та (6.8) потрібно явно враховувати знак δQ: якщо система тепло віддає, то δQ слід ставити зі знаком "–". В інших формулах знак зміни ентропії враховується автоматично при підстановці числових значень параметрів стану.

3) Ентропія є адитивною величиною. Якщо перехід системи із початкового стану в кінцевий здійснюється кількома послідовними процесами, то повна зміна ентропії дорівнює алгебраїчній сумі змін ентропії у кожному процесі

$$\Delta S = \sum_i \Delta S_i. \tag{6.9}$$

4) Якщо теплоізольована (адіабатна) система здійснює необоротний процес, то формулою (6.1) користуватися неможна. Ентропія у необоротних процесах в адіабатних системах тільки зростає, а згідно з (6.1) $\Delta S = 0$, оскільки $\delta Q = 0$. Тому для обчислення зміни ентропії у вказаних процесах застосовують такий спосіб: розглядають уявний оборотний процес, який переводить систему із того самого початкового стану в той самий кінцевий стан, що й необоротний процес. Для цього оборотного процесу визначають зміну ентропії за вищенаведеними формулами (6.1) – (6.9). Вона і буде шуканою, оскільки ентропія є функцією стану і її зміна не залежить від того, у який спосіб система була переведена з початкового стану в кінцевий, а визначається лише самими цими станами.

5) Зростання ентропії у необоротних процесах в адіабатних системах припиняється тоді, коли система опиняється у стані стійкої рівноваги. Згідно зі статистичним трактуванням другого начала термодинаміки, цей стан є одночасно й найімовірнішим. Отже, ентропія, як функція стану системи, залежить від термодинамічної ймовірності стану системи W. Ця залежність виражається формулою Больцмана:

$$S = k \ln W + const, \qquad (6.10)$$

де k – стала Больцмана, а стала інтегрування визначається окремо у кожному конкретному випадку.

Приклади розв'язування задач

1. Обчислити зміну ентропії 14 *г* азоту, що охолоджується від температури $T_1 = 300\ К$ до $T_2 = 273\ К$ при сталому об'ємі.

Розв'язання

Процес охолодження азоту при сталому об'ємі оборотний, тому можна скористатися формулою (6.3). Молярна теплоємність азоту при сталому об'ємі, оскільки азот двоатомний газ, дорівнює

$$C_V = \frac{5}{2}R = 20{,}775\frac{Дж}{моль \cdot К}.$$

Тоді

$$\Delta S = \frac{14г}{28\,г/моль} 20{,}775\frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot \ln\frac{273К}{300К} = -1{,}03\frac{Дж}{К}.$$

2. Теплоізольована посудина розділена на дві частини перегородкою. В одній половині міститься 10 *г* водню, а друга половина відкачана до високого вакууму. Перегородку забирають і газ заповнює весь об'єм. Вважаючи газ ідеальним, знайти приріст його ентропії.

Розв'язання

Розширення газу є необоротним процесом. Тому в цьому випадку неможна застосовувати формулу (6.1). Оскільки посудина теплоізольована ($\delta Q = 0$), то за (6.1) ми б отримаємо $\Delta S = 0$. Насправді ж, ентропія незворотних процесів у адіабатних системах може тільки зростати. Тому скористаємося п.4 методичних вказівок і уявімо собі такий оборотний процес розширення газу, який приводив би його у той самий кінцевий стан. Оскільки посудина теплоізольована ($\delta Q = 0$), і газ розширюється в пустоту ($\Delta A = 0$), то його внутрішня енергія U повинна залишатися постійною, згідно з першим началом термодинаміки. Отже, як оборотний процес, який переводить газ у той самий кінцевий стан, можна розглядати процес ізотермічного розширення, в ході якого об'єм зростає у два рази. Використаємо формулу (6.5) і отримаємо:

$$\Delta S = \frac{10г}{2\,г/моль} 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot \ln 2 = 29 \frac{Дж}{К}.$$

Задачі для самостійного розв'язування

6.1. Знайти зміну ентропії при перетворенні 10 *г* льоду при –20 ^{O}C в пару при 100 ^{O}C.

6.2. Знайти приріст ентропії при перетворенні 1 *г* води при 0 ^{O}C в пару при 100 ^{O}C.

6.3. Знайти зміну ентропії при плавленні 1 *кг* льоду, що знаходиться при температурі 0 ^{O}C.

6.4. 640 *г* розплавленого свинцю при температурі плавлення вилили на лід при температурі 0 ^{O}C. Знайти зміну ентропії при цьому процесі.

6.5. Знайти зміну ентропії при переході 8 *г* кисню від об'єму 10 *л* при температурі 80 ^{O}C до об'єму 40 *л* при температурі 300 ^{O}C.

6.6. Знайти зміну ентропії при переході 6 *г* водню від об'єму в 20 *л* під тиском $1{,}5 \cdot 10^5$ *Па* до об'єму 60 *л* під тиском 10^5 *Па*.

6.7. 6,6 *г* водню розширюються ізобарно до подвоєння об'єму. Знайти зміну ентропії при цьому розширенні.

6.8. Знайти зміну ентропії при ізобарному розширенні 8 *г* гелію від об'єму $V_1 = 10$ *л* до об'єму $V_2 = 25$ *л*.

6.9. Знайти зміну ентропії при ізотермічному розширенні 6 *г* водню від 10^5 до $0{,}5 \cdot 10^5$ *Па*.

6.10. 10,5 *г* азоту ізотермічно розширюються від об'єму $V_1 = 2$ *л* до об'єму $V_2 = 5$ *л*. Знайти зміну ентропії у цьому процесі.

6.11. 10 *г* кисню нагріваються від температури $t_1 = 50\ ^{O}C$ до $t_2 = 150\ ^{O}C$. Знайти зміну ентропії, якщо нагрівання проходить: а) при $V = const$; б) при $P = const$.

6.12. При нагріванні одного кіломоля двохатомного газу його абсолютна температура збільшується у 1,5 раза. Знайти зміну ентропії, якщо нагрівання відбувається: а) ізохорно; б) ізобарно.

6.13. У результаті нагрівання 22 *г* азоту його абсолютна температура збільшилася у 1,2 раза, а ентропія зросла на 4,19 *Дж/К*. При яких умовах проводилося нагрівання (при постійному об'ємі чи при постійному тиску)?

6.14. Знайти зміну ентропії при переході газу зі стану A у стан B (рис. 22), якщо перехід відбувається: 1) по шляху ACB, 2) по шляху ADB.

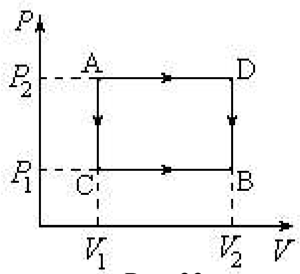


Рис. 22

6.15. Один кубічний метр повітря, що знаходиться при температурі $0\ ^{O}C$ і тиску 2 *атм*, ізотермічно розширюється до подвоєння об'єму. Знайти зміну ентропії у цьому процесі.

6.16. Зміна ентропії на ділянці між двома адіабатами в циклі Карно дорівнює 1*ккал/град*. Різниця температур між двома ізотермами дорівнює $100\ ^{O}C$. Яка кількість теплоти перетворюється в роботу в даному циклі?

6.17. Задано цикл, що складається з ізобари ($2 \to 3$), ізохори ($4 \to 1$) і двох адіабат ($1 \to 2$) і ($3 \to 4$). Зобразити цикл на *PV*-діаграмі та знайти зміну ентропії у даному циклі.

6.18. Задано цикл, що складається з двох ізохор ($4 \to 1$) і ($2 \to 3$) та двох ізобар ($1 \to 2$) і ($3 \to 4$). Зобразити цикл на *PV*-діаграмі та знайти зміну ентропії у даному циклі.

6.19. Визначити зміну ентропії при ізотермічному стискуванні 1 *моля* кисню від об'єму V_0 до об'єму $1/3V_0$. Задачу розв'язати двома способами, використовуючи визначення ентропії, через зведену теплоту та через термодинамічну ймовірність.

6.20. Довести, що при змішуванні двох однакових кількостей води з різною температурою ентропія системи збільшиться.

6.21. Макроскопічна система поглинає $\Delta E = 10^{-20}$ *Дж* енергії. При цьому кількість доступних станів збільшується на 10 %. Яка була початкова температура цієї системи.

6.22. Показати, що для будь-якої речовини адіабата може перетинати ізотерму лише в одній точці.

6.23. Задано цикл, що складається з двох ізохор (4→1) і (2→3) та двох ізобар (1→2) і (3→4). Зобразити цикл на *PV*-діаграмі та довести, що для будь-якої речовини з постійними теплоємностями C_v і C_p температури у точках 1, 2, 3, 4 зв'язані співвідношенням $T_1T_3=T_2T_4$.

6.24. Основними змінними, що характеризують стан тіла, можна вибрати температуру і ентропію. Зобразити графічно цикл Карно на діаграмі, відкладаючи по осі абсцис ентропію, а по осі ординат температуру. Обчислити за допомогою цього графіка к.к.д. циклу.

6.25. Водень масою 100 *г* був ізобарно нагрітий так, що його об'єм збільшився у 3 рази. Потім водень був ізохорно охолоджений так, що його тиск його зменшився у 3 рази. Знайти повну зміну ентропії у вказаних процесах.

6.26. 10 $м^3$ повітря знаходяться за нормальних умов. Його переводять у стан з температурою 400 ^{O}C а) ізохорно; б) ізобарно; в)адіабатно; г) політропно з показником політропи n = 2,2. Уважаючи повітря однорідним двоатомним газом, знайти приріст ентропії у кожному процесі.

6.27. В одній посудині, об'єм якої V_1 = 1,6 *л*, міститься m_1 = 14 *мг* азоту. В другій посудині, об'єм якої V_2 = 1,6 *л*, міститься m_2 = 16 *мг* кисню. Температури газів однакові. Посудини з'єднують і гази перемішуються. Знайти приріст ентропії ΔS у цьому процесі.

6.28. Брусок міді масою m_1 = 300 *г* при температурі t_1= 97 ^{O}C помістили у калориметр, де міститься вода масою m_2 = 100 *г* при температурі t_2 = 7 ^{O}C. Знайти зміну ентропії такої системи до моменту встановлення теплової рівноваги.

6.29. Деякий ідеальний газ здійснює при температурі $T = 300\ K$ оборотний ізотермічний процес, під час якого над газом виконується робота $A = -900\ Дж$. Знайти приріст ентропії ΔS та вільної енергії F. *Примітка:* вільна енергія $F = U - TS$.

6.30. Один моль ідеального газу з показником адіабати γ здійснює політропний процес, у результаті якого температура збільшується в τ разів. Показник політропи n. Знайти приріст ентропії в цьому процесі.

6.31. Процес розширення двох молів аргону відбувається так, що тиск газу збільшується пропорційно об'єму. Знайти приріст ентропії газу при збільшенні його об'єму в 2 рази.

6.32. У деякому політропному процесі тиск і об'єм певної маси кисню змінюється від $P_1 = 4\ атм$ і $V_1 = 1\ л$ до $P_2 = 1\ атм$ і $V_2 = 2\ л$. Початкова температура кисню $T_1 = 500\ K$. Яку кількість теплоти одержав кисень від навколишнього середовища? На скільки змінилася його ентропія та внутрішня енергія?

6.33. Знайти зміну ентропії одного кіломоля одноатомного ідеального газу при розширенні його по політропі $PV^3 = const$ від об'єму $V_1 = 1\ м^3$ до $V_2 = 2{,}718\ м^3$.

6.34. Один моль ідеального газу з відомою теплоємністю C_v здійснює процес, у якому його ентропія залежить від температури за законом $S = \alpha/T$, де α – деяка стала величина. Температура газу змінюється від T_1 до T_2. Знайти: а) молярну теплоємність газу як функцію температури; б) кількість теплоти, що надана газу; в) роботу, яку виконав газ.

6.35. У теплоізольованій посудині міститься 0,5 *кмоль* гелію та 1 *кг* льоду. В початковий момент температура льоду становила 273 *К*, гелію – 303 *К*. Посудина закрита рухомим поршнем. Знайти приріст ентропії системи при переході до рівноваги.

6.36. У деякому процесі температура речовини залежить від ентропії згідно рівняння $T = a\,S^n$, де a, n – сталі величини. Знайти теплоємність C речовини як функцію S. За якої умови теплоємність буде від'ємною?

6.37. Знайти приріст ентропії алюмінієвого бруска масою $m = 3\ кг$ при нагріванні його від температури $T_1 = 300\ K$ до температури $T_2 = 600\ K$, якщо в цьому інтервалі температур питома теплоємність алюмінію $C = a + bT$, де $a = 0{,}77$ *Дж*/(*г*·*К*), $b = 0{,}46$ *мДж*/(*г*·*К*^{2}).

6.38. Удвох посудинах, які мають однаковий об'єм, при однакових температурах і тисках містяться кисень і азот. Маса кисню у першій посудині 32 *г*, маса азоту в другій посудині 28 *г*. Посудини сполучають між собою і починається процес взаємної дифузії газів. Обчислити сумарну зміну ентропії в цьому процесі.

6.39. Два балони однакового об'єму $2\cdot10^{-2}$ *м*^{3} сполучено трубкою з краном. У одному балоні міститься водень під тиском $P_1 = 101$ *кПа* за при температури $T_1 = 273$ *К*; у другому – гелій, температура якого $T_2 = 300$*К*, а тиск $P_2 = 202$ *кПа*. Балони теплоізольовані. Як зміниться ентропія системи після того, як відкрити кран?

РОЗДІЛ 7. РЕАЛЬНІ ГАЗИ

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

У реальних газах, на відміну від ідеальних, молекули мають скінченні розміри і між ними існують сили взаємодії. Урахування цих двох фокторів вимагає введення певних поправок у рівняння стану ідеального газу. Одним із рівнянь, яке досить добре якісно описує поведінку реального газу, є рівняння Ван-дер-Ваальса. Для одного моля реального газу воно має вигляд

$$\left(P+\frac{a}{V_0^2}\right)\left(V_0-b\right)=RT\,. \qquad (7.1)$$

Тут a і b – поправки Ван-дер-Ваальса, які є сталими для даного газу, але різними для різних газів; V_0 – молярний об'єм. Позначення інших величин такі, як і раніше. Поправка b ураховує сили відштовхування і чисельно дорівнює об'єму, який займає один моль реального газу під нескінченно великим тиском; поправка $\frac{a}{V_0^2}$ – ураховує сили притягання і по суті є внутрішнім тиском, зумовленим цими силами.

Для довільної кількості реального газу рівняння (7.1) матиме вигляд

$$\left(P+\frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V-\frac{m}{\mu}b\right)=\frac{m}{\mu}RT\,, \qquad (7.2)$$

де $V=\frac{m}{\mu}V_0$ – об'єм ν молів реального газу.

Рівняння Ван-дер-Ваальса являє собою рівняння третього степеня відносно V. При фіксованій температурі T, кожному значенню тиску P може відповідати один, два або три дійсні корені. Та температура $T_к$, при якій ці три корені збігаються, називається критичною температурою, а відповідні тиск та молярний об'єм – критичним тиском $P_к$ та критичним молярним об'ємом $V_к$. Критичні параметри $P_к$, $V_к$, $T_к$ зв'язані з поправками Ван-дер Ваальса a і b співвідношеннями:

$$P_к = \frac{a}{27b^2}\,;\;\; V_{0к} = 3b\,;\;\; T_к = \frac{8a}{27bR}\,, \tag{7.3}$$

звідки

$$\frac{P_к V_к}{T_к} = \frac{3}{8}R\,. \tag{7.4}$$

Зауважимо, що для певної маси m реального газу критичний стан при $P_к$ і $T_к$ можливий тільки в об'ємі

$$V_к = \frac{m}{\mu}V_{0к}\,. \tag{7.5}$$

Підкреслимо, що критична ізотерма на діаграмі стану відокремлює однофазну область газоподібного стану від області двофазних станів, у якій можуть знаходитися у стані рівноваги рідина та її насичена пара. Це означає, що якщо газ нагрітий вище критичної температури, то перетворити його у рідину неможливо навіть при дуже високих тисках.

Внутрішня енергія реального газу залежить не тільки від температури, але й від об'єму, оскільки складається з кінетичної енергії теплового руху його молекул та потенціальної енергії притягання. Для ν молів реального газу вираз для внутрішньої енергії має вигляд:

$$U = \nu\left(C_V T - \frac{\nu a}{V}\right). \tag{7.6}$$

Молярна теплоємність газу Ван-дер Ваальса у сталому об'ємі така ж сама, як і для ідеального газу

$$C_V = \left(\frac{dU}{dT}\right)_V = \frac{i}{2}R\,, \tag{7.7}$$

проте молярна теплоємність при сталому тиску $C_р$ залежить від параметрів стану, і ця залежність іноді буває дуже складною.

Методичні вказівки і поради

Загальне правило, яким треба користуватися при розв'язуванні задач, в яких мова йде про реальні гази, полягає у тому, що методи їх розв'язування нічим не відрізняються від методів, які застосовувалися при розв'язуванні задач, у яких фігурував ідеальний газ. Відмінність лише у тому, що рівняння стану ідеального газу замінюється скрізь на рівняння Ван-дер-Ваальса (7.1), а замість виразу для внутрішньої енергії (4.2) використовуються формула (7.6).

У задачах, де необхідно знайти невідомі параметри стану, потрібно насамперед визначити два фіксовані стани газу – початковий та кінцевий і для кожного з них записати рівняння Ван-дер-Ваальса. Складаючи систему рівнянь, слід визначити один параметр стану так, щоб він залишався незмінним при переході з одного стану до іншого. Поправки Ван-дер-Ваальса при цьому повинні бути відомі.

Якщо поправки a і b потрібно знайти, то повинні бути задані всі три параметри реального газу не менше ніж у двох станах. Тоді система рівнянь типа (7.1) розв'язується відносно a і b.

Термодинамічний розгляд реального газу такий самий, як і для ідеального газу. Щоб обчислити теплоємність реального газу в тому чи іншому процесі чи вивести рівняння процесу за відомою залежністю теплоємності від параметрів стану, потрібно сумісно розглядати рівняння (7.1) та перше начало термодинаміки для реального газу. За допомогою вищевказаних рівнянь обчислюється також кількість теплоти, зовнішня робота та інші величини.

Деяку специфіку мають задачі, в яких потрібно розглянути ефект Джоуля-Томсона, який властивий тільки реальним газам. Тут потрібно розрізняти два випадки: а) розширення газу в пустоту, при якому зовнішня робота не виконується, оскільки $P = 0$, а також $dQ = 0$, бо немає зовнішнього середовища, з яким можливий теплообмін. Отже, умовою розширення газу в пустоту є:

$$dU = 0 \quad \text{або} \quad U = const\,; \tag{7.8}$$

б) диференціальний ефект Джоуля-Томсона, коли газ перетікає через пористу перегородку при малому перепаді тисків. У цьому випадку внутрішня енергія газу змінюється, але залишається сталою теплова функція стану (ентальпія)

$$U + PV = const\,. \tag{7.9}$$

Записуючи рівняння стану реального газу потрібно пам'ятати, що експериментально манометрами вимірюється тільки зовнішній тиск реального газу.

Приклади розв'язування задач

1. Користуючись рівнянням Ван-дер-Ваальса, обчислити тиск 1,1 *кг* вуглекислого газу, що знаходиться в балоні місткістю 20 *л* за температури 13 ^{O}C. Результат порівняти з тиском ідеального газу за тих самих умов.

Розв'язання

Запишемо рівняння Ван-дер-Ваальса

$$\left(P+\frac{a}{V_0^2}\right)(V_0-b)=RT\ ,$$

звідки

$$P=\frac{RT}{V-b}-\frac{a}{V^2};\ a=3{,}64\cdot10^5\ Н\big/кмоль^2;\ b=0{,}043\ м^3\big/кмоль\ .$$

Кількість кіломолів вуглекислого газу

$$\frac{m}{\mu}=\frac{1{,}1}{44}=0{,}025\ кмоля\ .$$

Об'єм, що займає один кіломоль вуглекислого газу

$$V_0=\frac{0{,}02}{0{,}025}=0{,}8\ м^3\big/кмоль;$$

$$P=\frac{8{,}32\cdot10^3\ Дж/(кмоль\cdot град)\cdot286\ град}{0{,}8\ м^3/кмоль-0{,}043\ м^3/кмоль}-$$

$$-\frac{3{,}64\cdot105\ Н^4/кмоль^2}{0{,}8^2\ м^6/кмоль^2}=25{,}4\cdot10^5\ Н/м^2\ .$$

Тиск, що обчислюється за рівнянням Клапейрона-Менделєєва

$$P=\frac{RT}{V}=\frac{8{,}31\cdot10^3\ Дж/(кмоль\cdot град)\cdot286\ град}{0{,}8\ м^3/кмоль}=29{,}7\cdot10^5\ Н/м^2\ .$$

Останній результат відрізняється від результату, одержаного при урахуванні поправок *a* та *b*, на величину ΔP=4,3·10^5 $Н/м^2$, що дає відносну похибку

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{4{,}3\cdot 10^5}{25{,}4\cdot 10^5}=0{,}169 \, .$$

2. Вивести формулу диференційного ефекту Джоуля-Томсона для одного моля газу Ван-дер-Ваальса. Вважати зміну температури малою і знехтувати вищими степенями сталих a і b.

Розв'язання

При диференційному ефекті Джоуля–Томсона, коли газ переходить з одного об'єму V_1 в інший V_2 внаслідок малого перепаду тисків, параметри стану газу змінюються від P_1, V_1, T_1 до $P_1 = P_1 – dP$, V_2, $T_2 = T_1 – dT$, причому $P >> dP$, $T >> dT$. У такому процесі, згідно з умовою (7.9),

$$U_1 + P_1V_1 = U_2 + P_2V_2 \, .$$

Якщо скористатися співвідношенням (7.6) і виразити PV з рівняння (7.1) та урахувати відповідні наближення, це співвідношення можна звести до вигляду

$$C_V T_1 - \frac{a}{V_1} + RT_1 + P_1 b - \frac{a}{V_1} =$$
$$C_V\left(T_1 + dT\right) - \frac{a}{V_2} + R\left(T_1 + dT\right) + \left(P_1 - dP\right)b - \frac{a}{V_2} \, . \qquad (1)$$

З (1) випливає, що

$$\left(C_{\mathrm{V}} + R\right)dT = bdP - 2a\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right). \qquad (2)$$

Величину $\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}$ можна наближено обчислити, якщо вважати газ ідеальним, а температуру практично сталою. Тоді $P_1V_1 = RT_1$, $P_2V_2 = RT_2 \left(T_1 \approx T_2\right)$, звідки $\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right) = \frac{dP}{RT}$. Отже, підставивши вираз для $\left(\frac{1}{V_1}-\frac{1}{V_2}\right)$ у (2), матимемо

$$dT = \left[\frac{b}{C_V+R} - \frac{2a}{(C_V+R)RT}\right]dP\ . \qquad (3)$$

З формули (3) видно, що в досліді Джоуля–Томсона реальний газ при $a = 0$ нагрівається, а при $b = 0$ – охолоджується.

Задачі для самостійного розв'язування

7.1. Яку температуру мають 2 *г* азоту, що займає об'єм 820 *см*^{3} при тиску 2 *атм*? Газ розглядати як: а) ідеальний, б) реальний.

7.2. Яку температуру мають 3,5 *г* кисню, що займає об'єм 90 *см*^{3} при тиску 28 *атм*? Газ розглядати як: а) ідеальний, б) реальний.

7.3. 10 *г* гелію займають об'єм 100 *см*^{3} при тиску 10^8 *Па*. Знайти температуру газу, розглядаючи його як: а) ідеальний, б) реальний.

7.4. 1 *кмоль* вуглекислого газу знаходиться при температурі 100 ^{O}C. Знайти тиск газу, вважаючи його: 1) реальним і 2) ідеальним. Задачу розв'язати для об'ємів: а) $V_1 = 1$ *м*^{3} і б) $V_2 = 0{,}05$ *м*^{3}.

7.5. У закритій посудині об'ємом $V = 0{,}5$ *м*^{3} знаходиться 0,6 *моль* вуглекислого газу під тиском $3{\cdot}10^6$ *Па*. Користуючись рівнянням Ван-дер-Ваальса, знайти, у скільки разів потрібно збільшити температуру газу, щоб тиск збільшився вдвоє.

7.6. 1 *кмоль* кисню знаходиться при температурі 27 ^{O}C і тиску 10^7 *Па*. Знайти об'єм газу, вважаючи його реальним.

7.7. Знайти ефективний діаметр молекули кисню, вважаючи, що критичні параметри $T_к$ і $P_к$ для кисню відомі.

7.8. У посудині місткістю 10 *л* знаходиться 0,25 *кг* азоту при температурі 27 ^{O}C. а) Яку частину тиску газу складає тиск, зумовлений силами взаємодії між молекулами? б) Яку частину об'єму посудини складає власний об'єм молекул?

7.9. 0,5 *кмоль* деякого газу займає об'єм $V_1 = 1$ *м*^{3}. При розширенні газу до об'єму $V_2 = 1{,}2$ *м*^{3} проти сил взаємодії молекул була виконана робота $A = 5800$ *Дж*. Знайти для цього газу постійну a в рівнянні Ван-дер-Ваальса.

7.10. 1) Який тиск треба прикласти, щоб вуглекислий газ перетворити на рідку вуглекислоту при температурі: а) 31 ^{O}C і б) 50 ^{O}C? 2) Який найбільший об'єм може займати 1 *кг* рідкої вуглекислоти? 3) Який найбільший тиск насиченої пари рідкої вуглекислоти?

7.11. 1 *кмоль* кисню займає об'єм 0,056 $м^3$ при тиску 920 *атм*. Знайти температуру газу, користуючись рівнянням Ван-дер-Ваальса у зведених параметрах.

7.12. 1 *кмоль* гелію займає об'єм 0,237 $м^3$ при температурі 200 ^{O}C. Знайти тиск газу, користуючись рівнянням Ван-дер-Ваальса у зведених параметрах.

7.13. Знайти, у скільки разів тиск газу більше від його критичного тиску, якщо відомо, що його об'єм і температура вдвічі більші за свої критичні значення.

7.14. Знайти сталі Ван-дер-Ваальса для азоту.

7.15. Знайти критичну густину води, вважаючи що вода описується рівнянням Ван-дер-Ваальса.

7.16. 1 *моль* азоту розширюється в пустоту від початкового об'єму 1*л* до кінцевого – 10 *л*. Знайти зниження температури ΔT при такому процесі.

7.17. Два балони місткістю $V_1 = V_2 = V = 1$ *л* з'єднані трубкою з краном. В об'ємі V_1 знаходиться кисень під нормальним атмосферним тиском, а об'єм V_2 відкачано до граничного вакууму. Вважаючи, що повітря є ван-дер-ваальсовим газом, а стінки балона і трубки адіабатні, визначити, на скільки зміниться температура газу після відкривання крану. Початкова температура $T = 290K$. Для повітря $a = 0{,}139\ Н \cdot м^4 / моль^2$.

7.18. Знайти співвідношення $C_P – C_V$ для моля газу Ван-дер-Ваальса.

7.19. Знайти рівняння політропи для газу Ван-дер-Ваальса, вважаючи, що його теплоємність C не залежить від температури.

7.20. Знайти вираз для ентропії n молів газу Ван-дер-Ваальса.

7.21. За якої температури T гелій та ксенон у досліді Джоуля-Томсона будуть охолоджуватися? Вважати, що стан газів описується рівнянням Ван-дер-Ваальса.

7.22. Було запропоновано багато емпіричних та напівемпіричних рівнянь, що описують стани реальних газів. Нижче наведено деякі з них.

Рівняння Бертло: $\left(P+\dfrac{a}{TV^2}\right)(V-b)=RT$.

Рівняння Клаузіуса: $\left(P+\dfrac{a}{T(V+c)^2}\right)(V-b)=RT$.

Перше рівняння Дітерічі: $P(V-b)=RT\exp\left\{-\dfrac{a}{RTV}\right\}$.

Друге рівняння Дітерічі: $\left(P+\dfrac{a}{V^{5/3}}\right)(V-b)=RT$, де a, b, c – сталі величини. Знайти для цих рівнянь критичні параметри $P_{кр}$, $V_{кр}$, $T_{кр}$ і значення критичного коефіцієнта $RT_{кр}/(P_{кр}V_{кр})$.

7.23. 1 *моль* газу Ван-дер-Ваальса знаходиться при критичній температурі і займає об'єм, що у 3 рази більший від його критичного об'єму. У скільки разів тиск газу в цьому стані менший від критичного тиску?

7.24. Отримати рівняння політропного процесу для двох молів кисню, якщо молярна теплоємність $C=2R$. Обчислити роботу при розширенні кисню за даною політропою від об'єму 1 *л* до об'єму 10 *л*. Початкова температура кисню 27 ^{O}C.

7.25. Один моль газу Ван-дер-Ваальса, молярна теплоємність якого дорівнює C_V і не залежить від температури, розширюється за політропою $(V\text{-}b)T=const$. Визначити зміну ентропії газу ΔS при його нагріванні від температури T_1 до T_2.

7.26. Один моль азоту стиснутий при температурі $T_0 = 273K$ до об'єму $V_0 = 1$ *л*. Знайти зміну ентропії ΔS азоту при розширенні до атмосферного тиску без виконання роботи і передачі теплоти. Вважати, що в стиснутому стані азот описується рівнянням Ван-дер-Ваальса, а при розширенні – рівнянням стану ідеального газу. Теплоємність C_V не залежить від температури.

7.27. Яку частину скляної ампули повинен займати рідкий ефір при 20 ^{O}C, щоб при його нагріванні можна було спостерігати перехід речовини у критичний стан? Молярна маса ефіру 74 *г/моль*, густина 714 *кг/м*^{3} при 20 ^{O}C, критична температура 194 ^{O}C, критичний тиск 35,6 *атм*.

РОЗДІЛ 8. ВЛАСТИВОСТІ РІДИН

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Рідкий стан речовини є проміжним станом між газоподібним і твердим. Енергетичний стан молекул у поверхневому шарі та у глибині рідини різний. Це зумовлено нескомпенсованим притяганням, яке діє на молекули поверхневого шару з боку молекул внутрішніх шарів рідини. Внаслідок цього молекули поверхні мають надлишкову потенціальну енергію, яка називається вільною поверхневою енергією. Як відомо, стан рівноваги характеризується мінімальним значенням потенціальної енергії. Тому поверхня рідини "прагне" зробити свою поверхню якомога меншою і подібна до натягнутої плівки. Це "прагнення" рідини зменшити свою поверхню називається поверхневим натягом. Сили поверхневого натягу напрямлені по дотичній до поверхні і діють нормально до будь-якої лінії, проведеної на цій поверхні. Фізична величина σ, яка чисельно дорівнює відношенню сили F, яка діє на лінію довжиною L, до цієї довжини, називається коефіцієнтом поверхневого натягу

$$\sigma = \frac{F}{L}. \tag{8.1}$$

З термодинамічної точки зору коефіцієнт поверхневого натягу чисельно дорівнює роботі, яку треба виконати, щоб ізотермічно збільшити площу поверхні рідини на одиницю

$$\sigma = \frac{dA}{dS}. \tag{8.2}$$

Робота dA виконується по збільшенню вільної енергії поверхневого шару. Тому σ має зміст вільної енергії одиниці площі поверхні, або поверхневої густини вільної енергії.

Коефіцієнт поверхневого натягу зменшується зі збільшенням температури T згідно з рівнянням

$$\frac{d\sigma}{dT} = -\frac{r}{T}, \tag{8.3}$$

де r – прихована теплота утворення поверхні рідини, тобто кількість теплоти, яка поглинається рідиною при зростанні площі її поверхні на одиницю.

Поверхневий натяг приводить до того, що над викривленою поверхнею існує додатковий тиск (тиск Лапласа), який дорівнює:

$$\Delta P = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \tag{8.4}$$

Тут R_1 і R_2 – головні радіуси кривизни для даного елемента поверхні рідини. Додатковий тиск у будь-якій точці поверхні завжди напрямлений уздовж радіуса кривизни в бік центра кривизни.

Тиск Лапласа є причиною капілярних явищ. Капіляром називають посудину таких розмірів, що вплив її стінок поширюється на всю поверхню рідини. Внаслідок цього поверхня рідини у капілярі не плоска, а викривлена і називається меніском. Додатковий тиск, який виникає при цьому, частково компенсує або підсилює тиск атмосфери на рідину в капілярі, яка у першому випадку піднімається вище рівня рідини в посудині, а у другому – опускається. Висота підняття (опускання) стовпчика рідини густиною ρ у капілярі визначається за формулою

$$h = \frac{\Delta P}{\rho g}. \tag{8.5}$$

Методичні вказівки і поради

При розв'язуванні задач на капілярні явища слід пам'ятати, що додатковий тиск ΔP завжди обчислюється за загальною формулою (8.4), яка в залежності від умови задачі набуває того чи іншого конкретного вигляду. У капілярній трубці радіусом r, меніск являє собою сферичний сегмент радіусом

$$R = \frac{r}{\cos\theta}, \tag{8.6}$$

де θ – крайовий кут, тобто кут між стінкою капіляра і дотичною до меніска, проведеною у точці дотику меніска зі стінкою капіляра. Оскільки радіуси кривизни нормальних перерізів сфери однакові, тобто $R_1 = R_2 = R$, то

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R} = \frac{2\sigma\cos\theta}{r}. \tag{8.7}$$

Якщо поверхня рідини є частиною циліндричної поверхні (наприклад, коли рідина міститься між двома довгими плоскопаралельними пластинками), то радіус кривизни нормального перерізу поверхні рідини, що паралельний твірній циліндра $R_1 = \infty$, $R_2 = R$, тоді

$$\Delta P = \frac{\sigma}{R} = \frac{\sigma\cos\theta}{r} = \frac{2\sigma\cos\theta}{d}, \tag{8.8}$$

де $d = 2r$ – відстань між пластинами. Розгляд проміжних форм поверхні рідини складний, і тому відповідні задачі завжди зводяться або до випадку $R_1 >> R_2$, або до випадку $R_1 = R_2$.

Для обчислення висоти підняття рідини у капілярі користуються формулою (8.5), підставляючи замість ΔP вирази (8.7) або (8.8). Знак h збігається зі знаком $\cos\theta$. Якщо рідина змочує капіляр $0 \le \theta < \pi/2, \cos\theta > 0$ і $h>0$, тобто рівень рідини у капілярі вищий, ніж зовні. У випадку незмочування: $\pi/2 < \theta \le \pi, \cos\theta < 0$ і $h<0$, тобто рівень рідини у капілярі нижчий, ніж зовні. Випадок, коли $\theta = 0$ називається повним змочуванням, а коли $\theta = \pi$ – повним незмочуванням.

Якщо замкнений об'єм, що містить будь-який газ, оточений викривленою поверхнею рідини (бульбашка повітря або бульбашка пари у рідині, мильна бульбашка, газ над рідиною у капілярі, кінець якого запаяний, тощо), то тиск газу в такому об'ємі є сумою двох складових: перша – це тиск газу, який визначається з рівняння стану, друга – додатковий тиск, зумовлений кривизною поверхні рідини. Потрібно пам'ятати, що будь- яка плівка має дві поверхні – внутрішню і зовнішню. Так, наприклад, додатковий тиск у мильній бульбашці дорівнює

$$\Delta P = \frac{4\sigma}{r}, \tag{8.9}$$

де r – радіус бульбашки. Розв'язуючи такі задачі, потрібно сумісно розглядати рівняння стану ідеального газу та рівняння для додаткового тиску (8.7), (8.8), (8.9).

Трапляються задачі, в яких потрібно визначити форму поверхні рідини, якої вона набуває внаслідок взаємодії з твердими тілами і т. п. Розв’язок цих задач зводиться до визначення рівнянь кривих, що утворюються в результаті перетину поверхні рідини площинами нормальних перерізів. Основний метод визначення рівнянь кривих полягає у тому, що лінія перетину поверхні рідини площиною нормального перерізу розбивається на елементарні дуги *ds*. Якщо вісь X спрямувати так, щоб вона збігалася з рівнем вільної поверхні рідини, а Y – вертикально, то в локальному місці кривої, згідно з (8.4), додатковий тиск дорівнюватиме

$$\Delta P = \frac{\sigma}{R(x,y)} = \sigma K\ , \qquad (8.10)$$

де $K = 1/R$ – кривизна кривої у даній точці. Проте

$$\Delta P = \rho g y\ , \qquad (8.11)$$

де *y* – відповідна координата елементарної дуги *ds*. Отже

$$\sigma K = \rho g y\ . \qquad (8.12)$$

Але згідно з визначенням, кривизна $K = \frac{d\alpha}{ds}$, де α – кут між віссю X і дотичною до кривої поверхні в даній точці з координатами (*x*, *y*). Отже,

$$\frac{\rho g}{\sigma} y = K = \frac{d\alpha}{ds}\ . \qquad (8.13)$$

Далі знаходять конкретний вигляд залежностей $ds = X(x,\alpha)dx$ та $ds = Y(y,\alpha)dy$ і з рівняння (8.13) дістають систему диференційних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\rho g}{\sigma} y dy = Y(y,\alpha)^{-1} d\alpha \\ \frac{\rho g}{\sigma} y dx = X(x,\alpha)^{-1} d\alpha \end{cases}\ . \qquad (8.14)$$

Розділяючи в них змінні та інтегруючи з урахуванням граничних умов, знаходять шукане рівняння кривої у параметричній формі

$$\begin{cases} y = y(\alpha) \\ x = x(\alpha) \end{cases}. \qquad (8.15)$$

Звертаємо особливу увагу на те, що складаючи систему рівнянь (8.14) і записуючи вираз (8.13), слід правильно визначити знак кривизни при обраному куті α та знаки dx і dy залежно від додатного напрямку ds.

Приклади розв'язування задач

1. Яку роботу проти сил поверхневого натягу необхідно виконати, щоб надути мильну бульбашку радіусом 5 *см*? Чому дорівнює додатковий тиск Лапласа всередині бульбашки? σ =0,04 *Н/м*.

Розв'язання

Мильна бульбашка являє собою дуже тонку плівку мильного розчину приблизно сферичної форми. Ця плівка має дві поверхні – внутрішню і зовнішню. Нехтуючи товщиною плівки і вважаючи тому радіуси обох поверхонь однаковими, знайдемо їх загальну площу:

$$S = 4\pi R^2 + 4\pi R^2 = 8\pi R^2 \cdot$$

Оскільки до утворення бульбашки поверхня, з якої вона була видута – мала, то можна вважати, що S виражає приріст площі поверхні мильного розчину ΔS. Користуючись формулою (8.2), одержуємо

$$\Delta A = \sigma \Delta S = 0{,}04 \frac{Н}{м} \cdot 8 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}0025 м^2 = 2{,}5 мДж.$$

Додатковий тиск Лапласа для мильної бульбашки можна обчислити за формулою (8.9)

$$\Delta P = \frac{4\sigma}{R} = \frac{4 \cdot 0{,}04\, Н/м}{0{,}05 м} = 3{,}2 Па.$$

2. У бензол занурено капіляр, внутрішній діаметр якого становить 0,4 *мм*. Знайти вагу бензолу, що увійшов у капіляр. σ= 0,03 *Н/м*.

Розв’язання

Вага бензолу, що увійшов у капіляр,

$$P = mg = \rho g V = \rho g \pi r^2 h,$$

де m – маса бензолу; r – внутрішній радіус капіляра. Висота підняття бензолу в капілярі

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}.$$

Підставивши вираз для h у вираз для P, отримаємо

$$P = 2\pi r \sigma;$$

$$P = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2 \cdot 10^{-4}\, м \cdot 0{,}03\, Н/м \approx 3{,}8 \cdot 10^{-5}\, Н.$$

Задачі для самостійного розв’язування

8.1. Знаючи, що густина ртуті при 0 ^{O}C дорівнює 13600 *кг/м*^{3}, знайти її густину при 300 ^{O}C. Коефіцієнт об’ємного розширення ртуті вважати постійним у даному інтервалі температур.

8.2. При 0 ^{O}C і атмосферному тиску коефіцієнт стискування бензолу дорівнює $9 \cdot 10^{-10}$ $Па^{-1}$, коефіцієнт об’ємного розширення $1{,}24 \cdot 10^{-3}$ $^{O}C^{-1}$. Яким повинен бути зовнішній тиск, щоб при нагріванні на 1 ^{O}C об’єм бензолу не змінився?

8.3. Коефіцієнт об’ємного розширення ртуті дорівнює β=$1{,}85 \cdot 10^{-4}$ $^{O}C^{-1}$. Знайти коефіцієнт стискування для ртуті, якщо для того, щоб при нагріванні її об’єм не змінився, необхідно збільшити зовнішній тиск на 47 *атм*.

8.4. Знайти різницю рівнів ртуті у двох сполучених скляних трубках, якщо ліве коліно знаходиться при температурі 0 ^{O}C, а праве нагріте до температури 100 ^{O}C. Висота лівого коліна 90 см. Розширенням скла знехтувати.

8.5. Ртуть налита у скляну посудину висотою L = 10 *см*. При температурі t = 20 ^{O}C рівень ртуті на h = 1 *мм* нижче верхнього краю посудини. На скільки можна нагріти ртуть, щоб вона не вилилася з посудини? Розширенням скла знехтувати.

8.6. Скляна посудина заповнена ртуттю по вінця. При температурі 0 ^{O}C її маса становить 1 *кг*. Маса посудини без ртуті

0,1 *кг*. Нехтуючи розширенням скла, знайти кількість ртуті, яку може вмістити посудина при 100 ^{O}C.

8.7. Розв'язати попередню задачу враховуючи теплове розширення скла. Вважати, що коефіцієнт об'ємного розширення скла дорівнює $3\cdot10^{-5}$ $^{O}C^{-1}$.

8.8. 1) Яку силу треба прикласти до алюмінієвого кільця висотою h = 10 *мм*, внутрішнім діаметром d_1 = 50 *мм* і зовнішнім діаметром d_2 = 52 *мм*, щоб відірвати його від поверхні води? 2) Яку частину від знайденої сили складає сила поверхневого натягу?

8.9. Кільце внутрішнім діаметром 25 *мм* та зовнішнім діаметром 26 *мм* підвішене на пружині жорсткістю 10^{-3} *Н/мм* і дотикається до поверхні рідини. При опусканні поверхні рідини кільце відірвалося від неї при розтязі пружини на 5,3 *мм*. Знайти коефіцієнт поверхневого натягу рідини.

8.10. Спирт по краплинах витікає з посудини через вертикальну трубку внутрішнім діаметром 2 *мм*. Вважаючи, що краплини відриваються щосекунди, знайти, через який час з посудини витече 10 *г* спирту. Діаметр шийки краплини у момент відриву дорівнює діаметру трубки.

8.11. Вода по краплинах витікає з посудини через вертикальну трубку внутрішнім діаметром d = 3 *мм*. При зменшенні температури води від t_1= 100 ^{O}C до t_2= 20 ^{O}C вага кожної краплини змінилася на $\Delta P = 13{,}5\cdot10^{-5}$ *Н*. Знаючи коефіцієнт поверхневого натягу при 20 ^{O}C, знайти коефіцієнт поверхневого натягу води при 100 ^{O}C. Діаметр шийки краплини у момент відриву вважати таким, що дорівнює внутрішньому діаметру трубки.

8.12. При плавленні нижнього кінця вертикально підвішеної свинцевої дротини діаметром 1 *мм* утворилося 20 краплин свинцю. На скільки вкоротилася дротина? Коефіцієнт поверхневого натягу розплавленого свинцю 0,47 *Н/м*. Діаметр шийки краплини у момент відриву вважати таким, що дорівнює діаметру дротини.

8.13. На скільки нагріється краплина ртуті утворена при злитті двох краплин радіусом 1 *мм* кожна?

8.14. Яку роботу проти сил поверхневого натягу потрібно виконати, щоб збільшити удвоє об'єм мильної бульбашки радіусом

1 *см*? Коефіцієнт поверхневого натягу мильного розчину вважати таким, що дорівнює $43 \cdot 10^{-3}$ *Н/м*.

8.15. Визначити тиск повітря (в *мм рт.ст.*) в повітряній бульбашці діаметром d = 0,01 *мм*, яка знаходиться на глибині h = 20 *см* під поверхнею води. Зовнішній тиск P_1 = 765 *мм рт.ст.*

8.16. У посудину зі ртуттю занурено відкритий капіляр, внутрішній діаметр якого становить d = 3 *мм*. Різниця рівнів ртуті в посудині і капілярі дорівнює Δh = 3,7 *мм*. Чому дорівнює радіус кривизни ртутного меніска в капілярі?

8.17. У посудину з водою занурено відкритий капіляр, внутрішній діаметр якого становить d = 1 *мм*. Різниця рівнів води в посудині й капілярі дорівнює Δh = 2,8 см. 1) Чому дорівнює радіус кривизни меніска в капілярі? 2) Якою була б різниця рівнів рідини в посудині та капілярі, якщо б змочування було повним?

8.18. На яку висоту підніметься бензол у капілярі з внутрішнім діаметром 1 *мм*? Змочування вважати повним.

8.19. Яким повинен бути діаметр пор у гноті гасової лампи, щоб гас зміг піднятися на висоту 10 *см*? Пори вважати циліндричними трубками, які повністю змочуються гасом.

8.20. Капіляр, внутрішнім радіусом 2 *мм*, занурено у рідину. Вага рідини, що піднялася у капілярі, дорівнює $9 \cdot 10^{-4}$ *Н*. Знайти за цими данними коефіцієнт поверхневого натягу рідини.

8.21. На поверхню води поклали жирну (таку, що повністю не змочується водою) сталеву голку. Який найбільший діаметр голки, при якому вона ще може триматися на воді?

8.22. У дні посудини зі ртуттю є отвір. Який може бути найбільший діаметр отвору, щоб ртуть з посудини не виливалася при висоті стовпа ртуті, що дорівнює 3 *мм*?

8.23. Яку силу треба прикласти, щоб відірвати одну від одної (без зсуву) дві фотопластинки розміром 9×12 *см*^{2}? Товщина водяного прошарку між пластинами дорівнює 0,05 *мм*. Змочування повне.

8.24. Між двома вертикальними плоско-паралельними скляними пластинками, що знаходяться на відстані 0,25 *мм* одна від одної, налито рідину. Знайти густину рідини, якщо коефіцієнт поверхневого натягу становить 0,03 *Н/м* і висота, на яку вона піднялася між пластинками, дорівнює 3,1 *см*. Змочування повне.

8.25. Скляна капілярна трубка внутрішнім діаметром d = 0,2 *мм* та довжиною l = 20 *см* вертикально опускається у воду. Верхній кінець трубки запаяний. Який відрізок x трубки повинен знаходитися під водою, щоб рівень води у капілярі і поза ним був однаковий? Тиск повітря $P_0 = 10^5$ *Па*, $\sigma = 0{,}073$ *Н/м*.

8.26. На яку величину ΔT температура повітря всередині мильної бульбашки повинна перевищувати температуру навколишнього повітря, щоб бульбашка почала підніматися? Радіус бульбашки дорівнює r, поверхневий натяг мильної плівки σ. Масою плівки можна знехтувати. Урахувати, що тиск повітря всередині бульбашки мало відрізняється від атмосферного тиску P.

8.27. У стінці мильної бульбашки, яка має форму кулі, зроблено круглий отвір діаметром a = 1 *мм* (такий отвір, наприклад, можна одержати, помістивши на стінку бульбашки петельку з нитки, а потім проколоти мильну плівку всередині петельки). Знайти час, протягом якого все повітря вийде з бульбашки, якщо її початковий радіус r_0 = 10 *см*. Температура всередині та зовні бульбашки t = 20 $^{\circ}C$. Поверхневий натяг мильного розчину $\sigma = 50 \cdot 10^{-3}$ *Н/м*. Атмосферний тиск P = 760 *мм рт. ст.* Молярну масу повітря вважати такою, що дорівнює 29 *г/моль*. При витіканні через отвір повітря розглядати як ідеальну нестисливу рідину.

8.28. Знайти різницю рівнів ртуті у двох сполучених капілярах з діаметрами d_1 = 1 *мм* і d_2 = 2 *мм*. Крайові кути менісків дорівнюють нулеві.

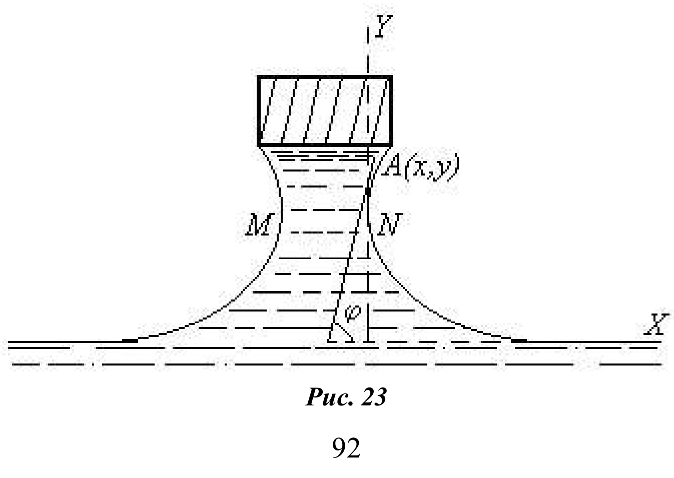


Рис. 23

8.29. Краплину води масою $m = 0{,}1$ *г* уведено між двома плоскими і паралельними між собою скляними пластинками, що повністю змочуюються водою. Пластинки знаходяться на відстані $d = 10^{-4}$ *см* одна від одної. Знайти силу притягання між пластинками F.

8.30. Нескінченно довга прямокутна пластинка покладена на поверхню рідини, що повністю її змочує, а потім припіднімається, захоплюючи за собою деяку кількість рідини (рис. 23). Знайти рівняння бічної поверхні рідини, що встановлюється під впливом поверхневого натягу та сили тяжіння.

8.31. Знайти висоту h підняття рідини біля вертикальної нескінченної пластинки, що змочується рідиною. Крайовий кут дорівнює θ.

8.32. Визначити глибину h ртутної калюжі на плоскому горизонтальному склі. Поперечні розміри калюжі великі у порівнянні з її глибиною. Крайовий кут $\theta = 140^{\circ}$.

8.33. Сталева голка, змащена тонким шаром парафіну, може плавати на поверхні води (рис. 24). Знайти радіус голки r, ширину щілини D = MN між бічними поверхнями рідини у самому вузькому місці, а також глибину занурення H для різних значень кута θ, утвореного спільною дотичною до поверхні голки і рідини з горизонтальною площиною. Визначити максимальний радіус голки, при якому вона ще не потоне. Знайти максимальну глибину занурення і радіус голки, що їй відповідає. При розрахунках голку вважати нескінченно довгим циліндром.

8.34. Дві вертикальні паралельні одна одній скляні пластинки

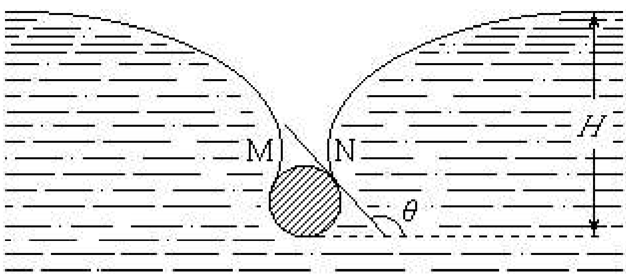


Рис. 24

частково занурені у спирт. Відстань між пластинами $d = 0{,}2$ *мм*, ширина їх $l = 19$ *см*. Обчислити, на яку висоту h підніметься спирт між пластинами і з якою силою f будуть притягуватися пластини. Вважати змочування повним і що спирт не доходить до верхніх країв пластин.

8.35. Дві вертикальні пластини розміщують під кутом одна до одної так, щоб утворився клин з малим кутом φ. Пластинки занурюють у рідину, яка їх змочує. Знайти рівняння кривої, по якій перетинається поверхня рідини з пластинкою. Відомі: густина рідини ρ, коефіцієнт поверхневого натягу σ, крайовий кут θ.

8.36. Обчислити приріст вільної енергії ΔF поверхневого шару в процесі злиття двох однакових крапель ртуті в одну. Процес вважати ізотермічним, радіус крапель до злиття $r = 2{,}5$ *мм*.

8.37. Дві мильні бульбашки радіусами $R_1 = 2$ *см* і $R_2 = 3$ *см* зливаються в одну. Визначити енергію, що виділяється при цьому процесі, якщо коефіцієнт поверхневого натягу $\sigma = 0{,}045$ *Н/м*.

8.38. Яка кількість енергії поглинається при розбитті великої краплини води масою 2 *г* на дрібні краплини радіусом 10^{-5} *см*?

8.39. При злитті маленьких водяних крапель однакового розміру в одну велику краплину радіусом 4 *мм* виділяється енергія $1{,}4\cdot10^{-2}$ *Дж*. Визначити радіус малої краплини.

8.40. Дві капілярні трубки різних діаметрів занурюють спочатку в ефір, а потім у гас. Різниця висот підняття ефіру в капілярах 2,4 *мм*, гасу – 3 *мм*. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу гасу, якщо коефіцієнт поверхневого натягу ефіру становить 0,017 *Н/м*.

8.41. Вертикально розміщена капілярна трубка довжиною 200 *мм* із запаяним верхнім кінцем приведена у дотик своїм нижнім кінцем з поверхнею води. На яку висоту підніметься вода у трубці, якщо її радіус дорівнює 0,2 *мм*? Атмосферний тиск 10^5 *Па*. Вважати, що вода повністю змочує трубку.

8.42. Знайти період малих вертикальних коливань рідини в капілярі радіусом r. Густина рідини ρ, поверхневий натяг σ.

РОЗДІЛ 9. ТЕПЛОВІ ТА МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ТВЕРДИХ ТІЛ

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Довільне тверде тіло являє собою систему сконденсованих частинок – атомів, іонів, молекул, які за будь-яких температур знаходяться у безперервному коливному русі біля певних середніх положень рівноваги. Найхарактернішою особливістю твердих тіл є збереження своєї форми та об'єму, чого не спостерігається для інших агрегатних станів. Збільшення температури твердого тіла приводить до зміни його розмірів, яку можна кількісно оцінити. При невеликій зміні температури кожна одиниця довжини твердого тіла змінюється прямопропорційно до зміни температури:

$$\frac{\Delta l}{l\Delta t} = \alpha = const\,, \tag{9.1}$$

де Δl - приріст l одиниць довжини при збільшенні температури на Δt градусів, α–лінійний коефіцієнт теплового розширення, що вказує, на яку величину зміниться одиниця довжини твердого тіла при нагріванні його на 1*К*. Для твердих тіл величини α досить малі і складають $10^{-5} \div 10^{-6}\ град^{-1}$.

Якщо початкову довжину твердого тіла при 0 ^{o}C позначити як l_0, то $\Delta l = l_t - l_0$, де l_t – його довжина при $t\ ^{o}C$, а $\Delta t = t - 0 = t$, то з (9.1) отримаємо

$$l_t = l_0(1 + \alpha t). \tag{9.2}$$

Вираз у дужках формули (9.2) називається біномом теплового розширення.

Унаслідок теплового розширення буде збільшуватися й об'єм твердого тіла. У цьому випадку легко отримати формулу, анологічну (9.2)

$$V_t = V_0(1 + \beta t), \tag{9.3}$$

де величина β називається коефіцієнтом об'ємного теплового розширення. Для ізотропного твердого тіла $\beta = 3\alpha$.

Залежність температури фазового переходу “тверде тіло – рідина” від зовнішнього тиску виражається рівнянням Клапейрона –Клаузіуса

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T(V_{\mathrm{P}} - V_{\mathrm{T}})}, \qquad (9.4)$$

де L – питома теплота переходу, V_{P} і V_{T} – питомі об’єми рідкої та твердої фаз, відповідно.

За кімнатної температури енергія коливань частинок, які складають тверде тіло, стає значною. Середнє значення енергії частинки, що коливається, дорівнює сумі кінетичної енергії коливного руху та потенціальної енергії взаємодії з іншими частинками. Беручи до уваги, що зміщення частинки від положення рівноваги описується у просторі трьома ступенями вільності, а на кожну ступінь вільності у середньому припадає енергія $\bar{\varepsilon}_{\mathrm{k}} = kT$, отримаємо середнє значення енергії однієї частинки $\bar{\varepsilon}_{\mathrm{k}} = 3kT$. Тоді для одного моля хімічно простого твердого тіла атомна теплоємність буде дорівнювати

$$C = \frac{\partial \bar{\varepsilon}_{\mathrm{k}}}{\partial T} = 3N_{\mathrm{A}}k = 3R. \qquad (9.5)$$

Отримане співвідношення виражає собою закон Дюлонга і Пті, який стверджує, що атомна теплоємність хімічно простих твердих тіл при достатньо високих температурах постійна і така, що дорівнює $3R$ = 24,63 *Дж/моль·К*.

Механічними властивостями твердих тіл є здатність змінювати свою форму (деформуватися) під дією зовнішніх механічних сил і чинити опір цим силам при руйнуванні. Більшість задач з цього розділу належать до тих, які розглядають механічні властивості при пружних деформаціях, тобто таких, які зникають, коли дія зовнішніх сил припиняється. У випадку коли ізотропне тверде тіло піддане односторонньому розтягу або стиску, співвідношення між величиною деформації і силами, які є причиною цієї дефомації, виражається законом Гука. При пружних деформаціях механічна напруга пропорційна деформації

$$\sigma = E\varepsilon, \qquad (9.6)$$

де $\sigma = F/S$ – механічна напруга, яка виникає в тілі під дією сили

F, S – площа поперечного перерізу тіла, ε – відносна деформація, E – модуль Юнга.

Для деформації розтягу $\varepsilon = \Delta l / l_0$ і називається відносним видовженням, Δl – абсолютне видовження, l_0 – початкова довжина тіла. З урахуванням вищесказаного, закон Гука можна переписати у вигляді:

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0}\,. \tag{9.7}$$

При однобічному розтязі або стискуванні змінюється не тільки довжина тіла, але і його поперечні розміри. Якщо таку деформацію, наприклад, для циліндричного зразка, характеризувати відносною зміною радіуса $\Delta r / r$, то (9.6) можна записати як

$$\frac{F}{S} = E'\frac{\Delta r}{r}\,, \tag{9.8}$$

де коефіцієнт пропорційності E' називається модулем поперечного стиску при поздовжньому розтязі. Із (9.6) і (9.7) випливає, що відношення відносного поперечного і відносного поздовжнього видовжень

$$\frac{\Delta r}{r} : \frac{\Delta l}{l} = \mu \tag{9.9}$$

є постійною величиною, яка називається коефіцієнтом Пуассона.

Якщо до двох діагонально протилежних граней тіла прикласти протилежно діючі сили, то така система сил викликає деформацію зсуву, внаслідок якої плоскі шари твердого тіла будуть зміщуватися один відносно одного (рис. 25). З рисунка видно, що крайні грані зміщуються на деяку відстань d, яка є абсолютною величиною зсуву.

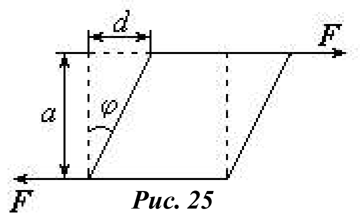


Рис. 25

Кут зсуву φ характеризує відносний зсув і визначається як

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{d}{a}\,, \tag{9.10}$$

де a – початкова товщина тіла. При малих значеннях кута зсуву можна записати:

$$\varphi \approx \frac{d}{a}\,. \qquad (9.11)$$

Закон Гука для пружної деформації зсуву можна записати у вигляді

$$\sigma = G\varphi\,, \qquad (9.12)$$

де величина G називається модулем зсуву, а

$$\sigma = \frac{F}{S} \qquad (9.13)$$

– механічною напругою, яка у цьому випадку чисельно дорівнює відношенню тангенційної сили до площі поверхні грані, до якої ця сила прикладена.

Модуль Юнга E, модуль зсуву G та коефіцієнт Пуассона μ зв'язані між собою співвідношенням

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}\,. \qquad (9.14)$$

Звертаємо увагу на те, що усі вищенаведені співвідношення справедливі тільки для пружних деформацій в ізотропних твердих тілах.

Задачі для самостійного розв'язування

9.1. Зміна ентропії при плавленні 1 *кмоля* льоду становить 22,2 *кДж/град*. Знайти, на скільки зміниться температура плавлення льоду при збільшенні зовнішнього тиску на 10^5 *Па*.

9.2. Температура плавлення олова при тиску 10^5 *Па* дорівнює 231,9 $^{\circ}C$, а при тиску 10^7 *Па* – 232,2 $^{\circ}C$. Густина рідкого олова 7,0 *г/см*^{3}. Знайти збільшення ентропії при плавленні 1 *кмоля* олова.

9.3. Користуючись законом Дюлонга і Пті, знайти питомі теплоємності 1) міді; 2) заліза; 3) алюмінію.

9.4. Користуючись законом Дюлонга і Пті, знайти, з якого матеріалу виготовлено металеву кульку масою 0,025 *кг*, якщо відомо, що для її нагрівання від 10 $^{\circ}C$ до 30 $^{\circ}C$ затрачено 117 *Дж* тепла.

9.5. Свинцева куля, яка летить зі швидкістю 400 *м/с*, вдаряється об стінку і застряває у ній. Вважаючи, що 10 % кінетичної енергії кулі витрачається на її нагрівання, знайти, на скільки градусів вона нагрілася. Питому теплоємність свинцю знайти за законом Дюлонга і Пті.

9.6. Які сили треба прикласти до кінців сталевого стержня з площею поперечного перерізу S = 10 *см*^{2}, щоб не дати йому розширитися при нагріванні від t_1 = 0 ^OC до t_2 = 30 ^OC?

9.7. До сталевої дротини радіусом 1 *мм* підвішено вантаж. Під дією цього вантажу дротина дістала таке саме видовження, як і при нагріванні на 20 ^OC. Яка величина вантажу?

9.8. Мідна дротина натягнута гарячою при температурі 150 ^OC між двома міцними нерухомими стінками. При якій температурі, вистигаючи, дротина розірветься? Вважати, що закон Гука виконується аж до самого розриву дротини.

9.9. При нагріванні деякого металу від 0 до 500 ^OC його густина зменшилася в 1,027 раза. Знайти для цього металу коефіцієнт лінійного теплового розширення, вважаючи його постійним у даному інтервалі температур.

9.10. Які довжини повинні мати при 0 ^OC залізний та мідний стержні, щоб за будь-якої температури залізний стержень був довший за мідний на 5 *см*?

9.11. Дві лінійки – одна мідна, друга залізна – прикладені одна до одної так, що вони збігаються лише одним кінцем. Визначити довжини лінійок при t = 0 ^OC, якщо різниця їх довжин при будь-якій температурі складає Δl = 10 *см*.

9.12. Годинник, маятник якого складається з вантажу малих розмірів та легкої латунної нитки, іде правильно при 0 ^OC. Знайти коефіцієнт лінійного теплового розширення латуні, якщо при підвищенні температури до +20 ^OC годинник відстане за добу на 16 *с*.

9.13. На скільки за добу буде спішити годинник при 0 ^OC, якщо він вивірений при +20 ^OC, а його маятник зроблений із заліза?

9.14. Товщина біметалевої пластинки, складеної з двох однакових смужок сталі та цинку, дорівнює 0,1 *см*. Визначити радіус кривизни пластинки при підвищенні температури на 11 ^OC.

9.15. При температурі 0 ^OC довжина алюмінієвого стержня l =50 *см*, а залізного на Δl = 0,5 *мм* більше. Перерізи стержнів однакові. При якій температурі t_1 будуть однакові довжини стержнів і при якій температурі t_2 будуть однакові їх об'єми?

9.16. Довжина металевого стержня при температурі 20 ^OC становить 500,12 *мм*; після нагрівання його до 100 ^OC довжина стержня стала такою, що дорівнює 500,6 *мм*. Визначити з якого матеріалу зроблено стержень.

9.17. На дні посудини, заповненої рідиною, знаходиться тіло, коефіцієнт об'ємного розширення якого дорівнює β_1. Коефіцієнт об'ємного розширення рідини – β_2. Знайти, у скільки разів зміниться виштовхувальна сила, що діє на тіло, якщо температуру тіла та рідини збільшити на Δt^{O}.

9.18. Об'єм цинкової кулі при температурі 15 ^{O}C дорівнює 100 $см^3$. Який об'єм витіснить куля при зануренні її у воду, що має температуру 100 ^{O}C? Вважати, що об'єм гарячої води набагато більший об'єму кулі.

9.19. Знайти довжину мідної дротини, при якій вона починає рватися під дією власної ваги при вертикальному підвішуванні.

9.20. До залізної дротини довжиною 50 *см* і діаметром 1 *мм* прив'язана гиря вагою 9,8 *Н*. З якою частотою можна рівномірно обертати у вертикальній площині таку гирю, щоб дротина не розірвалася?

9.21. Однорідний мідний стержень довжиною 1 *м* рівномірно обертається навколо вертикальної осі, яка проходить через один з його кінців. При якій частоті обертання стержень розірветься.

9.22. До сталевої дротини довжиною 1 *м* і радіусом 1 *мм* підвісили вантаж 980 *Н*. Яка робота виконується по розтягуванню дротини?

9.23. Гумовий шланг довжиною 50 *см* і внутрішнім діаметром 1 *см* натягнули так, що його довжина стала на 10 *см* більшою. Знайти внутрішній діаметр натягнутого шланга, якщо коефіцієнт Пуассона для гуми становить 0,5.

9.24. Знайти потенціальну енергію дротини довжиною 5 *см* і діаметром $4\cdot10^{-3}$ *см*, закрученої на кут $10''$. Модуль зсуву матеріалу дротини дорівнює $5{,}9\cdot10^{10}$ $Н/м^2$.

9.25 Знайти значення коефіцієнта Пуассона, при якому об'єм дротини при розтязі не змінюється.

9.26 Знайти відносну зміну густини циліндричного мідного стержня при стискуванні його тиском $P = 10^8$ *Па*. Коефіцієнт Пуассона для міді вважати таким, що дорівнює $\sigma = 0{,}34$.

9.27. Залізна дротина довжиною 5 *м* висить вертикально. На скільки зміниться об'єм дротини, якщо до неї прив'язати гирю вагою 100 *Н*?

ВІДПОВІДІ

Розділ 1

1.1. 751 *мм рт.ст.* **1.2.** а) 3,5 *см*; б) більшій за 95 *см*.

1.3. $\Delta l = \frac{1}{2}\left[H + l + l' - \sqrt{(H + l + l')^2 - 4l'H}\right]$. **1.4.** 0,081 *кг/м*^{3}.

1.5. 3,99 *кг/кмоль*. **1.6.** а) $2{,}4 \cdot 10^{-3}$ *м*^{3}; б) 1170*К*; в) 4,14 *кг/м*^{3}; г) 1*кг/м*^{3}. **1.7.** $3{,}19 \cdot 10^{-3}$ *мм рт.ст.* **1.8.** $\rho = \frac{mh_2}{V(h_2 - h_1)} = 1{,}2$ *г/см*^{3}.

1.9. $7{,}2 \cdot 10^6$ *Н/м*^{2}. **1.10.** 150 *см*^{3}. **1.11.** 637. **1.12.** 1,48 *г*.
1.13. 1,45 *м*^{3}*/кг*. **1.14.** 1,82 *л/г*. **1.15.** 2 *атм*. **1.16.** 224 *мм рт. ст.*
1.17. 1) 37 *г/моль*; 2) $1{,}01 \cdot 10^5$ *Па*; 3) $1{,}34 \cdot 10^5$ *Па*. **1.18.** 79.

1.19. 569 *л*. **1.20.** $1{,}6 \cdot 10^5$ *Па*. **1.21.** $U = \frac{mRT}{\mu PS\tau} = 0{,}9$ *м/с*.

1.22. 1320 *г*. **1.23.** 105 *г*. **1.24.** $P_{\text{ат}} = \frac{h(l + l')}{l - l'}$. **1.25.** $h = \frac{\ln P_2/P_1}{\ln \frac{V}{V + \text{v}}}$.

1.26. $h = \frac{1}{2}\left[H + l - \sqrt{H^2 + l^2}\right]$. **1.27.** $1{,}6 \cdot 10^{-14}$ *кг/м*^{3}. **1.28.** 1400*К*.

1.29. 488 *г*. **1.30.** 0,065 *г/см*^{3}. **1.31.** $\rho = \frac{760(M - m)}{V(H - h)}$. **1.32.** 0,004 *см*^{2}.

1.33. 10,9 *л*. **1.34.** 1,15 *г*. **1.35.** $P_1 = \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_1} \frac{l - h_1}{l - h}(H - h_1)$.

1.36. $h \cong 48{,}3$ *см*. **1.37.** $P = \frac{\rho g h (d^2 - l^2)}{2dl} \cong 5{,}1 \cdot 10^4$ *Па*, де $d = \frac{L - h}{2}$.

1.38. $l \cong 15$ *см*. **1.39.** 80 *см*. **1.40.** $P_1 = \frac{kMg}{(k - 1)S}; P_2 = \frac{Mg}{(k - 1)S}$.

1.41. 3,91 *см*. **1.42.** $\frac{V_К}{V_В} = \frac{m_1}{16m_2}\frac{T_1}{T_0}$. **1.43.** $P_К{}' = \frac{8}{5}P; P_К{}'' = \frac{2}{5}P$.

1.44. $\Delta m/m = 1/3$. **1.45.** $\Delta h = h_1(1 + h_2/H)$.

1.46. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{T_2}{T_1}\left(1 + \frac{P_А}{P_1}\right) - \frac{P_А}{P_1} = 1{,}2$. **1.47.** $V_1/V_2 = 1{,}087$.

1.48. T_1=312 *К*. **1.49.** $V_В/V_А = m_В\mu_А/(\mu_В m_А + \mu_А m_В) = 0{,}65$.

1.50. $P = \frac{2P_1P_2}{P_1 + P_2} = 0{,}15\ МПа$. **1.51.** $M = m(k-1)n/(n-1)$.

1.52. *P*=1,166 *МПа*. **1.53.** $T = 9/8T_0$. **1.54.** $T = T_0\frac{2V_0 + S(l + 2x)}{2V_0 + S(l - 2x)}$.

1.55. N_2O_3. **1.56.** $T = 2\pi\sqrt{ml/2P_0S}$. **1.57.** 58,6 *Н*. **1.58.** 0,096 *Н*.

1.59. 258 *К*. **1.60.** 17 *г*. **1.61.** O_2 - 34,5 *г*, CO_2 - 5,5 *г* **1.62.** $8{,}42\cdot10^6$ *років*.

Розділ 2

2.1. $7{,}9\cdot10^{16}$. **2.2.** а) Це видно з несиметричного виду кривої: ордината точки, що відповідає швидкості більшій за найбільш ймовірну, більша за ординату точки, що відповідає швидкості, меншій за найбільш ймовірну на ту саму величину. б) 1. в) Змінити абсциси у $\sqrt{T_2/T_1}$ разів, а ординати у $\sqrt{T_1/T_2}$ разів. **2.3.** 4,77 *Н/м*^{2}.

2.4. $1{,}86\cdot10^{16}\ см^{-3}$, $1{,}01\cdot10^{17}\ см^{-3}$. **2.5.** 55^{О}*С*. **2.6.** $\varepsilon_{max} = kT/2$.

2.7. $\frac{4}{\pi\bar{\upsilon}}$. **2.8.** 562 *м*/с; 25 *м/с*. **2.9.** $\bar{\upsilon} = 518\ м/с$; $\upsilon_{йм} = 459\ м/с$.

2.10. $\upsilon_0 = \rho/\sqrt{2}$. **2.11.** а) 1,66%; б) 1,85%. **2.12.** $2{,}8\cdot10^{21}$; $1{,}4\cdot10^{20}$.

2.13. а) 0.83%; б) 0.9%; в) 0,93%. **2.14.** $2{,}5\cdot10^{14}\ см^{-3}$.

2.15. $1{,}02\upsilon_{йм2}$, де $\upsilon_{йм2} = \sqrt{2RT_2/\mu}$. **2.16.** 8 *км*. **2.17.** 78 *м*.

2.18. 23,14 *мПа*. **2.19.** 3637,2 *Н*. **2.20.** 3,7 *кДж*; 2,2 *кДж*; 1,5 *кДж*.

2.21. 50 *кДж*. **2.22.** $6{,}1\cdot 10^{23}$ $моль^{-1}$. **2.23.** 210 *Дж*. **2.24.** 750 *Дж*.

2.25. 1) $\sqrt{\overline{\upsilon^2}} = 230 м/с$; 2) $N = 1{,}9\cdot 10^{23}$; 3) *r*=5,0 *кг/м*^{3}.

2.26. $\sqrt{\overline{\upsilon^2}} = 4{,}6 мм/с$. **2.27.** 1) $\sqrt{\overline{\upsilon^2}} = 1900 м/с$; 2) *m*=2 *кг/кмоль*.

2.28. $N = 1{,}88\cdot 10^{22}$. **2.29.** 83 *К*. **2.30.** 0,268%. **2.31.** 2,8%.
2.32. 4,68%. **2.33.** 1,1. **2.34.** 1) 3,4%; 2) 2,2%. **2.35.** 70%.

2.36. 1) 57%; 2) 43%. **2.37.** $1{,}9\cdot 10^{22}$. **2.38.** 2,3 *км*. **2.39.** 0,36 *атм*.
2.40. У 1,7 рази. **2.41.** 1) 12,8 *Н*; 2) 0,78 *Н*. **2.42.** 1) 5,5 *км*; 2) 80 *км*.

Розділ 3

3.1. 1362 *ккал*. **3.2.** $1{,}28\, Вт/(м\cdot град)$. **3.3.** 190 *кДж*. **3.4.** 1) 2 *кал/с*; 2) 60 *г*. **3.5.** 11,7 *Дж*. **3.6.** Через 28,4 години. **3.7.** 0,36°*С*. **3.8.** 22,6°*С*. **3.9.** а) 12000 *ккал*; б) сажа 400-200°*С*; залізо 200-195°*С*; накип 195-183°*С*. **3.10.** $0{,}285\, кал/(см\cdot с\cdot град)$. **3.11.** 200000 *ккал*.

3.12. 1) $P = 7{,}6\cdot 10^{-3}$ *мм рт.ст.* 2) а) $P = 13{,}1\cdot 10^{-3}\, Вт/(м\cdot град)$;

б) $P = 17{,}8\cdot 10^{-5}\, Вт/(м\cdot град)$. 3) а) 188 *Дж*; б) 25,5 *Дж*.
3.13. 5,7 *ккал*. **3.14.** 78 *Дж*. **3.15.** 1,21 *т*. **3.16.** 54 *г*. **3.17.** 0,013°*С*.

3.18. 2°*С*. **3.19.** 92,8°*С*; 7°*С*. **3.20.** $t_R = \dfrac{t_2 - t_1}{R_1 - R_2}\dfrac{R_1R_2}{R} + \dfrac{t_1R_1 - t_2R_2}{R_1 - R_2}$.

3.21. $t_R = t_1 - \dfrac{t_1 - t_2}{\ln(R_2/R_1)}\ln(R/R_1)$. **3.22.** $\rho = 1{,}6\, кг/м^3$;

$\overline{\lambda} \cong 8{,}35\cdot 10^{-8}\, м$; $\overline{\upsilon} = 440\, м/с$. **3.23.** $\overline{z} \approx P^{(\gamma+1)/2\gamma}$; $\overline{\lambda} \approx P^{-1/\gamma}$, де

$\gamma = C_P/C_V$. **3.24.** $\overline{\lambda} \cong 44\, м$; $D \cong 67{,}5\cdot 10^5\, м^2/с$.

3.25. а) $\overline{\lambda} = \text{const}, \overline{z} \sim \sqrt{T}$; б) $\overline{\lambda} \sim T,\ \overline{z} \sim \dfrac{1}{\sqrt{T}}$;

в) $\overline{\lambda} \sim T^{1/(1-\gamma)}$, $\overline{z} \sim T^{(\gamma+1)/2(\gamma-1)}$. **3.26.** $\overline{\lambda} \cong 5{,}9 \cdot 10^{-8}\, см$;

$D \cong 7{,}1 \cdot 10^{-8}\, м^2/с$. **3.27.** а) $\overline{\lambda}$ зменшиться у 10 разів, η не зміниться; б) $\overline{\lambda}$ зменшиться у 5,2 рази, η збільшиться у 1,39 рази.

3.28. $\Delta t = 18{,}5\, с$. **3.29.** $\varphi = \dfrac{\pi\eta\omega R^4}{2fh} = 1{,}41\, рад$. **3.30.** 58 *с.*

3.31. $\Delta N = \dfrac{2}{3}\dfrac{n_1}{l}\pi\overline{\upsilon}r^3$. **3.32.** $6 \cdot 10^{34}$. **3.33.** $7{,}43 \cdot 10^{-8}\, с$.

3.34. $6 \cdot 10^{-6}\, см$; $12{,}5 \cdot 10^{-6}\, см$; $9{,}4 \cdot 10^{-7}\, см$. **3.35.** $8{,}5 \cdot 10^{-4}\, м$.

3.36. $9{,}3 \cdot 10^{-8}\, м$. **3.37.** $\rho = 1{,}6 \cdot 10^{-9}\, кг/м^3$; $n = 3{,}3 \cdot 10^{10}\, см^{-3}$;

$\overline{\lambda} = 76\, м$. **3.38.** $P \le 3 \cdot 10^{-3}$ *мм рт.ст.* **3.39.** $\rho \le 9{,}4 \cdot 10^{-7}\, кг/м^3$.

3.40. $\overline{\lambda} = 1{,}84 \cdot 10^{-7}\, м$. **3.41.** $1{,}78 \cdot 10^{-5}\, Па \cdot с$. **3.42.** $3 \cdot 10^{-10}\, м$.

3.43. $D = 1{,}48 \cdot 10^{-5}\, м^2/с$; $\eta = 1{,}85 \cdot 10^{-5}\, Па \cdot с$.

Розділ 4

4.1. Для кисню $C_V = 649\, Дж/(кг \cdot К)$; $C_P = 909\, Дж/(кг \cdot К)$; для азоту $C_V = 742\, Дж/(кг \cdot К)$; $C_P = 1039\, Дж/(кг \cdot К)$. **4.2.** $1\dfrac{8}{17}$.
4.3. V_1=4,4 $м^3$; V_2=4,85 $м^3$. **4.4.** а) 0,6 і 0,4; б) 0,71 і 0,29; в) 0,75 і 0,25.
4.5. $C = -0{,}5R$; $\Delta Q = 0{,}5R$; $A = 2R$. **4.6.** 22^{o}*С*. **4.7.** 12,576 *МДж*.
4.8. 1690^{o}*С*; $20{,}3 \cdot 10^5\, Па$. **4.9.** а) 7,9 *кДж*; б) 1,8 *кДж*; в) 7,5 *кДж*.
4.10. 1) 1500 *К*; 2) $12{,}4 \cdot 10^{-3}\, м^3$; 3) 12,4 *кДж*. **4.11.** 728 *К*.
4.12. $C = C_V + R/4$.**4.13.** 1) 102 *Дж*; 2) 1570 *м/с*; 3) $1{,}33 \cdot 10^5\, Па$; 4) 0,164 *кг/м*^{3}; 5) 400 *Дж*. **4.14.** 4,14 *кДж*. **4.15.** 545 *Дж*.
4.16. При $V = const$. **4.17.** 10 *кДж*. **4.18.**1) 2500 *К*; 2) 16,3 *кДж*.
4.20. $A_1/A_2 = 0{,}684$. **4.21.** A_T=1956 *кДж*; A_Q=841 *кДж*; T_2=96 *К*.

4.22. 5181 *Дж*; 558 *К*; 0,95 *МПа*. **4.23.** 3,67 *г*; $3{,}3\cdot 10^{-21}$ *Дж*.
4.24. 208 *Дж*. **4.25.** 6. **4.26.** 1) 6,25 *кДж*; 2) $T_2=4T_1$; 3) $P_2=4P_1$.
4.27. 1) 700 *Дж*; 2) 500 *Дж*. **4.28.** 1) $\Delta U = 2500$ *Дж*; 2) *A*=830 *Дж*;
3) *Q*=3330 *Дж*. **4.29.** 720 *Дж*. **4.30.** У 2,72 рази. **4.31.** $\sqrt{\overline{\upsilon^2}} = 500\, м/с$.

Розділ 5

5.1. $\eta = 2/19$. **5.2.** а) *Q*=1,25 *МДж*; б) *A*=1,25 *МДж*; в) $\Delta U = 0$.
5.3. а) 264 *К*; б) – 1,76 *кДж*; в) – 1,62 *кДж*; г) – 0,14 *кДж*.
5.4. $\gamma = 1{,}4$. **5.5.** а) *n*= – 1; б) $\Delta U = \dfrac{8P_0V_0}{\gamma-1}$; в) $A = 4P_0V_0$;
г) $C = \dfrac{R(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}$. **5.6.** а) *C*= –*R*/2; б) *Q*=4,16 *кДж/кмоль*;
в) *A*=16,6 *кДж/кмоль*. **5.7.** а) *n*=1,43; б) $\Delta U = 0{,}25\, МДж$;
в) $\Delta Q = 0{,}02\, МДж$; г) *A*= – 0,23 *МДж*.
5.8. а) $A = \alpha \ln 2 - RT_1/(\gamma-1)$; б) $PV^{\gamma}\, e^{\alpha(\gamma-1)/PV} = \mathrm{const}$, де
$\gamma = C_P / C_V$. **5.9.** а) 50%; б) 2,8 *МДж*; в) 1,4 *МДж*; г) 1,4 *МДж*.
5.10. а) $\varepsilon = 10$; б) $Q_2 = -\varepsilon A = 2{,}0\, МДж$; в) $Q_1' = -(1+\varepsilon)A = 2{,}2\, МДж$.
5.11. $\eta = 1 - \left[\left(\dfrac{V_{\min}}{V_{\max}}\right)\right]^{\gamma-1} = 60\%$.
5.12. 1) $A = \nu RT\left[\ln a - (a-1)/a\right] = 1{,}28\, МДж$;
2) $\eta = \dfrac{\ln a - (a-1)/a}{\ln a + (a-1)/(\gamma-1)a} = 13\%$; $\eta/\eta_0 = 0{,}27$.
5.13. а) $\eta = 1 - 2T_3/(T_1+T_2)$; б) $A = R\ln k(T_1+T_2-2T_3)$.

5.14. а) $\eta = 1 - b^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$; б) $\eta = \dfrac{T_2 - T_1}{T_2 + (T_2 - T_1)/(\gamma - 1)\ln a}$;

в) $\eta = 1 - \dfrac{\gamma - 1}{\gamma} \dfrac{\ln b}{b^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}$.

5.15. $A = \nu\eta R T_1 \ln\left[\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \cdot \dfrac{V_{\max}}{V_{\min}}\right] = 1{,}06\,\text{МДж}$.

5.16. $\eta = 1 - \dfrac{T_1}{T_2 - T_1}\ln\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)$. **5.17.** $\eta = 1 - \dfrac{C_P(T_1 - T_2)}{RT_1 \ln(T_1/T_2) + C_V(T_1 - T_2)}$.

5.18. $\eta = 1 - \dfrac{T_1 - T_2}{T_1 \ln(T_1/T_2)}$. **5.19.** $\eta = 1 - \dfrac{(\gamma + 1)(T_1 - T_2)}{2\left(\sqrt{T_1T_2} - T_2 + \gamma\left(T_1 - \sqrt{T_1T_2}\right)\right)}$.

5.20. $\eta = 1 - \dfrac{\gamma T_3[(T_1/T_3)^{1/\gamma} - 1]}{T_1 - T_3}$. **5.21.** $\eta = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$.

5.22. $\eta = \dfrac{R(T_1 - T_2)\ln(V_2/V_1)}{RT_1 \ln(V_2/V_1) + C_0(T_1 - T_2)}$.

5.23. $\eta = \dfrac{R(T_1 - T_2)\ln(V_2/V_1)}{RT_1 \ln(V_2/V_1) + C_V(T_1 - T_2)}$. **5.24.** A=1920 *Дж*. **5.25.** h=41,2%.

5.26. $\eta = 1 - \dfrac{\beta^\gamma - 1}{\gamma\varepsilon^{\gamma-1}(\beta - 1)}$. **5.27.** $\eta = 1 - \dfrac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \dfrac{\lambda\rho\varepsilon^\gamma\delta^{\gamma-1} + \rho\delta(\gamma - 1) - \gamma\varepsilon}{\lambda - 1 + \gamma\lambda(\rho - 1)}$.

5.28. 630 *Дж*, 1880 *Дж*. **5.29.** 18%. **5.30.** 1) 26,8%; 2) 274 *кДж*; 3) 200 *кДж*. **5.31.** 1) 20%; 2) 1,26 *кДж*. **5.32.** 1) V_1=2 *л*, P_1=7 *атм*; V_2=5 *л*, P_2=2,8 *атм*; V_3=8 *л*, P_3=1,44 *атм*; V_4=3,22 *л*, P_4=3,6 *атм*; 2) 1300 *Дж*, 620 *Дж*, – 1070 *Дж*, – 620 *Дж*; 3) 230 *Дж*; 4) 17,5%; 5) 1300 *Дж*, 6) 1070 *Дж*. **5.33.** У 2,1 рази. **5.34.** 1) 0,093;

2) $Q_2 = (1-\eta)A/\eta = 360\,кДж$; 3) 397 *кДж*. **5.35.** $\eta_1 = 1/(1-\eta_3)$; $\eta_2 = (1-\eta_3)/\eta_3$; $\eta_1 = 1{,}09$; $\eta_2 = 11$; $\eta_3 = 0{,}083$. **5.36.** 4,94 *кг*.
5.37. $Q_1/Q_0 = 3$.

Розділ 6

6.1. 88 *Дж/К*. **6.2.** 7,4 *Дж/К*. **6.3.** 1230 *Дж/К*. **6.4.** 63 *Дж/К*. **6.5.** 5,4 *Дж/К*. **6.6.** 71 *Дж/К*. **6.7.** 66,3 *Дж/К*. **6.8.** 38,1 *Дж/К*. **6.9.** 17,3 *Дж/К*. **6.10.** 2,9 *Дж/К*. **6.11.** а) 1,76 *Дж/К*; б) 2,46 *Дж/К*. **6.12.** а) 8,5 *кДж/К*; б) 11,8 *кДж/К*. **6.13.** При постійному тиску. **6.14.** 5,45 *Дж/К* і не залежить від шляху переходу. **6.15.** 500 *Дж/К*. **6.16.** 420 *кДж*. **6.19.** – 9,3 *кДж/К*. **6.21.** 7250 *К*. **6.25.** 457 *Дж/К*. **6.26.** а) 8,42 *кДж/К*; б) 11,7 *кДж/К*; в) 0; г) 5,61 *кДж/К*. **6.27.** 5,73 *мДж/К*. **6.28.** 4,9 *Дж/К*. **6.29.** – 3 *Дж/К*; $\Delta F = 900\,Дж$.

6.30. $\Delta S = \dfrac{(n-\gamma)R}{(n-1)(\gamma-1)}\ln\tau$. **6.31.** $\Delta S = \dfrac{\nu(\gamma+1)R}{(\gamma-1)}\ln n = 46\,Дж/К$.

6.32. $\Delta Q = -300\,Дж$; $\Delta S = 0{,}83\,Дж/К$; $\Delta U = -500\,Дж$.

6.33. 8,31 *Дж/К*. **6.34.** а) $C = \dfrac{\alpha}{T}$; б) $\Delta Q = \alpha\ln\dfrac{T_1}{T_2}$;

в) $A = \alpha\ln\dfrac{T_1}{T_2} + C_V(T_1 - T_2)$. **6.35.** 60 *Дж/К*. **6.36.** $C = \dfrac{S}{n}$; $C<0$ при $n<0$.

6.37. $\Delta S = m\left(\alpha\ln\dfrac{T_2}{T_1} + b(T_2 - T_1)\right) = 2\,кДж/К$. **6.38.** 11,5 *Дж/К*.

6.39. 14,4 *Дж/К*.

Розділ 7

7.1. а) 276,293 *К*; б) 279,287 *К*. **7.2.** а) 281 *К*; б) 289 *К*. **7.3.** а) 482 *К*; б) 204 *К*. **7.4.** 1) а) $2{,}88\cdot10^6\,Па$; б) $4{,}23\cdot10^8\,Па$. 2) а) $3{,}1\cdot10^6\,Па$;

б) $6{,}2\cdot10^{7}$ *Па*. **7.5.** 1,85. **7.6.** 0,231 $м^3$. **7.7.** $2{,}94\cdot10^{-10}$ *м*. **7.8.** а) 4,95%; б) 3,44%. **7.9.** $a = 1{,}36\cdot10^{5}\ Н\cdot м^{4}/кмоль^{2}$. **7.10.** 1) 73 *атм*; 2) $2{,}9\cdot10^{-3}\ м^{3}$; 3) $P=P_к$=73 *атм*. **7.11.** 400 *К*. **7.12.** $2{,}13\cdot10^{6}$ *Па*. **7.13.** 2,45. **7.14.** $b = 39{,}4\cdot10^{-6}\ м^{3}/моль$; $a = 0{,}139\ Н\cdot м^{4}/моль^{2}$. **7.15.** 0,18 $г/см^3$. **7.16.** – 5,85 *К*. **7.17.** $T' - T = -0{,}0056^{\circ}C$.

7.18. $C_P - C_V = \dfrac{R}{1-\dfrac{2a(V-b)^2}{RTV^3}}$. **7.19.** $\dfrac{T^{\frac{C-C_V}{R}}}{V-b} = const$.

7.20. $S = \nu\left[R\ln\left(\dfrac{V-\nu b}{\nu}\right) + \int\dfrac{C_V(T)}{T}dT + const\right]$. **7.21.** Для He T_1<35*К*, для Xe T_1<1940*К*. **7.22.** Для рівняння Бертло:

$$P_{кр}^2 = \frac{Ra}{216b^3};\ T_{кр}^2 = \frac{8a}{27Rb};\ V_{кр} = 3b;\ \frac{RT_{кр}}{P_{кр}V_{кр}} = \frac{8}{3};$$

для рівняння Клаузіуса:

$$P_{кр}^2 = \frac{Ra}{216(b+c)^3};\ T_{кр}^2 = \frac{8a}{27R(b+c)};\ V_{кр} = 3b+2c;\ \frac{RT_{кр}}{P_{кр}V_{кр}} = \frac{8(b+c)}{3b+2c};$$

для І рівняння Дітерічі:

$$P_{кр} = \frac{a}{4e^2b^2};\ T_{кр} = \frac{a}{4Rb};\ V_{кр} = 2b;\ \frac{RT_{кр}}{P_{кр}V_{кр}} = \frac{e^2}{2} \cong 3{,}7;$$

для ІІ рівняння Дітерічі:

$$P_{кр} = \frac{a}{4(4b)^{5/3}};\ T_{кр} = \frac{15ab}{4R(4b)^{5/3}};\ V_{кр} = 4b;\ \frac{RT_{кр}}{P_{кр}V_{кр}} = 3{,}75.$$

7.23. У 1,5 рази. **7.24.** $\left(P + \dfrac{4a}{V^2}\right)(V-2b)^3 = const$; A = 1980 *Дж*.

7.25. $\Delta S = (C_V - R)\ln(T_2 - T_1)$.

7.26. $\Delta S = \nu C_V \ln\dfrac{T}{T_0} + \nu R \ln\dfrac{V}{(V_0 - \nu V_{кр})^3} = -22{,}5\ Дж/К$;

$T = T_0 - \dfrac{9}{8}\dfrac{R}{C_V}T_{кр}\dfrac{\nu V_{кр}}{V_0}$; $V = \dfrac{\nu RT}{P_{атм}}$. **7.27.** $\dfrac{V_{рід}}{V} = 0{,}25$.

Розділ 8

8.1. 12,9 *г/см*^{3}. **8.2.** 1,4 *МПа*. **8.3.** $3{,}9\cdot 10^{-6}\ атм^{-1}$. **8.4.** 16,4 *мм*.
8.5. 56°*С*. **8.6.** 0,884 *кг*. **8.7.** 0,887 *кг*. **8.8.** 1) 63,5 *мН*; 2) 37%.
8.9. $32{,}4\cdot 10^{-3}\ Н/м$. **8.10.** 13 *хв*. **8.11.** $59\cdot 10^{-3}\ Н/м$. **8.12.** На 34 *см*.
8.13. $1{,}65\cdot 10^{-4}\ К$. **8.14.** $6{,}4\cdot 10^{-5}\ Дж$. **8.15.** 999 *мм рт. ст.*
8.16. 2 *мм*. **8.17.** 1) 0,53 *мм*;) 2) $\Delta h = 2{,}98\,см$. **8.18.** 15,3 *мм*.
8.19. 0,15 *мм*. **8.20.** 0,07 *Н/м*. **8.21.** $d \le 1{,}6\,мм$. **8.22.** $d = 0{,}5$ *мм*.
8.23. 31,5 *Н*. **8.24.** 790 *кг/м*^{3}. **8.25.** 2,9 *мм*. **8.26.** $\Delta T > \dfrac{T}{P}\dfrac{4\sigma}{r}$.

8.27. 0,2 *с*. **8.28.** $\Delta h = \dfrac{4\sigma}{d_1 d_2 \rho g}(d_1 - d_2) = 7{,}5\,мм$. **8.29.** 14,6 *кН*.

8.30.
$$y = 2\sqrt{\sigma/\rho g}\cos(\varphi/2);$$
$$x = 2\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}\left[\frac{1}{\sqrt{2}} - \sin(\varphi/2)\right] + \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}\ln\frac{1+\sin(\varphi/2)}{[1-\sin(\varphi/2)](\sqrt{2}+1)}.$$

8.31. $\Delta h = \sqrt{\dfrac{2\sigma}{\rho g}(1-\sin\theta)}$. **8.32.** $h = 2\sqrt{\dfrac{\sigma}{\rho g}}\sin\dfrac{\theta}{2} = 3{,}6\,мм$.

8.33.
$$2\sigma\sin\theta + 2\rho ghr\sin\theta + \rho gr^2\left(\theta - \sin\theta\cos\theta\right) = \rho_0 g\pi r^2;$$
$$D = 2r\sin\theta + 2\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}\left[2\cos(\theta/2) + \ln\{\mathrm{tg}(\theta/4)\}\right] -$$
$$-2\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}\left(\sqrt{2} - \ln\left(\sqrt{2}+1\right)\right);$$
$$H = 2r\sin^2(\theta/2) + 2\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}\sin(\theta/2)$$

8.34. 2,8 *см*; 0,59 *Н*. **8.35.** $y = \dfrac{\alpha\cos\theta tg(\varphi/2)}{\rho gx}$. **8.36.** – 16 *мкДж*.

8.37. $261{,}09\cdot 10^{-6}$ *Дж*. **8.38.** 4,38 *Дж*. **8.39.** 4,2 *мкм*. **8.40.** 0,024 *Н/м*.

8.41. 14 *мм*. **8.42.** $T = \dfrac{2\pi}{g}\sqrt{\dfrac{2\pi\sigma}{\rho r}}$.

Розділ 9

9.1. $\Delta T = 0{,}009^{\circ}$. **9.2.** $15{,}7\cdot 10^{6}$ *Дж / К*. **9.3.** 1) 390 *Дж*/(*кг К*); 2) 450 *Дж*/(*кг К*); 3) 930 *Дж*/(*кг К*). **9.4.** Кулька виготовлена з паладію. **9.5.** *Н*а 66°. **9.6.** 68688 *Н*. **9.7.** 149 *Н*.**9.8.** При 20°*С*.

9.9. $1{,}8\cdot 10^{-5}\ К^{-1}$. **9.10.** 26,(6) *см* і 31,(6) *см*. **9.11.** 30 *см*; 40 *см*.

9.12. $\alpha = 18{,}5\cdot 10^{-6}\ К^{-1}$. **9.13.** 10,4 *с*. **9.14.** 2,47 *м*. **9.15.** 1) 83°*С*; 2) 28°*С*.

9.16. Із заліза. **9.17.** $\dfrac{F_2}{F_1} = \dfrac{1+\beta_1 t^{\circ}}{1+\beta_2 t^{\circ}}$. **9.18.** 100,7 *см*^{3}. **9.19.** 2900 *м*.

9.20. 3,4 *об*/*с*. **9.21.** 38 *Гц*. **9.22.** 0,84 *Дж*. **9.23.** 0,9 *см*.

9.24. $1{,}25\cdot 10^{-12}$ *Дж*. **9.25.** 0,5. **9.26.** 0,027%. **9.27.** *Н*а 1 *мм*^{3}.

ДОДАТОК

Таблиця 1. **Основні фізичні величини**

Фізичні величина	Позначення	Числове значення
Швидкість світла	c	$3 \cdot 10^{8}$ *м/с*
Гравітаційна стала	G	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ *м³/кг·с²*
Стала Авогадро	N_A	$6{,}025 \cdot 10^{23}$ *моль⁻¹*
Універсальна газова стала	R	$8{,}31$ *Дж/моль·К*
Стала Больцмана	k	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *Дж/К*
Елементарний заряд	e	$1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Кл*
Маса електрона	m_e	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$ *кг*
Стала Фарадея	F	$9{,}65 \cdot 10^{4}$ *Кл/моль*
Атомна одиниця маси	*а.о.м.*	$1{,}66 \cdot 10^{-27}$ *кг*
Електрична стала	ε_0	$8{,}85 \cdot 10^{-12}$ *Ф/м*
Магнітна стала	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ *Гн/м*
Стала Планка	h	$6{,}62 \cdot 10^{-34}$ *Дж·с*

Таблиця 2. **Діаметри атомів і молекул**

Гелій (He)	$2 \cdot 10^{-10}$ *м*	Водень (H_2)	$2{,}3 \cdot 10^{-10}$ *м*
Кисень (O_2)	$3 \cdot 10^{-10}$ *м*	Азот (N_2)	$3 \cdot 10^{-10}$ *м*

Таблиця 3. **Властивості деяких газів**

Густина ρ, кг/м^3, (T = 273,15 *К*, P = 101 *кПа*);
коефіцієнт динамічної в'язкості η, *мПа·с*, (T = 273,15 *К*, P = 101 *кПа*);
коефіцієнт теплопровідності æ, 10^{-2}·*Вт/мК*, (T = 293,15 *К*, P = 101 *кПа*)

Речовина	ρ	η	æ
Азот	1,250	0,0175	2,43
Водень	0,089	0,0088	16,84
Вуглекислий газ	1,977	0,0147	1,45
Гелій	0,178	0,0196	14,15
Кисень	1,429	0,0202	2,44
Метан	0,717	0,0108	–
Неон	0,900	–	–
Повітря	1,293	0,0182	2,41

Таблиця 4. **Властивості деяких рідин (температура 20 ^{O}*C*)**
Густина ρ, *кг/м^3*, питома теплоємність $c^{пит}$, *Дж/кг·град*, коефіцієнт поверхневого натягу σ, *Н/м*; коефіцієнт в'язкості η, *мПа·с*; питома теплота пароутворення за температури кипіння r, *кДж/кг*; коефіцієнт об'ємного теплового розширення β, 10^{-3} K^{-1}.

Рідина	ρ	$c^{пит}$	σ	η	r	β
Бензол	800	1720	0,03	0,648	394	1,06
Вода	1000	4190	0,073	1,002	2256	0,18
Гліцерин	1200	2430	0,064	1480	20,6	0,59
Касторова Олія	900	1800	0,035	–	–	–
Гас	800	2140	0,03	–	–	0,96
Ртуть	13600	138	0,5	1,554	285	0,181
Спирт	790	2510	0,02	1,2	840	1,1
Ефір	714	2350	0,017	0,237	374	1,6

Таблиця 5. **Властивості деяких твердих тіл**

Густина ρ, *кг/м³*, питома теплоємність $c^{пит}$ при 20 ^{O}C, *Дж/кг·град*; температура плавлення, ^{O}C; питома теплота плавлення λ, 10^5 *Дж/кг*; коефіцієнт лінійного теплового розширення α при 20 ^{O}C, 10^{-5} K^{-1}.

Речовина	ρ	$c^{пит}$	$t_{пл}$	λ	α
Алюміній	2600	896	659	3,22	2,3
Залізо	7900	460	1530	2,72	1,2
Латунь	8400	386	900	–	1,9
Лід	900	2100	0	3,35	–
Мідь	8600	395	1100	1,76	1,6
Олово	7200	230	232	5,86	2,7
Платина	21400	117	1770	1,13	0,89
Корок	200	2050	–	–	–
Свинець	11300	126	327	0,226	2,9
Срібло	10500	234	960	0,88	1,9
Сталь	7700	460	1300	–	1,06
Цинк	7000	391	420	1,17	2,9

Таблиця 6. **Пружні властивості деяких твердих тіл**

Модуль Юнга E, 10^{10} *Па*; модуль зсуву G, 10^{10} *Па*; коефіцієнт Пуассона μ; межа міцності $\sigma_м$, 10^8 *Па*

Речовина	E	G	μ	$\sigma_м$
Алюміній	6,9	2,4	0,33	1,1
Залізо	19,6	7,3	0,28	2,94
Сталь	21,6	7,8	0,28	7,85
Мідь	11,8	4,2	0,35	2,45
Свинець	1,57	0,54	0,44	0,2
Срібло	7,4	2,8	0,37	2,9

Таблиця 7. **Коефіцієнти тепловіддачі** α, ***Дж/(м²·с·К)***

Метал–газ	12,57
Сажа–газ	23,3
Метал вкритий накипом–вода	5824
Повітря–стіна	$10{,}475 \cdot 10^4$

Таблиця 8. **Теплопровідність деяких твердих тіл æ ,** ***Вт/м·К***

Алюміній	210
Повсть	0,046
Залізо	58,7
Кварц плавлений	1,37
Мідь	390
Пісок сухий	0,325
Корок	0,050
Срібло	460
Ебоніт	0,174
Цегла	0,67 ÷ 0,87
Дерево, паралельно волокнам	0,35 ÷ 0,43
Скло	0,7 ÷ 0,8
Асбест	0,21
Сажа	0,07
Накип	2,33

Таблиця 9. **Критичні значення** $T_К$, $P_К$ **і** $V_К$

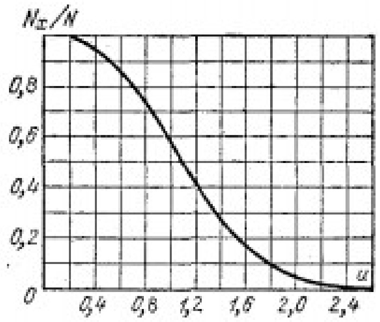
Речовина	$T_К$, *К*	$P_К$, *атм*	$V_{0К}$, 10^{-5} *м³/моль*
Вода	647	217	9,29
Вуглекислий газ	304	73	12,98
Кисень	154	50	23,99
Аргон	151	48	9,8
Азот	126	33,6	11,68
Водень	33	12,8	8,03
Гелій	5,2	2,25	7,2

Таблиця 10. **Сталі Ван–дер–Ваальса для деяких речовин**

Речовина	a, $Н{\cdot}м^4/моль^2$	b, $см^3/моль$
Азот	0,135	38,6
Аргон	0,134	32,2
Вода	0,545	30,4
Водень	0,024	26,6
Гелій	0,003	23,6
Кисень	0,136	31,7
Вуглекислий газ	0,36	42,8

Таблиця 11. **Значення інтеграла** $I = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_u^{\infty} z^2 e^{-z^2}\, dz$

u	I	u	I	u	I
0,1	0,9992	0,8	0,7340	1,5	0,2123
0,2	0,9941	0,9	0,6550	1,6	0,1632
0,3	0,9807	1,0	0,5724	1,7	0,1230
0,4	0,9582	1,1	0,4900	1,8	0,0905
0,5	0,9190	1,2	0,4105	1,9	0,0602
0,6	0,8685	1,3	0,3370	2,0	0,0460
0,7	0,8061	1,4	0,2702		



Хімічні елементи

	Символ	Z	$A_{відн}$
Азот	N	7	14,0067
Актиній	Ac	89	227
Алюміній	A1	13	26,9815
Америцій	Am	95	243
Аргон	Аг	18	39,948
Арсен	As	33	74,9216
Барій	Ba	56	137,34
Берилій	Be	4	9,0122
Берклій	Bk	97	247
Бор	B	5	10,811
Бром	Br	35	79,909
Ванадій	V	23	50,942
Вісмут	Bi	83	208,980
Водень	H	1	1,00797
Вольфрам	W	74	183,85
Вуглець	C	6	12,01115
Гадолиній	Gd	64	157,25
Галлий	Ga	31	69,72
Гафній	Hf	72	178,49
Гелій	He	2	4,0026
Германий	Ge	32	72,59
Гольмій	Ho	67	164,930
Диспрозій	Dy	66	162,50
Ейнштейній	Es	99	254
Ербій	Er	68	167,26
Єевропій	Eu	63	151,96
Залізо	Fe	26	55,847
Золото	Au	79	196,967
Индий	In	49	114,82
Іридій	ІГ	77	192,2
Ітербій	Yb	70	173,04
Ітрій	Y	39	88,905
Йод	I	53	126,9044
Кадмій	Cd	48	112,40

	Символ	Z	$A_{відн}$
Калій	До	19	39,102
Каліфорній	Cf	98	251
Кальцій	Ca	20	40,08
Кисень	0	8	15,9994
Кобальт	Co	27	58,9332
Кремній	Si	14	28,086
Криптон	Кг	36	83,80
Ксенон	Xe	54	131,30
Кюрій	Cm	96	247
Лантан	La	57	138,91
Літій	Li	3	6,939
Лоуренсій	Lr	103	260
Лютецій	Lu	71	174,97
Магній	Mg	12	24,312
Марганець	Mn	25	54,9381
Менделевий	Md	101	258
Мідь	Cu	29	63,54
Молібден	Mo	42	95,94
Натрій	Na	11	22,9898
Неодим	Nd	60	144,24
Неон	Ne	10	20,183
Нептуній	Np	93	237
Нікель	Ni	28	58,71
Ніобій	Nb	41	92,906
Нобелій	No	102	259
Олово	Sn	50	118,70
Осмій	Os	76	190,2
Палладій	Pd	46	106,4
Платина	Pt	78	195,09
Плутоній	Pu	94	244
Полоній	Po	84	209
Празеодим	Pr	59	140,907
Прометій	Pm	61	145
Протактиній	Pa	91	231
Радій	Ra	88	226

	Символ	Z	$A_{відн}$
Радон	Rn	86	222
Реній	Re	75	186,2
Родій	Rh	45	102,905
Ртуть	Hg	80	200,59
Рубидій	Rb	37	85,47
Рутеній	Ru	44	101,07
Самарій	Sm	62	150,35
Свинець	Pb	82	207,19
Селен	Se	34	78,96
Сірка	S	16	32,064
Скандій	Sc	21	44,956
Срібло	Ag	47	107,870
Стронцій	Sr	38	87,62
Сурма	Sb	51	121,75
Талій	Tl	81	204,37
Тантал	Ta	73	180,948
Телур	Ti	52	127,60

	Символ	Z	$A_{відн}$
Тербій	Tb	65	158,924
Технецій	Tc	43	97
Титан	Ti	22	47,90
Торій	Th	90	232,038
Тулій	Tm	69	168,934
Уран	U	92	238,03
Фермій	Fm	100	257
Фосфор	P	15	30,9738
Францій	Fr	87	223
Фтор	F	9	18,9984
Хлор	Cl	17	35,453
Хром	Cr	24	51,996
Цезій	Cs	55	132,905
Церій	Ce	58	140,12
Цинк	Zn	30	65,38
Цирконій	Zr	40	91,22

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Беликов Б.С. Решение задач по физике. Общие методы.–М: Высш. шк., 1986.– 256 с.

2. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики.– М: Наука, 1969.– 464 с.

3. Иродов И.Е., Савельев И.В., Замша О.И.–М: Наука, 1975.– 320 с.

4. Клим М.М., Мудрий С.І., Комарницький М.С. Збірник задач з молекулярної фізики.– К: Вид. навчально-методичного кабінету з вищої освіти, 1990.– 172 с.

5. Остроухов А.А., Стрижевський В.Л., Цвелих М.Г., Цященко Ю.П. Розв'язування задач з курсу загальної фізики.–К: Рад. шк., 1966.– 504 с.

6. Сахаров Д.И. Сборник задач по физике.–М: Учпедгиз, 1958.–288 с.

7. Гинзбург В.Л., Левин Л.М., Сивухин Д.В., Яковлев И.А. Сборник задач по курсу общей физики. Термодинамика и молекулярная физика.–М: Наука, 1976.– 208 с.

8. Чепуренко В.Г., Богданович А.С. Практичні заняття з фізики.– Вид-во Київ ун-ту, 1967.– 152 с.

9. Фирганг Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики.–М: Высш. шк., 1977.– 352 с.

Навчальне видання

Задачі з молекулярної фізики
та методика їх розв'язування.

Укладачі: ***Курек Ігор Геннадійович,***
Курек Єлена Ігорівна,
Ткач Оксана Олександрівна,
Струк Ярослав Михайлович