

Підкамінь Леонід Йосипович, Лазурка Ірина Іванівна

Елементи атомної та ядерної фізики
Навчальний посібник

2-ге видання, перероблене і доповнене

ЧЕРНІВЦІ 2021

УДК 539 18(076.5)
УДК 539 18(076.5)
ББК 22.344.3
ПЗ2

Друкується за ухвалою редакційно-видавничої ради
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича

Рецензенти: Ангельський О.В., доктор фіз.-мат. наук, професор,
Архелюк О.Д., канд. фіз.мат. наук, доцент.

Підкамінь Леонід Йосипович, Лазурка Ірина Іванівна
ПЗ2. Елементи атомної та ядерної фізики. Навчальний посібник. 2-ге видання,
перероблене і доповнене Чернівецький національний університет, 2021. – 102с.

У посібнику основна увага звертається на енергетичні характеристики атомів і відповідні їм спектральні закономірності. Розглядаються питання тонкої структури спектральних ліній, їх розщеплення в однорідному магнітному полі. Обґрунтовуються питання квантово-механічного опису будови, енергетичних та спектральних параметрів атомів і наявності хвильових властивостей у мікрочасток, що володіють імпульсом. Частково розглянуті питання будови ядра та характеристики елементарних часток, з яких воно складається.

Для студентів інженерно-технічних спеціальностей вузів.

УДК 539.18(076.5)
ББК 22.344.3

Підкамінь Л.Й., Лазурка І.І.
Чернівецький національний університет, 2021

ВСТУП

1. Предметом атомної фізики являються питання будови атома і його ядра. До них відносяться:

а) вивчення властивостей частинок, що входять до складу атома і його ядра, або властивостей тих частинок, що виділяються внаслідок ядерних взаємодій;

б) вивчення енергетичних характеристик атома і пов'язаних з ними закономірностей в спектрах випромінювання і поглинання.

2. Особливості атомної фізики:

а) атомізм речовини – елементарною частинкою хімічного елемента є атом;

б) атомізм заряду – є мінімальна величина електричного заряду, яка рівна заряду електрона ($e=1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл), менше якої в природі не спостерігається;

в) дискретність фізичних величин – відмінність атомної фізики і відноситься до енергії, моменту кількості руху;

г) корпускулярно-хвильовий дуалізм – мікрочастинки володіють властивостями і хвилі і частинки, які проявляються у процесах взаємодії тільки роздільно.

3. Атомна фізика, як наука виникла у 20 сторіччі, на основі розвитку уявлень про електрику, молекулярну фізику, оптику, електродинаміку і т.п. поштовхом стали великі відкриття фізики кінця 19 і початку 20 сторіч:

а) відкриття рентгенівських променів (1895 р.);

б) закономірності в спектрах випромінювання окремих атомів;

в) відкриття радіоактивності (1896 р.);

г) дослід Майкельсона (1852-1931 рр.) і поява теорії відносності;

д) вивчення законів випромінювання АЧТ і гіпотеза квантів.

4. Про досконалість класичної фізики на початку 20 сторіччя, лорд Кельвін Уільям Томсон у промові, що була присвячена приходу 20 сторіччя, шкодував, що наступним поколінням лишаються тільки маленькі доробки в основному завершеній будівлі науки. Правда Томсон звернув увагу на те, що предметом вивчення можуть бути “дві хмаринки”: дослід Майкельсона і випромінювання АЧТ.

5. Розвиток уявлень про атом:

1). Філософи давньої Греції Левкіп (500-450р. до н. е.) та Демокріт (460-370 р. до н. е.) терміном „атом” (неподільний) називали найменші, що неможна далі ділити, частини любого тіла, які ще утримують його властивості.

2) Р. Декарт (франц. вчений 1596-1650 рр.). Основні елементи, з яких складаються оточуючі нас предмети (вогонь, земля, повітря) утворені дрібними частинками – корпускулами.

3) Праут (англ. вчений) вперше (поч. 19 ст.) висловив думку про складну будову атома, на основі вимірів, які показали, що атомні маси елементів кратні атомній масі водню.

4) Д.І. Менделєєв (1834-1907рр.). Відкриття періодичного закону (1871 р.), як новий поштовх розвитку ідеї про складну будову атому.

5) Кельвін (1824- 1907 рр.), Уільям Томсон і Джозеф Джон Томсон (англ. фізики). Нова модель атома – куля заповнена додатним зарядом, всередині кулі від'ємні заряди.

6) Ернест Резерфорд (1871-1907 рр.). Проведені у 1909-1910 рр. дослідження по розсіянню α -частинок тонким шаром речовини привели до моделі атому, що має щільне ядро (порядку 10^{-13} см) з додатним зарядом і електронів, що обертаються навколо ядра. Але модель не змогла пояснити наявність спектральних закономірностей в атомі і стабільність атомної системи.

7) Нільс Бор (датський фізик, 1885-1962 рр.) в 1913 році прийшов до висновку про необхідність відмови від деяких принципів класичної фізики. За основу ним узята модель Резерфорда, але доповнена постулатами Бора, перший з яких відноситься до квантування рівнів енергії атомної системи, що протирічить уявленням класичної фізики, але дозволило теоретично обґрунтувати спектр водню. Принцип вказаного квантування вдалося пояснити на основі гіпотези Луї де Бройля в 1924 році про наявність хвильових властивостей у електрона (і інших частинок), яка набула розвитку в квантовій механіці Е. Шредінгера (1926 р.).

Подальший розвиток атомістичних уявлень полягав у релятивістському узагальненні П. Діраком у 1928 році хвильового рівняння, що призвело до передбачення існування позитрона, який був виявлений у 1932 році К. Андерсеном.

Наступний розвиток уявлень про атом пов'язаний з вивченням будови і властивостей елементарних часток. Основним інструментом їх вивчення є прискорювачі заряджених частинок, на яких були відкриті антипротон (1955 р.), антинейтрон (1956 р.) і послідовно цілий ряд часток до проміжних векторних бозонів у 1983 році. Світ елементарних часток виявився дуже складним. Їх кількість досягла 400, а властивості в багатьох відношеннях несподівані. З введенням у 1964 році гіпотези про існування особливих часток кварків (Г. Цвейг (1937 р.н.) і незалежно від нього П. Гелл-Манн (США, 1929 р.н.)) число дійсно елементарних часток зменшилося. Кварки, що мають дробний електричний заряд ($1/3$ або $2/3$ від e), у вільному стані не виявлені, але в ряді експериментів 70-х років ця гіпотеза була підтверджена шляхом реєстрації адронних струменів. В даний час припускається наявність шести різноманітностей кварків, які разом з відповідними антикварками і із врахуванням їх трьох кольорів дозволяють отримати всю велику різноманітність адронів і разом з електроном, мюоном, нейтрино і важким лептоном, враховуючи їх античастинки, ми маємо 48 дійсно елементарних часток, які є елементами більш складних утворень часток, з яких побудована вся речовина.

РОЗДІЛ 1. БУДОВА АТОМУ ТА ТЕОРІЯ БОРА

1.1. Закономірності в атомних спектрах.

Наприкінці XIX ст. спектроскопістами був накопичений великий дослідний матеріал по визначенню спектрів різних речовин, однак у всій отриманій різноманітності спектрів довго не вдавалося виявити які-небудь закономірності. Ретельне дослідження спектрів газоподібних речовин лужних елементів показало, що в них є визначені групи (серії) ліній, що можуть бути описані певним чином.

Вперше, у 1885 р., швейцарський фізик Бальмер Йоган Якоб (1825 – 1898) показав, що довжини хвиль однієї із серій спектра водню можна представити формулою:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4}, \quad (1.1)$$

де $\lambda_0 = \text{const}$ ($\lambda_0 = 3647 \text{ \AA}$), n – ціле число, яке приймає значення $\geq 3, \dots$.

Це серія Бальмера, перша лінія серії (при $n = 3$) називається головною лінією.

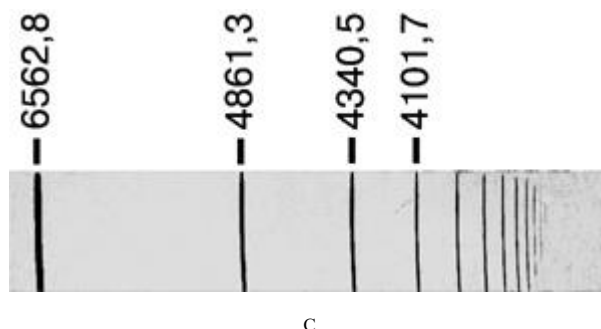


Рис. 1а Спектр випромінювання водню у видимій та ультрафіолетовій областях

Рідберг Йоган Роберт (1854 – 1919, шведський фізик-спектроскопіст) запропонував більш зручний запис серіальних закономірностей в вигляді хвильових чисел:

$$\nu' = \frac{1}{\lambda} [\text{см}^{-1}] \text{ (число довжин хвиль в } 1 \text{ см)}.$$

Тоді для серії Бальмера маємо:

$$\nu' = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0} \frac{n^2 - 4}{n^2} = \frac{4}{\lambda_0} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (1.2)$$

де R – постійна Рідберга ($R = 109\,677,6 \text{ см}^{-1}$).

Серія Бальмера розташована в видимій та ближній УФ частині спектра, інтенсивність спектральних ліній спадає по мірі зростання хвильових чисел (до кінця спектра).

Пізніше були визначені і інші серії ліній у спектрі водню в ІЧ і УФ частинах спектра.

УФ-серія Лаймана	$\nu' = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$	n=2,3 ...	При n=2 $\lambda_{\max}=1215$ А (резонансна лінія); при n= ∞ $\lambda_{\text{гр}}=911,27$ А (гранична лінія)	
Видима серія Бальмера	$\nu' = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$	n=3,4 ...	H $_{\alpha}$ =6563 А, H $_{\beta}$ =4861 А, H $_{\gamma}$ =4340 А, H $_{\delta}$ =3971 А, H $_{\text{гр}}$ =3647 А	1885 р.
ІЧ-серія Пашена	$\nu' = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)$	n=4,5 ...	При n= ∞ $\lambda_{\text{гр}}=8201,4$ А (гранична лінія)	1908 р.- передбачена Рітцем, виявлена Пашеном
Серія Бреккета	$\nu' = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right)$	n=5,6 ...	При n= ∞ $\lambda_{\text{гр}}=14580$ А (гранична лінія)	Комбінація ліній серії Пашена
Серія Пфунда	$\nu' = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right)$	n=6,7 ...	При n= ∞ $\lambda_{\text{гр}}=22782$ А (гранична лінія)	Комбінація ліній серії Бреккета

Як наслідок, відмічається чітка закономірність у розташуванні ліній водню, яку можна описати загальною формулою Бальмера

$$\nu' = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad (1.3)$$

де m, n – цілі числа, $n \geq (m+1)$.

Величина $\frac{R}{m^2} = T(m)$ (спектральний терм) – хвильове число граничної лінії в даній спектральній серії (при $n \rightarrow \infty$), яка називається *границею серії*.

Якщо взяти ряд значень величин $\frac{R}{n^2} = T(n)$, то по (1.3) хвильові числа любих ліній спектра водню в серіях визначаються різницею:

$$\frac{R}{m^2} - \frac{R}{n^2} = T(m) - T(n) \quad (1.4)$$

де $T(m)$ і $T(n)$ – спектральні терми, або просто терми. Це співвідношення представляє собою основний закон спектроскопії.

У 1908р. Рітц запропонував так званий комбінаційний принцип Рітца з якого витікають наступні аспіввідношення:

$$\nu'_{11} = T_1 - T_2; \nu'_{12} = T_1 - T_3 \text{ - серія ЛЛайман;}$$

$$\nu'_{12} - \nu'_{11} = T_2 - T_3 = \nu'_{21} \text{ - серія Бальмера,}$$

тобто різниця частот (хвильових чисел) спектральних ліній однієї серії дає частоту (хвильове число) спектральної лінії наступної серії. При цьому треба враховувати наявність правил добору.

1.2. Модель атома Томсона.

Згідно класичних уявлень атом міг би випромінювати монохроматичну хвилю (спектральну лінію) тільки в тому випадку, коли електрон в атомі здійснює гармонічні коливання. Тобто утримується біля центра квазіпружною силою $F = -kr$, де r – відхилення від положення рівноваги.

Дж. Томсон в 1903 р. запропонував наступну модель, яка відповідає вказаним уявленням: рівномірно заповнена додатним зарядом куля, всередині якої знаходяться електрони (атом в цілому електрично нейтральний).

Напруженість в середині кулі буде:

$$E(r) = \frac{e}{R^3} \cdot r, \quad (1.5)$$

де e – заряд кулі (електронів), R – її радіус, r – відстань від центра до точки з напруженістю $E(r)$. Величина заряду в частині сфери, обмеженою радіусом r буде $\left(\frac{er^3}{R^3}\right)$.

Тоді на електрон на відстані r від центра діє сила:

$$F = (-e) \cdot E = -\frac{e^2}{R^3} \cdot r = -kr. \quad (1.6)$$

$$\left(\text{сила } F \text{ по закону Кулона: } F = \left(\frac{e \cdot e \cdot r^3}{R^3 r^2} \right) \right)$$

При цьому можливі гармонічні коливання. Як наслідок, електрон, виведений з стану рівноваги буде здійснювати коливання з частотою:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{e^2}{m \cdot R^3}},$$

$$\left[2\pi f = \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{e^2}{m \cdot R^3}} \right]. \quad (1.7)$$

Тоді радіус атома R з (1.7) буде

$$R = \left(\frac{e^2}{4\pi^2 f^2 m} \right)^{1/3},$$

$$\left[R = \left(\frac{e^2}{\omega^2 m} \right)^{1/3} \right] \quad (1.8)$$

Якщо для видимого світла $\lambda=6000$?, $\left(\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} \right)$ і $\omega=3 \cdot 10^{15}$ сек⁻¹, тоді

$$R = \left(\frac{4,8^2 \cdot 10^{-20}}{0,91 \cdot 10^{-27} \cdot 3^2 \cdot 10^{30}} \right)^{1/3} \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ см.}$$

Тобто порядок величини атома по Томсону співпадає з газокінетичними розмірами атома, що підтверджує модель. Але в подальшому виявилася необґрунтовність моделі, і в першу чергу у дослідях по розсіянню α -частинок.

1.3. Досліди по розсіянню α -часток, ядерна модель атома.

Розподіл додатних і від'ємних зарядів у атомі можна вивчити при дослідному "зондуванні" внутрішньої частини атома.

В 1911 р. колишній асистент Томсона Ернест Резерфорд з двома своїми студентами Гансом Гейгером і Ернестом Марсденом провели ряд дослідів по розсіянню α -частинок тонкою золотою фольгою (Au , $z=79$), на основі чого запропонували ядерну модель атома: ядро (10^{-12} см) і навколо електрони. Заряд ядра Ze , число електронів Z . Тобто атом в цілому електрично нейтральний.

Розглянемо даний експеримент з точки зору двох моделей:

а) Модель Томсона – власне найбільше відхилення α -частки отримують при взаємодії з позитивно зарядженою частиною атома – при цьому залежність сили, яка діє на α -частку від відстані до центру атома буде наступною:

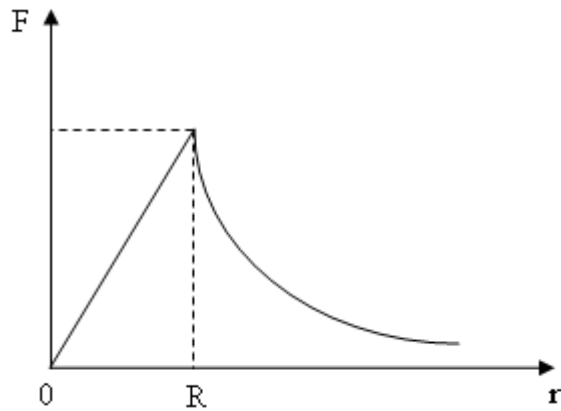


Рис.1.1

В центрі $r = 0, F = 0$, далі сила зростає згідно

$$F = +kr = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} \times r$$

Її максимум буде в точці $r=R$, а далі зменшення сили взаємодії по закону Кулона:

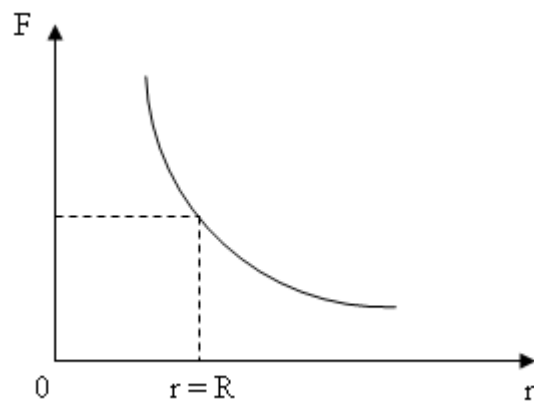
$$F = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (1.9)$$

Якщо провести розрахунок для атома з зарядом $Z=50$ при швидкості α - частки $v = 2 \cdot 10^9$ см/сек, то на відстані $r=R$ відхилення частки буде не більше 0.01° , тобто пучок α - часток залишається майже не розсіяним, а в експерименті відхилення досягає кутів 160° і більше.

б) Модель Резерфорда – весь позитивний заряд і основна маса атома в ядрі, тоді на α - частку, яка пролітатиме поблизу ядра відразу буде діяти велика сила відштовхування, сила Кулона:

$$F = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

і α - частка буде рухатись по гіперболі.



Розподіл сил буде мати такий вигляд:

Рис.1.2

Різниця в розподілі сил в обох моделях принципова при $r < R$, де різна закономірність. Модель Резерфорда пояснила експеримент. Коротко розглянемо його теоретичне обґрунтування, розв'язуючи механічну задачу про взаємодію α -частинок з ядром заряду $+Ze$ і масою \gg маси α -частки.

- φ - кут відхилення між асимптотами гіперболи;
- b – прицільна віддаль;
- M, V – маса і швидкість α -частки.

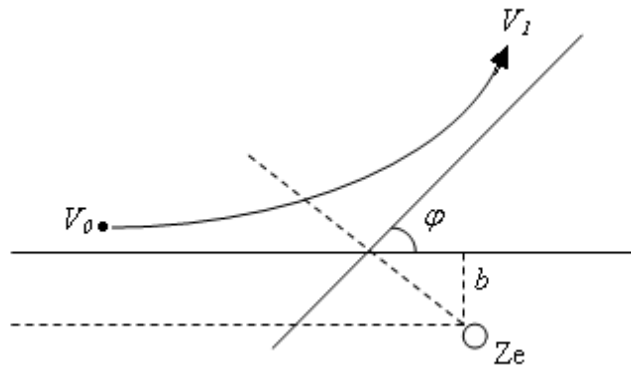


Рис. 1.3

Траєкторія α -частки – гіпербола з зовнішнім фокусом в ядрі. Врахування Кулонівських сил дає зв'язок між φ та b у вигляді:

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 MV^2} \times \frac{1}{b} \quad (1.10)$$

Отже, чим менша b , тим більше кут відхилення φ .

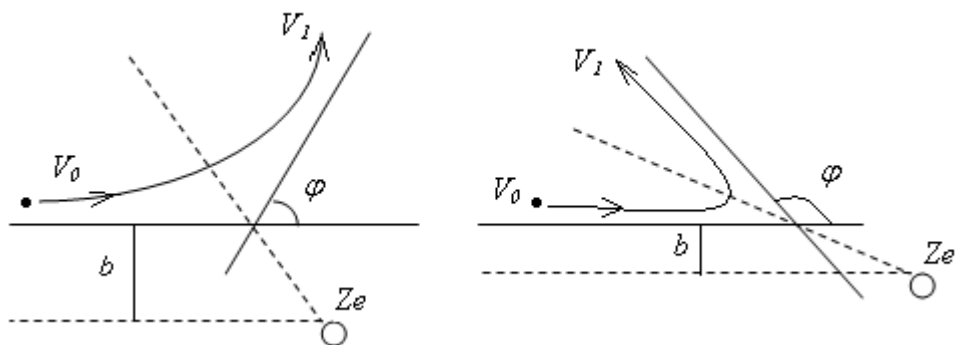


Рис. 1.4

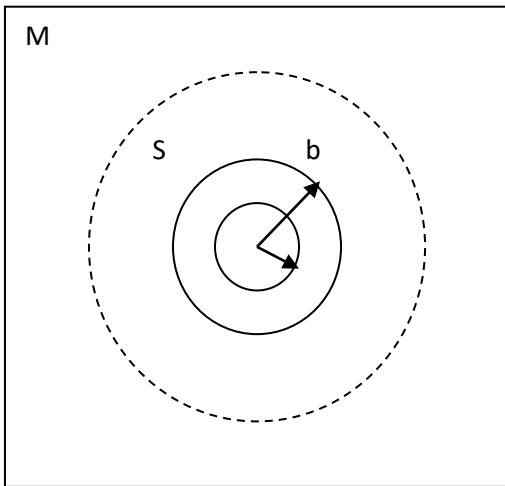
Експериментально неможливо визначити прицільну відстань b , але можна виміряти число частинок з кутами розсіяння від φ до $(\varphi + d\varphi)$ або число частинок, розсіяних в межах тілесного кута

$$d\Omega = \frac{ds}{r^2} = 2\pi \sin \varphi d\varphi$$

Позначимо N - число атомів в одиниці об'єму пластинки; S - площа поперечного перетину пучка, h - товщина пластинки. Тоді для окремої частинки (α - частки) ймовірність потрапити у відрізок прицільних відстаней окремих атомів b ? ($b + db$) визначиться відношенням площі кільця з радіусами b і ($b + db$) до площі перетину всього пучка S

$$dW_1 = \frac{2\pi b \cdot db}{S},$$

а для довільного атома ймовірність знаходження α - частки в даному відрізку прицільної відстані буде:



$$dW = \frac{2\pi b db}{S} \cdot h \cdot S \cdot N = 2\pi N \cdot h \cdot b db \quad (1.11)$$

Тобто (1.11) визначає ймовірність розсіяння α - частинок в межах кутів φ ? ($\varphi + d\varphi$) або відносно число α - частинок, що відхиляються в тілесний кут $d\Omega = 2\pi \sin \varphi d\varphi$

$$\frac{dW}{d\Omega} = Nh \frac{b}{\sin \varphi} \cdot \frac{db}{d\varphi} \quad (1.12)$$

Рис. 1.5

Замінюючи в (1.12) значення b через (1.10), в якому

$$b = \frac{2Ze^2}{Mv^2} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}; \quad \text{і} \quad \frac{db}{d\varphi} = \frac{2Ze^2}{Mv^2} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} \cdot 2\operatorname{Cos}^2 \frac{\varphi}{2}} \quad \text{маємо}$$

$$\frac{dW}{d\Omega} = Nh \left(\frac{Ze^2}{Mv^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \cdot \operatorname{Sin} \varphi \cdot 2\operatorname{tg}^2 \frac{\varphi}{2} \cdot \operatorname{Cos}^2 \frac{\varphi}{2}}$$

З урахуванням того, що $\operatorname{Sin} \varphi = 2\operatorname{Sin} \frac{\varphi}{2} \cdot \operatorname{Cos} \frac{\varphi}{2}$ одержимо:

$$\frac{dW}{d\Omega} = Nh \cdot \left(\frac{Ze^2}{Mv^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^4 \frac{\varphi}{2}} \quad (1.13)$$

Це формула Резерфорда для розсіяння α - частинок. Число попадань α - частинок в мікроскоп визначається множенням (1.13) на тілесний кут видимої мікроскопом частини екрану $\Delta\Omega$ і на загальне число α - частинок n .

Тоді число видимих на екрані попадань α - частинок буде

$$\Delta n = n \cdot \frac{dW}{d\Omega} \cdot \Delta\Omega = Nh \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 Mv^2} \right)^2 \cdot \frac{n \cdot \Delta\Omega}{\sin^4 \frac{\varphi}{2}} \quad (1.14)$$

1.4. Планетарна модель атома

Згідно даної моделі, атом складається з ядра малих розмірів, позитивно зарядженого, навколо якого обертаються електрони. Електрон утримується силою Кулонівського тяжіння і для кругової орбіти радіусу R маємо наступну умову його механічної стійкості на певній орбіті:

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \quad (1.16)$$

m - маса електрона, Ze - заряд ядра.

Повна енергія електрона складається з кінетичної $\frac{mv^2}{2} = K$ і його потенційної енергії в полі ядра U . Якщо за нуль відліку потенційної енергії взяти енергію системи „ядро-спокійний електрон на відстані $r = \infty$ ”, то потенційна енергія системи «ядро - електрон» на орбіті радіуса R буде від’ємною і рівною

$$U = -\frac{Ze^2}{R} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0},$$

тоді повна енергія електрона:

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (1.17)$$

Враховуючи по (1.16), що $\frac{mv^2}{2} = \frac{Ze^2}{2R} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, для енергії електрона маємо:

$$E = -\frac{Ze^2}{2R} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (1.18)$$

тобто повна енергія зв'язаного електрона в атомі від'ємна.

Але рух по колу лише окремий випадок рухів електронів в Кулонівському полі сил ядра, можливих по класичній механіці. Загальним випадком руху електрона при $E < 0$ буде рух по еліпсу, в одному з фокусів якого знаходиться ядро (перший закон Кеплера). При цьому русі в часі змінюються дві координати, що визначають положення електрона на площині: азимут φ і відстань електрона до ядра r (дві степені свободи), а траєкторія руху характеризується двома постійними параметрами - великою і малою піввісями еліпса a і b . Класична механіка вимагає, щоб виконувалися 2 і 3 закони Кеплера: 2-ий - постійність секторіальної швидкості (або моменту кількості руху):

$$mr^2(t)\omega(t) = const \quad (1.19)$$

і 3-ій закон, що пов'язує періоди обертання T з середніми відстанями \bar{r} від ядра, згідно якому

$$\frac{(\bar{r})^3}{T^2} = const \quad (1.20)$$

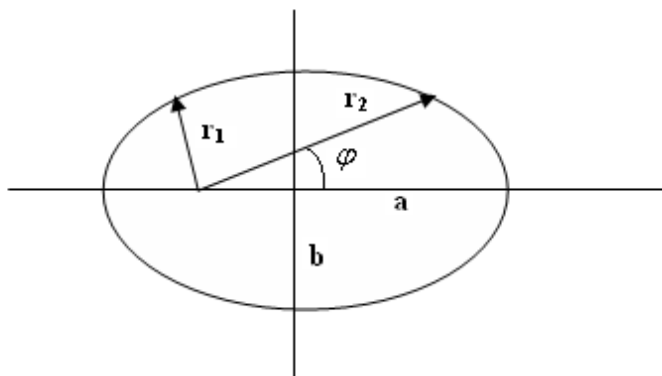


Рис. 1.6

Проте, планетарна модель не могла пояснити спектральних закономірностей атому водню. Крім того, згідно класичної механіки, заряд який рухається з прискоренням повинен випромінювати енергію, тобто втрачати її і таким чином в моделі Резерфорда електрон повинен падати на ядро, система є не стійкою.

1.5. Теорія атома водню по Бору

У 1911 р. Нільс Бор (датський фізик, 1885 – 1962рр.) одержав ступінь доктора, переїхав в Англію і продовжував працювати під керівництвом Томсона і Резерфорда.

Спроби теоретично обґрунтувати спектральні закономірності атома водню привели Бора в 1913 р. до нової теорії водню, у основу якої була покладена планетарна модель атома Резерфорда і яка була доповнена трьома постулатами Бора, що суперечили законам класичної фізики. Із цього приводу цікавий вислів американського фізика Леона Купера, який сказав: «Звичайно, було самовпевнено висувати пропозиції, що суперечать електродинаміці Максвелла і механіці Ньютона, але Бор був молодий».

Висунуті Бором постулати полягали в наступному:

1) Постулат стаціонарних орбіт стверджує, що в атомі відбуваються рухи електрона по деяких стаціонарних орбітах без випромінювання (всупереч електродинаміці).

2) По другому постулату такими стаціонарними орбітами будуть ті, для яких момент кількості руху електрона кратний величині постійної Планка $\frac{h}{2\pi} = \hbar$, де $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж · сек

$$m_0 v_n r_n = n \cdot \hbar \quad (1.21)$$

n – ціле число, що називають головним квантовим числом ($n = 1, 2, 3, \dots$)

3) Третій постулат говорить про те, що під час переходу атома з одного енергетичного стану E_n в інший E_m ($E_n > E_m$) випромінюється квант енергії $h\nu$, з частотою:

$$\nu_{n,m} = \frac{E_n - E_m}{h} \quad (1.22),$$

де $n > (m+1)$, а E_n та E_m – значення енергії стаціонарних рівнів.

Поглинання атомом кванта світла з енергією $h\nu$ супроводжується його переходом із стану E_m у E_n .

$$E_n = E_m + h\nu_{mn} \quad (1.23)$$

Розглянемо тепер елементарну теорію атома водню по Бору. Умова механічної стійкості електрона у планетарній моделі має вигляд:

$$\frac{m_0 v^2}{R} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{Ze^2}{kR^2}, \quad \text{або} \quad \left. \begin{aligned} 4\pi\epsilon_0 m_0 v^2 R &= Ze^2 \\ km_0 v^2 R &= Ze^2 \end{aligned} \right\} \quad (1.24)$$

Це рівняння, разом з рівнянням другого постулату Бору, дозволяє визначити радіус орбіти r_n , відповідної значенню квантового числа рівного n і швидкість (другий постулат $m_0 v_n r_n = n \cdot \hbar$)

$$v_n = \frac{Ze^2}{k\hbar} \cdot \frac{1}{n}, \quad (1.25) \quad \text{де } k=4\pi\epsilon_0$$

$$r_n = \frac{k\hbar^2}{m_0 Ze^2} \cdot n^2 \quad (1.26)$$

Тоді вираз (1.18) $E = -\frac{Ze^2}{2Rk}$ для повної енергії електрона на орбіті з урахуванням (1.26) має вигляд:

$$E_n = -\frac{m_0 Z^2 e^4}{2k^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (1.27)$$

Тепер використовуємо третій постулат Бору ($h\nu_{mn} = E_n - E_m$) з урахуванням (1.27), одержимо енергії випромінюваних атомом квантів під час переходу електрона з одного рівня (верхнього) E_n на інший (нижній) E_m

$$h\nu_{nm} = \frac{m_0 Z^2 e^4}{2k^2 \hbar^2} \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n > (m+1) \quad (1.28)$$

звідки для хвильових чисел $\bar{\nu}_{nm} = \frac{\nu_{nm}}{c} = \frac{1}{\lambda}$ знайдемо:

$$\bar{\nu}_{nm} = \frac{m_0 Z^2 e^4}{2k^2 c \cdot \hbar^2 \cdot h} \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (1.29)$$

тобто
$$\bar{\nu}_{nm} = \frac{R}{m^2} - \frac{R}{n^2} = T_{(m)} - T_{(n)}$$

З іншого боку, згідно третього постулату Бора:

$$\bar{\nu}_{nm} = \frac{E_n - E_m}{h \cdot c} = \frac{E_n}{hc} - \frac{E_m}{hc}$$

отже:

$$\bar{\nu}_{nm} = T_{(m)} - T_{(n)} = \frac{E_n}{hc} - \frac{E_m}{hc}, \text{ тобто } T_{(n)} = -\frac{E_m}{hc}$$

Терм $T(n)$ пов'язаний з енергією стаціонарного стану атома, відрізняючись від неї тільки множником $\frac{1}{hc}$. З (1.29) видно, що

при $m=2$ одержуємо серію Бальмера

$$\bar{\nu}_{nm} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) n = 3, 4, \dots$$

Для водню величина R (1.29) через значення m , e , c , h , буде рівна:

$$R_n = \frac{2\pi^2 m_0 e^4}{k^2 c h^3} = 109737,43 \text{ см}^{-1}, \text{ по Бору}$$

$$R_{\text{точне}} = 109677,76 \text{ см}^{-1}$$

Отримане неспівпадання пояснюється залежністю постійної Рідберга від співвідношення величин мас електрона і ядра відповідного атома (коли це співвідношення прямує до нуля, то постійна Рідберга прямує до $109677,76 \text{ см}^{-1}$).

Але по формулі (1.29) теорія Бора дає і інші серії: Лаймана ($m=1$), Пашена ($m=3$) і т.д.

Вираз для повної енергії електрона на n -ній квантовій орбіті дозволяє обчислити енергії атома, відповідні різним квантовим числам n і побудувати діаграму енергетичних рівнів атома водню. Рівень з найменшим значенням енергії ($n=1$) приймають за нульовий.

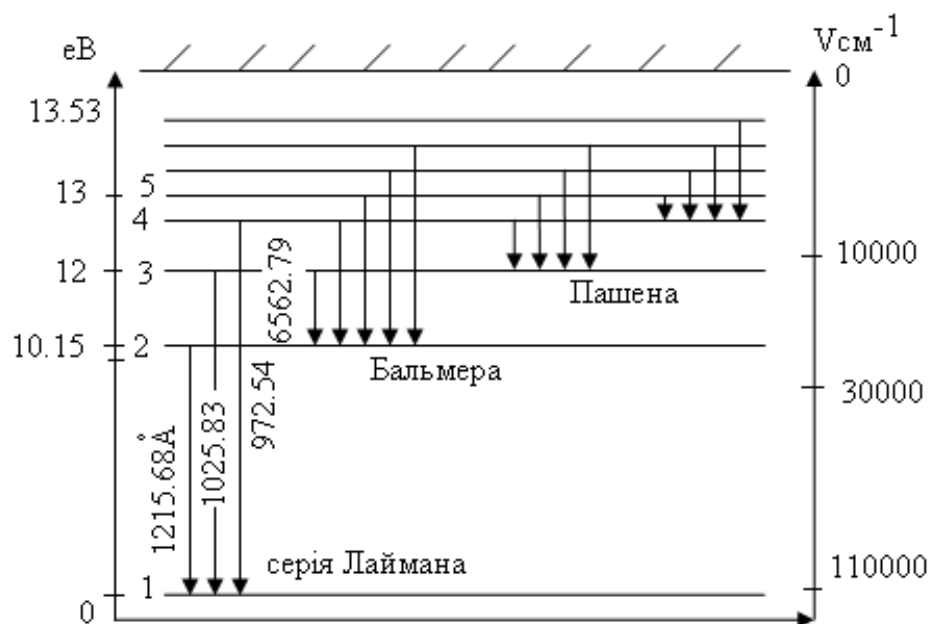


Рис. 1.7

Стрілками на діаграмі показані переходи, відповідні випромінюванню фотонів різних спектральних серій.

По формулі (1.27) $E_n = -\frac{m_0 Z^2 e^4}{2k^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}$ можна обчислити потенціал іонізації атома водню ($z = 1$), коли відбувається відрив електрона від атома. Робота іонізації $e \cdot U_i$ рівна різниці двох енергій E_∞ і E_1 .

Тоді по (1.27) $e \cdot U_i = \frac{m_0 e^4}{2k^2 \hbar^2}$ і

$$U_i = \frac{m_0 e^3}{2k^2 \hbar^2} \quad (1.30)$$

Підставляючи значення m_0 , e , та \hbar і виражаючи U у вольтах одержимо $U_i = 13,53$ В, що узгоджується з експериментом.

По (1.26) $[r_n = \frac{\hbar^2}{4\pi^2 m_0 Z e^2} \cdot n^2]$ можна обчислити і розмір атома водню в основному стані ($n = 1$)

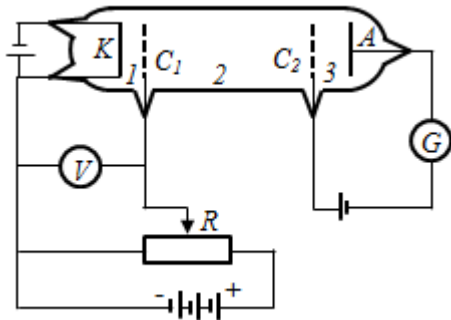
$$d_1 = 2r_1 = \frac{\hbar^2}{2\pi^2 m_0 e^2} \approx 1 \text{ \AA} \quad (10^{-8} \text{ см}), \text{ точніше } r_1 = 0,529 \text{ \AA}, \text{ що також}$$

узгоджується з експериментом і носить назву радіуса Бора.

Розглянемо експерименти, що підтверджують дискретність енергії атомів

§4 Досліди Франка й Герца

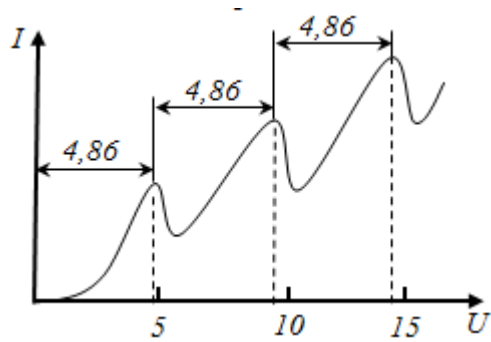
Перший і третій постулати Бору були експериментально підтверджені в дослідах Франка й Герца (німецькі вчені) в 1914 р. (Рис.1.8)



Вакуумна трубка, заповнена парами ртуті (тиск $p \sim 13 \text{ Па}$) містила катод (K), дві сітки (C_1 і C_2) і анод (A). Електрони, що випускаються катодом прискорювалися різницею потенціалів, прикладеною між K і C_1 . Між сіткою C_2 і A прикладений

Рис.1.8 невеликий затримуючий потенціал $0,5 \text{ В}$. Електрони, прискорені в області 1, попадають в область 2 між сітками де зазнають зіткнення з атомами ртуті. Електрони, які мають після зіткнення достатню енергію для подолання затримуючого потенціалу в області 3 (по рисунку1.8), досягають анода. При непружних зіткненнях електронів з атомами ртуті останні можуть збуджуватися. Згідно з теорією Бору, кожний з атомів ртуті може одержати лише цілком певну енергію, переходячи при цьому із основного стану в один зі збуджених станів. Основний стан ртуті $n = 5$, збуджений - $n = 6, 7, 8, \dots$ (Z ртуті -80, розподіл електронів по окремим рівням, згідно принципу Паулі наступний- $n=1-2$, $n=2-8$, $n=3-18$, $n=4-32$, $n=5-20$, $n=6-0, \dots$). Тому, якщо в атомах дійсно існують стаціонарні стани, то електрони, зустрічаючись із атомами ртуті, повинні втрачати енергію дискретно, певними порціями, рівними різниці енергій відповідних стаціонарних станів.

З досліду випливає, що при збільшенні прискорювального потенціалу від 0 до $4,86 \text{ В}$ анодний струм зростає монотонно. Пройшовши при $U = 4,86 \text{ В}$ через максимум, анодний струм різко падає. Потім знову зростає при зміні U на величину $4,86 \text{ В}$ до $2 \cdot 4,86 \text{ В}$. При $U = 2 \cdot 4,86 \text{ В}$ падає і потім знову зростає і т.д.



Пояснення такої закономірності полягає у наступному. Найближчим до основного стану атома ртуті ($n=5$) є збуджений стан ($n=6$), що по своїй енергії відстоїть від основного на $4,86 \text{ eV}$. Поки різниця потенціалів $U_{C1-K} < 4,86 \text{ V}$

Рис.1.9

електрони взаємодіють з атомами ртуті пружно (без обміну енергіями) і під дією поля летять до A . При $U_{C1-K} = 4,86 \text{ V}$ енергія електронів поглинається парами ртуті, а залишкової енергії електронів не вистачає для подолання затримуючого потенціалу $0,5 \text{ eV}$, анодний струм різко зменшується і далі цей процес повторюється циклічно.

Атом ртуті, переходячи в основний стан, випромінює світло з $\lambda = 255 \text{ nm}$ (УФ), що і було виявлено у досліді. Таким чином, дослід Франка й Герца підтвердив I-й і III-й постулати Бора.

1.8. Еліптичні орбіти в атомі водню і їх квантування

При русі електрона по колу змінюється тільки одна координата – азимут φ або пройдений шлях $s = r \cdot \varphi$, тобто є одна ступінь свободи. Такий рух характеризується одним постійним параметром - радіусом $r = \text{const}$, який в класичній механіці може мати будь-яке значення $0 < r < \infty$, відповідно будь-яке значення можуть мати інші параметри, що характеризують рух (енергія E , момент кількості руху т.д.) Встановлена раніше умова механічної стійкості ($\frac{m_0 v^2}{R} = \frac{Ze^2}{kR^2}$) дає тільки певний зв'язок між різними параметрами:

$$\text{const} = v^2 R = \omega^2 R^3 = \frac{Ze^2}{km_0} \quad (1.33)$$

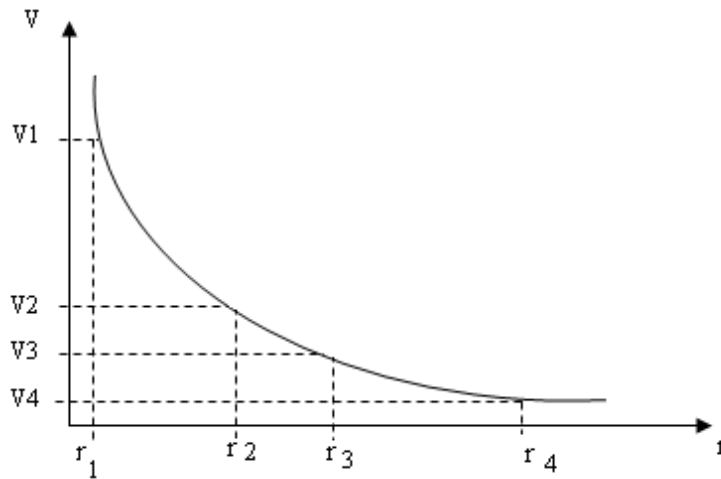


Рис. 1.11

Залежність v та r представлена графіком, тут же на осях v та r відмічені квантові значення v та r , одержувані згідно теорії Бора для атома водню з урахуванням його другого і третього постулату, коли

$$v_n = \frac{Ze^2}{k\hbar} \cdot \frac{1}{n} \quad (1.34)$$

$$r_n = \frac{k\hbar^2}{m_0Ze^2} \cdot n^2 \quad (1.35)$$

Отже квантові умови другого постулату Бору

$$m_0v_n \cdot r_n = n \cdot \frac{h}{2\pi} \quad (1.36)$$

виділяють з неперервної нескінченної множини можливих колових орбіт руху електрона дискретну нескінченну множину.

Проте електрон може рухатися не тільки по колу, але і по еліптичній орбіті, в одному з фокусів якої буде ядро (1-й закон Кеплера). В цьому випадку змінними є два параметри - азимут φ і відстань електрона до ядра – r (тобто дві степені свободи), а траєкторія руху характеризується двома постійними параметрами - малою (b) і великою (a) піввісями еліпса, які згідно класичній механіці можуть приймати будь-які значення: $0 < b < \infty$ та $0 < a < \infty$.

Отже, сукупність можливих рухів - двояко-нескінченна неперервна множина. При цьому класична механіка вимагає виконання двох законів Кеплера

$$\left. \begin{aligned} mr^2(t) \cdot \omega(t) &= const \\ \frac{r^3}{T^2} &= const \end{aligned} \right\} \quad (1.37)$$

Чи можна узагальнити другий постулат Бора і проквантувати еліптичні орбіти електрона в одноелектронних системах, тобто виділити з двояко-нескінченної неперервної множини деяку двояко-нескінченну, але дискретну множину?

Однієї квантової умови недостатньо, дійсно, спробуємо використати лише умову, що

$$mr^2(t) \cdot \omega(t) = const = n \cdot \frac{h}{2\pi} \quad (1.38)$$

Цій умові задовольняє різноманіття орбіт, для яких (1.38) встановлює тільки залежні від n зв'язки між a і b еліпса, тобто $b = f_n(a)$, але величина a може бути довільною.

Тобто в системі з f степенями свободи квантування вимагає f квантових умов. Опишемо таку систему узагальненими координатами g_i і узагальненими імпульсами p_i , де ($i = 1, 2, 3 \dots f$). Якщо позначити $K(g_i, \dot{g}_i)$ - кінетичну енергію, тоді

$$P_i = \frac{\partial K(g_i, \dot{g}_i)}{\partial \dot{g}_i}, \quad \text{тут} \quad \dot{g}_i = \frac{dg_i}{dt} - \text{узагальнена швидкість.}$$

Умова квантування атома по Зоммерфельду вимагає, щоб інтеграли рухів (величини, не змінні з часом) для стаціонарних квантових рухів мали дискретні значення, кратні постійній Планка

$$\oint P_i dg_i = n_i \cdot h \quad (1.39)$$

інтегрування в межах (від 0 до 2π або від min до max). Коло на інтегралі означає, що інтегрування по координаті g_i треба проводити по всьому циклу її зміни.

$$n_i = 0, \pm 1; \pm 2 \dots$$

Вираз (1.39) і виділяє з неперервної нескінченної множини рухів, можливих по класичній механіці, деяку дискретну множину. Наприклад, для колового руху єдиною узагальненою координатою буде азимут φ ; $g_1 = \varphi$, тоді кінетична енергія через узагальнену швидкість $\dot{\varphi}$ приймає значення $K = \frac{1}{2}mr^2\dot{\varphi}^2$, а спряжений з координатою узагальнений імпульс буде

$$P_1 = \frac{\partial K}{\partial \dot{\varphi}} = mr^2\dot{\varphi} = mrv,$$

тобто просто момент кількості руху, який повинен бути квантований, умова Зоммерфельда запишеться у вигляді:

$$\oint P_1 dg_1 = \int_0^{2\pi} mrv d\varphi = n_1 h \quad (1.40)$$

але згідно другому закону Кеплера $mr\nu = const$, тоді (1-40) має вигляд:

$$mr\nu \cdot 2\pi = n_1 \cdot h \quad \text{або} \quad mr_n \nu_n = n_1 \cdot \frac{h}{2\pi}, \quad \text{де } n_1 = 1, 2, 3, \dots$$

Виходить, що другий постулат Бору є окремий випадок застосування умов квантування Зоммерфельда.

При русі електрона по еліптичній орбіті за узагальнені координати треба взяти r і φ . Тоді його повна кінетична енергія має значення $K = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2)$, а спряжені імпульси будуть

визначатись як

$$P_r = \frac{\partial K}{\partial \dot{r}} = m\dot{r} \quad \text{і} \quad P_\varphi = \frac{\partial K}{\partial \dot{\varphi}} = mr^2\dot{\varphi} = mr\nu$$

тоді умови Зоммерфельда запишуться:

$$\oint m\dot{r}dr = n_r h \quad (1.41)$$

$$\oint mr\nu d\varphi = n_\varphi h \quad (1.42)$$

Де n_r та n_φ радіальні та азимутальні квантові числа. Враховуючи, що $mr\nu = const$ маємо:

$$P_\varphi = m(rv)_{n_\varphi} = n_\varphi \frac{h}{2\pi} \quad (1.43)$$

Тобто, як і для руху по колу, але тут $r_n = r_n(t)$ і $\nu_n = \nu_n(t)$. (1.43) визначає момент кількості руху електрона в атомі.

Використовуючи рівняння (1.41) і (1.42) з врахуванням законів Кеплера можна визначити значення великих та малих піввісей еліпса та повну енергію системи E_{n_φ, n_r} , які відповідають певним парам значень n_φ, n_r . Дані величини мають вигляд:

$$a_{n_\varphi, n_r} = \frac{k\hbar^2}{mZe^2} (n_r + n_\varphi)^2 = a_0 (n_r + n_\varphi)^2 \quad (1.44)$$

$$b_{n_\varphi, n_r} = \frac{k\hbar^2}{mZe^2} (n_r + n_\varphi)n_\varphi = a_0 (n_r + n_\varphi)n_\varphi \quad (1.45)$$

$$E_{n_\varphi, n_r} = -\frac{mZ^2 e^4}{2k^2 \hbar^2} \times \frac{1}{(n_r + n_\varphi)^2} = -\frac{eU_i}{(n_r + n_\varphi)^2} \quad (1.46)$$

Тут $a_0 = \frac{k\hbar^2}{mZe^2}$ - радіус першої Боровської колової орбіти і U_i - іонізаційний потенціал даної системи.

Враховуючи, що $a \geq b$, то з (1.44) і (1.45) випливає, що $(n_r + n_\varphi)^2 \geq n_\varphi$ або $n_r \geq 0$, тобто $n_r = 0, 1, 2, 3$, (1.47)

При $b=0$ - еліпс вироджується в пряму, яка проходить через ядро, що неможливо. Отже,

$$n_\varphi = 1, 2, 3, \dots \quad (1.48)$$

В рівняння входить сума $(n_r + n_\varphi) = n$ - головне квантове число, а азимутальне число n_φ позначимо символом k , тоді

$$n = 1, 2, 3 \dots \quad k = 1, 2, 3 \dots n, \text{ але} \\ k \leq n \quad (1.49)$$

З врахуванням позначень n і k для a , b і E маємо:

$$a = a_0 n^2; \quad b = a_0 n k; \quad E = -\frac{eU_i}{n^2} \quad (1.50)$$

Розглянемо можливі орбіти руху електрона для певних значень головного квантового числа n , в залежності від величини азимутального квантового числа квантового числа $n_\varphi = k$, які наведені у таблиці 2.

Таблиця 2.

<i>n</i>	1	2		3			4			
<i>k</i>	1	2	1	3	2	1	4	3	2	1
<i>a</i>	a_0	$4 a_0$	$4 a_0$	9	9	9	16	16	16	16
				a_0	a_0	a_0	a_0	a_0	a_0	a_0
<i>b</i>	a_0	$4 a_0$	$2 a_0$	9	6	3	16	12	8	4
				a_0	a_0	a_0	a_0	a_0	a_0	a_0

Форми траєкторій руху відповідні значенню $n = 3$ і різним значенням $n_\varphi = 1, 2, 3$ наведені на рис.1.12

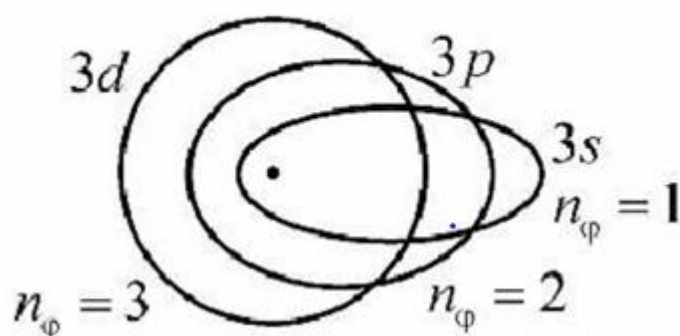


Рис. 1.12

А діаграма енергетичних рівнів для одноелектронної системи буде мати наступний вигляд (Рис.1.13):

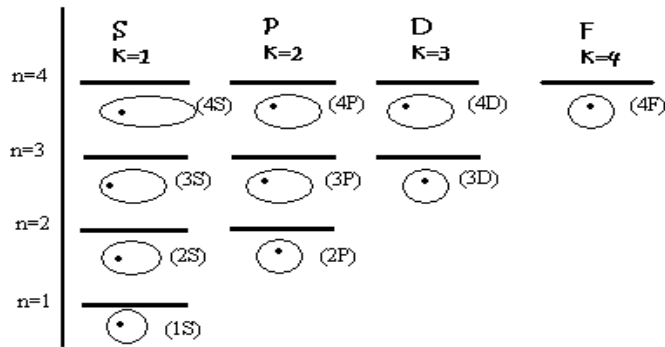


Рис.1.13

Стани з різним $n_\varphi = k$ позначаються: S, P, D, F...

Із діаграми видно, що хоча число квантових типів руху електрона зросло, але число рівнів енергії залишилось, а це зрозуміло з (2.50), адже $E = -\frac{eV_i}{n^2}$ і не залежить від азимутального числа $n_\varphi = k$. Але це означає, що при різних типах руху, енергія системи залишається постійною. Незалежність енергії системи від якого-небудь квантового числа називається «виродженням» енергії по даному квантовому числу.

Слід відмітити, що є рух при якому періоди зміни координат r і φ однакові, тобто еліпс нерухомий в просторі, як показав Зоммерфельд це можливо при виконанні двох умов:

1. Електрон рухається в чисто Кулонівському полі, коли

$$F \approx \frac{1}{r^2}.$$

2. При постійній масі електрона.

Але з врахуванням залежності маси електрона від швидкості розрахунки Зоммерфельда показали, що періоди зміни r і φ не співпадають і еліпс буде змінювати своє положення в просторі, відповідно траєкторія електрона буде мати більш складний вигляд.

Тоді для значення енергії атома в даному стані зі значенням квантових чисел $(n_r + n_\varphi) = n$ і $n_\varphi = k$ буде справедливим більш складне рівняння (по Зоммерфельду):

$$E_{n,k} = -\frac{mZ^2 e^4}{2k^2 \hbar^2} \times \frac{1}{n^2} \left[1 - \frac{Z^2 \alpha^2}{n^2} \left(\frac{n}{k} - \frac{3}{4} \right) \right], \quad (1.51)$$

де $\alpha = \frac{2\pi e^2}{ch} = 7.3 \cdot 10^{-3} = \frac{1}{137}$ - постійна тонкої структури

По (1.51) $E_{n,k}$ залежить від n і k , тобто виродження по азимутальному квантовому числу вже ліквідовано. Але така ліквідація виродження має приводити до ускладнення спектра випромінювання атома водню, так як одному енергетичному рівню з головним квантовим числом n будуть відповідати різні енергії, які визначаються різними значеннями $n_\phi = k$, тобто буде з'являться система підрівнів – **тонка структура спектра**. Розглянемо першу лінію серії Бальмера, яка відповідає переходу з рівня $n=3$ на рівень $n=2$. З врахуванням азимутального квантового числа для $n=3$ ($k=n_\phi=1,2,3$) будемо мати третій трьохквантовий (3S,3P,3D) рівень і перехід на другий двоквантовий рівень (2S,2P): ($k=1,2$)

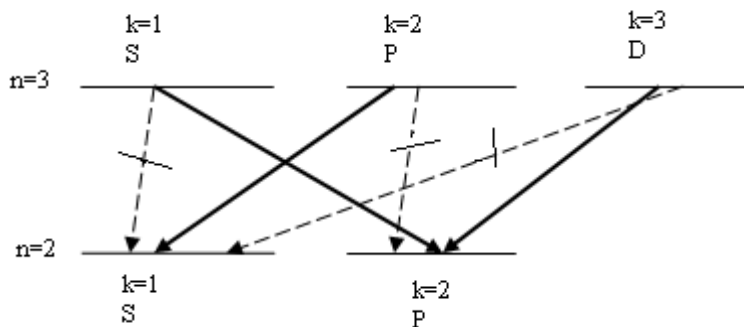


Рис. 1.14

Отже, перша лінія Бальмера повинна складатися з групи шести близько розташованих ліній, але в експерименті завжди спостерігається менше ліній.

Аналіз спектрів показав, що в них є тільки ті лінії, які відповідають переходам між рівнями, для яких виконується умова:

$$\Delta k = \pm 1 \quad (1.52),$$

Всі решта переходів мало ймовірні.

Тоді для першої лінії Бальмера залишаться тільки три лінії, які відповідають переходам:

- 1). $\Delta k = \pm 1$ $3S \rightarrow 2P$
- 2). $\Delta k = \pm 1$ $3P \rightarrow 2S$
- 3). $\Delta k = \pm 1$ $3D \rightarrow 2P$

Правило переходів між рівнями яке визначається виразом (1.52) і називається правилом добору.

1.9. Просторове квантування

Рух електрона в просторі і його положення характеризується трьома координатами, і є рухом з трьома степенями вільності. В сферичній системі координат (r, θ, ψ) відповідно до умов Зоммерфельда ми отримаємо три рівняння, які описуватимуть рух з трьома степенями вільності:

$$\oint P_r dr = n_r h \quad \oint P_\theta d\theta = n_\theta h \quad \oint P_\psi d\psi = n_\psi h \quad (1.54)$$

Тут n_r - радіальне квантове число

n_θ - екваторіальне квантове число

n_ψ - широтне квантове число

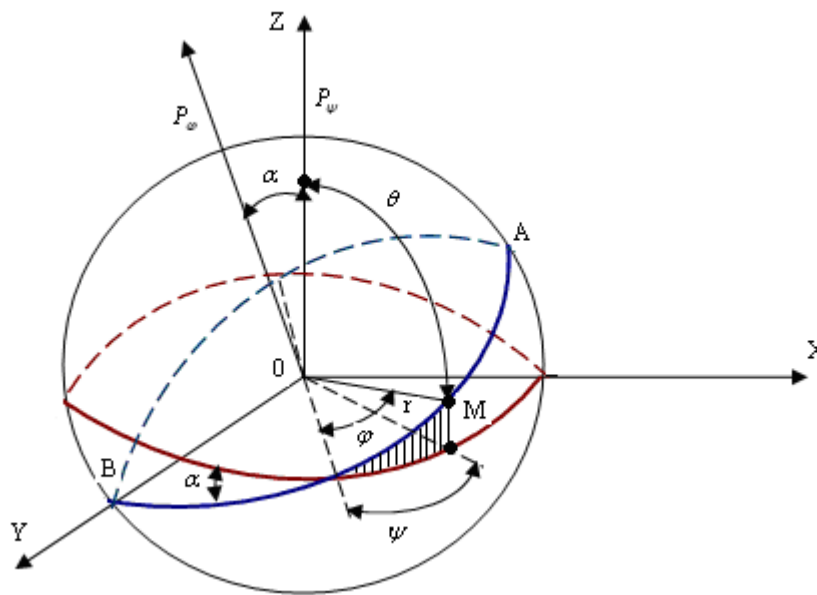


Рис. 1.15

Тут θ кут між віссю Z і електроном (в точці M), який рухається по еліптичній орбіті AB , яка складає кут α з площиною (XOY) .

Якщо на систему не діють зовнішні сили, то орбіта руху електрона буде нерухомою і плоскою. Визначимо величини інтегралів руху, які входять в рівняння (2.54). Вираз для кінетичної енергії має вигляд (для сферичної системи координат):

$$K = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 + r^2 \sin^2 \theta \dot{\psi}^2) \quad (1.55)$$

А повна енергія буде як сума кінетичної і потенціальної:

$$E = K + U = K - \frac{Ze^2}{2} \quad (1.56)$$

Тоді для величин імпульсів маємо:

$$\begin{aligned}
P_r &= \frac{\partial K}{\partial \dot{r}} = m\dot{r} \\
P_\theta &= \frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}} = mr^2\dot{\theta} \\
P_\psi &= \frac{\partial K}{\partial \dot{\psi}} = mr^2 \sin^2 \theta \cdot \dot{\psi}
\end{aligned}
\tag{1.57}$$

Враховуючи, що без дії зовнішніх сил, повна енергія системи визначається головним квантовим числом, то отримаємо:

$$n = n_r + n_\theta + n_\psi = n_r + n_\phi \tag{1.58}$$

відповідно $n_\theta + n_\psi = n_\phi$

В вираз повної енергії системи координата ψ не входить, отже:

$$\frac{dP_\psi}{dt} = 0 \text{ або } P_\psi = \text{const}$$

Тоді на основі третьої умови квантування в (1.54) маємо:

$$mr^2 \sin^2 \theta \cdot \dot{\psi} = P_\psi = n_\psi \frac{h}{2\pi} \tag{1.59}$$

Величина P_ψ являє собою проекцію повного моменту кількості руху електрона P_ϕ на вісь Z. Позначимо $n_\psi = |m|$, тоді

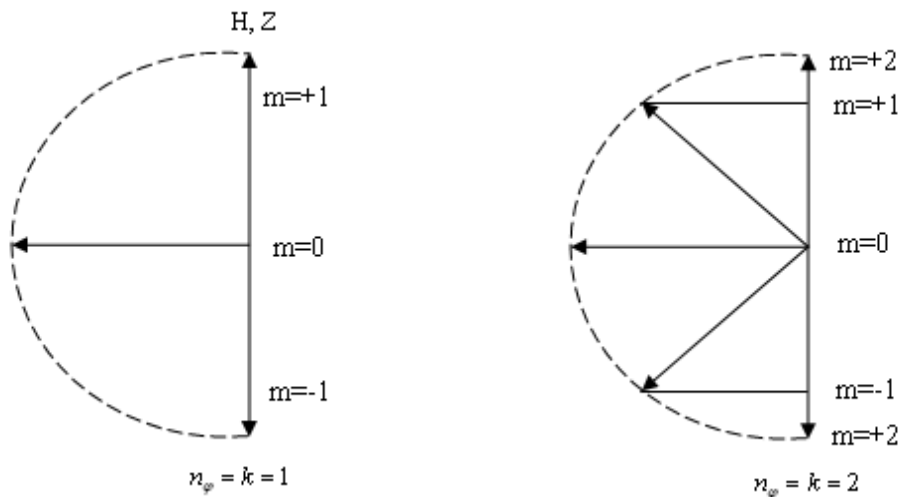
$$P_\psi = P_\phi \cos \alpha; \quad \cos \alpha = \frac{n_\psi}{n_\phi} = \frac{m}{n_\phi}$$

m - магнітне квантове число, так як воно визначає проекцію магнітного і механічного моментів на напрямок зовнішнього магнітного поля. Отримаємо ще більш значне виродження системи- і по m і по $n_\phi = k$ (азимутальному).

Накладання магнітного поля знімає виродження по m . Орбіти руху електрона з різним значенням m будуть мати в такому випадку різні енергії. Визначимо орієнтації механічного моменту в магнітному полі: Враховуючи, що $-1 \leq (\cos \alpha) \leq +1$ та $n_\theta + n_\psi = n_\phi$, то значення квантового числа m може бути в межах:

$$-n_\phi \leq m \leq n_\phi \tag{1.60}$$

тобто m приймає $(2n_\phi + 1)$ [$m=0; \pm 1; \pm 2 \dots \pm n_\phi$] значення.



$$P_\psi = P_z = m\hbar = m \frac{h}{2\pi}$$

$$m = 0; \pm 1; \pm 2 \dots \pm n_\phi$$

Рис.1.16

1.10. Магнетон Бора

Електрон, що рухається по орбіті, еквівалентний контуру зі струмом. Сила цього струму i рівна заряду електрона e , помноженому на число його обертів у 1 секунду $\nu = \frac{1}{T}$

$$i = \frac{e}{T} \quad (1.61)$$

А площа, охоплена струмом i , рівна площі еліпса S .

Для моменту кількості руху P_ϕ , який може бути визначений добутком маси електрона на подвоєну секторну швидкість $2 \frac{dS}{dt}$, повинна виконуватись умова:

$$P_\phi = mrv = 2m \frac{dS}{dt} = K \frac{h}{2\pi} \quad (1.62)$$

Звідси $\frac{dS}{dt} = K \frac{h}{4\pi m}$, K – азимут кв. число.

Але за другим законом Кеплера секторіальна швидкість $\frac{dS}{dt} = \text{const}$
 $= \frac{S}{T}$,

Тоді:

$$S = T \frac{dS}{dt} = TK \frac{h}{4\pi m} \quad (1.63)$$

Магнітний момент контуру зі струмом дорівнює: $\mu = i \cdot S$

Підставляючи отримані значення i та S маємо:

$$\mu = \frac{ehK}{4\pi m} \quad (1.64), (1.65)$$

$$\mu_0 = \frac{eh}{4\pi m} = 9.27 \cdot 10^{-24} [\text{Джс} / \text{Тл}]$$

Це магнетон Бора – елементарний магнітний момент.

Магнітні моменти атомів, обумовлені орбітальним рухом електрона, повинні бути кратні елементарному магнітному моменту.

Для перевірки висновків теорії просторового квантування і експериментального визначення величини магнетона Бора був проведений дослід Штерна і Герлаха (1922р.).

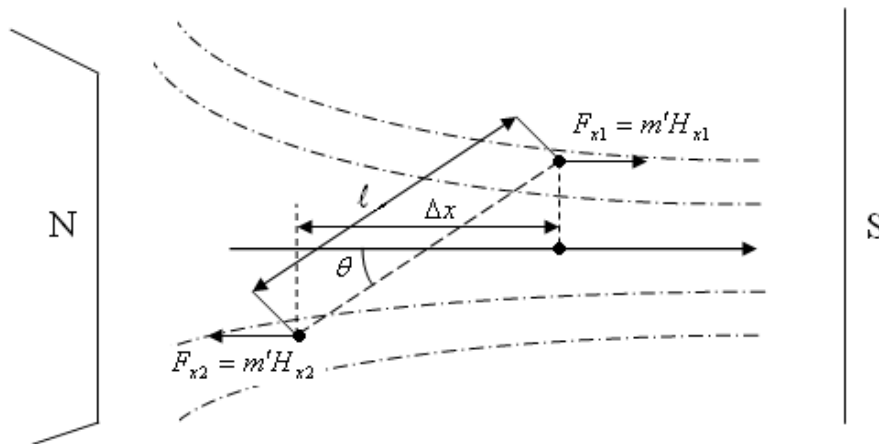


Рис. 1.17

Ідея досліду. Якщо в **неоднорідному** магнітному полі напрямленому по осі x , розміщений магнітний диполь довжиною l , вісь якого утворює кут θ з напрямком поля, то сила (виштовхувальна), яка діє на диполь буде рівна:

$$F_x = m'(H_{x1} - H_{x2}) = m' \frac{dH_x}{dx} \cdot \Delta x \quad (1.66)$$

Де m' - величина «магнітної маси», яка зосереджена на кожному з полюсів диполя, але $\Delta x = l \cdot \cos \theta$, і тоді заміняючи $m' l$ через магнітний момент диполя μ маємо:

$$F_x = \mu \frac{dH_x}{dx} \cos \theta \quad (1.67)$$

Цей вираз буде справедливий і тоді, коли магнітний момент створюється не тільки «магнітними масами», а і струмом, який протікає по контуру, чи рухом електрона по орбіті атома.

Отже, якщо пропускати через таке неоднорідне поле атоми речовини, то вони повинні відхилитися від напрямку свого початкового руху, і це відхилення буде проходити по різним закономірностям з точки зору класичних і квантових уявлень.

Схема пристрою наступна (Рис.1.18) у вакуумному балоні з півки n випаровувалися атоми срібла. Певна кількість атомів проходить через діафрагми $D1$ і $D2$ без зіткнень по прямій лінії і далі попадає у магнітне поле. Якщо поля немає, то вони конденсуються вузькою смужкою на пластинці M (випадок a згідно Рис.1.19.). При наявності поля (неоднорідного) відбувалося відхилення атомного пучка.

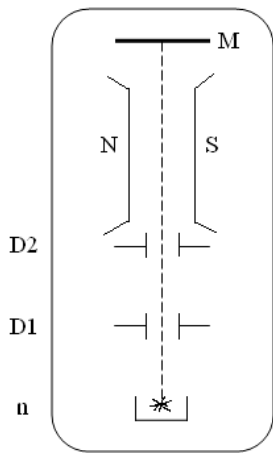


Рис.1.18

Згідно класичним уявленням відхилення будуть любі по (1.67), де $[-1 < \cos \theta < 1]$, тобто на пластинці повинна бути розмита широка смужка (суцільна і неперервна (випадок б-Рис.1.19).

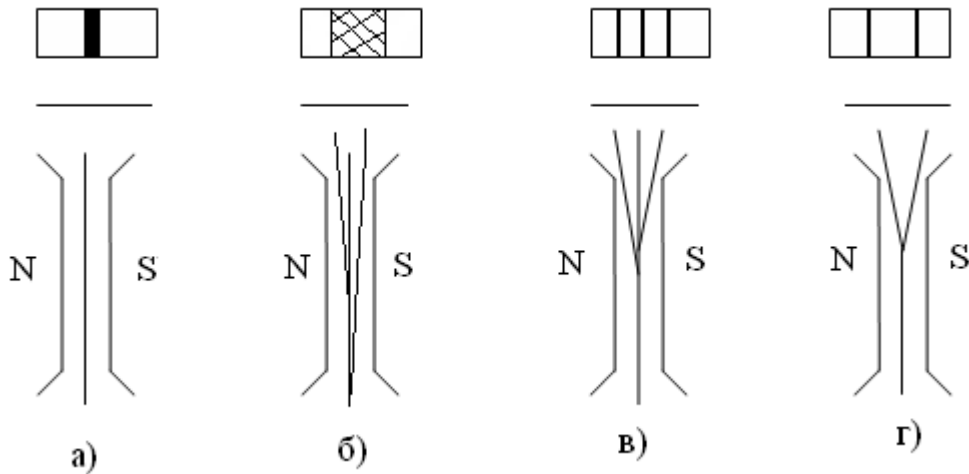


Рис.1.19

По квантовій теорії площини орбіт атомів срібла, основним станом яких є S – стан, якому відповідає $K=1$, можуть орієнтуватися по відношенню до напрямку магнітного поля тільки трьома способами ($m=-1;0;+1$) і відповідно пучок повинен розпадатися на три окремих (випадок в-Рис.1.19). Експеримент дав тільки дві (випадок г-Рис.1.19) смужки, середньої смужки не було. Але наявність цих двох смужок чітко підтвердила

правильність висновків теорії просторового квантування. Вимірюючи величину Δl відхилення, знаючи $\frac{dH_x}{dx}$ і геометрію пристрою, v та m атомів можна вирахувати μ_0 .

1.11. Принцип відповідності. Переваги і недоліки теорії Бора.

Головна відмінність квантової теорії від класичної лежить в припущенні дискретності станів різних фізичних систем. Істотно, що при тих умовах, коли вказана дискретність станів сглажена, там виникає співпадання висновків обох теорій.

Наприклад, спектральні закономірності атомів при великих значеннях головного квантового числа n однаково можна описати як квантовою так і класичною теорією.

Класичні уявлення виникли при описі різноманітних закономірностей в макросистемах, де дискретність практично не проявляється. Наприклад, різниця моментів кількості руху в суміжних квантових станах рівна $\Delta P_\varphi = \frac{h}{2\pi}$, а сам момент кількості руху макроскопічного тіла $P_\varphi = \frac{h}{2\pi} K$. Оцінимо P_φ для невеликої краплі води діаметром 0,1 мм. момент інерції $J = \frac{mR^2}{5} = 2.5 \cdot 10^{-12} \text{ г} \cdot \text{см}^2$.

При обертання 1 об/сек. (кутова швидкість $\omega = 2\pi \frac{1}{\text{сек}}$), то вона має момент кількості руху $P_\varphi = J \cdot \omega = 1.5 \cdot 10^{-11} \frac{\text{г} \cdot \text{см}^2}{\text{сек}}$

Тобто азимутальне квантове число $K = \frac{2\pi}{h} P_\varphi \approx 1.5 \cdot 10^{16}$.

Отже, величина P_φ макроскопічного тіла може змінюватися практично неперервно.

В мікросистемах різниця значень величини в сусідніх квантових станах майже рівні самим величинам, тому дискретність їх, незважаючи на свою малість в макросистемах, являється дуже суттєвою в мікросистемах.

Таким чином, квантова теорія Бора не відкидає закономірності старої класичної теорії, але уточнює їх, враховуючи дискретність станів.

Положення про включення старої теорії в нову, про перехід неklasичної теорії в граничному випадку в класичну, становить зміст принципу відповідності теорій, які замінюють одна одну.

Переваги теорії Бора:

1. Показала непридатність класичних законів для пояснення фізичних процесів мікросвіту, де головну роль відіграють квантові закони.
2. Стимулювала розвиток експериментальних робіт в області фізики атома.
3. Створила основи нової спеціальності в фізиці – атомної спектроскопії.

Недоліки теорії Бора:

1. Теорії Бора властива певна неоднозначність. Вона є непослідовно класичною, і не послідовно квантовою теорією.
2. Навіть для найпростіших атомів теорія давала розподіл частот, але не інтенсивностей.
3. Повна невдача при спробі скласти теорію наступного за атомом водню – атома гелію.
4. Неможливість пояснення хвильових властивостей часток.

В даний час теорія Бора має евристичне значення і є перехідним етапом для створення послідовної теорії атомних явищ.

1.12. Атомний за лишок, поляризуємість багатоелектронних атомів

Розрахунок енергетичних рівней атома з великою кількістю електронів представляє собою дуже складну задачу, яка вирішується наближено методами квантової механіки. З точки зору квантової теорії побудова спектра гелія вже являється задачею без розв'язку, так як і для класичної механіки. Однак є група елементів, спектроскопічні властивості яких пояснюються напівкількісно в рамках теорії Бора-Зоммерфельда. Це відноситься до елементів Li ($Z=3$); Na ($Z=11$); K ($Z=19$); Rb ($Z=37$); Cs ($Z=55$). Чим характерні ці атоми, – вони складаються з ядер з зарядом $+Ze$, групи із $(Z-1)$ електронів, які рухаються відносно близько до ядра і одного електрона, який рухається поза цієї групи. (Рис.1.20).

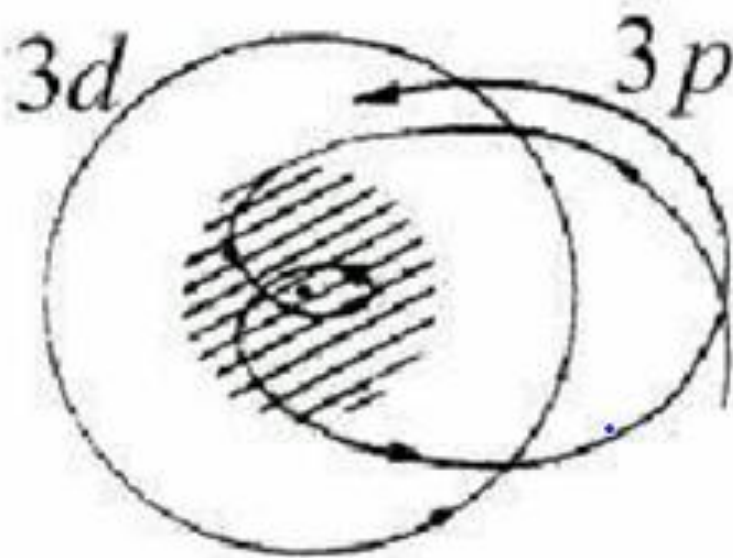


Рис.1.20 Дві Борівські орбіти в полі атомного залишку Na

Вказана група утворює компактну систему з загальним зарядом $+e$ – “атомний залишок” (Рис.1.20) – аналогічно протону у водню. “Зовнішній” електрон рухається в полі атомного залишку подібно до атому водню. При великих значеннях n , поле залишка майже Кулонівське і для далеких орбіт значення енергій атомів лужних металів можуть бути визначені по аналогу атома водню:

$$E = -\frac{me^4}{2k^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (1.68)$$

тобто рівні будуть воднеподібними і виродженими по азимутальному квантовому числу. Для орбіт близьких до атомного залишку, поле буде відрізнятися від Кулонівського. Причини: 1-зовнішній електрон, знаходячись на відстані r від атомного залишку своїм кулонівським полем $\frac{e}{kr^2}$ викликає поляризацію атомного залишку і створює у нього електричний дипольний момент

$$\bar{I} = \alpha \cdot \frac{e}{kr^2},$$

де α – поляризуємість. Напрямок \vec{l} буде завжди співпадати з миттєвим значенням радіус вектора електрон-атомного залишка, тобто переважного напрямку не буде.

Потенціальна енергія електрона $U(r)$ буде складатися з потенціальної енергії $\left(-\frac{e^2}{kr}\right)$ в Кулонівському полі залишка і потенціальної енергії $-\frac{\vec{l}e}{r^2} = -\frac{\alpha e^2}{kr^4}$ в полі дипольного моменту атомного залишка

$$U(r) = -\frac{e^2}{kr} - \frac{\alpha e^2}{kr^4}. \quad (1.69)$$

Це означає, що силове поле в якому рухається електрон, вже не чисто Кулонівське.

2-друга причина полягає в проникненні окремих ділянок траєкторії руху зовнішнього електрона в середину атомного залишку (Рис.1.20).

Таким чином ці причини приводять до пониження енергетичних рівнів спектрів лужних металів відносно рівнів водня, тоді вираз для енергії можна записати

$$E = \frac{me^4}{2k^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{(n-\Delta)^2} = -\frac{chR}{(n-\Delta)^2}, \quad (1.70)$$

де R – постійна Рідберга; c – Швидкість світла; n – головне квантове число

Для кожного значення k , буде своя поправка Δ (s, p, d, f...), яка зменшується з збільшенням k і яку з загальному випадку позначають Δ . Наприклад для атома Na при $k=4 \rightarrow \Delta=0$; $k=3 \rightarrow \Delta=0,01$; $k=2 \rightarrow \Delta=0,86$; $k=1 \rightarrow \Delta=1,35$.

Тоді згідно комбінаційного принципу в спектрах атомів лужних металів будуть спостерігатися лінії різних серій з хвильовими числами

$$\tilde{\nu}_{1,2} = \frac{E_2 - E_1}{ch} = R \left[\frac{1}{(n_1 - \Delta_1)^2} - \frac{1}{(n_2 - \Delta_2)^2} \right], \quad (1.71)$$

Причому в (3.4) можливі тільки комбінації переходів при $\Delta k = \pm 1$.

Тоді в спектрі можна виділити чотири серії, з врахуванням, що для лужних металів (Na, K) основний стан для зовнішнього електрона $3S$.

1. Головна (від латинського “principale” – головна) серія з хвильовими числами, які відповідають переходам: $\tilde{\nu}_r \rightarrow mP \div 3S, (m = 3, 4...)$.

2. Різка (“sharp” – різка) серія: $\tilde{\nu}_P \rightarrow mD \div 3P, (m = 4,5...)$.
3. Дифузна (“diffuse” – розмита) серія: $\tilde{\nu}_D \rightarrow mD \div 3P, (m = 3,4...)$.
4. Основна (“fundamental” – основна або фундаментальна):
 $\tilde{\nu}_F \rightarrow mF \div 3D, (m = 4,5...)$. (Рис. 1.21).

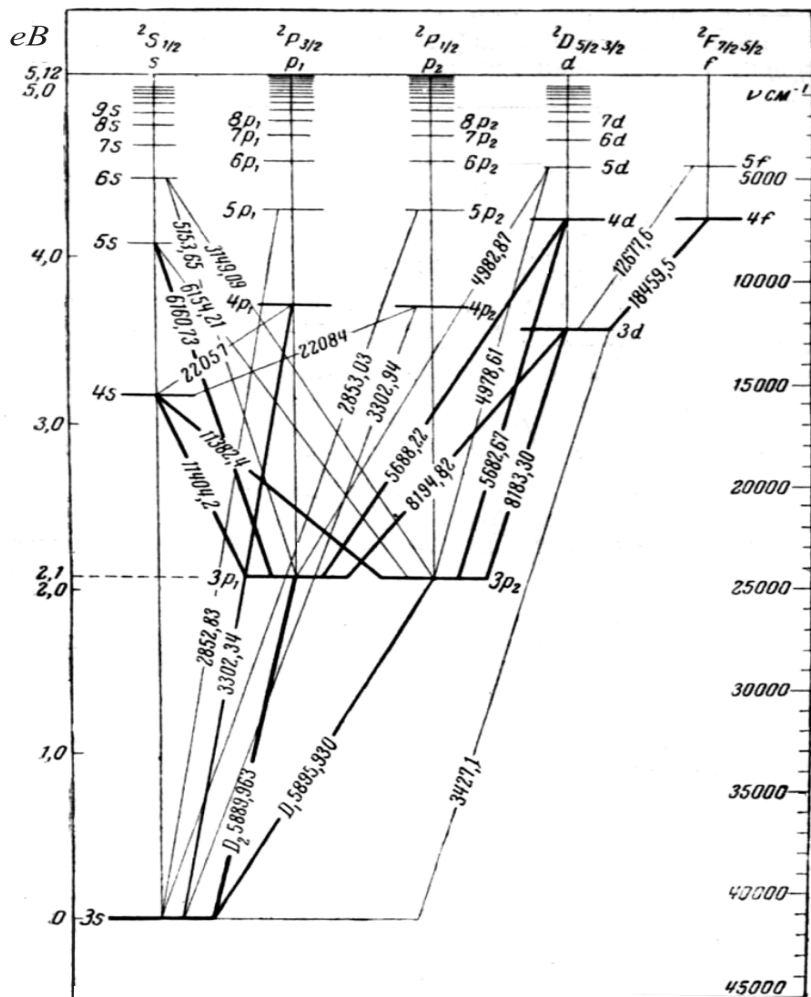


Рис.1-21

Детальне експериментальне дослідження спектрів атомів лужних металів показує наявність дублетної структури у ліній головної і різкої серій і триплетної – у дифузної і основної. Таку структуру спектрів можна пояснити, якщо припустити наявність двох близьких енергетичних рівнів у кожного з P, D, F-рівней, а S-рівні залишити одиночними. Це означає, що введена поправка Δ в (3.4) для кожного випадка p, d, f ... повинна приймати два близьких значення, що потребує в'яснення можливої причини такого припущення.

Спін електрона

Так як кожна поправка $p, d, f \dots$ має два близьких значення, то відповідно, енергія в цих станах буде відповідати виразам:

$$E_1 = -\frac{chR}{(n-\Delta_1)^2} \quad \text{і} \quad E_2 = -\frac{chR}{(n-\Delta_2)^2} . \quad (1.72)$$

Але у E_1 і E_2 , головне квантове число n і азимутальні квантові числа $n_\phi=k$ однакові, це означає, що різниця в енергії (теоретично) може бути викликана тільки різницею в якомусь третьому квантовому числі. Що це за число?

Пояснення було дано Гаудсмітом і Уленбеком (амер. вчені) у 1925 р., які висунули гіпотезу про обертання електрона навколо власної вісі. Тоді він повинен мати власний механічний момент, кількість руху P_s , але так як це заряджена частинка, то і деякий магнітний момент μ_s – “спін” (обертання).

За квантовою теорією

$$P_s = \frac{h}{2\pi} |S|, \quad \text{а} \quad \mu_s \sim \mu_B \rightarrow \mu_s = m_s \cdot \mu_B. \quad (1.73)$$

Магнітне поле орбітального руху електрона H_{orb} створює переважний напрямок, по відношенню до якого вектор момента кількості руху спіна електрона може розташовуватися під $(2|S|+1)$ дискретними кутами.

Маємо аналог магнітного диполя в неоднорідному магнітному полі (електрон з власним магнітним моментом в магнітному полі орбітального руху). Тоді електрон повинен мати магнітну енергію $\mu_s H \cos \Theta$. Різні значення цієї енергії викликає розщеплення ліній на $(2|S|+1)$ рівнів. Експериментально визначено що розщеплення дорівнює 2, тоді величині спінового квантового числа треба приписати значення $1/2$, тобто прийняти, що

$$P_s = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2\pi} , \quad (1.74)$$

і припустити можливість лише двоякої орієнтації спіна електрона відносно нормалі до площини орбіти: паралельно і антипаралельно.

Але S -рівні не розщеплюються, тому Уленбек і Гаудсміт припустили, що механічний і магнітний моменти орбітального руху електрона пропорційні не азимутальному числу k , а числу l на одиницю менше k – $l=0,1,2,\dots,(k-1)$ – орбітальне квантове число. Тоді у S -рівня $k=1$, відповідно $l=0$, тоді p_l і μ_l будуть мати

нульові значення, додаткова магнітна енергія спін-орбітальної взаємодії відсутня, зрозуміло, що розщеплення цього рівня не відбувається.

Як наслідок, гіпотеза Гаудсмита і Улембека, що пояснює наявність дублетів і триплетів в спектрах лужних металів складається із трьох частин:

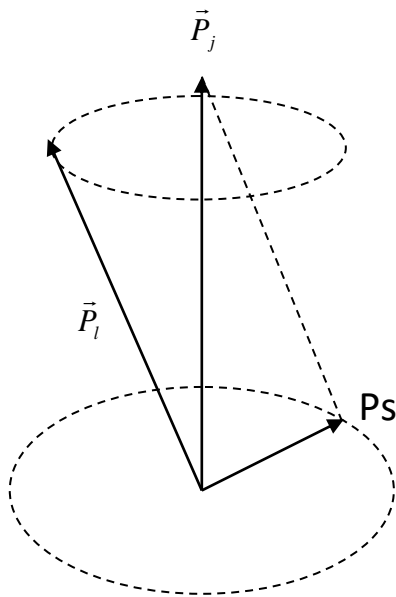
1. Припущення про наявність у електрона власних механічного і магнітного моментів p_s, μ_s (спін електрона).
2. Припущення, що величина механічного моменту $P_s = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2\pi}$, тобто дорівнює половині елементарного моменту руху.
3. Припущення про заміну азимутального квантового числа k , як міри механічного і магнітного моментів орбітального руху електрона, на орбітальне квантове число $l = k - 1$.

Тоді магнітне квантове число m , що характеризує проекцію орбітального механічного моменту на переважний напрямок дії зовнішньої сили може приймати значення від l до $-l$, тобто всього $(2l + 1)$ значень.

Таким чином, враховуючи спін електрона, стан атомів лужних металів необхідно характеризувати 3-ма квантовими числами: $n, l, s(\pm 1/2)$ (при відсутності зовнішньої дії).

1.14. Векторна модель атома

Наявність спіна електрона і введення орбітального квантового числа приводять до ускладнення моделі атома. Спеціфічний рух електрона (по орбіті і власне обертання) можна описати двома моментами кількості руху: орбітальним $|\vec{P}_l| = \sqrt{l(l+1)} \cdot \frac{h}{2\pi}$ і власним механічним рухом електрона $|\vec{P}_s| = \sqrt{s(s+1)} \cdot \frac{h}{2\pi}$. Але кожен із цих рухів має і відповідний їм магнітний момент, тоді взаємодія цих магнітних моментів приводить до визначеної орієнтації механічних моментів $|\vec{P}_l|$ і $|\vec{P}_s|$ у просторі та утворенню загального механічного моменту \vec{P}_j і прецесії навколо даного моменту. При цьому, число можливих проекцій моментів P_l і P_s по відношенню до загального моменту P_j визначається через відповідні магнітні квантові числа (орбітальне m_l і спінове m_s):



$$P_{lj} = m_e \cdot \frac{h}{2\pi} \quad \text{і} \quad P_{sj} = m_s \frac{h}{2\pi} .$$

Тоді загальний момент (повний момент є вектор) буде (Рис.1.22)

$$|\vec{P}_j| = |\vec{P}_l| + |\vec{P}_s| ,$$

Рис.1.22

і для квантових чисел у вигляді векторів маємо

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s} \quad (1.75)$$

де j —внутрішнє квантове число, що характеризує повний механічний момент електрона в атомі (атом одноелектронний). Правило відбору для даного квантового числа

$$\Delta j = 0, \pm 1 \quad (1.76)$$

Тепер в символічних позначеннях квантових станів атомів недостатньо вказати тільки на n — головне квантове число і орбітальне квантове число — l , внутрішнє квантове число вказують зправа внизу і значення його згідно (1.75) $j = l \pm \frac{1}{2}$.

Таблиця 3.

Рівень	l (орбіт. кв. число)	Позначення
S	0	$nS_{1/2}$
P	1	$nP_{3/2}$ і $nP_{1/2}$
D	2	$nD_{5/2}$ і $nD_{3/2}$

З врахуванням правила відбору $\Delta j = 0, \pm 1$, у Na для дифузної серії $mD \rightarrow 3P$ ($m=3,4,\dots$) замість кватретів маємо триплети (для фундаментальної серії також).

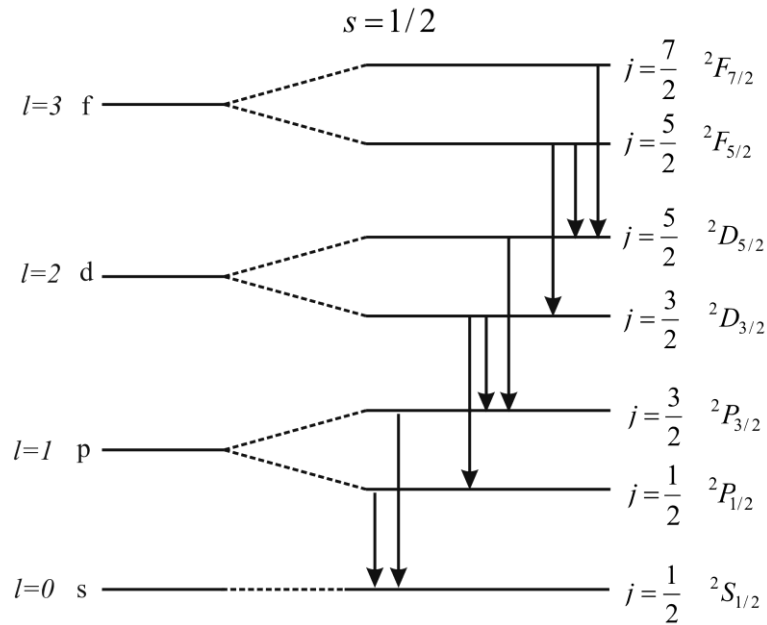


Рис. 1.23 Дублетне розщеплення термів атомів лужних металів

Гіпотеза Гаудсмита і Уленбека повністю пояснює дослід Штерна і Герлаха: атоми срібла ($Z=47$, основний стан 5) знаходяться в S-стані ($l=0$), це означає, що орбітальний механічний момент кількості руху P_l і магнітний момент μ_l дорівнюють нулю, але повний магнітний момент атома $P_j \neq 0$, а дорівнює спіновому магнітному моменту, який може орієнтуватися паралельно або антипаралельно до зовнішнього поля, відповідно пучок розщеплюється на дві, а не на три окремі складові. Крім того, в досліді було показано, що відхилення пучка відповідає значенню магнітного моменту рівному одному магнетону Бора μ_B , тобто спіновий магнітний момент електрона

дорівнює магнетону Бора $\mu_B(z) = \pm \mu_B, (\mu_B = \frac{eh}{4\pi m})$,

а спіновий механічний момент кількості руху $P_s = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2\pi}$. Тоді

$\frac{\mu_B}{P_s} = \frac{e}{m}$ (гіромагнітне відношення).

Для відношення орбітальних моментів $\frac{\mu_l}{P_l} = \frac{e}{2m}$, тобто

$$\frac{\mu_s}{P_s} = 2 \frac{\mu_l}{P_l}, \quad (1.77)$$

де $\mu_l = l\mu_0$ і $P_l = l \cdot \frac{h}{2\pi}$. З (1.77) випливає, що гіромагнітне відношення власного моменту в 2 рази більше ніж для орбітального.

1.15 Ефект Зеемана.(нормальний)

Якщо розмістити джерело лінійчатого спектра випромінювання в сильне магнітне поле, то крім ліній з частотою ν_{oi} в спектрі спостерігаються дублети з частотами $(\nu_{oi} + \Delta\nu)$ і $(\nu_{oi} - \Delta\nu)$ при спостереженні паралельно напрямку вектора індукції магнітного поля і триплети ліній з частотами $(\nu_{oi} + \Delta\nu)$, ν_{oi} , $(\nu_{oi} - \Delta\nu)$ при спостереженні перпендикулярно до поля. Вказане розщеплення спектральних ліній джерела випромінювання було відкрито в 1896р. голландським вченим Зееманом (1865–1943) і носить назву нормального ефекту Зеемана.

Розглянемо коротко теорію ефекту Зеемана в рамках електронної і квантової теорій.

1. *Електронна теорія* нормального ефекта Зеемана була запропонована Лоренцом (1853–1928), голландським фізиком, у 1896р. Дана теорія основана на розкладанні орбітального руху електрона, який представлений гармонічним коливанням з амплітудою E_0 , на два лінійних гармонічних коливання по двом взаємоперпендикулярним напрямкам з частотою ν_0 і амплітудою E_l , E_t , з яких $E_l \parallel \vec{B}$, а $E_t \perp \vec{B}$. В свою чергу компоненту E_t можна розглядати як додавання двох рівномірних, синфазних і протележно напрямлених колових рухів з однаковим радіусом $r = \frac{E_t}{2}$ і частотою ν_0 в площині \perp до напрямку ліній індукції магнітного поля \vec{B} . В магнітному полі на електрон, що рухається діє додатково сила Лоренца

$$F_{\perp} = e[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (1.78)$$

яка має ненульове значення для компоненти руху електрона \perp магнітному полю, тобто для E_t і відповідно для двох колових рухів. Наявність F_{\perp} при $r = \frac{E_t}{2} = \text{const}$ буде приводити до зміни швидкості колових обертань електрона. Це в свою чергу викличе зміну величин, що входять в умову механічної стійкості електрона в атомі. При $\vec{B} = 0$ дана умова має вигляд

$$ma = m \frac{v^2}{r} = m_e \omega_0 r = k \frac{Ze^2}{r^2}, \quad (1.79)$$

де $k = 4\pi\epsilon_0$, $V = \omega r$, $\omega_0 = 2\pi\nu$, ω_0 – колова частота електрона за відсутності магнітного поля.

При накладанні магнітного поля зміниться доцентрова сила для колових рухів внаслідок додавання сили Лоренца. Тоді умова механічної стійкості атома для правого і лівого кола буде:

$$m_e = \omega_{\pm}^2 \cdot r = m_e \omega_0^2 r \pm eV_{\pm} \cdot B. \quad (1.80)$$

З врахуванням, що $V_{\pm} = \omega_{\pm} \cdot r$, рівняння (1.80) можна переписати в наступному вигляді:

$$\omega_{\pm}^2 \mp \frac{B \cdot e}{m_e} \omega_{\pm} - \omega_0^2 = 0. \quad (1.81)$$

Рішення рівняння (1.81) має вигляд

$$\omega_{\pm} = \pm \frac{B \cdot e}{2m_e} + \sqrt{\left(\frac{B \cdot e}{2m_e}\right)^2 + \omega_0^2}. \quad (1.82)$$

Величина $e/2m_e = 8,8 \cdot 10^{11}$ Кл/кг, тоді і при дуже сильних полях $B \sim 1$ Тл

$$B \cdot e/2m_e = 10^{12} c^{-1},$$

а для видимої області спектра $\omega_0 = 10^{15} c^{-1}$, тобто під радикалом величиною $B \cdot e/2m_e$ можна знехтувати, тоді для рішення (1.82) маємо:

$$\omega_{\pm} = \omega_0 \pm \frac{B \cdot e}{2m_e} \rightarrow \nu_{\pm} = \nu_0 \pm \frac{B \cdot e}{4\pi m_e}. \quad (1.83)$$

Як наслідок, зміна частоти обертального руху електрона в площині YOZ буде дорівнювати

$$(\nu_{\pm} - \nu_0) = \Delta\nu = \pm \frac{e \cdot B}{4\pi m_e}, \quad (1.84)$$

але в шкалі довжин хвиль розщеплення може бути записано

$$\Delta\lambda = \pm \frac{1}{4\pi} \left(\frac{e}{m_e}\right) \lambda^2 B \left[\Delta\lambda = \pm \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^3} \left(\frac{e}{m_e}\right) \lambda^2 H \right]. \quad (1.85)$$

Таким чином, в магнітному полі при спостереженні в напрямку \perp до напрямку вектора індукції в спектрах випромінювання (поглинання) кожна лінія представляє собою триплет, який складається з 1-ої незміщеної спектральної лінії ν_0 (π -компонента; коливання E_l вздовж магнітного поля – випромінювання \perp полю з поляризацією вздовж поля; 2-ої зміщеної спектральної лінії $((\nu_0 + \Delta\nu)$ – σ - компонента) з поляризацією \perp до поля; 3-я зміщена спектральна лінія $((\nu_0 - \Delta\nu)$ – σ - компонента) з поляризацією \perp до поля. При спостереженні вздовж вектора індукції магнітного

поля кожна лінія представляє собою дублет з частотами $(\nu_0 \pm \Delta\nu)$ і коловою поляризацією (правою і лівою).

Це означає, що електронна теорія Лоренца не тільки кількісно описує ефект Зеемана, але і чітко вказує на стан поляризації всіх отриманих в експерименті розщеплених ліній.

б) Квантова теорія

Згідно квантової теорії, повна енергія електрона в атомі (без врахування спіна), який знаходиться в магнітному полі \vec{B} визначається співвідношенням

$$E(n, l, m) = E_0(n, l) - \mu_0 B m, \quad (1.86)$$

де $E(n, l)$ повна енергія електрона в атомі при $B = 0$; $\mu_0 = \frac{eh}{4\pi m_e}$ — магнетон Бора; n, l, m — головне, орбітальне і магнітне квантові числа відповідно.

$$\Delta E = E(n, l, m) - E_0(n, l) = -\mu_0 \cdot B \cdot m, \quad (1.87)$$

При переході електрона з стану з квантовими числами n_1, l_1, m_1 в стан n_2, l_2, m_2 випромінюється (поглинається) монохроматична хвиля з частотою:

$$\nu = \frac{E(n_1, l_1, m_1) - E(n_2, l_2, m_2)}{h} = \frac{E(n_1, l_1) - E(n_2, l_2)}{h} + \frac{\mu_0 B \Delta m}{h}. \quad (1.88)$$

З врахуванням правила відбору для магнітного квантового числа $\Delta m = 0, \pm 1$ маємо для спектральної лінії джерела, розташованого в магнітному полі розщеплення на три лінії: 1-а незміщена з частотою ν_0 при $\Delta m = 0$; 2-а зміщена з $(\nu + \Delta\nu)$, відповідно $\Delta m = +1$; 3-я зміщена з $(\nu - \Delta\nu)$, коли $\Delta m = -1$, де

$$\Delta\nu = \frac{\mu_0 B}{h} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e}{m_e} \cdot B \left[\mu_0 = \frac{eh}{4\pi m_e} \right]$$

Це все без врахування спіна електрона, тобто простий нормальний ефект Зеемана.

1.16. Поняття про аномальний ефект Зееман

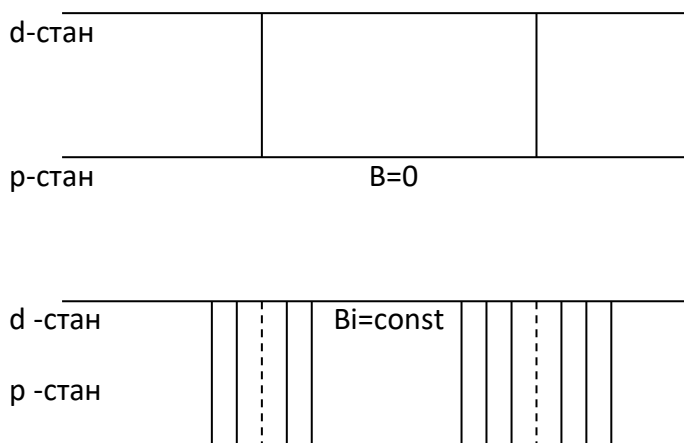


Рис. 1.24

наступна картина: одна лінія розщеплюється на квартет, а друга на секстет (Рис.1.24). Для аномального ефекту Зеемана встановлено ряд закономірностей, наприклад, зміна частоти хоч і не дорівнює $\Delta\nu_{\text{лор}}$, але зв'язана з ним простим співвідношенням:

$$\Delta\nu = \pm \frac{a}{b} \Delta\nu_{\text{лор}},$$

де a , b – невеликі цілі числа а a/b – коефіцієнти Рунге. Для однієї лінії головної серії дублета лужних металів $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ і $\frac{4}{3}$, а для другої лінії: $\frac{1}{3}$; 1 і $\frac{5}{3}$.

Характер розщеплення і коефіцієнт Рунге визначаються значенням l і j початкових і кінцевих станів, перехід між якими відповідає випромінюванню фотонів даної лінії, але коефіцієнт Рунге не залежить від n .

При збільшенні B магнітного поля аномальний ефект Зеемана переходить в нормальний (так званий ефект Пашена і Бака). Це відбувається при таких B , коли величина нормального розщеплення $\Delta\nu_{\text{нор}}$ стає більше різниці частот $\delta\nu$ ліній мультиплету, тоді замість десяти ліній аномального ефекта отримується 3 лінії з $\Delta\nu = 0$ і $\Delta\nu = \pm\Delta\nu_{\text{нор}}$. В рамках класичної електронної теорії Лоренца даний аномальний ефект Зеемана не пояснюється.

Нормальний ефект спостерігається тільки для одиночних “синглетних” ліній. Для мультиплетів розщеплення носить більш складний характер.

Наприклад, для лінії дублетів головної серії лужних металів у випадку не дуже сильних магнітних полів спостерігається

1.17. Принцип Паулі і наслідки його застосування.

Одною з найважливіших задач, яка стояла перед квантовою теорією атома, було пояснення того факту, що при монотонному зростанні порядкового номера елемента Z хімічні і оптичні властивості елементів періодично повторюються. Крім того, енергія основного стану атомів різних речовин виявилася суттєво різною. Пояснення вказаних фактів ґрунтується на загальному принципі, запропанованому В. Паулі (1900 – 1958) в 1925 р., згідно якого в будь-якій фізичній системі не може бути двох електронів з однаковими квантовими числами або в будь-якій фізичній системі не може бути більше одного електрона з заданими квантовими числами. Стан кожного електрона в атомі характеризується чотирма квантовими числами:

1. Головне квантове число – n із значеннями 1, 2, 3...%
2. Орбітальне квантове число – l (всього значень n) із значеннями 0, 1, 2, 3...(n-1).
3. Магнітне квантове число – m (всього значень $(2l+1)$) із значеннями 0, ± 1 , ± 2 ... $\pm l$ ($-l \leq m \leq +l$).
4. Спінове квантове число – s із значенням $\pm 1/2$.

Наслідком принципу Паулі є кінцева кількість електронів в станах, які визначаються однаковими головними квантовими числами, що утворюють так звані електронні шари з позначеннями (табл.4):

Таблиця 4.

n	1	2	3	4	5	6	7	...
познач. стану	К	L	M	N	O	P	Q	...

Визначемо максимально можливе число електронів в кожному шарі, з врахуванням принципу Паулі (табл.5):

Таблиця 5.

шар	n	l	m	s	кільк. ел.	стан	кільк. ел. в стані	кільк. ел. в шарі
К	1	0	0	$\pm 1/2$	2	s	2	2

L	2	0	0	$\pm 1/2$	2	<i>s</i>	2	8
		1	+1	$\pm 1/2$	2	<i>p</i>	6	
			0	$\pm 1/2$	2	<i>p</i>		
			-1	$\pm 1/2$	2	<i>p</i>		
M	3	0	0	$\pm 1/2$	2	<i>s</i>	2	18
		1	+1	$\pm 1/2$	2	<i>p</i>	6	
			0	$\pm 1/2$	2	<i>p</i>		
	-1		$\pm 1/2$	2	<i>p</i>			
	2	+2	$\pm 1/2$	2	<i>d</i>	10		
		+1	$\pm 1/2$	2	<i>d</i>			
		0	$\pm 1/2$	2	<i>d</i>			
		-1	$\pm 1/2$	2	<i>d</i>			
		-2	$\pm 1/2$	2	<i>d</i>			

В загальному випадку, для даного значення головного квантового числа n максимальна кількість різних станів буде

$$N=2n^2 \quad (1.89)$$

Об'єднуючи принцип Паулі з загальним принципом стремління системи до стану з найменшою енергією, можна пояснити порядок заповнення електронами можливих станів в атомі, і відповідно пояснити хімічні властивості атомів. Розглянемо схему заповнення періодичної системи елементів Менделєєва.

До елемента з $Z=18$ (Ar – аргон) заповнення станів йде послідовно, але у К (калій) $Z=19$ виявляється, що енергія електрона у 4s-стані менше ніж в 3d-стані, і у Са (кальція) маємо, $E_{4s} < E_{3d}$, забудова електронного шару М ($n=3$) починається з 21-ого елемента Sc (скандій) і закінчується Кг (кріптоном) з $Z=36$. У Rb (рубідія) $Z=37$, при незаповнених 4d і 4f станах починає заповнюватися електронний шар О ($n=5$) – 5S-стан, забудова 4d-стану завершується у ксенона $Z=54$, але 4f-стани залишаються вільними, вони заповнюються тільки у родона $Z=86$, у якого вільним є 5f-стан при заповнених 6s і 6p-станах. Навіть для урана з $Z=92$ при заповнених повністю 6S, 6P і 7S-станах залишаються ще не заповненими стани 5f і 6d. Зпівставлення заповнення електронами станів в різних атомах з їх хімічними і оптичними

властивостями, показує, що для атомів з однаковою будовою зовнішньої електронної оболонки подібні і їх хімічні і оптичні властивості. Наприклад, група Li, Na, Fr (францій) (атомний залишок +1 зовнішній електрон). Періодичність проявляється і в електричних властивостях.

1.18. Спектри рентгенівських променів.

Рентгеновські промені (РП)- (X-промені) виникають під дією швидких електронів, при бомбардуванні металеві пластини. Енергія електронів $\sim 10^5 \text{eV}$. За своєю природою РП аналогічні світлу, що має малу довжину хвилі ($\lambda \sim 1 \text{Å}$). Розрізняють два типи рентгенівського випромінювання :

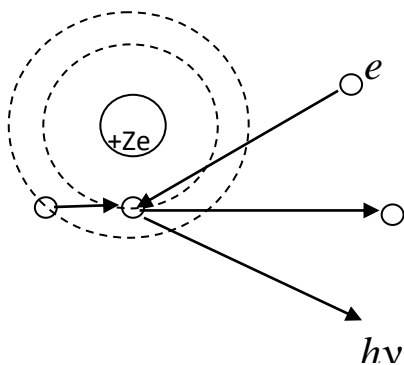
1. **Гальмівне**, що виникає при енергіях електронів менших характерної величини для речовини пластини яка опромінюється, в результаті гальмування в даній пластині (анткатоді). При цьому енергія фотонів, що випромінюються при гальмуванні електрона визначається його швидкістю ($mv = eU$) і значенням частки його енергії яка витрачається на нагрівання анткатода. Тобто $h\nu = jeU$, де j може приймати значення від 0 до 1. У випадку, коли $j=1$ спектр гальмівного випромінювання має різку спадаючу короткохвильову межу, довжина хвилі якої визначається співвідношенням

$$\lambda_{\min} \cdot V = \frac{ch}{e} = \text{const} \rightarrow \lambda = \frac{12,435}{V(\text{кВ})} \text{Å}$$

з врахуванням, що $h\nu = eV$.

2. **Характеристичне**. Якщо енергія електрона рівна або більше певної, характерної для матеріалу анткатода величини, то виникає рентгеновське випромінювання, що

називається *характеристичним*. Тобто воно характеризує речовину анткатода, спектр являється лінійчатим.



Особливостями характеристичного спектра є його відносна простота будови і те, що кожний елемент дає

Рис. 1.25

визначений, притаманний тільки йому спектр, незалежно від того, чи збуджується він у вільному стані, чи входить в склад якого-небудь хімічного з'єднання (у

оптичних спектрів адитивності нема, тобто спектр молекули H_2O не складається з спектрів атому O і молекули H_2). Механізм випромінювання характеристичного рентгенівського спектра за квантовою теорією полягає в наступному (Коссель, 1916 р.). Первинний електрон великої енергії може передати енергію одному з електронів внутрішньої оболонки атома і вибити його. Тоді можливий перехід одного з електронів більш далеких електронних оболонок на звільнене місце на нижчому енергетичному рівні з випромінюванням фотона, енергія якого $h\nu = (E_n - E_m)$, що представляє собою одну з ліній характеристичного спектра (Рис.1.25).

Тобто перетворення енергії первинного електрона в характеристичне випромінювання відбувається в два етапи:

1. іонізація однієї з внутрішніх оболонок – перетворення кінетичної енергії в енергію збудження атома; 2. перерозподіл електронів у збудженому атомі з випромінюванням фотона – перетворення енергії збудження в енергію фотона. При видаленні електрона з K -ого шару можливі переходи з більш високих шарів (маємо K -серію): K_α при переході з 2-ого шару, K_β при переході з 3-ого, K_γ – з 4-ого, K_δ – з 5-ого. Енергія фотона для K_α -лінії (перехід з L на K)

$$h\nu_{K_\alpha} = hcR(Z-1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right), \quad (1.90)$$

для хвильового числа:

$$\tilde{\nu}_{K_\alpha} = \frac{3}{4} R(Z-1)^2. \quad (1.91)$$

В загальному випадку

$$h\nu_{nm} = chR(Z - \sigma_n)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Мозлі (англійський фізик, 1887 – 1915р.р.) в 1913 – 1914 р. встановив простий закон, який з'ясує частоту спектральної лінії з Z елемента, згідно якого корінь квадратний з частоти ν характеристичного рентгенівського випромінювання елемента і його атомний номер Z зв'язані лінійною залежністю

$$\sqrt{\frac{\nu}{R \cdot c}} = \frac{Z - \sigma_n}{n},$$

де R – постійна Рідберга, σ_n - постійна екранування, n – головне квантове число. На діаграмі Мозлі залежність $\sqrt{\nu}$ від Z представляє собою ряд прямих (K , L , M -серій. Рис.1.26). В кожній

серії при переході від Z до $(Z+1)$ значення $\sqrt{\nu}$ збільшується на одну і ту саму величину, тобто закон Мозлі чітко показав, що атомний номер елемента Z визначається зарядом ядра, а не атомною масою.

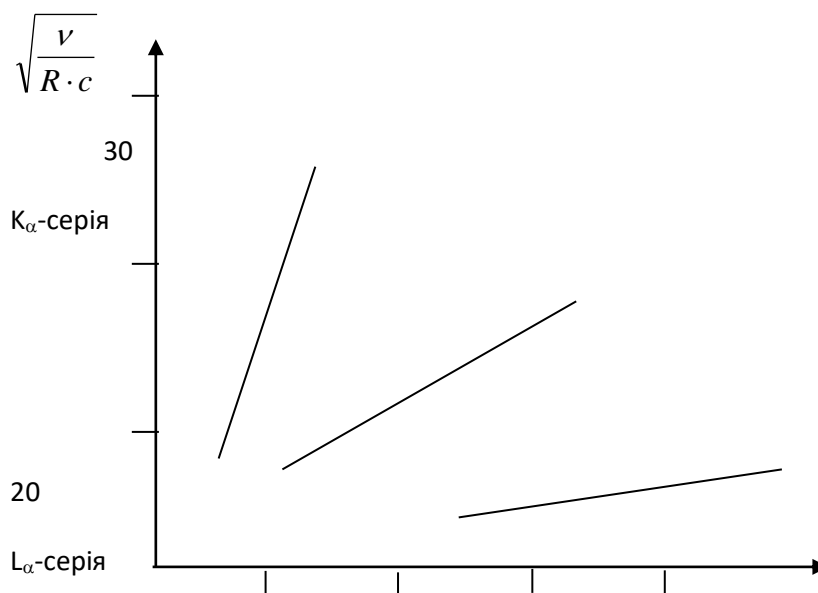
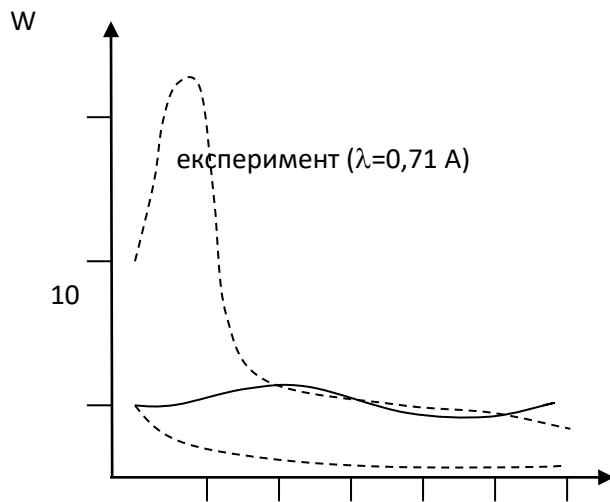


Рис.1.26

1.19. Розсіяння рентгенівських променів.

Процес розсіяння рентгеновських променів відноситься до тих явищ, яке чітко вказує на подвійну природу випромінювання. Деякі властивості цього процесса легко пояснюються хвильовою теорією, а окремі особливості розсіяння – тільки з квантових позицій. Основним висновком хвильової теорії рентгенівського випромінювання є наявність часткової або повної поляризації розсіянного рентгенівського випромінювання при неполяризованому падаючому випромінюванні.

Однак, експерименти по оцінці інтенсивності розсіянного рентгенівського випромінювання показали значне відхилення від висновків хвильової теорії, особливо в області коротких довжин хвиль. Це видно з Рис.1.27, суцільна лінія відповідає теоретичній кривій, а штрихова – експерименту для двох різко відмінних довжин хвиль – 0,71А і 0,017А. Для $\lambda=0,71\text{А}$ маємо добре



співпадання при кутах розсіяння $\alpha > 30^\circ$, відмінність в області $\alpha < 30^\circ$ викликана тим, що в теоретичному висновку не враховані інтерференційні ефекти хвиль, розсіяних сусідніми електронами. Для $\lambda=0,017\text{А}$ відмічено різке відхилення по всій області кутів розсіяння α . Це вказує на Рис.1.27

незадовільність хвильової теорії для пояснення розсіяння рентгенівського випромінювання, особливо при розгляданні частоти розсіяних промінів.

1.20. Ефект Комптона (амер. 1892 – 1962)

Згідно класичної хвильової теорії при розсіянні випромінювання його частота не змінюється, тобто розсіяні промені мають ту саму частоту що і подаючі промені. Але Комптон у 1922 р. при вивченні розсіяння рентгенівських променів малої довжини хвилі у парафіні (вуглеводень, $\text{C}_{19}\text{H}_{40}$ – $\text{C}_{35}\text{H}_{72}$) показав (Рис.1.28), що:

1. в розсіянному випромінюванні присутні як початкова довжина хвилі падаючого випромінювання, так і довжина хвилі, що зміщена в бік більших довжин хвиль;
2. величина зміщення залежить від кута розсіяння – вона зростає з збільшенням даного кута;
3. при збільшенні кута розсіяння інтенсивність незміщеної лінії падає, а інтенсивність зміщеної лінії зростає;

4. величина зміщення не залежить від речовини, на якій відбувається розсіяння;
5. при зростанні атомної ваги розсіюючої речовини інтенсивність незміщеної компоненти зростає.

Ілюстрація особливостей п.2 і 3:

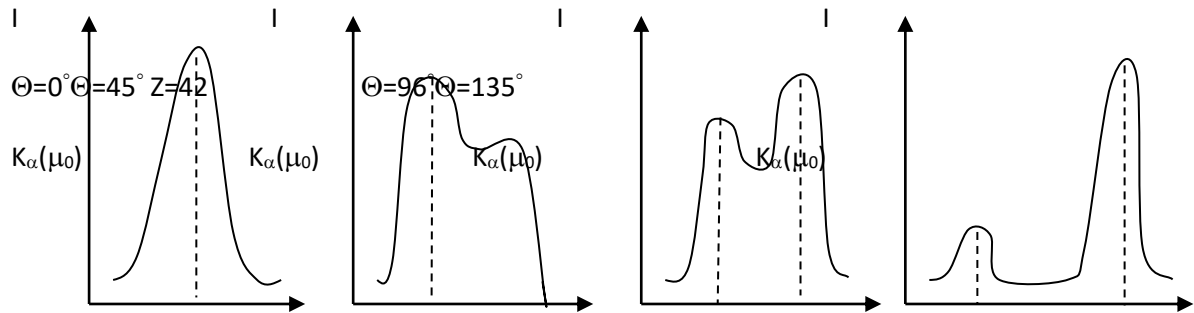


Рис.1.28

Дане явище, що називається ефектом Комптона, пояснюється тільки з квантових позицій, якщо врахувати, що випромінювання має чисто корпускулярну природу.

Розглянемо механізм розсіяння: фотон падає на атом, співударяється з електроном, вибиває його і сам розсіюється. Тобто, на відміну від звичайного фотоефекта, коли електрон сприймає весь квант енергії фотона $h\nu_\phi$ падаючого світла, в ефекті Комптона електрон сприймає лиш частину енергії, залишок випромінюється у вигляді розсіянного світла з збільшеною довжиною хвилі.

Для пояснення ефекта необхідно припустити, що фотон як окрема частинка має не тільки енергію $h\nu_0$ але і імпульс $P = \frac{h\nu_0}{c}$. Тоді в процесі взаємодії з електроном повинні виконуватися закон збереження енергії і закон збереження імпульсу (Рис.1.29).

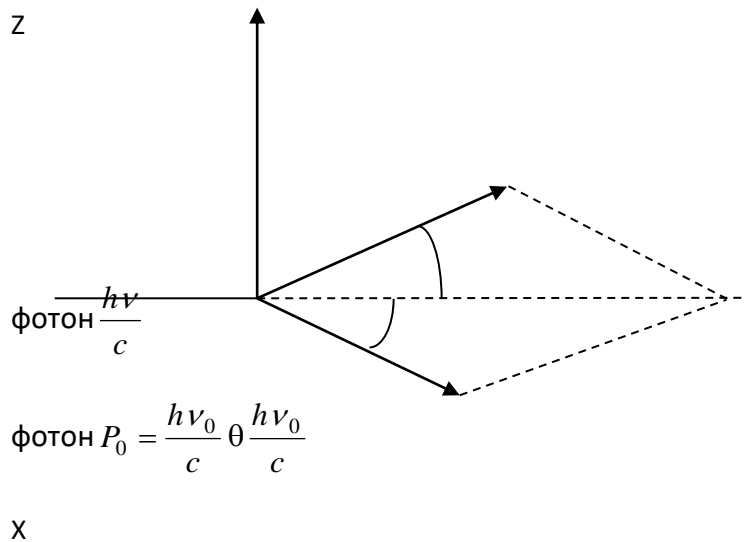


Рис.1.29

Згідно рисунка:

1. $h\nu_0 = \frac{mV^2}{2} + h\nu$ (закон збереження енергії) (1.92)

2. в напрямку X для P $\frac{h\nu_0}{c} = mV \cos \gamma + \frac{h\nu}{c} \cos \theta$; (1.93) (закон збере-

ження

3. в напрямку Z для P $0 = -mV \sin \gamma + \frac{h\nu}{c} \sin \theta$ (1.94) імпульсу)

Виключаючи γ з 1.93 і 1.94 і враховуючи 1.92 виключається V з рівнянь, тоді для зміщеної частоти розсіяного світла маємо:

$$\nu = \nu_0 \cdot \left[1 - \frac{h\nu_0}{mc^2} (1 - \cos \theta) \right]. \quad (1.95)$$

Переходимо до $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 \approx c \cdot \frac{\nu_0 - \nu}{\nu_0^2}$, нехтуючи різницею між

m і m_0 для електрона маємо:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos \theta) = 2 \frac{h}{m_0c} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (1.96)$$

а для кута розсіяння 90° $\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c} = 0,024 \text{ \AA}$, що добре узгоджується з

експериментом. Величина $\frac{h}{m_0c}$ є комбінацією трьох

універсальних констант і називається комптонівською довжиною хвилі Λ для електрона, тоді остаточна формула для зміни довжини хвилі електрона при розсіянні має вигляд:

$$\Delta\lambda = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}, \text{ де } \Lambda = 0,024 \text{ ?}. \quad (1.97)$$

Зміщена компонента в розсіянному випромінюванні зумовлена співударями з вільними електронами (слабо зв'язані у легких атомах). Незміщена компонента утворюється при розсіянні на зв'язаних електронах, коли фотон обмінюється енергією та імпульсом з атомом в цілому. Так як маса атома велика, комптонівське зміщення для нього нехтовно мале. Тому в розсіянному світлі є тільки незміщена компонента ν .

У легких атомів всі електрони слабо зв'язані, у важких – тільки зовнішні електрони мають такий зв'язок, що приводить до залежності інтенсивності незміщеної компоненти від атомної ваги елемента на якому відбувається розсіяння.

1.21. Ефект Мессбауера (нім. фізик; 1929 р.н.; в 1958 р. дослідив)

З врахуванням наявності у фотона крім енергії ще і імпульса $h\nu/c$ в процесі випромінювання і поглинання фотонів атомом необхідно враховувати не тільки закон збереження енергії, але і закон збереження імпульсу. Тобто в процесі випромінювання фотона атомом, останній повинен отримати “віддачу” і здобути певний імпульс. Тоді, якщо в системі координат самого атома вільний фотон має енергію $h\nu = E_2 - E_1$, то в лабораторній системі координат його енергія буде дещо менша, так як частина від $h\nu_0$ піде на надання атому деякого імпульсу.

Імпульс фотона, що випромінюється $h\nu_0/c$ дорівнює імпульсу віддачі атома (ядра), який набуває кінетичну енергію.

$$Mv = \frac{h\nu_0}{c} \rightarrow E_k = \frac{(h\nu_0)^2}{2c^2M},$$

де M – маса ядра. Ця енергія віднімається від $h\nu_0$, як наслідок:

$$\begin{aligned} h\nu_{\text{вип.}} &= h\nu_0 - E_k \\ h\nu_{\text{пог.}} &= h\nu_0 + E_k \end{aligned} \quad (1.98)$$

Тобто частоти ліній випромінювання і поглинання зміщені одна відносно другої на величину $\Delta\nu$, що задовільняє умові:

$$h\Delta\nu = 2 \cdot E_k \quad (1.99)$$

Оцінемо величину E_k для двох випадків:

1. для середини оптичного спектра ($\lambda=5000\text{Å}$), при масовому числі атома $M=100$

$$h\nu_0 = h \frac{c}{\lambda_0} \approx 2,5 \text{ eV},$$

$$Mc^2 \approx 10^{11} \text{ eV},$$

тоді

$$E_k = \frac{(h\nu_0)^2}{2Mc^2} \approx 3,1 \cdot 10^{-11} \text{ eV},$$

тобто зміна енергії $h\Delta\nu = 2E_k = 6 \cdot 10^{-11} \text{ eV}$ мала і лінії випромінювання практично співпадають з лініями поглинання;

2. для фотона γ -променів з $\lambda=0,025 \text{ \AA}$

$$h\nu_0 = 5 \cdot 10^5 \text{ eV},$$

$$Mc^2 \approx 10^{11} \text{ eV},$$

тоді

$$E_k = \frac{(h\nu_0)^2}{2Mc^2} = \frac{(5 \cdot 10^5)^2}{2 \cdot 10^{11}} = 1,25 \text{ eV}$$

і

$$h\Delta\nu = 2,5 \text{ eV},$$

тобто лінії випромінювання і поглинання розділені суттєво (Рис.1.30).

Тільки мала частина незбуджених ядер може зазнавати резонансне захоплення випромінювання $h\nu_0 = 129 \text{ кеВ}$. Мессбауер у 1958 році виявив, якщо ізоотоп, що випромінює і поглинає γ -випромінювання буде охолоджений до низьких температур (рідкий водень, гелій) то лінії випромінювання і поглинання будуть співпадати. Це відкриття було названо ефектом Мессбауера (в 1961р. присуджена Нобелівська премія).

Пояснення ефекта Мессбауера: при низьких температурах імпульс передається не окремому атому (ядру), а всій кристалічній решітці (атом зв'язаний), при цьому загальна маса різко зростає ($M \rightarrow \infty$), відповідно $E_k=0$ і частоти ліній

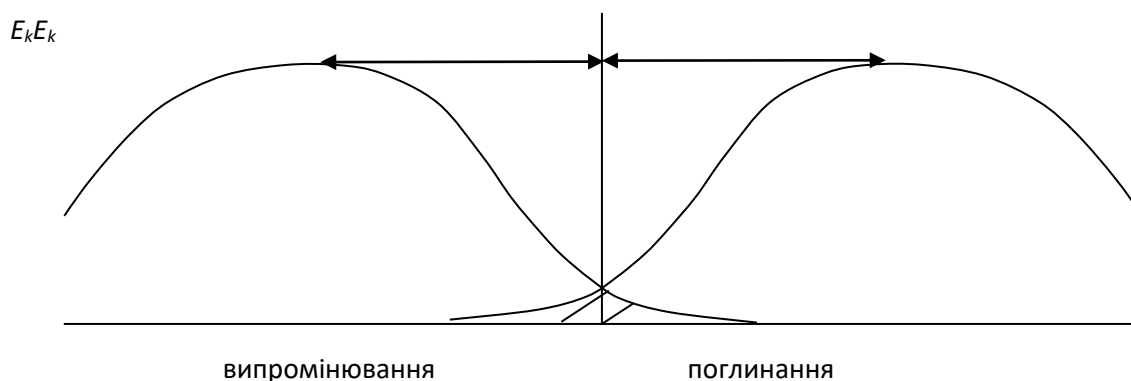


Рис.1.30

співпадають. Як наслідок маємо резонансне поглинання.

РОЗДІЛ 2. ЧАСТКИ І ХВИЛІ, ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ ТЕОРІЇ.

2.1 Теплове випромінювання та його особливості.

Закон Кірхгофа.

Випромінювання тіла, зумовлене збудженням його атомів і молекул, що здійснюється в процесі їх теплового руху, називають *тепловим випромінюванням*. Якщо в процесі теплового випромінювання енергія, що її випромінює тіло, точно компенсується тією кількістю енергії, яку тіло поглинає, то такий процес *випромінювання називають рівноважним*. Дія відбувається при сталій температурі, тому його інакше називають *температурним випромінюванням*.

Інтенсивність температурного випромінювання та його спектральний склад залежать від температури, хімічного складу і фізичного стану об'єкту (особливо його поверхні). Вказані залежності можна проілюструвати на таких прикладах. Спостерігатимемо за ниткою розжарення електричної лампочки, яка починає світитися за температури близько 800 К і має темно-червоний колір. З підвищенням температури світіння нитки стає дедалі „яскравішим”, збагачується коротшими світловими хвилями і за температури порядку 2000 К випромінює майже біле світло. Таке розширення спектра випромінювання від червоної до фіолетової частини із підвищенням температури добре спостерігати за допомогою спектроскопа. Окрім білого світла, водночас випромінюється невидиме інфрачервоне та ультрафіолетове.

Істотно *різниться випромінювання непрозорих і прозорих тіл*. Так, сталевий стрижень, нагрітий до температури 1000 К, дає в затемненій *кімнаті* досить яскраве вишнево-червоне світло, а прозорий стрижень із плавленого кварцу за такої самої температури не світиться зовсім. Сталеві пластинки – одна з шорсткою і темною, а друга з дзеркальною поверхнею – за однакових температур світяться по різному. Перша має більшу інтенсивність випромінювання.

Характеристики температурного випромінювання тіл тісно пов'язані з їхніми властивостями щодо поглинання світла та його

відбивання. Всі ці властивості ТІЛ, з кількісного боку, визначаються зазначеними нижче величинами.

1. *Повна випромінювальна здатність тіла $E(T)$* , що чисельно дорівнює енергії, яку випромінює тіло за даної температури T з одиниці площі за одиницю часу хвилями всіх можливих частот ($0 \leq \nu \leq \infty$). Вимірюється $E(T)$ в одиницях СІ у Ватах на квадратний метр ($\text{Вт}/\text{м}^2$) і виражає густину потужності випромінювання.

Досліди засвідчують, що при даній температурі тіла на хвилі різної частоти припадає різна кількість енергії випромінювання, Приблизний розподіл енергії випромінювання по хвилях різних частот для чорного тіла наведено на Рис. 2.1

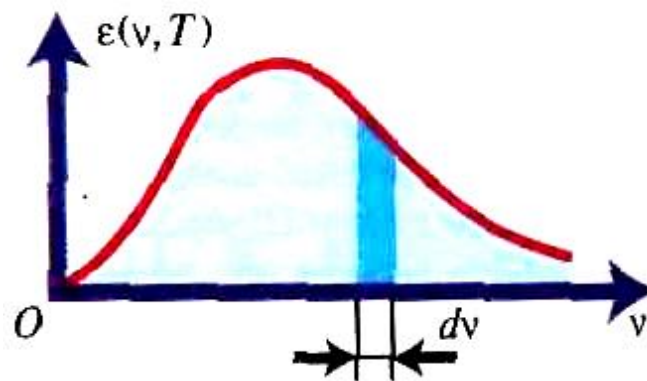


Рис. 2.1

По-різному, залежно від частоти світлових хвиль, відбувається поглинання і відбивання світла різними тілами; зокрема, від цих властивостей залежить колір тіла. Зважаючи на це, вводять так звані спектральні характеристики тіл.

2. *Спектральна випромінювальна здатність тіла $e(\nu, T)$* , що чисельно дорівнює енергії, яку випромінює тіло за даної температури T з одиниці площі поверхні за одиницю часу в інтервалі частот $\nu - (\nu + d\nu)$ (на мал. 2.1 ця ділянка зафарбована темно-голубим кольором).

Повна і спектральна випромінювальна здатність пов'язані між собою наступним чином:

$$E(T) = \int_0^{\infty} e(\nu, T) d\nu \quad (2.1)$$

Величину $E(T)$ інакше називають *інтегральною випромінювальною здатністю тіла*. На рис. 2.1 вона відображена площею всієї забарвленої фігури.

3. *Спектральна поглинальна здатність тіла $a(\nu, T)$* – дробове число, що показує, яку частину падаючого світла в

інтервалі частот $\nu - (\nu + d\nu)$ тіло поглинає за температури T . Поглинальна здатність – величина безрозмірна. Наприклад, для видимої частини спектра за звичайної температури поглинальна здатність алюмінію дорівнює 0,1; міді – 0,5; води – 0,67.

4. *Спектральна відбивна здатність тіла $r(\nu, T)$* – дробове число, що показує, яку частину падаючого світла в інтервалі частот $\nu - (\nu + d\nu)$ тіло відбиває за заданої температури T .

5. *Спектральна пропускна здатність тіла $D(\nu, T)$* – дробове число, що показує, яку частину падаючого світла в інтервалі частот $\nu - (\nu + d\nu)$ тіло пропускає за заданої температури. Величина D характеризує прозорість тіла і залежить від його товщини; за достатньої товщини практично всі тіла непрозорі.

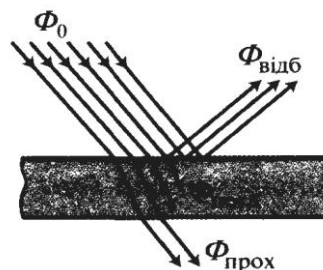


Рис. 2.2

Величини a , r , D інакше називають *коефіцієнтами* відповідно *поглинання, відбивання і пропускання* світла. Всі вони залежать не тільки від частоти світла і температури тіла, а й від хімічного складу тіла, його форми і стану поверхні. Оскільки кожен із цих коефіцієнтів визначає ту чи іншу частину падаючого світлового потоку (рис. 2.2), то сума їх дорівнює одиниці:

$$a + r + D = 1 \quad (2.2)$$

Для формулювання закономірностей температурного випромінювання доцільно мати деякий стандартний випромінювач, з яким можна було б порівняти випромінювання всіх інших тіл. Таким стандартним випромінювачем вважається *абсолютно чорне тіло (АЧТ)*, тобто тіло, яке поглинає всі промені ($a = 1$), що падають на нього. І хоча в природі таких тіл немає (до них лише наближаються сажа і платинова чернь), проте модель абсолютно чорного тіла можна побудувати штучно. Нею може бути невеликий отвір у камері, закритій з усіх боків непрозорими стінками (Рис.2.3). Промінь, що попадає в отвір зовні, всередині камери зазнаватиме багаторазового відбивання і повного поглинання.

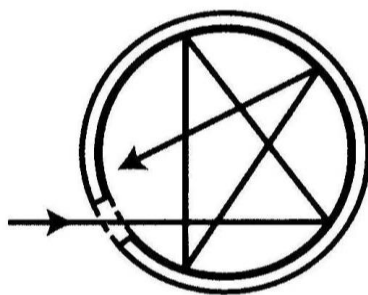


Рис. 2.3

Якщо внутрішні стінки камери нагріти до деякої температури, то отвір камери стане джерелом випромінювання, ідентичного випромінюванню абсолютно чорного тіла. Змінюючи ступінь нагрівання камери, можна дослідити залежність випромінювання абсолютно чорного тіла від температури.

Для цього випромінювання з отвору спрямовують на чутливий приймач і вимірюють сумарне, або так зване інтегральне, випромінювання $E(T)$. Іноді це випромінювання попередньо розкладають за допомогою призми або дифракційної ґратки в спектр, а тоді вже за допомогою термоприймача знаходять спектральний розподіл енергії випромінювання (див. Рис. 2.1) Важливе значення для пояснення різних питань температурного випромінювання має закон Кірхгофа, встановлений ним у 1859 р.

Закон стверджує, що *відношення випромінювальної здатності до поглинальної здатності для всіх тіл за даної температури і для даної частоти однакове:*

$$\frac{e_1(\nu, T)}{a_1(\nu, T)} = \frac{e_2(\nu, T)}{a_2(\nu, T)} \quad (2.3)$$

До цього твердження можна дійти із суто термодинамічних міркувань. Уявімо ізольовану систему кількох тіл із різними температурами у вакуумі. В такій системі можуть відбуватися лише процеси випромінювання і поглинання. Через деякий час температури тіл у системі зрівняються і настане термодинамічна рівновага. Це означатиме, що яку енергію кожне тіло випромінюватиме за одиницю часу, таку саму енергію воно й поглинатиме за одиницю часу. Отже, якщо два тіла мають різну поглинальну здатність, то такою самою мірою вони повинні мати різну випромінювальну здатність; інакше це призводило б до

порушення теплової рівноваги і суперечило б другому закону термодинаміки.

Якщо ці тіла розглядати сумісно з абсолютно чорним тілом, для якого $(\nu, T) = 1$, то закон Кірхгофа набуває такого вигляду:

$$\frac{e_i(\nu, T)}{a_i(\nu, T)} = \varepsilon(\nu, T) \quad (2.4)$$

тобто для всіх тіл за даної температури відношення випромінювальної здатності для будь-якої частоти до поглинальної здатності для тієї самої частоти є величина стала, яка дорівнює випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла за тієї самої температури і для тієї самої частоти.

Рівняння (2.4) є виразом закону Кірхгофа у диференціальній формі. Цей закон справджується також для інтегральної випромінювальної і поглинальної здатності:

$$\frac{E(T)}{A(T)} = \varepsilon(T) \quad (2.5)$$

Із закону Кірхгофа випливають наведені нижче наслідки:

1. Випромінювальна здатність будь-якого тіла за даної температури менша від випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла за тієї самої температури.

Справді, за формулою (2.5) маємо:

$E(T) = A(T)\varepsilon(T)$; але $A(T) < 1$ тому $E(T) < \varepsilon(T)$. Це можна продемонструвати на такому досліді. Якщо на білий азбестовий диск нанести чорне кільце із сажі, а після цього нагріти диск на електричній плиті в затемненій кімнаті, то зачорнені місця світлитимуться яскравіше.

2. Згідно з формулою (2.4) тіло може випромінювати тільки такі частоти, які воно за даної температури може поглинати. Справді, $e(\nu, T) = a(\nu, T) \times \varepsilon(\nu, T)$, якщо $a(\nu, T) = 0$, то й $e(\nu, T) = 0$. Проте не можна стверджувати протилежного; адже тіло може поглинати будь-які частоти, але не випромінювати їх. Наприклад, за кімнатної температури жодне тіло не випромінює видимого світла. Хоча всі тіла поглинають видиме світло.

3. За формулами (2.4) і (2.5) можна визначити випромінювальну здатність будь-якого тіла, якщо відомі коефіцієнт поглинання, який знаходять експериментально, і випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла, яку можна визначити експериментально або теоретично.

Зауважимо, що закон Кірхгофа стосується лише температурного випромінювання і для інших видів випромінювання не справджується.

2.2. Закони випромінювання абсолютно чорного тіла

Вище йшлося про доцільність введення стандартного випромінювача у вигляді абсолютно чорного тіла. Закон Кірхгофа засвідчує, що для теорії теплового випромінювання різних тіл потрібно знати функцію $e(\nu, T)$, тобто випромінювальну здатність абсолютно чорного тіла. Проте експериментальні і теоретичні дослідження теплового випромінювання тіл привели спочатку до встановлення окремих важливих законів для теплового випромінювання абсолютно чорного тіла. До них належать закон Стефана–Больцмана та закон Віна.

У 1879р. Й. Стефан (1835–1893) дослідними вимірюваннями, а згодом, у 1884 р., Л. Больцман методом термодинамічного аналізу знайшли залежність інтегральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла від температури. Вони встановили, що сумарне випромінювання абсолютно чорного тіла пропорційне четвертому степеню його абсолютної температури:

$$\varepsilon(T) = \int_0^{\infty} \varepsilon(\nu, T) d\nu = \sigma T^4 \quad (2.6)$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Дж/(м²·с·К⁴) – стала Стефана–Больцмана.

Зауважимо, що хоча закон Стефана Больцмана справджується лише для абсолютно чорного тіла, все ж його можна ввести в інтегральну форму закону Кірхгофа

$$\frac{E(T)}{A(T)} = \varepsilon(T) = \sigma T^4 \quad (2.7)$$

і полегшити визначення випромінювальної здатності будь-якого тіла. Для цього досить виміряти температуру тіла і знайти коефіцієнт поглинання:

$$E(T) = A(T)\sigma T^4 \quad (2.8)$$

Закон Стефана–Больцмана стосується лише інтегрального випромінювання, але нічого не говорить про спектральний розподіл енергії випромінювання. В пошуках спектрального розподілу енергії випромінювання абсолютно чорного тіла М. Він (1866–1938), ґрунтуючись на термодинамічних міркуваннях, встановив, що

$$\varepsilon(\nu, T) = c \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right), \quad (2.9)$$

де c – швидкість світла у вакуумі; $f\left(\frac{\nu}{T}\right)$ – деяка функція частки від ділення частоти хвилі світла на абсолютну температуру, яку термодинамічним способом визначити неможливо.

$$\frac{\nu_{\max}}{T} = b_1 \quad (2.10)$$

де b_1 – стала, що залежить від вигляду функції $f\left(\frac{\nu}{T}\right)$.

Вираз (2.10) називають *законом зміщення Віна*. Закон зміщення показує, як "зміщується" максимум випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла зі зміною його температури.

Найчастіше закон Віна записують через довжину хвилі λ_{\max} , що відповідає максимальному значенню випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла, а саме:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} \quad (2.11)$$

де $b = 2896 \text{ мкм} \cdot \text{К}$ – стала Віна.

За виразом (2.11) довжина хвилі, що відповідає максимальному значенню випромінювальної здатності $\varepsilon(\nu, T)$ абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна його абсолютній температурі (рис. 2.4).

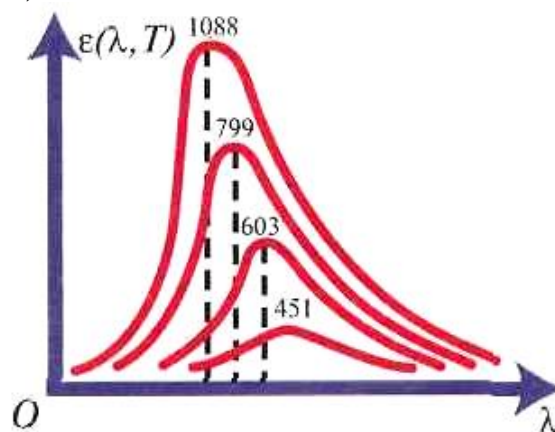


Рис. 2.4

Посилаючись на цей закон, можна пояснити, чому під час нагрівання тіл у їхньому спектрі спочатку яскравіше вимальовується червона частина. Якщо у спектрі випромінювання тіла знайти λ_{\max} – довжину хвилі, на яку припадає максимум енергії випромінювання, то за законом зміщення можна визначити температуру тіла. На цьому

ґрунтується вимірювання високих температур і температури віддалених тіл. Наприклад, знайдено, що в спектрі Сонця $\lambda_{\max} = 0,55 \text{ мкм}$, отже, його температура $T = 6000 \text{ К}$. Так само знайдено температури поверхні Полярної Зірки – 8200 К , зірки Сіріус – 10000 К та ін.

2.3. Розподіл енергії в спектрах випромінювання абсолютно чорного тіла. Формула Планка

Наприкінці ХІХ ст. були проведені теоретичні пошуки функції $\varepsilon(\nu, T)$. У 1887 р. В.О. Міхельсон (1860–1927) застосував методи статистичної фізики до множини елементарних випромінювачів, якою уявляли нагріте тіло, і знайшов формулу для $e(\nu, T)$. Проте вона лише наближено відбивала експериментальну криву випромінювання. У 1893 р. він одержав формулу для $\varepsilon(\nu, T)$ методом екстраполяції, але вона збігалася з відповідними даними лише в ділянці коротких хвиль. Спираючись на закони класичної електродинаміки і закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності, Д. Релей вивів для $\varepsilon(\nu, T)$ таку формулу:

$$\mathcal{E}(\lambda, T) = \frac{2\pi c k T}{\lambda^4}, \quad (2.12)$$

в одиничному інтервалі довжин хвиль. В інтервалі довжин $\lambda - (\lambda + d\lambda)$ або в інтервалі частот $\nu - (\nu + d\nu)$ формула Релея матиме вигляд

$$\varepsilon(\lambda, T) d\lambda = \frac{2\pi c k T}{\lambda^4} d\lambda = \frac{2\pi \nu^2 k T}{c^2} d\nu, \quad (2.13)$$

де c – швидкість світла у вакуумі; k – стала Больцмана.

Формула Релея давала правильні значення $\varepsilon(\lambda, T)$ в інтервалі великих довжин хвиль, але приводила до абсурдного результату при обчисленні інтегральної випромінювальної здатності (виходило, що $\varepsilon(T) = \infty$) та давала значні відхилення від експериментальних даних в інтервалі коротких хвиль. Усі ці труднощі (в науці їх образно називали «ультрафіолетовою катастрофою»), а також труднощі в поясненні закономірності лінійчастих спектрів свідчили про те, що класична електромагнітна теорія випромінювання є дуже наближеною і потребує докорінного перегляду.

У 1900 р. М. Планк започаткував нову квантову теорію випромінювання. Він висунув гіпотезу, що енергія атомного осцилятора може набувати лише цілком певних, дискретних значень, а тому його випромінювання має бути не безперервним,

а дискретним, тобто випромінюватися окремими порціями, квантами. Енергія кванта має бути пропорційна частоті: $h\nu$

$$\mathcal{E} = h\nu,$$

де h – стала Планка.

З цих припущень М. Планку вдалося вивести для $\varepsilon(\nu, T)$ формулу, яка добре узгоджувалася з дослідними даними.

Для виведення формули Планка уявімо у твердому тілі, нагрітому до температури T , замкнену порожнину. Стінки порожнини випромінюватимуть і поглинатимуть електромагнітні хвилі і в ній встановиться певне рівноважне випромінювання. Припустимо, що внаслідок випромінювання і поглинання енергія атомів стінок змінюється стрибкоподібно:

$$E_2 - E_1 = h\nu. \quad (2.14)$$

Атоми, що мають енергію $E_2 (E_2 > E_1)$ назвемо збудженими.

Виділимо на стінці деяку ділянку, яка бере участь у рівноважному випромінюванні, і застосуємо до неї закон розподілу атомів за енергіями Больцмана. Згідно із законом, числа атомів, що мають енергію E_2 і E_1 відповідно дорівнюють

$$N_1 = N_0 e^{-\frac{E_1}{kT}}; \quad N_2 = N_0 e^{-\frac{E_2}{kT}},$$

звідки

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{\frac{E_2 - E_1}{kT}} = e^{\frac{h\nu}{kT}}. \quad (2.15)$$

У стані рівноважного випромінювання число атомів, що випромінюють світло за певний період часу, дорівнює числу атомів, що поглинають світло за цей самий час. Обчислимо кількості актів випромінювання за одиницю часу окремо.

Розглянемо збуджені атоми N_2 . їх перехід на нижчий енергетичний рівень, що супроводжується випромінюванням фотонів, може бути самовільним (спонтанним) або відбуватися під впливом падаючих електромагнітних хвиль. Відомо, що відповідно до законів електродинаміки електромагнітна хвиля, яка падає на коливальний диполь, залежно від співвідношення фаз їхніх коливань, може як підсилювати, так і гальмувати коливання диполя. Інакше кажучи, падаючі промені можуть змушувати атом не тільки поглинати, а й випромінювати відповідні кванти енергії. Саме гальмування коливань під дією падаючої хвилі відповідає переходам атомів із вищого

енергетичного рівня E_2 на нижчий E_1 що супроводжується випромінюванням фотонів.

Кількість спонтанних випромінювань збуджених атомів за одиницю часу, очевидно, пропорційна числу атомів N_2 і дорівнює AN_2 , де A – коефіцієнт пропорційності.

Кількість актів випромінювання збуджених атомів, зумовлених падаючими хвилями, пропорційна також числу збуджених атомів N_2 та густині енергії падаючих променів $w(\nu, T)$. Оскільки $w(\nu, T)$ пропорційна $\varepsilon(\nu, T)$, то кількість вимушених випромінювань буде $B_{21}N_2\varepsilon(\nu, T)$, де B_{21} – відповідний коефіцієнт імовірності переходу атомів із вищого енергетичного рівня E_2 на нижчий рівень E_1 .

Кількість усіх випромінювань збуджених атомів, а отже, число фотонів, що випромінюються за одиницю часу, дорівнює

$$AN_2 + B_{21}N_2\varepsilon(\nu, T). \quad (2.16)$$

Кількість актів поглинання фотонів атомами N_1 , внаслідок чого вони переходять на вищий енергетичний рівень (для однієї й тієї самої ділянки стінки і за одиницю часу), пропорційна кількості самих атомів і густині енергії падаючих променів. Отже, кількість цих атомів

$$B_{12}N_1\varepsilon(\nu, T), \quad (2.17)$$

де B_{12} – відповідний коефіцієнт імовірності переходу атомів з рівня E_1 на рівень E_2 .

Прирівнявши вирази (2.16) і (2.17) для рівноважного випромінювання, дістанемо:

$$AN_2 + B_{21}N_2\varepsilon(\nu, T) = B_{12}N_1\varepsilon(\nu, T). \quad (2.18)$$

Розв'яжемо церівняння відносно $\varepsilon(\nu, T)$, взявши до уваги

$$\text{рівність (2.15). Матимемо: } \varepsilon(\nu, T) = \frac{\frac{A}{B_{21}}}{\frac{B_{21}N_1}{B_{21}N_2} - 1} = \frac{\frac{A}{B_{21}}}{\frac{B_{12}}{B_{21}} e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (2.19)$$

Коефіцієнти A , B_{12} і B_{21} можна визначити з граничних

умов. $T \rightarrow \infty$, $e^{\frac{h\nu}{kT}} \rightarrow 1$,

1. За нескінченно високої температури, коли $T \rightarrow \infty$, $e^{\frac{h\nu}{kT}} \rightarrow 1$ формула (2.19) набуває вигляду

$$\varepsilon(\nu, \infty) = \frac{\frac{A}{B_{21}}}{\frac{B_{12}}{B_{21}} - 1}. \quad (2.20)$$

З іншого боку, коли $T \rightarrow \infty$, $\varepsilon(\nu, T) \rightarrow \infty$. З останнього випливає, знаменник у виразі (2.20) прямує до нуля, отже $\frac{B_{12}}{B_{21}} = 1$.

Підставивши цей вираз у формулу (2.19) дістанемо

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{\frac{A}{B_{21}}}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (2.21)$$

2. Для інтервалу довгих хвиль енергія кванта випромінювання дуже мала порівняно з енергією теплового руху ($h\nu \ll kT$) тому можна обмежитися двома першими членами розкладеної в ряд функції $e^{\frac{h\nu}{kT}}$,

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \dots \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}.$$

Отже, формулу (2.21) можна записати в такому вигляді.

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{A}{B_{21}} \cdot \frac{kT}{h\nu}. \quad (2.22)$$

Оскільки для дуже довгих хвиль енергія квантів надто мала, то на ту енергію, що випромінюється з одиниці площі за одиницю часу, припадає таке велике число квантів, що процес випромінювання практично можна вважати безперервним. Саме тому для цього інтервалу справджується класична формула Релея (2.12). Прирівнявши вирази (2.22) і (2.13), отримаємо

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{A}{B_{21}} \frac{kT}{h\nu} = \frac{2\pi\nu^2 kT}{c^2},$$

звідки

$$\frac{A}{B_{21}} = \frac{2h\nu^3}{c^2}.$$

Якщо підставити це значення для коефіцієнтів у вираз (2.21), то матимемо формулу Планка в одиничному інтервалі частот:

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (2.23)$$

В інтервалі частот $\nu - (\nu + d\nu)$ її записують так:

$$\varepsilon(\nu, T)d\nu = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu, \quad (2.24)$$

де $h=6,62 \times 10^{-34}$ Дж · с – стала Планка; $k= 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – стала Больцмана.

Формулу Планка інакше називають *законом розподілу спектральної потужності* рівноважного випромінювання з одиниці поверхні абсолютно чорного тіла в тілесний кут 2π залежно від температури T .

Для цього проінтегруємо вираз $\varepsilon(\nu, T)d\nu$ за частотою від 0 до ∞ :

$$\varepsilon(T) = \int_0^{\infty} \varepsilon(\nu, T) d\nu = \int_0^{\infty} \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1};$$

зробивши заміни

$$\frac{h\nu}{kT} = x; \nu = \frac{kT}{h} x; \quad d\nu = \frac{kT}{h} dx,$$

дістанемо

$$\varepsilon(T) = \int_0^{\infty} \varepsilon(\nu, T) d\nu = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}, \quad (2.25)$$

де останній інтеграл виражає число, що дорівнює $\frac{\pi^4}{15}$.

Знайдений вираз засвідчує, що повна енергія випромінювання пропорційна четвертому степеню абсолютної температури тіла.

Закон Віна можна отримати при розв'язуванні задачі на знаходження максимуму функції $\varepsilon(\nu, T)$. Для цього потрібно першу похідну від $J(\nu, T)$ по ν прирівняти до нуля і з останнього рівняння знайти ν_{mx} .

Формула Планка дає змогу обчислити, який відсоток випромінюваної енергії припадає на заданий інтервал частот. Можна довести, що навіть для дуже високих температур у земних умовах на видиме світло припадає лише 3–5 % енергії випромінювання; ще менше її припадає на частку ультрафіолетових променів. Основна частина енергії випромінювання пов'язана із інфрачервоними променями. З цього погляду електричні лампи розжарювання – це більше теплові, ніж освітлювальні прилади. Зауважимо, що в люмінесцентних лампах на частку видимого світла припадає 10–12% усієї споживаної енергії.

Гіпотеза Планка про квантовий характер випромінювання виявилася плідною і в інших галузях фізики. У 1905 р. А.

Ейнштейн на основі цієї гіпотези створив квантову теорію фотоелектричного ефекту, а в 1913 р. Н. Бор розробив квантову теорію будови атома.

2.4. Фотоелектричний ефект. Дослідження О. Г. Столетова

Одним із найважливіших проявів взаємодії світла із речовиною, що розкриває квантову природу світла, а також має велике практичне значення, є так званий *фотоелектричний ефект* (фотоелектричний ефект). Як відомо, фотоелектричний ефект є результатом взаємодії фотонів світла з електронами речовини. Зокрема, в конденсованих системах (твердих тілах, рідинах) фотони спричиняють або вилітання електронів за межі тіла (зовнішній фотоелектричний ефект), або ж перехід їх з однієї енергетичної зони в іншу (внутрішній фотоелектричний ефект).

Явище фотоелектричного ефекту відкрив Г. Герц у 1883 р. Він помітив, що електричний розряд між двома цинковими кульками відбувається швидше, якщо одну із них освітити ультрафіолетовими променями. Проте фотоелектричний ефект як самостійне фізичне явище був вивчений О. Г. Столетовим у 1888–1890 рр.

Вже в перших дослідах із зарядженими металевими пластинками О. Г. Столетов установив, що під впливом падаючих променів світла, переважно ультрафіолетового, тіло втрачає заряд, але тільки тоді, коли воно заряджене негативно; позитивний заряд тіла під дією світла не зменшується.

Досліди, проведені з пластинками різних металів засвідчували, що струм у колі з'являється тільки тоді, коли освітлюється катод; очевидно, носіями струму ставали вивільнені під дією світла електрони катода (Рис.2.5)

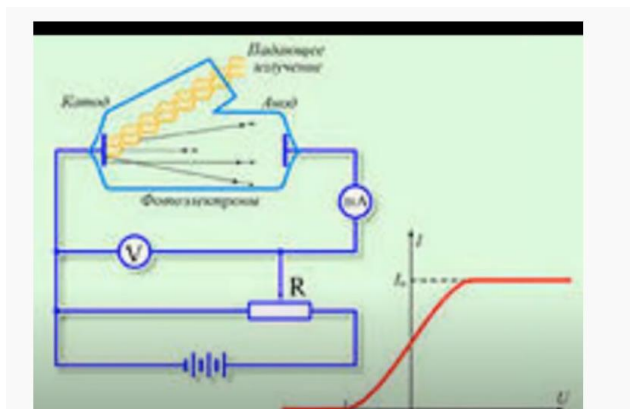


Рис.2.5

Збільшення напруги між катодом і анодом спочатку призводило до збільшення фотоструму в колі (Рис. 2.6), але після

досягнення деякої напруги величина фотоструму переставала зростати і залишалася незалежною від напруги.

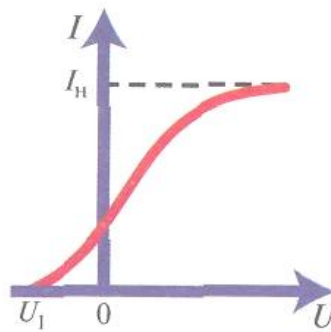


Рис. 2.6

Виникав струм насичення. Подальше збільшення сили струму можна було викликати лише підвищенням інтенсивності світла, що падало на катод. Струм насичення виражають через заряд електрона e і число електронів n , що вивільнюються з катода за одиницю часу:

$$I = en . \quad (2.26)$$

Отже, за величиною струму насичення можна було робити висновки про число електронів, що вивільнюються з катода за одиницю часу та про залежність їх числа від величини падаючого світлового потоку.

Досліди з чутливим приймачем засвідчили, що потік електронів від освітленого катода досягає анода і без прискорювальної напруги між ними. Щоб звести фотострум до нуля, довелося прикласти до електродів у приладі Столетова деяку гальмівну напругу U_1 (див.рис. 2.6). Очевидно, електрони, що вивільнилися з катода під дією світла, діставали певну швидкість, яку можна було визначити за величиною гальмівної напруги U_1 а саме:

$$\begin{aligned} \frac{mv^2}{2} &= eU_1; \\ v &= \sqrt{2\frac{e}{m}U_1}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

де e і m – відповідно заряд і маса електрона.

Дослідження О. Г. Столетова та інших учених привели до встановлення певних закономірностей фотоэффекту.

1. Явище фотоефекту безінерційне, тобто з припиненням освітлення поверхні відразу ж припиняється виділення фотоелектронів; дослідження показали, що час між падінням світлової хвилі і виходом електронів з металу не перевищує 10^{-8} с.
2. Число електронів, що вивільнюються світлом за 1 с (або величина фотоструму насичення), прямопропорційне величині світлового потоку, що падає на металеву поверхню але тільки при умові незмінності його спектрального складу.
3. Швидкість вилітаючих фотоелектронів тіла тим більша, чим більша частота хвилі падаючого світла, але вона не залежить від його інтенсивності.
4. Незалежно від інтенсивності світла, фотоефект починається тільки за цілком певної для даного металу мінімальної частоти світла; цю частоту називають «червоною межею» фотоефекту.

Головні закономірності фотоефекту неможливо було узгодити із основними положеннями хвильової теорії світла.

2.5. Рівняння Ейнштейна

Чітке пояснення фотоефекту дав А. Ейнштейн у 1905 р- на основі припущення, що світло є потоком матеріальних частинок – фотонів, енергія яких:

$$\varepsilon = h\nu,$$

де h – стала, через яку раніше в теорії Планка визначали енергію кванта випромінювання; ν – частота відповідної світлової хвилі.

Зауважимо, що на відміну від М. Планка, який вважав, що системи атомів і молекул здатні тільки випромінювати енергію квантами, а самі можуть мати будь-яку енергію і поглинати її в будь-якій кількості безперервно, А. Ейнштейн розвинув теорію далі припустив, що світло поглинається такими самими порціями, які випромінюються. Отже, за теорією Ейнштейна величина падаючого світлового потоку визначається числом фотонів, що падають на поверхню тіла за одиницю часу; при цьому кожен фотон може взаємодіяти тільки з одним електроном.

З теорії Ейнштейна безпосередньо випливають закономірності фотоефекту. Безінерційність підтверджує, що електрони сприймають світлову енергію окремими порціями, внаслідок чого виходять за межі металу. Чим більша величина світлового потоку, тим більше число фотонів у ньому і за тієї самої ймовірності захоплення фотонів за 1 с вивільнятиметься

більше число електронів. Зауважимо, що енергія переважної більшості падаючих фотонів розсіюється в тілі, перетворюється на теплоту, і тільки близько 1 % фотонів спричинює вихід електронів; товщина фотоелектрично активного шару на поверхні металу не перевищує сотні атомних діаметрів.

Застосувавши до взаємодії фотона з електроном «закон збереження енергії», А. Ейнштейн вивів рівняння фотоелектричного ефекту:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}, \quad (2.28)$$

де $h\nu$ – енергія фотона; A – робота виходу електрона з освітлюваного тіла;

$\frac{mv^2}{2}$ – надана електрону кінетична енергія.

З рівняння Ейнштейна видно, що швидкість вилітаючих фотоелектронів буде тим більшою, чим більша частота падаючого світла, і вона не залежить від інтенсивності світла, бо ні A , ні h не залежать від інтенсивності світла. Цей висновок з рівняння цілком узгоджується з результатами дослідів,

З рівняння (2.28) також випливає, що зовнішній фотоелектричний ефект можливий за частоти світла $\nu \geq \frac{A}{h}$. Це означає, що для кожного тіла має існувати певна «червона межа» фотоелектричного ефекту ν_0 , яка ще задовольняє рівняння

$$h\nu = A. \quad (2.29)$$

Визначаючи «червону межу» фотоелектричного ефекту, як засвідчують дані дослідів, та використовуючи рівняння (2.29) було знайдено значення роботи виходу електронів з різних металів. Ці величини роботи виходу збігалися зі значеннями, знайденими під час вивчення явища термоелектронної емісії в тих самих металах. Було встановлено, що робота виходу електрона з платини становить 5,3 еВ, цинку – 4,2, цезію – 1,9 еВ і т.д.

2.6. Маса й імпульс фотона.

За теорією Ейнштейна, яка добре узгоджується із законами фотоелектричного ефекту, світло є потоком окремих матеріальних частинок – фотонів. Ту обставину, що в більшості оптичних дослідів ми не виявляємо квантового характеру світла, пояснюють досить малою величиною енергії окремого фотона. Наприклад, енергія фотона зеленого світла

$$\varepsilon = h\nu = h \frac{c}{\lambda} = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 3,9 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)}.$$

Виходячи із закону взаємозв'язку маси та енергії,

$$E = mc^2, \quad (2.30)$$

за енергією фотона можна визначити його „рухому” масу:

$$m_\phi = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (2.31)$$

Оскільки за теорією відносності в разі наближення до швидкості світла маса має нескінченно зростати, а для фотона, що переміщується зі швидкістю світла, маса є скінченною величиною (2.31), то з цього випливає, що маса спокою фотона дорівнює нулю.

Маса фотона взагалі дуже мала. Наприклад, для видимого світла $m_\phi = 4 \cdot 10^{-36}$ кг. Проте в жорстких рентгенівських променях маса фотона стає вже порівнянною з масою електрона $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, а в гамма-променях $m_\phi = 2,2 \cdot 10^{-30}$ кг, тобто перевищує масу електрона.

За масою фотона m_ϕ та його швидкістю c знайдемо імпульс фотона:

$$p_\phi = m_\phi c = \frac{h\nu}{c}; p_\phi = \frac{h}{\lambda} \quad (2.32)$$

Із формул (2.31) і (2.32) випливає, що чим більша частота випромінювання ν , тим більші маса та імпульс фотона.

Як відомо, фотонна природа світла в теорії Ейнштейна повністю узгоджуються із законами теплового випромінювання і підтверджується законами фотоэффекту.

2.7. Хвильова природа частинок.

До Ісаака Ньютона (1643 – 1727 р.р.) всі вчені розглядали світло, як потік частинок, що швидко рухаються (корпускули). Але в 1801 р. Томас Юнг здійснив перші досліді по інтерференції світла і тим самим підвів тверду експериментальну основу під його хвильову природу. Але наступні досліді показали, що велика кількість фізичних властивостей твердих тіл, рідин і газів може бути пояснена на основі атомістичних уявлень, а експерименти Томаса і Лоренца (кінець XIX сторіччя) привели до концепції про існуванні елементарної частинки електричного заряду – електрона. А Планк у 1900 р. показав, що джерела випромінюють енергію не неперервно, а окремими і кінцевими порціями – квантами. В 1923 р. Артур Комптон експериментально довів, що кванти рентгенівського

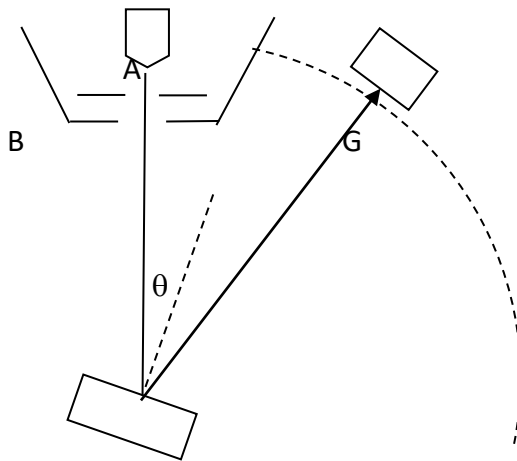
випромінювання ведуть себе як частинки з певною енергією і певним імпульсом.

В 1924 р. Луї де Бройль (1892 – 1987 р. р.) висунув ідею, що якщо світло в багатьох випадках проявляє корпускулярні властивості, то частинки, наприклад, електрони, можуть мати хвильові властивості.

В 1927 р. ідеї де Бройля були експериментально підтверджені Девіссоном і Джермером, які показали, що для пучка електронів, як і для світлового пучка, спостерігається явище дифракції.

В 1929 р. німецький вчений Рупп виміряв довжину хвилі електронів.

В 1931 р. Джонсон продемонстрував дифракцію пучка молекул водню при розсіянні в кристалі.



В 1938 р. Естерман, Фріш і Штерн здійснили експеримент по дифракції пучка атомів гелію, тобто хвильова природа частинок була доведена. Але з іншого боку тільки хвильова природа часток не могла задовільно інтерпретувати такі експерименти як

Рис. 2.7

комптонівське розсіяння, явище фотоефекту, або той факт, що частинки не можуть рухатися зі швидкістю світла.

Нільс Бор ввів так званий принцип доповнювальності, згідно якого ні хвилі, ні частинки ніколи не проявляють одночасно в одному і тому ж експерименті і хвильові, і корпускулярні властивості. Як виявилось в подальшому, подібний корпускулярно-хвильовий дуалізм властивий всім мікрочастинкам.

Розглянемо більш детально досліди, в яких чітко виявляються хвильові властивості частинок – досліди Девіссона і Джермера (амер. фізики, у 1927 р.). В них спостерігається дифракція електронів при розсіянні від кристала Ni.

Електрони, що випромінюються розжареною ниткою А, прискорюючись різницею потенціалів U між ниткою А і електродом В, падають на кристал никелю Ni і розсіюються по всіх напрямках. Кутовий розподіл інтенсивності розсіяних електронів вимірюється за допомогою рухомого гальванометра G, при різних значеннях різниці потенціалів U . Виявляється, що при куті $2\theta=50^\circ$ і різниці потенціалів $U=54$ В спостерігається різкий максимум в діаграмі залежності $I(\theta)$. Кут θ визначається наступним чином: атомні поверхні, відстань між якими

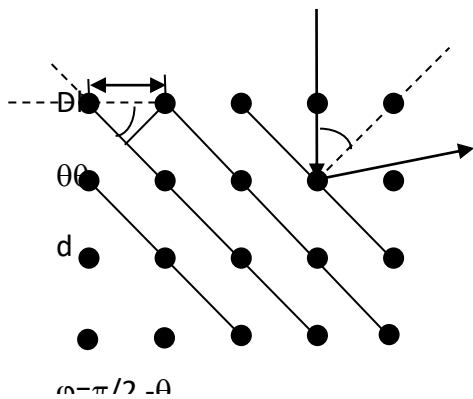
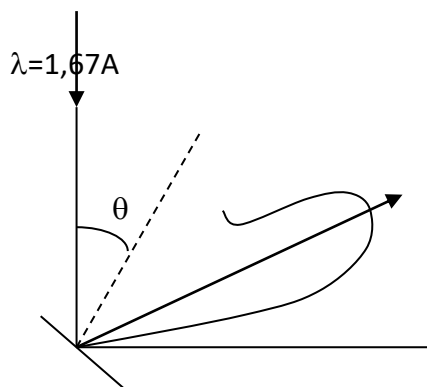


Рис.2.8

розсіювання дорівнює 2θ виникає різкий максимум, наявність якого можна пояснити тільки явищем інтерференції електронних хвиль, що дифрагували на правильно розташованих атомах кристала Ni. Якщо виміряти інтенсивність розсіяних промінів при заданому куті θ , але при різних значеннях U , то отримаємо



наступний результат: на різних відстанях один від одного з'являються максимуми, що задовільняють формулі Брегга-Вульфа

$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad (2.32)$$

де θ - кут між падаючим промінем

Рис.2.9

і перпендикуляром до атомних площин кристала. Криві, наведених рисунків є типовими для розподілу інтенсивності при розсіянні хвиль, тобто частинки (електрони) проявляють в даному випадку чисто хвильові

властивості. Наявність таких хвильових властивостей у частинок була передбачена де Бройлем у 1924 р. Розглянемо його гіпотезу. Для світлових квантів (фотонів) ми вже встановили зв'язок між

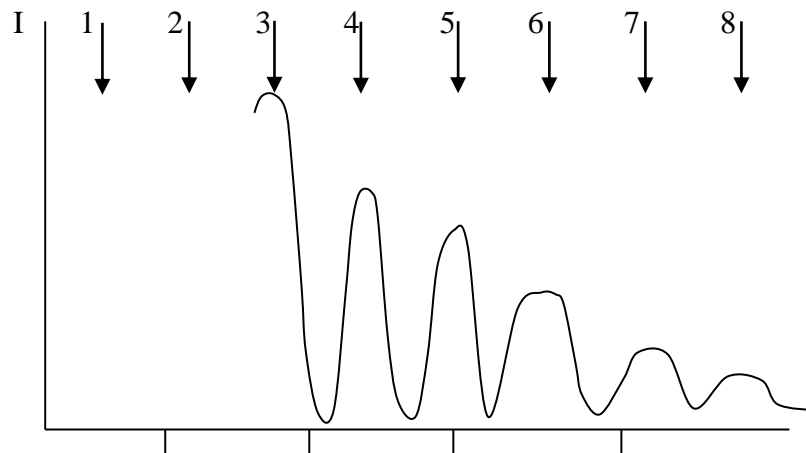


Рис.2.

енергією і імпульсом, де $E = h\nu = \hbar\omega$, а релятивістська маса фотона визначається співвідношенням $m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}$. Тоді для імпульса фотона

$$P = m \cdot c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \hbar\bar{k} = \hbar \cdot \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (2.33)$$

тобто маємо зв'язок між імпульсом P і довжиною хвилі λ фотона. Луї де Бройль переніс це поняття на динаміку любых частинок, у яких $P = mv$, і тоді

$$\lambda = \frac{h}{mv}, \quad (2.34)$$

визначає відповідну їм довжину хвилі де Бройля.

Повернемося до досліду Девіссона і Джермера. Кінетична енергія E_k прискорених електронів $E_k = \frac{mv^2}{2} = eU$, а довжина хвилі відповідної хвилі де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2meU}}. \quad (2.35)$$

Різниця потенціалів U в дослідах Девіссона і Джермера повинна бути не менше 15-20 В, щоб енергія падаючих електронів була більше енергії хаотичного(теплого) руху електронів у металі. Розрахуємо по (4.15) λ в даному досліді при $U=54$ В. Її значення буде $\sim 1,6\text{А}$, тобто близьке до λ рентгенівського

випромінювання, що пояснює добре співпадання результатів досліда по розсіянню рентгенівських промінів і електронів на тих самих кристалах. Як наслідок, висновок: всі мікрочастинки мають хвильові властивості, так що між ними і фотонами немає принципової різниці – і ті і інші мають одночасно як властивості частинок, так і хвильові властивості. Причому хвильові властивості особливо наглядно проявляються в процесі розповсюдження мікрочастинок, а корпускулярні – в процесі взаємодії. Неспостережуваність хвильових властивостей у макрооб’єктів зв’язана з їх надзвичайною малістю відносно розмірів об’єкта. Наприклад для порошинки масою 1 мг і швидкістю 1 м/с маємо довжину хвилі де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \approx 6,6 \cdot 10^{-26} \text{ см},$$

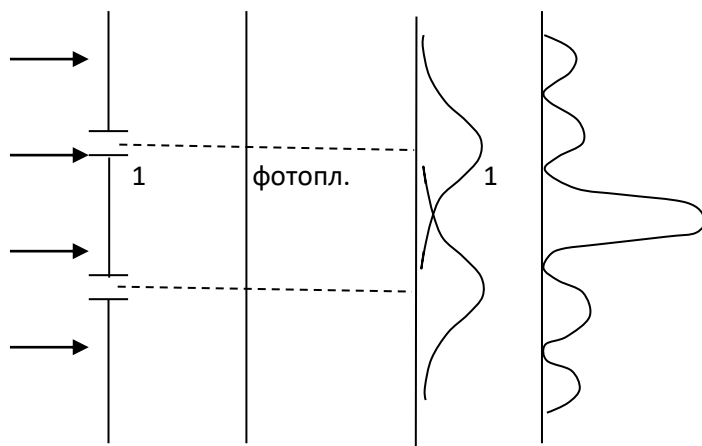
тобто ефект не спостерігається.

Властивості хвиль де Бройля.

Формула плоскої монохроматичної хвилі, що відповідає руху матеріальної частинки в загальному випадку має вигляд:

$$\Psi(\vec{r}, t) = A \cdot e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}, \quad (2.36)$$

де $\omega = 2\pi\nu$, а $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ хвильовий вектор, напрямком якого співпадає з



напрямком розповсюдження хвилі. Якщо в (2.36) замінити ω через $\frac{E}{\hbar}$, а \vec{k} через $\frac{\vec{P}}{\hbar}$ тоді отримаємо

$$\Psi(\vec{r}, t) = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{P}\vec{r})} \quad (2.37)$$

Рис. 2.10

Для фотона хвильова функція $\Psi(\vec{r}, t)$ - світлова хвиля. Для частинки $\Psi(\vec{r}, t)$ - плоска хвиля де Бройля. В квантовій механіці $\Psi(\vec{r}, t)$ називають “псі-функцією”. Хвилі де Бройля розповсюджуються, дифрагують і інтерферують за звичайними оптичними законами. Слід відмітити, що в (4.17) фізичний зміст має не амплітуда хвильової функції $\Psi(\vec{r}, t)$, а її квадрат $|\Psi(\vec{r}, t)|^2$, як

міра ймовірності знаходження фотона або частинки в заданій точці простору в даний момент часу. Приклад своєрідності властивостей мікро-частинок в наступному уявному експерименті:

На дві щілини падає паралельний потік моноенергетичних електронів і після їх проходження попадає на фотопластинку. Якщо закрита 1-а щілина, то на фотопластинці буде почорніння, що визначається кривою 2, а якщо закрита 2-а, то – кривою 1. При відкритті обох щілин мала би бути їх сума, якщо не враховувати своєрідні особливості мікрочастинок, а реально виникає чисто інтерференційна картина для когерентних світлових хвиль. При проходженні окремих електронів картина не змінюється, тобто кожний електрон проявляє притаманні йому хвильові властивості.

1. Розглянемо співвідношення для швидкості розповсюдження хвиль де Бройля.

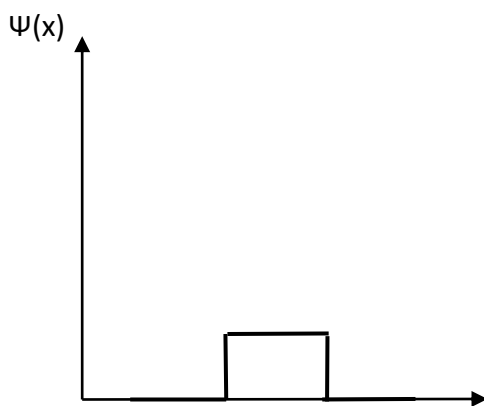
- Фазова швидкість – власна швидкість розповсюдження монохроматичної хвилі (її фази)

$$v = \lambda \cdot \nu = \frac{2\pi \cdot \nu}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\omega}{k};$$

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{E}{P} = \frac{mc^2}{m\nu} = \frac{c^2}{\nu}, \quad (2.38)$$

так як $c > \nu$, то фазова швидкість хвиль де Бройля більша швидкості світла в вакуумі (для частинок). Але тут протиріччя нема, так як фазова швидкість не характеризує ні швидкість переміщення сигналу, ні швидкість переміщення енергії. Для фотона $v_{\phi} = \frac{c^2}{c} = c$, тобто співпадає.

- Групова швидкість – швидкість розповсюдження максимума амплітуди групи хвиль, отриманого в результаті їх суперпозиції.



Нехай ми визначаємо положення частинки в момент t_0 з точністю Δx , тобто частинка знаходиться між x_0 і $x_0 + \Delta x$. З точки зору

хвильової (квантової) теорії це означає, що хвильва функція

$\Psi(x)$ не дорівнює нулю тільки на ділянці $(x_0 \pm \Delta x)$. Така функція не являється однією монохроматичною хвилею де Бройля, а представляє собою сукупність таких хвиль, що при накладанні дають один різкий максимум – хвильовий пакет. Швидкість руху хвильового пакета (швидкість переміщення максимуму $\Psi(x)$) дорівнює груповій швидкості хвилі і визначається за формулою

$$v_{gp.} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dE}{dP};$$

$$dE = \vec{F} \cdot ds = \frac{d\vec{P}}{dt} ds = d\vec{P} \cdot \vec{v},$$

враховуючи, що $\vec{v} \parallel \vec{P}$, маємо $dE = v \cdot dP$, тоді

$$v_{gp.} = \frac{dE}{dP} = v$$

тобто групова швидкість хвиль де Бройля дійсно дорівнює швидкості частинок.

2. На довжині орбіти воднеподібного атома укладається ціле число хвиль де Бройля

$$m \cdot v \cdot r = n \cdot \hbar; 2\pi \cdot r = \frac{nh}{m \cdot v};$$

$$2\pi r = n \cdot \lambda,$$

де λ – довжина хвилі де Бройля, де $n=1, 2, 3, \dots$

Ця властивість розповсюджується і на еліптичні орбіти.

2.9. Співвідношення невизначеностей Гейзенберга (1901 – 1976)

Наявність хвильових властивостей у мікрочастинок накладає деякі обмеження на точність одночасного визначення імпульса і координат частинки в даний момент часу. Розглянемо спробу

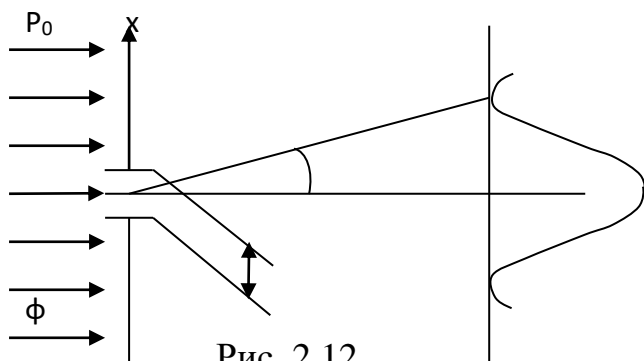


Рис. 2.12

експериментального їх визначення, оцінюючи ймовірність попадання електронів, що пройшли вузьку і довгу щілину, в те чи інше місце фотопластинки. На фотопластинці буде

спостерігатися дифракційна картина. Нехай до щілини у електронів буде імпульс $\vec{P}_0 (P_x = 0; P_y = P_0)$.

Електрони, що пройшли крізь щілину, мають змінений імпульс $\neq \vec{P}_0$. Оцінемо зміну імпульса по вісі x , тобто ΔP_x , визначивши кутову відстань від максимуму до першого мінімуму дифракційної картини, як міру розходження хвилі (напрямок на перший мінімум)

$$\Delta x = \sin \varphi = \lambda, \quad (2.39)$$

де Δx – ширина щілини, λ – довжина хвилі де Бройля.

$$\frac{\lambda}{\Delta x} = \sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi, \quad (2.40)$$

але $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta P_x}{P_y}$, тоді $\lambda \cdot P_y = \Delta x \cdot \Delta P_x$, з врахуванням що $\lambda = \frac{h}{P_y} = \frac{h}{mv_y}$,

маємо

$$h \cong \Delta P_x \cdot \Delta x \quad (2.41)$$

Співвідношення (2.41), яке виведено для хвильової функції електрона при розсіюванні на щілині, має загальне застосування і носить назву співвідношення невизначеностей Гейзенберга. Якщо врахувати наявність побічних максимумів у досліді, то $\Delta x \cdot \Delta P \geq h$. Дане співвідношення невизначеностей можна записати через енергію і час, враховуючи, що $\Delta E = F \cdot \Delta x = \frac{\Delta P}{\Delta t} \cdot \Delta x$, тоді

$$\Delta E \cdot \Delta t = \Delta P \cdot \Delta x \text{ і}$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h \quad (2.42)$$

Слід відзначити, що вказане співвідношення має фундаментальне значення у природі і відноситься до багатьох явищ і процесів.

2. 10. Рівняння Шредінгера (1887 – 1961, (австр. фізик)

В 1926 р. Шредінгер, виходячи з ідеї де Бройля про хвильові властивості мікрочасток розробив теорію їх руху – хвильову механіку, в основу якої покладено рівняння Шредінгера, що відіграє в атомних процесах таку саму фундаментальну роль, як і закон Ньютона в класичній механіці. Шредінгер, руху мікрочастинки поставив у відповідність комплексну функцію координат і часу, яка відома нам як хвильова функція або “псі-функція”, вид якої одержується із рішення рівняння Шредінгера наступного типу:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} (\Delta^2) \psi + U\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (2.43)$$

де m – маса частинок, Δ – оператор Лапласа, U – функція часу і координат. У цьому рівнянні $(\Delta^2)\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$. При русі частинки в стаціонарному силовому полі, функція U не залежить явно від часу і має зміст потенціальної енергії. В такому випадку Ψ -функцію можна отримати з більш простого рівняння:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}(\Delta^2)\psi_0 + U\psi_0 = E\psi_0, \quad (2.44)$$

де E – повна енергія частинки ($E = W_k + W_p = \frac{1}{2}mv^2 + U = const$). (2.45) називається рівнянням Шредінгера для стаціонарних станів, його частіше записують у вигляді:

$$(\Delta^2)\psi_0 + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi_0 = 0. \quad (2.46)$$

Рівняння Шредінгера являється основним рівнянням і не виводиться з яких-небудь міркувань, справедливність його доводиться тим, що всі наслідки, що витікають з нього точно узгоджуються з дослідними фактами. Розглянемо, як можна не вивести, а прийти до рівняння Шредінгера на прикладі одномірного випадку руху частинки, що рухається вільно і якій ми співставляємо по Луї де Бройлю плоску хвилю типа (2.47)

$$\psi(x, t) = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - Px)}, \quad (2.47)$$

Якщо продиференціювати (2.47) один раз по t , а другий раз двічі по x , то отримаємо

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}E \cdot \psi; \quad \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 P^2 \cdot \psi,$$

звідси

$$E = \frac{1}{\psi} \cdot i\hbar \cdot \frac{\partial\psi}{\partial t}, \quad P^2 = -\frac{1}{\psi} \hbar^2 \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}. \quad (2.48)$$

У нерелятивістській класичній механіці маємо зв'язок між W_k (кінетичною енергією) і P (імпульсом) у вигляді $W_k = \frac{P^2}{2m}$ ($E = W_k, U = 0$), підставляючи сюди вираз для E і P з (2.48) отримаємо після скорочення на Ψ рівняння:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t}, \quad (2.49)$$

яке співпадає з рівнянням (2.43) при $U=0$. При русі частинки в силовому полі, що характеризується потенціальною енергією U , повна енергія ($E = W_k + U$) і її імпульс P зв'язаний з кінетичною енергією співвідношенням $\frac{P^2}{2m} = (E - U)$, підставивши в цей вираз E і P з (2.48), отримаємо:

$$-\frac{1}{\psi} \cdot \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{\psi} i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} - U. \quad (2.50)$$

Множимо (2.50) на ψ і переносимо доданок $U \cdot \psi$ в ліву частину. Отримаємо рівняння:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + U \cdot \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (2.51)$$

яке співпадає з (2.43).

Якщо в рівнянні (2.44) функцію U розглядати як оператор (оператор – це правило, за допомогою якого одній функції ставиться у відповідність інша функція)

і ввести інший оператор \hat{H} , рівний сумі операторів $(-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \Delta^2)$ і U , тоді рівнянню (2.51) можна придати вигляд:

$$\hat{H}\psi = E\psi, \quad (2.52)$$

де оператор \hat{H} називають гамільтоніаном, який являється оператором енергії.

- Зміст Ψ -функції.

Правильну інтрепретацію Ψ -функції дав М. Борн (нім. фізик, 1882 – 1970) у 1926 р. Згідно Борну квадрат модуля Ψ -функції визначає густину ймовірності, тобто ймовірність віднесена до одиниці об'єму, виявлення частинки в відповідному місті простору в даний момент часу. Якщо густина ймовірності відмінна від нуля в обмеженому об'ємі dV , тоді інтеграл від добутку Ψ -функції на її комплексно-спряжену по даному об'єму має дорівнювати 1:

$$\int_0^V \psi \cdot \psi^* dV = 1. \quad (2.53)$$

Умова (2.53) називається умовою нормування, а Ψ -функції, що задовільняють даній умові – нормованими. Отже, квантова механіка має чисто статистичний характер і дає можливість передбачати ймовірність виявлення частинки в різних точках простору.

2.11. Найпростіші приклади розв'язків рівняння Шредінгера

У рівняння Шредінгера в якості параметра входить повна енергія частинки E . В теорії диференціальних рівнянь доводиться, що рівняння типу $\hat{H}\psi = E\psi$ мають рішення не при любых значеннях E , а тільки при деяких вибраних, що називаються власними значеннями даного параметра. Рішення, що відповідають власним значенням E , називаються власними функціями даної задачі. Знайдемо власне значення енергії E і власні функції, що їм відповідають, для декількох задач.

1. Частинка в одновірній потенціальній ямі.

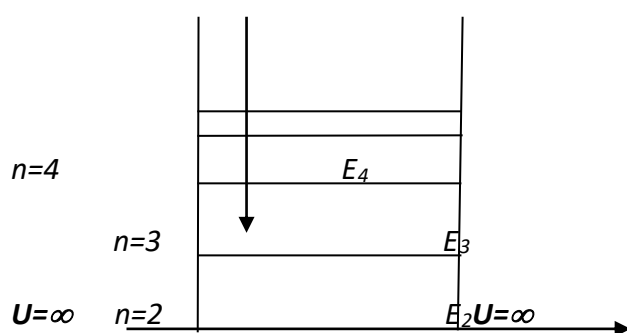


Рис. 2.13

Припустимо, що частинка може рухатися тільки вздовж вісі x , при цьому рух обмежений непроникними стінками, коли для $x < 0$ і $x > l$ $U = \infty$, а для $0 \leq x \leq l$ $U = 0$. (Рис.2.13)

Визначемо енергію частинки в такій ямі,

тобто знайдемо власні значення даного параметра і власні функції $\Psi(x)$. Застосуємо рівняння Шредінгера в вигляді (2.43) з врахуванням, що випадок одновірний:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0. \quad (2.54)$$

Згідно умови, частинки за межами $x < 0$ і $x > l$ нема, відповідно $\psi(0) = \psi(l) = 0$, тоді з врахуванням того, що в цій області, де $\psi(x) \neq 0$, $U = 0$ маємо з (2.54):

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi = 0. \quad (2.55)$$

Вводимо позначення

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}E. \quad (2.56)$$

Отримаємо рівняння

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0. \quad (2.57)$$

Його рішення має вигляд:

$$\psi(x) = A \cdot e^{ikx} + B \cdot e^{-ikx}$$

або

$$\psi(x) = (A + B)\cos kx + i(A - B)\sin kx. \quad (2.58)$$

Використовуємо граничні умови (2.55) і підставляємо їх у рішення (2.58), в результаті отримаємо:

$$(A + B) = 0, \quad A = -B, \quad \text{при } x = 0;$$

$$\text{при } x = l \rightarrow \psi(l) = i2A \sin lk,$$

що можливо тільки при

$$l \cdot k = \pm n\pi \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (2.59)$$

З рівнянь (2.56) і (2.59) знаходимо власні значення енергії частинки:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \cdot n^2, \quad (2.60)$$

тобто отримаємо квантовані значення енергії частинки, причому значення енергії дуже сильно залежать від розміру потенціальної ями. Наприклад: електрон у ямі розміром $l \sim 1 \text{ см}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-28} \text{ г}$.

$$E_n = \frac{(6,62 \cdot 10^{-27})^2}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-28} \cdot 1} n^2 = n^2 \cdot 5,4 \cdot 10^{-27} \text{ ерг} = n^2 \cdot 3,37 \cdot 10^{-15} \text{ еВ}.$$

Для різниці енергій маємо $\Delta E_n = 2n \cdot 3,37 \cdot 10^{-15} \text{ еВ}$, тобто практично суцільний спектр, а не дискретний спектр енергій. Але при розмірах потенціальної ями порядку атома, коли $l \sim 10^{-7} \text{ см}$, ми отримаємо $E_n \approx n^2 \cdot 0,34 \text{ еВ}$, $\Delta E_n \approx 0,68 \cdot n \text{ еВ}$. Тут відстані між рівнями вже є суттєво дискретними. Для знаходження власних функцій необхідно визначити значення амплітуди у ψ -функції, що можна зробити, використовуючи умову нормування хвильових функцій.

У нас $\psi_n(x) = i2A \sin kx = i2A \sin \frac{n\pi x}{l}$, ($kl = n\pi$). Тоді умова нормування дає

$$\int_0^l \psi \cdot \psi^* dV = 1 = M^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l} dx = 1, \quad (M = 2A).$$

Згідно умови, підінтегральна функція на кінцях проміжку інтегрування перетворюється в нуль, тоді значення інтеграла отримується як добуток середнього значення $\sin^2 \frac{n \cdot \pi \cdot x}{l} = 1/2$ на l ,

тобто $M^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot l = 1$ звідси $M = \sqrt{\frac{2}{l}}$. Отже, власні функції мають

значення:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (2.61)$$

Графік цих функцій має вигляд (Рис.2.14 а), а для густини ймовірності виявлення частинки на різних відстанях від стінок ями $|\psi|^2$ має вигляд (Рис.2.14 б). З графіка випливає, що в стані з

$n=2$, частинка не може бути виявлена на середині ями, хоча однаково часто буває як у лівій так і у правій частинах, тобто частинка траєкторії не має (згідно класичної фізики положення частинки рівноймовірно).

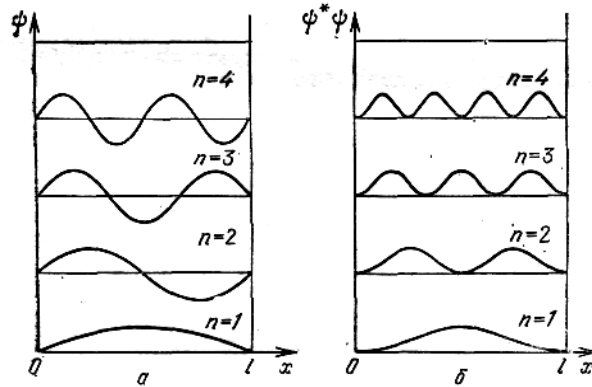


Рис. 2.14

РОЗДІЛ 3. ФІЗИКА АТОМНОГО ЯДРА І ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЧАСТИНОК

3.1. Склад атомного ядра.

Ядра всіх атомів складаються з двох видів елементарних частинок – протонів і нейтронів (загальна назва – нуклони).

- **Протон (p):** має заряд $+e$ і масу $m_p = 1,00813$ а.о.м. = 938,28 МеВ. Для порівняння у електрона маса дорівнює $m_e = 0,511$ МеВ, тобто

$$m_p = 1836 m_e. (1 \text{ а.о.м.} = 931,5 \text{ МеВ} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}).$$

Протон має спін, що дорівнює $s=1/2$ і власний магнітний момент

$$\mu_p = +2,79 \mu_J, \text{ де}$$

$$\mu_J = \frac{eh}{4\pi m_p c} = 5,05 \cdot 10^{-24} \text{ ерг} / \text{Гс}; \mu_J = \frac{eh}{4\pi m_p} = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ Дж} / \text{Тл} -$$

одиниця магнітного моменту, що називається ядерним

магнетоном, $\mu_J = \frac{\mu_B}{1836}$ і отож $\mu_p \approx \frac{\mu_e}{660}$ (тобто в 660 разів

менше магнітного моменту електрона).

- **Нейтрон,** відкритий в 1932 р. англійським фізиком Чедвіком. Електричний заряд його дорівнює нулю, а маса $m_n = 1,00839$ а.о.м. = 939,57 МеВ, має спін $s=1/2$ і (незважаючи на відсутність електричного заряду) власний

магнітний момент $\mu_n = -1,91\mu_J$ (знак мінус вказує на те, що напрямки власних механічного і магнітного моментів протилежні).

У вільному стані нейтрон нестабільний (радіоактивний) – він самовільно розпадається, перетворюється в протон випромінюючи електрон (e^-) і ще одну частинку антинейтрино ($\bar{\nu}$). Період напіврозпаду, тобто час на протязі якого розпадається половина початкового числа нейтронів дорівнює 12хв. Схема розпаду:



Маса антинейтрино дорівнює нулю (маса спокою). Враховуючи, що $m_p - m_n = 1,3\text{MeV} = 2,5m_e$, маємо, що маса нейтрона більше маси частинок, з яких він складається на $1,5m_e$, тобто на 0,77MeV. Ця енергія виділяється при розпаді нейтрона у вигляді кінетичної енергії частинок, що утворюються.

3.2. Характеристики атомного ядра.

Однією з найважливіших характеристик атомного ядра є зарядове число Z , яке дорівнює числу протонів, що входять до складу атомного ядра, і визначає його заряд $+Ze$. Число Z визначає порядковий номер хімічного елемента в таблиці Менделєєва, тому його називають атомним номером ядра.

Число нуклонів у ядрі (сума нейтронів і протонів) позначається буквою A і називається масовим числом ядра. Тоді число нейтронів в ядрі буде

$$N = A - Z. \quad (3.2)$$

Для позначення ядер застосовується символ ${}_Z^A X$, де X – хімічний символ якого-небудь елемента. Ядра з однаковим зарядовим числом Z , але з різними масовими числами A – називаються ізотопами. Більшість хімічних елементів мають по декілька стабільних ізоотопів: у кисню три (${}^{16}_8O$, ${}^{17}_8O$, ${}^{18}_8O$), у олова десять, у водню є три ізотопа (1_1H – водень, 2_1H – важкий водень або дейтерій, 3_1H – тритій, який радіоактивний (тобто нестабільний).

Розмір ядра, яке можна рахувати у першому наближенні шаром з радіусом r , визначається масовим числом:

$$r_0 = 1,3 \cdot 10^{-13} A^{1/3} \text{ см} = 1,3 A^{1/3} \text{ Фермі}.$$

Якщо об'єм ядра пропорційний числу нуклонів у ньому, то густина речовини в усіх ядрах приблизно однакова.

Спіни нуклонів складаються в результуючий спін ядра. Так як спін нуклона $1/2$, то квантове число спіна ядра буде напівцілим при непарному числі нуклонів A , і цілим або нульовим при парному A . Спіни ядер I не перевищують зазвичай декількох одиниць, тобто спіни більшої частини нуклонів у ядрі компенсуються, розташовуючись антипаралельно.

Механічний момент M_i ядра складається з моментів електронів електронної оболонки M_j а повний момент імпульса атома позначається M_F і визначається квантовим числом F .

Взаємодією магнітних моментів електронів у ядрі пояснюється наявність тонкої та надтонкої структури атомних спектрів.

3.3. Маса і енергія зв'язку ядра.

Маса ядра завжди менша суми мас нуклонів, що входять до його складу. Це зумовлено тим, що при об'єднанні нуклонів у ядро виділяється енергія зв'язку нуклонів одного з одним. Енергія спокою нуклона $E_0 = m_0 c^2$. Тоді для енергії зв'язку нуклонів у ядрі справедливо співвідношення

$$E_{зв.} = c^2 [(Z \cdot m_p + (A - Z)m_n) - m_{Я}]. \quad (3.3)$$

Ця енергія зв'язку $E_{зв.}$ дорівнює роботі, яку необхідно виконати, щоб розділити ядро на окремі нуклони, що його утворюють.

Енергія зв'язку, що припадає на один нуклон, тобто $(E_{зв.}/A)$ – називається питомою енергією зв'язку, а величина

$$\Delta m = (Z \cdot m_p + (A - Z)m_n) - m_{Я}, \quad (3.4)$$

дефект маси ядра, який зв'язаний з енергією зв'язку співвідношенням $\Delta m = E_{зв.} / c^2$. Розрахуємо енергію зв'язку нуклонів у ядрі гелія ${}^4_2\text{He}$, у якого 2 протона ($Z=2$) і два нейтрона ($A-Z=2$).

$$M_{{}^4_2\text{He}} = 4,00260 \text{ а.о.м.} = 3728,0 \text{ MeV},$$

$$m_p = 1,00813 \text{ а.о.м.} = 938,28 \text{ MeV},$$

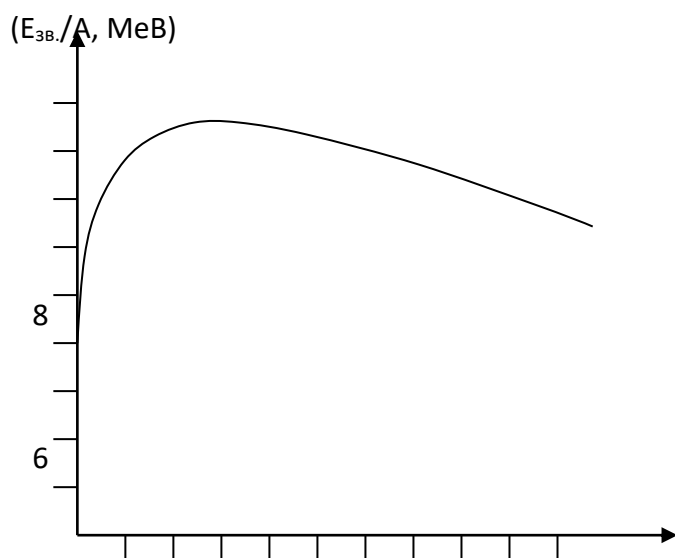
$$m_n = 1,00893 \text{ а.о.м.} = 939,57 \text{ MeV},$$

тоді $E_{зв.} = [1876,56 + 1879,14] - 3728,0 = 27,7 \text{ MeV}$. В розрахунку на один нуклон гелія енергія зв'язку складає $\sim 7 \text{ MeV}$. Для порівняння – енергія зв'язку електрона в атомі (валентного) $\sim 10 \text{ eV}$. У інших ядер енергія зв'язку нуклонів має дещо відмінні значення (рис.3.1). Найбільш сильно зв'язані нуклони в ядрах з масовими

числами $A \sim 40 \div 80$. Подібна залежність робить можливими два процеси:

1. ядерна реакція – ділення важких ядер на декілька більш легких;
2. термоядерна реакція – злиття легких ядер (синтез) в одне ядро.

Обидва процеси мають супроводжуватися виділенням великої кількості енергії. Наприклад: ділення одного ядра з $A=240$ ($E_{зв.}/A=7,5$ MeV) на два ядра з $A=120$ ($E_{зв.}/A=8,5$ MeV) приводить



до виділення енергії 240 MeV. Злиття двох ядер важкого водню 2_1H в ядро гелію 4_2He призвело би до

Рис.3.1

виділення енергії 24 MeV. Для порівняння – злиття 1-ого атома вуглецю з 2-а атомами кисню (згорання вуглецю до утворення CO_2) дає виділення

енергії 5eB.

3.4. Моделі атомного ядра.

Труднощі при побудові моделі атомного ядра:

- недостатність знань про сили, що діють між нуклонами;
- надзвичайна громіздкість квантової задачі багатьох тіл (ядро з масовим числом A являє собою систему із A тіл).

Внаслідок вказаних труднощів, до сих пір, виходячи з “звичних принципів” розглядається тільки структура найпростіших ядер 2_1H ; 3_1H ; 4_2He . Структуру більш складних ядер досліджують за допомогою часткових моделей, що дозволяє описати ті чи інші властивості ядер. Розглянемо тільки дві моделі – крапельну і оболонкову.

Крапельна модель ядра.

Як раніше відмічалось: 1). енергія зв'язку, що припадає на одну внутрішньоядерну частинку, більш менш однакова для всіх ядер (~ 8 MeV);

2). внутрішньоядерні сили помітно проявляються тільки на відстанях менших 10^{-13} см, тобто порядку середньої відстані між нуклонами;

3). нуклони в повній мірі зберігають свою рухомість. Вказані властивості характерні і для рідини, що виправдовує трактовку атомного ядра, як зарядженої крапельки рідини. Таку модель запропонував радянський вчений Яків Ілліч Френкель (1894 – 1952) у 1936 р., в подальшому вона була розвинута Н. Бором. Для оцінки енергії зв'язку запропонована наступна напівемпірична формула:

$$E_{\text{зв.}} = a \cdot A - b \cdot A^{2/3} - \frac{cZ(Z-1)}{A^{1/3}} - \frac{d(N-Z)^2}{A^{1/3}} \pm \frac{\delta}{A^{2/3}}, \quad (3.5)$$

де $a=15,8$; $b=17,8$; $c=0,71$; $d=23,7$; $\delta=34$ при непарних значеннях Z , A і N , а також при A парному, Z і N непарному, в решті випадках $\delta=0$.

А). Перший доданок в (3.5) визначає об'ємний ефект – чим більше число нуклонів A , тим важче відірвати протон або нейтрон від ядра.

Б). Другий доданок визначає поверхневий ефект – нуклони на поверхні не оточені іншими нуклонами.

В). Третій доданок враховує кулонівське електростатичне відштовхування.

Г). Четвертий – виник через відсутність симетрії, коли число протонів Z не дорівнює числу нейтронів N .

Д). П'ятий доданок вводиться для досягнення повного узгодження формули (3.5) з експериментом. Крапельна модель ядра була вдало використана Бором для пояснення ядерних перетворень, коли на першій стадії зіткнення частинки з ядром виникає проміжне ядро, яке існує до тих пір поки в результаті перерозподілу енергії падаючої частинки між нуклонами один з них набуває енергію достатню для виходу частинки з ядра. Однак, дана модель не могла задовільно пояснити положення збуджених енергетичних рівнів у ядрі.

Оболонкова модель ядра.

Була розвинута Марією Геперт-Майєр (1906 – 1972, амер. вчений, Нобелівська премія). В цій моделі нуклони рухаються

незалежно один від одного в усередненому центрально-симетричному полі. Відповідно є дискретні енергетичні рівні, які заповнюються нуклонами у відповідності з принципом Паулі (спін нуклона $1/2$). Ці рівні групуються в оболонки з певним числом нуклонів. Особливо стійкими є ядра, в яких число протонів або нейтронів складає 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 – це магічні числа, ядра з магічними числами (p) або (n) – магічні. Якщо в них магічними являються числа Z і N , то ядра двічі магічні – їх є тільки п'ять ${}^4_2\text{He}$; ${}^{16}_8\text{O}$; ${}^{40}_{20}\text{Ca}$; ${}^{48}_{20}\text{Ca}$; ${}^{208}_{82}\text{Pb}$. Магічність, тобто особлива стійкість вказаних ядер, пов'язана з остаточним заповненням відповідних оболонок: на s -рівні 2 протона + 2 нейтрона маємо ${}^4_2\text{He}$; на p -рівні може бути по 6 протонів і 6 нейтронів, тоді при повному заповненні рівней s і p маємо ${}^{16}_8\text{O}$.

Згідно моделі ядерних оболонок повний момент імпульса ядра (тобто спін ядра) дорівнює сумі внутрішніх моментів імпульса протонів $1/2\hbar$, внутрішніх моментів імпульса нейтронів $1/2\hbar$ і орбітальний момент імпульсів нуклонів в ядрі $m\hbar$, де $m=0, 1, 2, 3, \dots$.

Враховуючи вказані три складові повного момента імпульса, можна пояснити значення спінів всіх стабільних ядер, що зустрічаються в природі.

3.5. Ядерні сили, механізм сильної взаємодії.

Ядерна взаємодія, що визначає величезну енергію зв'язку між нуклонами в ядрі і утримує їх на відстанях $\sim 10^{-13}$ см, носить назву сильної взаємодії, яку можна описати за допомогою поля ядерних сил, що мають наступні особливості:

- 1). Вони є короткодійними з радіусом дії 10^{-13} см.
- 2). Ядерні сили мають зарядову незалежність – взаємодія між різними нуклонами має одну величину.
- 3). Ядерні сили не є центральними, тобто вони не напрямлені вздовж лінії, що з'єднує їх центри.
- 4). Ядерні сили залежать від взаємної орієнтації спінів нуклонів, утримуючи разом нуклони при паралельній орієнтації їх спінів.
- 5). Ядерні сили мають властивість насичення. Тобто кожний нуклон взаємодіє з обмеженою кількістю нуклонів, що пояснює відносну незалежність питомої енергії зв'язку від числа нуклонів.

Механізм сильної взаємодії полягає в тому, що нуклони віртуально обмінюються частинками, що отримали назву мезонів. Тут ми маємо аналог електромагнітної взаємодії, але з точки зору квантової електродинаміки, яка полягає в наступному:

- Взаємодія між зарядженими частинками здійснюється за допомогою електромагнітного поля, яке можна представити як сукупність фотонів, якими обмінюються частинки, що неперервно випромінюють і поглинають їх.
- Головне в тому, що це не просто звичайні реальні фотони, а віртуальні, тобто такі, які згідно квантової механіки не можна виявити за час їх існування.

Розглянемо нерухомий електрон. Процес створення поля навколо нього можна описати рівнянням:

$$e^- \Leftrightarrow e^- + h\nu, \quad (3.6)$$

тобто виходить, що енергія нерухомого електрона менше ніж сума енергій ($e^- + h\nu$), але в (3.6) порушення закону збереження енергії не може бути виявлено. Дійсно, згідно співвідношення невизначеностей Гейзенберга „енергія-час” маємо:

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq h, \quad (3.7)$$

тобто енергія системи може зазнавати неспостережуваних відхилення ΔE , які по тривалості не повинні перевищувати час $\Delta t = h/h\nu$. За час Δt віртуальний фотон може передати взаємодію між точками, що розділені відстанню

$$l = c \cdot \Delta t = c \cdot \frac{h}{h\nu}. \quad (3.8)$$

Якщо врахувати, що ν може змінюватися від 0 до ∞ , то l є необмеженим. Якщо би обмін у взаємодіючих електронів відбувався частинками з масою спокою $m \neq 0$, то радіус дії відповідних сил був би обмежений величиною:

$$r = c \cdot \Delta t = c \cdot \frac{h}{\Delta E} = c \cdot \frac{h}{m \cdot c^2} \cdot c = \frac{h}{mc} = \lambda_k, \quad (3.9)$$

де λ_k – комптонівська довжина хвилі даної частинки, m – маса випроміненої (поглинутої) частинки.

Подібний механізм був запропонований в 1934 р. радянським вченим Ігорем Євгенієвичем Таммом (1895 – 1971), але в той час крім нуклонів були ще відомі лиш фотон, електрон, позитрон і нейтрино. Для самої важкої частинки – електрона

$\lambda_k = \frac{h}{m_e \cdot c} \approx 2 \cdot 10^{-10}$ см, що майже на три порядки перевищує радіус

дії ядерних сил. В 1935 р. японський фізик Х. Юкава припустив,

що в природі існують частинки з масою в 200 – 300 разів більшою маси електрона і вони виконують роль переносників ядерної взаємодії, які були названі мезонами ($m_e < M < m_p$). Такі частинки були виявлені в 1947 р. в космічному випромінюванні – так звані π -мезони (піони) – додатні (π^+), від’ємні (π^-) і нейтральні (π^0). Заряд π^+ і π^- дорівнює e , маса заряджених мезонів – $273m_e$ (140 MeV), а π^0 -мезона – $264m_e$ (135 MeV), час життя π^+ і π^- мезонів $2,6 \cdot 10^{-8}$ сек, а π^0 -мезона – $0,8 \cdot 10^{-16}$ сек, спин піонів 0. Тоді в результаті наступних віртуальних процесів (3.10):

$$\begin{aligned} \text{а). } & p \Leftrightarrow n + \pi^+; \\ \text{б). } & n \Leftrightarrow p + \pi^-; \\ \text{в). } & p \Leftrightarrow \pi^0 + p; \quad n \Leftrightarrow n + \pi^0, \end{aligned} \quad (3.10)$$

кожний нуклон, оточений хмарою віртуальних π -мезонів, що утворюють поле ядерних сил. Поглинання даних π -мезонів іншим нуклоном приводить до сильної взаємодії між ними, яка здійснюється по одній з наступних схем:

$$\begin{aligned} 1). & p + n \Leftrightarrow n + \pi^+ + n \Leftrightarrow n + p \rightarrow \text{протон випромінює } \pi^+; \\ 2). & n + p \Leftrightarrow p + \pi^- + p \Leftrightarrow p + n \rightarrow \text{нейтрон випромінює } \pi^-; \\ & p + n \Leftrightarrow n + \pi^0 + n \Leftrightarrow p + n \\ 3). & p + p \Leftrightarrow p + \pi^0 + p \Leftrightarrow p + p \left\{ \rightarrow \text{нуклони обмінюються } \pi^0\text{-мезонами.} \right. \\ & n + n \Leftrightarrow n + \pi^0 + n \Leftrightarrow n + n \end{aligned}$$

Вказаний механізм сильної взаємодії пояснює і існування магнітного моменту у нейтрона і аномальну величину магнітного моменту протона ($2,79\mu_n = 2,79 \frac{eh}{4\pi mc}$, замість одного ядерного магнетона). Нейтрон частину часу проводить у віртуальному стані ($p + \pi^-$) і тоді орбітальний рух π^- -мезона приводить до наявності від’ємного магнітного моменту нейтрона, а збільшене значення μ_p пояснюється орбітальним рухом віртуального π^+ -мезона, коли протон знаходиться в віртуальному стані ($n + \pi^+$).

3.6. Закон радіоактивного перетворення.

До числа радіоактивних процесів, тобто самовільного перетворення одних атомних ядер в інші з випромінюванням елементарних частинок, відносяться наступні: 1). α -розпад; 2). β -розпад (в тому числі електронний захват); 3). γ -випромінювання ядер; 4). спонтанне ділення важких ядер; 5).

протонна радіоактивність. Для радіоактивності природної, що спостерігається в природних умовах, і штучної, що отримується при ядерних реакціях, відмічається один і той самий закон радіоактивного перетворення, згідно якого: число ядер, що не розпалися, зменшується з часом по експоненті

$$N = N_0 \cdot e^{-\alpha t}, \quad (3.11)$$

де N – число ядер, що не розпалися на момент часу t , N_0 – кількість ядер в початковий момент, α – характерна для радіоактивної речовини константа- *постійна розпаду*.

Кількість ядер, що розпалися за час t буде:

$$N_0 - N = N_0(1 - e^{-\alpha t}). \quad (3.12)$$

Час, за який розпадається половина початкового числа ядер, називається періодом напіврозпаду T :

$$\frac{1}{2}N_0 = N_0 \cdot e^{-\alpha T}, \text{ звідки } T = \frac{\ln 2}{\alpha} = \frac{0,693}{\alpha}. \quad (3.13)$$

Для відомих в наш час ядер:

$$3 \cdot 10^{-7} \text{ сек} < T < 5 \cdot 10^{15} \text{ років.}$$

Середній час життя τ радіоактивного ядра визначається величиною, що обернена до постійної розпаду α :

$$\tau = \frac{1}{\alpha}. \quad (3.14)$$

Природня радіоактивність була відкрита в 1896 р. французьким вченим А. Бекерелем (1852 – 1908). Наступні дослідження показали, що існує три види радіоактивного випромінювання:

- 1). α -проміні – відхиляються в магнітному полі, як потік додатньо заряджених частинок;
- 2). β -проміні – відхиляються магнітним полем в зворотній α -проміням бік;
- 3). γ -проміні – не відчують магнітного поля (електромагнітне випромінювання з $\lambda \sim 10^{-2}$ А.)

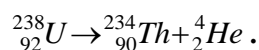
Розглянемо ці види випромінювання.

Альфа-розпад - α -проміні являють собою потік ядер гелія ${}^4_2\text{He}$.

Розпад протікає за схемою:



X – відповідає ядру, що розпадається, Y – відповідає ядру (дочірньому), що утворюється. Як приклад, розпад ізотопу урана з утворенням торія



може утворюватися дочірнє ядро не тільки в нормальному, але і в різних збуджених станах, можна отримати декілька груп α -частинок близької, але різної енергії. При переході утвореного збудженого дочірнього ядра в нормальний стан випромінюється γ -фотон. Не виключається можливість випромінювання збудженим дочірнім ядром інших частинок – протона, нейтрона, електрона або α - частинки, крім того можлива передача енергії безпосередньо (без випромінювання γ -кванта) одному з електронів К; L або М-оболонки атома, який покидає атом – процес внутрішньої конверсії, який супроводжується випромінюванням характеристичних рентгенівських

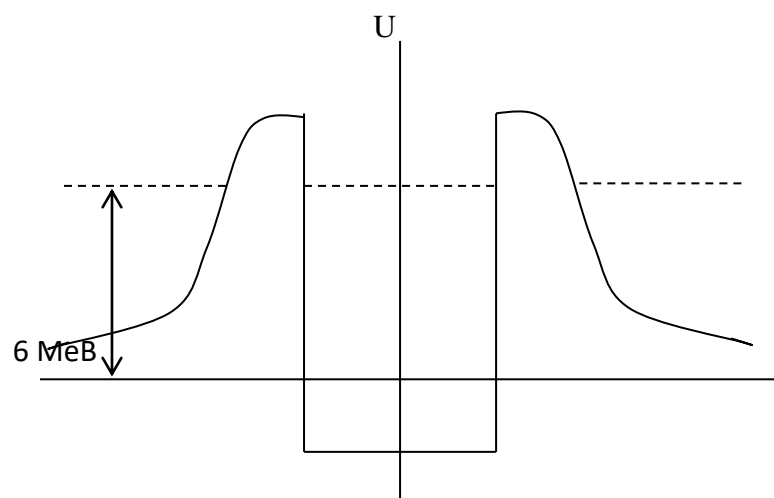


Рис.3.2

Кінетична енергія α -частинки \sim декількох МеВ. Пролітаючи крізь речовину α -частинка іонізує її атоми, віддаючи свою енергію. Наприклад, в повітрі вона пролітаючи декілька сантиметрів, утворює 10^5 пар іонів. Кінетична енергія α -частинки дорівнює різниці енергій спокою материнського ядра і суми енергій спокою (дочірнього + енергія α -частинки). Враховуючи, що при радіоактивному розпаді промінів. α -частинка не існує в самому ядрі – вона утворюється в момент розпаду ядра і для того щоб покинути ядро повинна подолати потенціальний бар'єр, висота якого більше енергії α -частинки (~ 6 МеВ) Рис.3.2. Зовнішня сторона бар'єра зумовлена кулонівським відштовхуванням α -частинки і дочірнього ядра. Внутрішня сторона бар'єра зумовлена ядерними силами. Згідно квантової механіки частинка,

завдяки тунельному ефекту, має ймовірність просочитися крізь бар'єр.

β-розпад. Існує три різновиди β-розпаду:

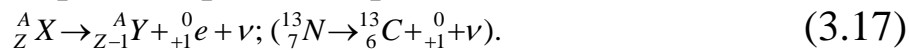
- 1). β⁻-розпад або електронний;
- 2). β⁺-розпад або позитронний;
- 3). електронне захоплення.

Перший вид розпаду протікає за схемою:



В цьому рівнянні дочірнє ядро має атомний номер на одиницю більше, ніж у материнського ядра, масові числа рівні, разом з електроном випромінюється антинейтрино $\bar{\nu}$. Бета-розпад може супроводжуватися випромінюванням γ-промінів, подібно α-розпаду. Наявність в схемі розпаду (5.16) антинейтрино $\bar{\nu}$ викликано законом збереження моменту імпульса (без $\bar{\nu}$ зліва маємо спіні одиначного нуклона ?, а зправа 0 або 1, тобто потрібна ще одна частинка зі спіном ? або 3/2). Експериментальне доведення існування нейтрино (антинейтрино) було отримано в 1956 р.

Позитронний розпад: протікає по схемі:



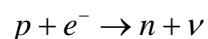
Тут дочірнє ядро має номер на одиницю менше, ніж материнське, процес супроводжується випромінюванням позитрона ${}^0_{+1} e$ і нейтрино ν , можливе виникнення γ-промінів.

Процес β⁺-розпаду протікає так, якби один з протонів вихідного ядра перетворюється в нейтрон, випромінюючи при цьому позитрон і нейтрино.



Додаткову, необхідну для процесу (3.18) енергію протон бере від інших нуклонів, що входять до складу ядра.

Електронне захоплення. Полягає в поглинанні ядром одного з К-електронів (рідше L або М-електронів) свого атома, в результаті чого один з протонів перетворюється в нейтрон, випромінюючи при цьому нейтрино,



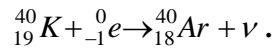
ядро, що утворилося,

може виявитися в збудженому стані і переходячи в більш низький енергетичний стан випромінює γ -фотони.

Схема процесу:

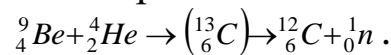


Вказаний електронний захват супроводжується рентгенівським випромінюванням, яке було виявлено в 1937 р. у вигляді К-захоплювання. Як приклад електронного захоплювання – перетворення калія в аргон:



Одиницею активності радіоактивної речовини є число розпадів за одну секунду: розп./сек. (1розп./сек. = 1Беккерель).

Чедвік припустив, що в результаті бомбардування (берилія) виникає нова частинка – нейтрон:



Ця реакція носить назву α -п(α -нейтронна). Нейтрони невисоких енергій можуть самі проникати в ядро елементів, реалізуючи непружний співудар. При цьому виникає реакція (п- α).

3.7. Рівняння Дірка, механізм виникнення позитрона.

Позитрон, як античастинка був передбачений Діраком (1902 – 1984, англ. фізик) у 1928 році, коли йому вдалося знайти розв’язок релятивістського квантово-механічного рівняння для електрона, з якого природнім шляхом отримувався спін і числове значення власного магнітного моменту електрона, тобто спін являє собою величину одночасно іквантову, і релятивістську. Крім того, згідно рівняння Дірака повна енергія електрона може мати не тільки додатні, але і від’ємні значення і при заданому імпульсі P маємо:

$$E = \pm \sqrt{c^2 P^2 + m_e^2 c^4}. \quad (3.20)$$

Тоді між найбільшою від’ємною енергією ($-m_e c^2$) і найменшою додатною енергією ($+m_e c^2$) є інтервал значень енергій, які не можуть бути реалізовані. Тобто електрон може мати енергію в наступних областях:

1). $m_e c^2 \rightarrow +\infty$ і 2). ($-m_e c^2 \rightarrow -\infty$).

Згідно Діраку вакуум це є такий стан, при якому заселені електронами всі рівні з від’ємною енергією і вільні всі рівні з додатною. Перехід можливий тільки в тому випадку, коли електрону від’ємного рівня надати енергію $E \geq 2m_e c^2$. Тоді вакансія, що залишилася, повинна вести себе як електрон, що має

додатний заряд. Тобто відсутність частинки з від'ємними масою і зарядом аналогічна наявності частинки з $+m$ і $+e$. Ця теоретично передбачена частинка була названа позитроном: e^+ . При зустрічі e^- і e^+ виділяється енергія $2mc^2$. Частинка виявлена амер. фізиком Андерсеном у 1932 р. у складі космічних промінів. Народження електронно-позитронних пар відбувається при проходженні γ -фотонів (з мінімальною енергією 1,02 МеВ) крізь речовину.

$$\gamma + e^- \rightarrow e^- + e^- + e^+ \quad \text{або} \quad (3.21)$$

$$\gamma + X \rightarrow X + e^- + e^+$$

У реакції народження $[e^- + e^+]$ повинна приймати участь ще одна частинка e^- або ядро X , щоб взяти на себе надлишок імпульсу γ -фотона над сумарним імпульсом e^- і e^+ .

При анігіляції електрон-позитронної пари виникають два (рідше три) γ -фотона:

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma \quad (3.22)$$

У дещо зміненому вигляді рівняння Дірака може бути застосовано для любых частинок зі спіном $1/2$, тобто повинні бути свої античастинки і для нейтрона і для протона, але їх виникнення можливо при зіткненні нуклонів з більшою енергією. В 1955 р. при зіткненні нуклонів з енергією $6 \cdot 10^9 \text{eV} = 6 \text{GeV}$ був отриманий антипротон (м. Берклі США). Реакція:

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p} \quad \text{або} \quad p + n \rightarrow p + n + p + \bar{p}, \quad (3.23)$$

\bar{p} відрізняється від p знаком електричного заряду і власного магнітного момента (у \bar{p} магнітний момент від'ємний). У 1956 р. там же спостерігалися антинейтрони, які отримувалися перезарядкою протонів:

$$\bar{p} + p \rightarrow \bar{n} + n \quad \text{або} \quad \bar{p} + n \rightarrow \bar{n} + n + \pi^-, \quad (3.24)$$

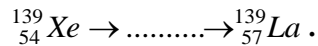
\bar{n} відрізняється від n знаком власного магнітного момента. $\mu_{\bar{n}} = +1,91 \mu_{\infty}$.

3.8. Поділ ядер.

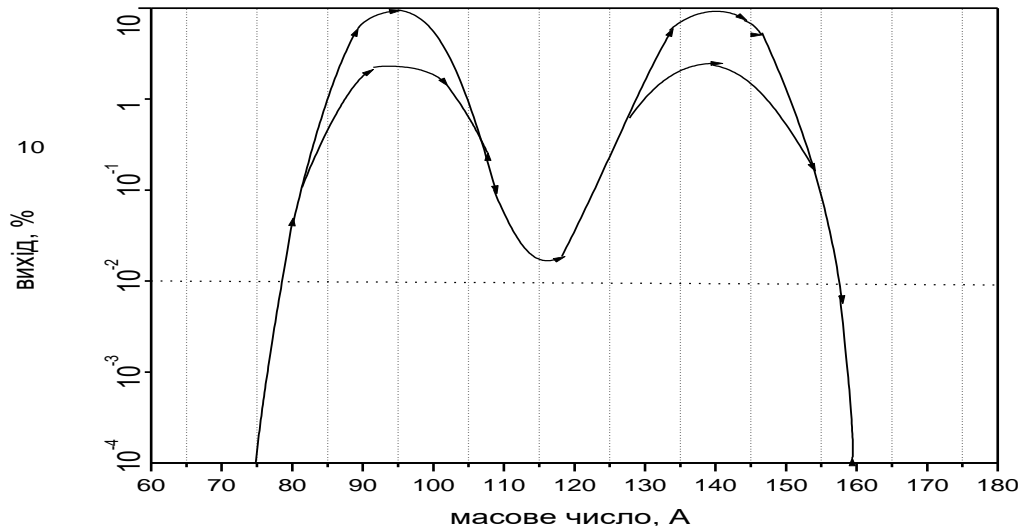
Вимушений поділ ядер виявлено в 1938 р. О. Ганом і Ф. Штрасманом (нім. фізики) при опроміненні урана нейтронами:



Для обох ядер характерний надлишок нейтронів, тому для них відбувається β^- -розпад.



Було зроблено припущення, що ядро урана, яке захопило нейтрон, ділиться на дві приблизно рівні частини, отримавши назву уламків поділу. Утворення уламків в результаті поділу має



ймовірносний характер. При цьому найбільш ймовірним є поділ на уламки з $A_1/A_2=2/3$ (Рис. 3.3) Крива виходу симетрична відносно мінімуму при $A=118$ (для ${}_{92}^{235}\text{U}$). Крива показує, що відносне число актів поділу, при яких утворюється два уламки рівних масових чисел (118) мале - $10^{-2}\%$, а утворення уламків з масовими числами 95 і 140 (2:3) спостерігається у 7% випадків.

Умова поділу:

$$E - E_1 - E_2 - E_k \geq 0, \quad (3.26)$$

де E – повна енергія початкового ядра, E_1 і E_2 – повна енергія уламків ділення, E_k – кінетична енергія уламків. Розрахунок показує, що ділення настає тоді, коли відношення кулонівської енергії ядра

$$\varepsilon_3 = \frac{c \cdot Z(Z-1)}{A^{1/3}}, \quad [c = 0,71]$$

до його поверхневої енергії

$$\varepsilon_2 = b \cdot A^{2/3}, \quad [b = 17,8]$$

буде $\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \geq 2$, тобто $\approx \frac{c}{b} \cdot \frac{Z^2}{A} \geq 2$ або

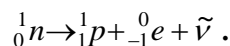
$$\left(\frac{Z^2}{A}\right)_{\text{гран.}} = 2 \frac{b}{c} \approx 45. \quad (3.27)$$

Тоді любе ядро з $\frac{Z^2}{A} > 45$ буде радіоактивним.

Мірою захвату нейтронів ядром є ефективний переріз захвату - σ , який визначається з виразу:

$$-dN = \sigma \cdot N \cdot n_0 \cdot dx,$$

де dN – число атомів, що про взаємодіяло з часткою, dx – елементарна довжина, n_0 – число атомів у одиниці об'єму, σ - ефективний переріз захвату, який вимірюється в барнах, причому $1 \text{ барн} = 10^{-24} \text{ см}^2$, N – потік часток в одиницю часу через дану площину. розмірність $[\sigma] = \text{см}^2$. Вільний нейтрон радіоактивний і розпадається по схемі



3.9. Типи фундаментальних взаємодій та класи елементарних часток.

Елементарними частками називають найменші відомі в даний час частинки матерії, цей термін досить умовний, чітких визначень немає. Характерною особливістю елементарних часток є їх можливість до взаємних перетворень.

Розрізняють 4-и типи взаємодій між елементарними частками: сильна, електромагнітна, слабка і гравітаційна. Їх прийнято характеризувати константою взаємодії – безрозмірний параметр. Відношення значень цих констант дає відносну інтенсивність цих взаємодій.

- Сильна взаємодія – забезпечує зв'язок нуклонів у ядрі; її $\text{const} = 1$; діє на відстані не більше $r \sim 10^{-15} \text{ м}$.

- Електромагнітна взаємодія – спостерігається між зарядженими частинками; $\text{const}=1/137\sim 10^{-2}$; радіус дії не обмежений $r=\infty$.
- Слабка взаємодія – відповідає за всі типи β -розпаду та взаємодію нейтрино з речовиною; $\text{const}=10^{-14}$. Слабка взаємодія, як і сильна, є короткодіючою ($r\sim 10^{-15}$ м).
- Гравітаційна взаємодія – являється універсальною взаємодією; $\text{const}=10^{-38}$; радіус дії не обмежений ($r=\infty$); у мікросвіті відіграє малу роль.

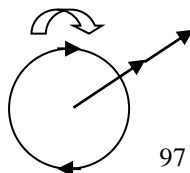
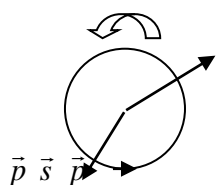
Елементарні частки підрозділяються на 4-и класи:

- 1). Фотон – володіє електромагнітною взаємодією, сильної і слабкої взаємодії не має.
- 2). Лептони (легкі) – відносяться до часток, які не володіють сильною взаємодією: електрони (e^- , e^+), мюони (μ^- , μ^+), електронні нейтрино ($\nu_e, \bar{\nu}_e$), мюонні нейтрино ($\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$). Мають спіні $s=1/2$.
- 3). Мезони – сильно взаємодіючі частинки. До їх числа належать π -мезони або піони (π^+ , π^- , π^0), K -мезони (K^+ , K^- , K^0 , \bar{K}). Мають всі види взаємодії; спіні мезонів $s=0$ (бозони).
- 4). Баріони – нуклони (n , p) і нестабільні частки з масою більше маси нуклонів, які отримали назву гіперонів (Λ , Ω і т.д.); спіні $s=1/2$ (ферміони). Вони не стабільні і при розпаді утворюється обов'язково баріон. Ця закономірність є проявом закону збереження баріонного заряду.

3.10. Нейтрино і його спостереження.

В 1932 р. В. Паулі (1900 – 1958) при поясненні β -розпаду ядер припустив, що разом з електроном випромінюється ще одна частинка, яку за пропозицією Е. Фермі (1901 – 1954) назвали

нейтрино (“маленький нейтрон”) $[_Z^A X \rightarrow _{Z+1}^A Y + _{-1}^0 e + \bar{\nu}]$. Його введення було продиктовано законом



збереження моменту імпульса. До 1980 р. припускалося, що маса нейтрино дорівнює нулю, однак унікальні експериментальні дослідження, виконані в інституті теоретичної і експериментальної фізики АН СРСР, вказують на наявність маси спокою у нейтрино, яка ймовірно знаходиться в межах ві 15 до 44 еВ. (тобто $0,00007m_e$). Згідно теорії повздовжнього нейтрино, всі нейтрино в природі завжди поляризовані (тобто спін їх напрямлений паралельно або антипаралельно імпульсу \vec{p}). Нейтрино має від'ємну (ліву) спіральність (визначене співвідношення між напрямком імпульса \vec{p} і спіна s частинки), а антинейтрино додатну праву спіральність: поступальний рух \vec{p} і обертальний, що відповідає s , утворюють лівий або правий гвинт. Як наслідок, спіральність це те, що відрізняє нейтрино від антинейтрино. Безпосереднє спостереження антинейтрино було здійснено в серії дослідів тільки в 1953 – 1956 рр., коли проходила реакція:



яка є, в принципі, оберненою до реакції (5.1).

В одних процесах нейтрино (антинейтрино) виникають разом з електроном (позитроном), в інших процесах – разом з мюоном (частинка, що не володіє сильною взаємодією і відноситься до класу лептонів, має спін $1/2$, масу 106 MeV , є μ^+ і μ^-). Другий процес має вигляд:



Експериментально доведено, що треба розрізняти електронні і мюонні нейтрино, відповідно, тепер розрізняють чотири типи різних нейтрино:

$$\nu_e, \tilde{\nu}_e, \nu_\mu, \tilde{\nu}_\mu.$$

3.11. Поняття кварків.

Кожна з сильно взаємодіючих частинок характеризується трьома незалежними адитивними квантовими числами: зарядом

Q, баріонним зарядом або числом B (приписується баріонам – клас частинок, в які входять нуклони і нестабільні частинки з масою більшою від маси нуклонів, що називаються гіперонами; B має значення 0, ±1) і гіперзарядом Y (визначається як подвоєне значення середнього електричного заряду різних мультиплетів $Y=2\langle Q \rangle$, іноді записують його через „дивовижність” частинки s у вигляді $B=Y+s$, де $s=2\langle Q \rangle - B$), яка приймає значення 0 і ±1; ±2. У зв’язку з наявністю вказаних трьох квантових чисел зв’явилася гіпотеза про те, що всі частинки побудовані з трьох фундаментальних частинок – носіїв названих зарядів – кварків (1964 р. Гелл-Манн (1929 р.н.) і швейцарський фізик Цвейг (1937 р.н.); назва запропонована Гелл-Маном від англійських слів “threequarks”, що означає - “три дрібниці”, Цвейг їх назвав тузами), яким приписувалися дробні квантові числа, в даному випадку +2/3; -1/3; -1/3 відповідно до кожного із трьох кварків. Ці кваркі позначають літерами u (від латинського слова up, що означає верх), d (down – вниз), і s (sideways – боковий). Розглядаються також антикварки : $\bar{u}; \bar{d}; \bar{s}$. Кожному кварку приписується однаковий магнітний момент $\mu_{\text{кв.}}$, величина якого з теорії не визначається. Мезони утворюються з пари (кварк+антикварк), а баріони з трьох кварків. Розрахунки виконані на основі даних припущень дають для протона і нейтрона (клас баріонів) значення: $\mu_p = \mu_{\text{кв.}}$; $\mu_n = -2/3 \mu_{\text{кв.}}$, тобто для відношення магнітних моментів нуклонів маємо:

$$\frac{\mu_p}{\mu_n} = -\frac{3}{2}, \quad (3.30)$$

що узгоджується з експериментальним значенням.

Далі система кварків була розширена з метою усунення протиріч з принципом Паулі при отриманні зв’язаних станів з трьох кварків. Було введено поняття кольору кварка (жовтий, синій і червоний), для антикварка – фіолетовий, помаранчевий, зелений. Для описання взаємодії між кварками в якості носіїв були введені частинки – глюони (glue – клей). Відкриття в 1974 р. частинки з великою масою ~3.1 ГеВ, яка названа J/Ψ (джей-пси-частинка від двох назв J і Ψ двох лабораторій, в яких вона була відкрита одночасно) і отримання в подальшому цілого сімейства

Ψ -частинок (3,69; 3,77 і 4,03 GeV) і χ -частинок (3,45; 3,51 і 3,55 GeV) стало підтвердженням гіпотези про наявність ще четвертого “чарівного” (charmed – чарівний) кварка c , що має “чарівність”=1, у решти кварків вона дорівнює нулю, для чарівного антикварка (-1). Для пояснення властивостей відкритої в 1976 році γ -іпсилон частинки ввели п’ятий кварк, що отримав позначення b (bottom – привабливий). Теоретики передбачають існування шостого кварка, що позначається буквою t (truth – істинний, правдивий). Ідея кварків дозволила систематизувати наявні елементарні частинки, передбачити існування нових, зв’язати між собою різні процеси. Експериментально вони поки що не виявлені у вільному стані, вважається, що вони у вільному стані існувати не можуть.

ЛІТЕРАТУРА

Основна

1. Махній В.П., Герман І.І. Лекції з атомної фізики. Чернівці, ЧНУ, 2016.167с.
2. ПідкаміньЛ.Й., Лазурка.І.І. Елементи атомної та ядерної фізики. Чернівці, ЧНУ, 2009-96с.
3. Венгреневич Р.Д., Стасик М.О.Курс фізики Ч.3. Оптика. Елементи квантової механіки, атомної та ядерної фізики. Навчальний посібник— Чернівці, Букрек, 2010, -512с.
4. Воловик П.М. Фізика для університетів. Київ „Вища школа" .2005-. 866 с.
5. Рувінський М.А. та інші. Курс загальної фізики (квантова фізика атомів, молекул і конденсованих середовищ). Київ-Івано-Франківськ „Плай”, 1998 - 520 с.
6. Віктор Махній, Михайло Березовський, Оксана Кінзерська. Оптика. Навчальний посібник. Чернівці: Друк Арт, 2018. – 336 с
7. Кучерук І.М., Дущенко В.П. Загальна фізика (Оптика. Квантова фізика), Київ, Вища школа, 1991-480с.

Додаткові джерела

1. Фізика: практичний посібник до виконання лабораторних робіт із застосуванням пакета Excel/ уклад.: В.І. Клапченко та ін. – К.: КНУБА, 2018. – 100 с.
2. Фізика. Лабораторний практикум: Базовий цикл. Навчальний посібник. – 3-те вид., випр. і доп. /В.І. Клапченко, І.О. Азнаурян та ін. /За ред. В.І.Клапченка. – К.: КНУБА, 2012. - 228 с.
3. Фізика. Лабораторний практикум. Спецпрактикуми: навчальний посібник / В.І. Клапченко та ін.; за заг. ред. В.І. Клапченка. – К.: КНУБА, 2012. – 96 с
4. Фізика. Збірник задач: навчальний посібник для студентів усіх спеціальностей/ В.І. Клапченко, І.О. Азнаурян та ін.; за заг. ред. В.І.Клапченка. – К.: КНУБА, 2009. – 252
5. Иродов И.Е. Сборник задач по атомной и ядерной физике, М. Наука 1994 -284с

Підкамінь Леонід Йосипович

Лазурка Ірина Іванівна

Елементи атомної і ядерної фізики

Навчальний посібник
2-ге видання, перероблене і доповнене

Відповідальний за випуск Ушенко О.Г.
Літературний редактор Макарова О.П.
Комп'ютерний набір Лазурка І.І.

Реєстраційне свідоцтво ДК №891 від 08.04.2002р.
Підписано до друку Формат 60×84/16
Папір офсетний. Друк офсетний. Ум. друк. арк.

Обл.-вид. арк.....Зам.....Тираж
Друкарня Чернівецького національного університету

58012. Чернівці, вул. Коцюбинського,2