

The background of the cover is a complex fractal pattern. It features numerous spirals and intricate, self-similar structures. The color palette is primarily deep blue and black, with bright yellow and orange highlights that create a sense of depth and movement. The overall effect is reminiscent of a microscopic view of a mineral or a complex mathematical fractal.

# ОСНОВИ ТЕОРІЇ СИСТЕМ

Чернівці  
ЧНУ ім. Юрія Федьковича  
2022

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЧЕРНІВЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ЮРІЯ ФЕДЬКОВИЧА

Опорний конспект лекцій з навчальної дисципліни  
**“Основи теорії систем”**  
для студентів спеціальностей  
«Метрологія, інформаційно-вимірвальна техніка»,  
«Телекомунікації і радіотехніка»

Чернівці  
ЧНУ ім. Юрія Федьковича  
2022

УДК 621.396.6

ББК 39.279

А 56

*Рекомендовано Вченою Радою  
Інституту фізико-технічних та комп'ютерних наук  
Чернівецького національного університету  
імені Юрія Федьковича  
(Протокол No 1 від 31.09.2022)*

Укладач:

Стринадко Мирослав Танасійович, канд. фіз.-мат. наук,

А 56 Стринадко М.Т. Конспект лекцій з навчальної дисципліни «Основи теорії систем». Чернівці : Чернівецький національний. Університет імені Юрія Федьковича, 2022. – 162 с.

Опорний конспект лекцій з навчальної дисципліни «Основи теорії систем» для студентів всіх форм навчання спеціальностей «Метрологія, інформаційно-вимірювальна техніка», «Телекомунікації і радіотехніка».

УДК 621.396.6© Чернівецький  
національний університет імені Юрія  
Федьковича, 2022

## Зміст

Вступ.....	5
Розділ 1. Основи теорії систем .....	7
Тема 1. Загальні відомості терії систем і системного аналізу. ....	7
<b>Лекція 1</b> Поняття «система». Загальні властивості і класифікація систем. Інтеграція та диференціація наук. Системний підхід. Поняття «проблеми». Варіанти рішення проблем. Алгоритми системного аналізу. Методи системного аналізу. ....	7
Тема 2. Теорія телекомунікаційних систем і мереж. ....	19
<b>Лекція 2</b> Теорія телекомунікаційних систем і мереж. Сучасний стан досягнень теорії телекомунікаційних систем та мереж. Вирішені або частково вирішені проблеми телекомунікаційних систем та мереж. ....	19
Тема 3. Модеювання систем. ....	25
<b>Лекція 3</b> Властивості моделей. Цілі моделювання. Класифікація видів моделей систем. Інші види моделювання. Математичне моделювання. Особливості системного моделювання. ....	25
<b>Лекція 4</b> Властивості системи з точки зору моделювання. Етапи моделювання та загальні вимоги до моделей. Якість моделювання. Принцип подібності при математичному моделюванні. Модель чорного ящика. Труднощі побудови моделі чорного ящика. Внутрішня неоднорідність систем. Труднощі побудови моделі складу. ....	41
Тема 4. Фрактали. Фрактальні антени .....	53
<b>Лекція 5</b> Поняття «фрактал». Класифікація фракталів. Геометричні фрактали. Алгебраїчні фрактали. Стохастичні фрактали. Самоподібність і фрактальна розмірність. ....	53
<b>Лекція 6</b> Довжина берегової лінії. Периметри фракталів. Мультифрактали. Фрактали та самоорганізація в природі. Фрактальний аналіз. ....	65
<b>Лекція 7</b> «Фрактальні антени». Заповнюючі простір криві. Випромінювачі на основі фрактала Коха. Диполі на основі фракталів Мінковського, Гільберта та їх модифікацій. ....	73
Розділ 2. Синтез систем.....	105
Тема 5. Синтез одно функціональних систем .....	105
<b>Лекція 8</b> Показники якості інформаційних і вимірювальних систем. Основні види систем передачі інформації. Вартість функціональних елементів у формі блоків або модулів системи .....	105
<b>Лекція 9.</b> Структурно-параметричний синтез мереж передачі Інформації. Визначення залежності структури мережі від показників її якості.....	120
Тема 6. Синтез багатфункціональних систем.....	125
<b>Лекція 10</b> Проблеми, що заважають оптимальному синтезу ІВС. Шляхи вирішення проблем синтезу ІВС. ....	125
<b>Лекція 11.</b> Загальна постановка задачі синтезу ІВС .....	131

Розділ 3. Оптимізація систем.....	134
Тема 7. Оптимізація одно функціональних систем .....	134
<b>Лекція 12.</b> Задачі оптимізації одно функціональних систем	
<b>Лекція 13.</b> Методи оптимізації систем. Метод Вульфа. Метод сепарабельного програмування. Метод множників Лагранжа .....	136
Тема 8. Оптимізація радіоелектронних систем .....	141
<b>Лекція 14.</b> Оптимізація параметрів радіоелектронних систем. Алгоритми оптимізації однофункціональних РЕС .....	141
<b>Лекція 15.</b> Характеристики каналів інформаційно-вимірювальних систем. Особливості і умови радіоелектронних вимірювань. Загальні погляди на методи і пристрої оцінювання параметрів сигналу. Доцільність використання дискримінаторів. Показники якості вимірювачів. Методи вимірювання параметрів сигналів. Оптимізація вимірювальних систем і каналів на множині структур і сигналів.....	151

## Вступ

Теорія систем являє собою наукову дисципліну, яка вивчає різні явища, відволікаючись від їх конкретної природи, і ґрунтується лише на формальних взаємозв'язках між різними складовими їх чинниками і на характері їх змін під впливом зовнішніх умов. При цьому результати всіх спостережень пояснюються лише взаємодією їх компонентів, наприклад характером їх організації та функціонування, а не за допомогою безпосереднього звернення до природи залучених до явищ механізмів (будь вони фізичними, біологічними, соціологічними або чисто концептуальними).

Теорія систем створюється в кінцевому підсумку для побудови найкращих систем. Поняття найкращої системи неоднозначне, якщо кількість її показників якості, як зазвичай і буває, більше двох.

З усіх етапів життєвого циклу систем найефективнішим можна вважати етап їхнього ескізного проектування. На цьому етапі найдоцільніше використовувати всю напрацьовану людством інформацію про якість і проблеми оптимізації систем.

Саме найбільш ефективним проблемам і задачам оптимізації телекомунікаційних систем і мереж (ТСМ) і їх розв'язанню присвячений даний курс «Основи теорії систем».

Усі інформаційні системи створюються на трьох множинах: структур, сигналів і технічних параметрів. Теорія ТСМ дозволяє експертам приймати рішення, тобто вибирати кращі варіанти структур, сигналів і технічних параметрів виходячи з потрібних значень тактико-технічних вимог (ТТВ), умов роботи і обмежених ресурсів.

В основному такий вибір інтуїтивний, евристичний і кращий для експертного оцінювання якості. Тобто якщо вибір при цьому оптимальний, то цей оптимум евристичний, і тому обчислюється з величезною похибкою експертів. Частіше за все такого оптимуму взагалі нема. Тоді при прийнятті рішення на трьох множинах діє принцип достатності.

Задачі оптимізації ТСМ за ТТВ при обмежених ресурсах і їх розв'язання при цьому стають більш об'єктивними, менш залежними від думки експертів.

Задачі оптимізації на трьох множинах за всіма ТТВ при обмежених ресурсах з урахуванням усіх технічних параметрів можна назвати загальними, або глобальними.

При розробленні методів оптимізації радіоелектронних систем стає зрозумілим, що врахування вартісних показників не тільки робить оптимальні системи ближчими до реальних систем, але також деякою мірою дозволяють оцінювати технологічність систем і їхні функціональні елементи. Виявилось можливим отримувати і аналізувати цілі класи розв'язань задач оптимізації систем різного призначення для широких діапазонів тактико-технічних вимог, використовуючи ідею «кривих обміну».

Розглянуті методи оптимізації радіоелектронних систем дозволяють, відповідно до гносеологічних принципів Декарта про раціональні дослідження розширювати склад показників якості, вирішувати проблему багатомірності, враховувати запропонований критерій електромагнітної суміщеності, метод оптимальної стандартизації систем і їх функціональних елементів, метод вибору оптимальної структури вимірювачів у відповідних каналах, пов'язати параметричний синтез зі структурним і сигнальним синтезом.

## Розділ 1. Основи теорії систем

### Тема 1. Загальні відомості терії систем і системного аналізу.

**Лекція 1.** Поняття «система». Загальні властивості і класифікація систем. Інтеграція та диференціація наук. Системний підхід. Поняття «проблеми». Варіанти рішення проблем. Алгоритми системного аналізу. Методи системного аналізу.

Проблеми теорії телекомунікаційних систем і мереж. Сучасний стан досягнень теорії телекомунікаційних систем та мереж. Вирішені або частково вирішені проблеми телекомунікаційних систем та мереж.

#### 1.1. Поняття «система»

Система (від ст.-грец. – ціле, складене із частин; з'єднання) – множина елементів, що знаходяться у відносинах і зв'язках один з одним, яке утворює певну цілісність, єдність.

Згідно І. Канту, наукове знання є система, в якій ціле панує над частинами.

З одного боку термін «система» використовується для визначення об'єктивно існуючих феноменів, а з іншого боку – як метод вивчення та представлення феноменів, тобто як суб'єктивна модель реальності.

Серед прикладів визначень системи можна виділити:

- Система – комплекс взаємодіючих компонентів.
- Система – сукупність елементів, що перебувають у певних відносинах один з одним і з середовищем.
- Система – безліч взаємопов'язаних елементів, відокремлений від середовища і взаємодіє з нею, як ціле.
- Приклади конструктивних визначень:



□ Система – комбінація взаємодіючих елементів, організованих для досягнення однієї або декількох поставлених цілей.

□ Система – кінцеве безліч функціональних елементів і відносин між ними, виділене з середовища відповідно з певною метою в рамках певного часового інтервалу.

□ Система – відображення в свідомості суб'єкта (дослідника, спостерігача) властивостей об'єктів і їх відносин у вирішенні завдання дослідження, пізнання.

□ Система S на об'єкті A щодо інтегративної властивості (якості) є сукупність таких елементів, що знаходяться в таких відносинах, які породжують дану інтегративну властивість.

Повноцінного визначення поняття «система», ймовірно, немає тому, що до цих пір недооцінювалася роль поняття «мета». Будь-які властивості систем, в кінцевому підсумку, пов'язані з поняттям мети, тому що будь-яка система відрізняється від інших систем постійністю своїх дій. А її прагнення зберегти цю постійність є відмітною якістю будь-якої системи – її метою. Отже, мета визначає систему.

## 1.2 Загальні властивості і класифікація систем

До основних найбільш загальних властивостей систем можна віднести цілісність, синергетичність і ієрархічність.

**Цілісність** системи є абстрактна сутність та характеризує властивість об'єкту як сукупність його складових, організованих у відповідності з визначеними принципами. Цілісність системи – під цим розуміється, що в деякому істотному аспекті «сила» або «цінність» зв'язків елементів усередині системи вище, ніж сила або цінність зв'язків елементів системи з елементами зовнішніх систем або середовища.

**Синергічність, емерджентність** – поява у системі властивостей, не властивих елементам системи; принципова незвідність властивостей системи до суми властивостей складових її компонентів (неаддитивність). Можливості системи

перевершують суму можливостей складових її частин; загальна продуктивність або функціональність системи краще, ніж у простої суми елементів.

**Ієрархічність** – кожен компонент системи може розглядатися як система; сама система також може розглядатися як елемент деякої над системи.

При категоріальній класифікації системи поділяються за загальними характеристиками, властивими будь-яким системам, незалежно від їх матеріального втілення. Найбільш часто розглядаються наступні категоріальні характеристики:

□ Кількісно всі компоненти систем можуть характеризуватися як монокомпоненти (один елемент, одне відношення) і полікомпоненти (багато властивостей, багато елементів, багато відносин).

□ Для статичної системи характерно те, що вона знаходиться у стані відносного спокою, її стан з плином часу залишається постійним. Динамічна система змінює свій стан у часі.

□ Відкриті системи постійно обмінюються речовиною, енергією або інформацією з середовищем. Система замкнута, якщо до неї не надходять і з неї не виділяються речовина, енергія або інформація. У даному випадку ми об'єднали закриті та ізольовані системи під одним поняттям.

□ Поведінка детермінованих систем цілком зрозуміла і передбачувана на основі інформації про їх стан. Поведінка ймовірностних систем визначається цією інформацією не повністю, дозволяючи лише говорити про ймовірність переходу системи в той чи інший стан.

□ За походженням виділяють штучні, природні і змішані системи.

□ За ступенем організованості виділяють клас добре організованих, клас погано організованих (дифузних) систем і клас систем які розвиваються (самоорганізованих).

□ При розподілі систем на прості і складні спостерігається найбільші розбіжності точок зору, однак найчастіше складності

системи надають такі характеристики як велика кількість елементів, різноманіття можливих форм їх зв'язку, множинність цілей, різноманіття природи елементів, мінливість складу і структури і т. д.

### 1.3 Інтеграція та диференціація наук. Системний підхід.

В основі загальної теорії систем, яка є найбільш високим рівнем організації науки і пізнання, лежить інтеграція і диференціація наук. Від лат. **differentia** – різниця, відмінність, **integratio** – відновлення, заповнення. Це два протилежних, але взаємопов'язаних процеси розвитку наукового знання.

Диференціація – більш глибоке і ретельне дослідження окремих явищ і процесів певній галузі дійсності на певній стадії еволюції науки. Саме в результаті такого дослідження з'являються окремі наукові дисципліни зі своїм предметом і специфічними методами пізнання. Інтеграція наукового знання здійснюється в різних формах і зачіпає як емпіричні, так і фундаментальні теоретичні закони. Нерідко Інтеграція починається з застосування понять і методів однієї науки в іншій і завершується з побудовою широких міждисциплінарних теорій і напрямів дослідження.

Зрозуміло, теорія систем прагне інтегрувати диференціальні наукові знання і методи в один інструмент, методологію, світогляд. Великий внесок у розуміння та значення диференціації та інтеграції наукових знань внесли К. Маркс і Ф. Енгельс.

Однак, теорія систем, намагаючись об'єднати розрізнені знання і методи різних наук, виробляє свої методи та індивідуальні особливості, диференціюється. Найбільш загальним інструментом ОТС є системний аналіз.

«Системний аналіз (системний підхід) – сукупність методологічних засобів, використовуваних для підготовки і обґрунтування рішень по складним проблемам політичного, військового, соціального, економічного, наукового, технічного характеру».

«... Найважливіші принципи системного аналізу зводяться до наступного: процес прийняття рішень повинен починатися з виявлення і чіткого формулювання кінцевих цілей; необхідно розглядати всю проблему як ціле, як єдину систему і виявляти всі наслідки і взаємозв'язки кожного приватного рішення; необхідні виявлення та аналіз можливих альтернативних шляхів досягнення мети; цілі окремих підрозділів не повинні вступати в конфлікт з цілями всієї програми...»

#### **1.4. Поняття «проблеми»**

Мета в пізнанні визначається поняттям «проблема». Саме для вирішення тієї чи іншої проблеми задаються цілі і відповідно до них вводиться конкретне розуміння і визначення системи.

Проблема – це суб'єктивне негативне ставлення суб'єкта до реальності. Хоча конкретні системи та їх оточення об'єктивні за характером, вони в той же час і суб'єктивні, оскільки конфігурація утворюючих її елементів вибирається відповідно з інтересами дослідника. Різні спостерігачі одного і того ж явища можуть відобразити його в різних системах і оточеннях. Для одного дослідника системою може бути сам об'єкт, а для іншого – одна з його молекул, по відношенню до якої об'єкт грає роль оточення.

Система складається з безлічі індивідів, але вона до того ж сама є індивідом (не всякий індивід має сенс розглядати як систему). Тому структурний індивід може розглядатися як система, якщо нас цікавить взаємодія його частин (скажімо, механічних точок), а деякі системи можуть розглядатися як структурні індивіди.

У понятті проблеми нерозривно пов'язані два аспекти – об'єктивний (наявність реальної ситуації) і суб'єктивний (негативна оцінка реальності суб'єктом).

Що значить «вирішити проблему»? З визначення стає зрозумілим, що для цього слід зробити що завгодно, аби зменшити або зовсім зняти невдоволення суб'єкта.

## 1.5. Варіанти рішення проблем

Можливі варіанти вирішення проблеми природно розбиваються на дві групи: 1) впливати на суб'єкт з метою зменшити його невдоволення, не змінюючи реальності, 2) змінити реальність так, щоб невдоволення суб'єкта послабшав.

1. Способи впливу на суб'єкт. Є три можливості змінити на краще ставлення суб'єкта до реальності, не змінюючи самої реальності.

По-перше. Чим незадоволений суб'єкт? Тим, що йому відомо про ситуацію. Але ж він знає не все! І серед того, що він не знає, цілком може виявитися інформація позитивного характеру. Якщо її повідомити суб'єкту, його невдоволення зменшиться. Варто відзначити ще одну особливість даної можливості. Додаткова інформація, що повідомляється клієнту, обов'язково повинна бути позитивною, але не обов'язково правдивою. Зустрічаються випадки, коли проблема вирішується за допомогою неправдивої інформації.

По-друге. Наступна можливість вирішення проблеми без зміни реальності полягає в тому, щоб змінити сприйняття цієї дійсності суб'єктом.

Оскільки оцінка суб'єктом своїх взаємин з навколишнім середовищем є психічним явищем, то існує можливість впливу на психіку суб'єкта в потрібному напрямку. Форми впливу можуть бути різними: психічні (гіпноз, навіювання, пропаганда, реклама і т.д.); фізичні (вплив різних полів – акустичних, електричних, магнітних); хімічні (психотропні медикаменти, наркотики, алкоголь). Підкреслимо, що ми не оцінюємо, що добре, а що погано; ми лише констатуємо наявність фактичних можливостей.

По-третє. Третя можливість вирішення проблеми без зміни самої проблемної ситуації заснована на тому, що проблема виникла в результаті взаємодії суб'єкта з ситуацією. Тому іноді проблему можна вирішити, перервавши цю взаємодію. Тут теж є цілий спектр варіантів: від приємних для проблемоносія (підвищення по службі, направлення на навчання або у відпустку), за допомогою більш менш нейтральних (переведення в інший підрозділ, ротация), до хворобливих (звільнення тощо) та навіть до вкрай жорстокого,

засуджуючого, але, на жаль, існуючого ("Є людина – є проблема, немає людини – немає проблеми" – вислів, приписуване Сталіну).

2. Втручання в реальність. Звернемося тепер до другої групи можливостей вирішення проблеми через втручання в саму проблемну ситуацію. Природно, втручання повинно так змінювати ситуацію, щоб невдоволення зменшилося або взагалі зникло.

Однак при цьому доводиться стикатися з досить суттєвою обставиною, яка, по суті, і дала поштовх для детальної розробки технології прикладного системного аналізу. Справа в тому, що в реальній (проблемній) ситуації беруть участь не тільки проблемоносії, а й багато інших суб'єктів, які оцінюють цю ж ситуацію зі своїх позицій. Будь-яка зміна ситуації в результаті втручання в неї буде помічено й оцінено всіма її учасниками, і зовсім не обов'язково вона буде схвалена усіма.

Виникає принципово важливе питання: як слід діяти в зв'язку з цією обставиною?

Щоб відповісти на це питання, звернемося до принципової, кардинальної відмінності між об'єктом і суб'єктом.

Суб'єкт, будучи одночасно фізичним об'єктом, існує в реальному фізичному середовищі і, як всякий об'єкт, схильний до впливів цього середовища.

На відміну від об'єкта, суб'єкт не тільки підпорядкований природним закономірностям, а й наділений здатністю оцінювати свої взаємодії з середовищем: щось йому може подобатися, а може і не подобатися. Тут і закладена індивідуальність суб'єкта.

У цьому зв'язку корисною може виявитися наступна порада: Всякий раз, коли у вашій присутності прозвучить будь-яке оцінне слово (добре – погано, корисно – шкідливо, правильно – неправильно і т.п.), насторожитесь і поставте запитання: " В якому сенсі? " суть поради в тому, що оцінки не бувають об'єктивними. Оцінки завжди суб'єктивні, і якщо ви хочете зрозуміти справжній зміст сказаного, треба з'ясувати, які критерії застосовує оцінювач; одне і те ж різні суб'єкти можуть оцінювати по-різному.

## 1.6. Алгоритми системного аналізу

Під алгоритмом розуміють певну логічну схему, послідовність діяльності для досягнення певної мети, тобто це модель, що відображає послідовний взаємозв'язок дій, кроків, застосування засобів, що в підсумку приводять до завчасно, наперед визначеної мети.

Одну з найбільш детальних схем здійснення системного аналізу запропонував Ю.Черняк, який виділив 12 етапів та відповідні методи їх здійснення:

1.Аналіз проблеми: виявлення, точне формулювання, дослідження логічної структури, ретроспективний аналіз, виявлення зовнішніх зв'язків, визначення реальності(можливості) вирішення проблеми в принципі.

2.Визначення системи: специфікація задачі, визначення позиції спостерігача, визначення об'єкта, виділення елементів (встановлення межі дезагрегації системи), визначення підсистем, характеристика середовища.

3.Аналіз структури системи: визначення рівнів ієрархії, визначення аспектів структури та способів їх вираження, виявлення процесів і функцій елементів, виявлення процесів управління (потоків інформації), специфікація підсистем та процесів діяльності й розвитку.

4.Формулювання мети і критерію системи: визначення цілей (вимог над системи та обмежень середовища), формулювання генеральної мети, визначення критерію, декомпозиція цілі та критерію за підсистемами, композиція загального критерію на основі часткових критеріїв підсистем.

5.Декомпозиція мети, виявлення потреб в ресурсах і процесах: формулювання цілей кожного ієрархічного рівня; формулювання зовнішніх цілей і обмежень; визначення потреби в ресурсах і процесах.

6.Виявлення ресурсів і процесів, композиція цілей: оцінка існуючих технологій і потужностей, оцінка сучасного стану ресурсів, оцінка існуючих планових проєктів, оцінка можливостей

взаємодії з іншими системами, оцінка суб'єктивних факторів, композиція цілей.

7.Прогноз і аналіз майбутніх умов: аналіз стійких тенденцій розвитку системи, прогноз стану середовища, передбачення появи принципово нових факторів, аналіз ресурсів майбутнього, комплексний аналіз факторів майбутнього, аналіз ймовірних змін цілей і критеріїв.

8.Оцінка цілей і засобів: кількісна оцінка критерію, оцінка взаємозалежності цілей, оцінка відносно ї важливості цілей, оцінка дефіцитності і вартості ресурсів, оцінка впливу зовнішніх факторів, обчислення комплексних розрахункових оцінок.

9.Відбір варіантів: оцінка цілей на сумісність, перевірка цілей на повноту, відкидання надлишкових цілей, планування варіантів досягнення кожної окремої цілі, оцінка і порівняння варіантів, узгодження комплексу взаємопов'язаних варіантів.

10.Діагноз існуючої системи: моделювання технологічного та економічного процесів, розрахунок потенціальної і фактичної потужності, аналіз втрат потужності, виявлення недоліків організації виробництва і управління, обґрунтування і аналіз заходів вдосконалення.

11.Побудова комплексної програми розвитку: формулювання проєктів і програм; визначення черговості цілей і засобів їх досягнення; розподіл сфер діяльності; розподіл сфер компетенції; розробка комплексного плану виконавцями.

12.Проектування організації досягнення цілей: визначення цілей організації, формулювання функцій організації, проектування організаційної структури, проектування інформаційних механізмів, проектування режимів роботи, проектування механізмів забезпечення (матеріального, психологічного, морального).

Інша схема алгоритму системного аналізу [2]

- визначення конфігуратора ;
- визначення проблеми та проблематики;
- виявлення цілей;



- формування критеріїв;
- генерування альтернатив;
- побудова і використання моделей;
- оптимізація;
- вибір;
- декомпозиція;
- агрегування;
- дослідження інформаційних потоків;
- дослідження ресурсних можливостей;
- спостереження та експерименти над досліджуваною системою;
- реалізація, впровадження результатів аналізу.

На кожній із зазначених стадій системного дослідження застосовуються різноманітні методи, взаємозв'язок і послідовність яких визначаються конкретними задачами та специфікою об'єктів (проблем).

Серед найбільш поширених методів такі: діагностичні, «дерева цілей», моделювання, економічного аналізу, експертних оцінок, математичні, статистичні.

### **1.7. Методи системного аналізу**

З усієї великої сукупності методів системного аналізу кожен з них застосовується для вирішення певної конкретної задачі (операції) або сукупності задач. Єдиної, загально визнаної класифікації методів системного аналізу поки що немає. З наявних спроб класифікації видно, що в переважній їх більшості до критеріїв класифікації належать спосіб реалізації та форма представлення. Це, зокрема, спостерігається в публікаціях Ю. Черняка, Ю. Сурміна, Г. Юна. Потрібно також зауважити, що власне класифікація методів системного аналізу має більш ілюстративне значення, ніж практичну спрямованість. З огляду на цю обставину узагальнений

поділ методів системного аналізу можна здійснити наступним чином:

- експертно-інтуїтивні (неформальні) методи, до яких належать, зокрема, методи «мозкової атаки», сценаріїв, експертних оцінок);
- кількісні (формальні) методи (математичні, статистичні);
- графічні методи (дерева цілей, дерева взаємозв'язків);
- методи моделювання поєднують елементи зазначених методів (імітаційні, ігрові, макетні моделі).

Методи експертних оцінок базуються на отриманні, обробці та узагальненні інформації фахівців (експертів), які мають високу кваліфікацію та досвід у відповідній галузі знань (діяльності). Загалом ці методи поділяються на дві групи: індивідуальні експертні оцінки та колективні експертні оцінки. До першої групи належать, зокрема, методи психоінтелектуальної генерації ідей, метод інтерв'ю. До другої групи належать методи експертних комісій, метод Дельфі, метод колективної генерації ідей «мозкової атаки», метод керованої генерації ідей, метод деструктивної відносної оцінки, аналітичний метод (експертні оцінки моделі об'єкта).

Метод «мозкової атаки» базується на стимулюванні творчої продуктивної діяльності експертів шляхом спільного обговорення конкретної проблеми, яке регламентується певними правилами. При цьому «забороняється» оцінка висунутих ідей, обмежується час одного виступу, дозволяються багато разові виступи одного й того ж учасника; пріоритет виступу має експерт, що розвиває попередню ідею; обов'язково фіксуються всі висловлені ідеї, оцінка ідей здійснюється на наступних етапах.

Метод Дельфі полягає у виявленні узгодженої оцінки експертної групи шляхом їх автономного опитування в декілька турів, що передбачає повідомлення експертам результатів попереднього туру з метою додаткового обґрунтування оцінки експертів у наступному турі. Це найбільш формальний метод серед експертних методів, він найчастіше використовується для аналізу

соціальних, економічних, політичних проблем, які не мають достатнього кількісного виразу.

Метод складання сценаріїв найчастіше застосовується для вирішення задач прогнозування. Сценарій – це опис ймовірного розвитку процесу чи стану об'єкта в майбутньому на основі правдоподібних припущень. Зазвичай складають три типи сценаріїв: оптимістичний, середній та песимістичний.

Складання сценарію – це не якась довільна процедура, це насамперед науковий метод, що підкоряється певному алгоритму. Складання сценарію передбачає логічну послідовність операцій, які включають, зокрема: формулювання проблеми; відбір і оцінку чинників розвитку процесу; обґрунтування показників і критеріїв, що характеризують стан об'єкта (процесу); формулювання припущень що до ймовірного розвитку процесу; порівняння (зіставлення) бажаних показників майбутнього розвитку з показниками та характеристиками, що очікуються в результаті припущень (суджень, передбачень); виявлення ймовірних наслідків розвитку подій «за сценарієм», розробка заходів з регулювання процесу в бажаному напрямку.

## Тема 2. Теорія телекомунікаційних систем і мереж

**Лекція 2.** Теорія телекомунікаційних систем і мереж. Сучасний стан досягнень теорії телекомунікаційних систем та мереж. Вирішені або частково вирішені проблеми телекомунікаційних систем та мереж.

### 2.1. Теорія телекомунікаційних систем і мереж.

Теорія *телекомунікаційних систем і мереж* (ТСМ) має своїм началом і основою теорію електрозв'язку, розвинуту ще у XX ст. І у XXI ст. насиченість ідей і їх реалізація ще не передбачаються, тому що потреби суспільства і головні потреби його - інформатизація і цифровізація – теж розвиваються дуже швидко.

*Основою теорії ТСМ* є головні та суттєві логічно взаємопов'язані ідеї ефективності (кваліметрії), концепції, принципи, абстрактні (математичні) та фізичні закони природи для її створення, пов'язані як з одним принципом дії (алгоритмом), так і з багатofункціональністю, які націлені на ефективні реалізацію та експлуатацію.

Сучасна теорія ТСМ містить настільки широкі напрямки результатів та ідей їх теоретичного та апаратного розвитку, що доцільно обмежитись тільки вже реалізованими та перспективними проблемами, а також ідеями їх оптимізації, тому що *оптимізація* – це квінтесенція, *найкращий варіант вирішення проблем створення і розвитку ТСМ.*

*Проблемами* звичайно називають великі, важливі, значущі, *ще не вирішені* або ще невідомі завдання, *які розкривають широкі напрямки розвитку галузі і техніки і приносять суспільству значний техніко-економічний ефект.* Нас насамперед цікавить галузь радіоелектронної системології, зокрема ТСМ.

Проблемами, або завданнями, радіоелектронної системології в галузі телекомунікаційних систем і мереж є:

- 1) універсалізація фізичних і математичних моделей та алгоритмів;
- 2) синтез, або глобальна оптимізація технічних параметрів TSM;
- 3) підвищення багатовимірності задач оптимізації TSM;
- 4) урахування всього або більш повного складу показників якості TSM;
- 5) синтез, або глобальна оптимізація TSM, за найбільш об'єктивними критеріями на множинах структур, сигналів і параметрів для типових умов роботи;
- 6) об'єктивна оптимальна стандартизація за критерієм економічної ефективності;
- 7) галузь складових радіоелектронних вимірювань;
- 8) урахування результатів системного аналізу, впливу розстроювань, збурень, неідеальностей та електромагнітної сумісності (ЕМС) тощо.

***Під глобальною оптимізацією TSM*** на множинах структур, або алгоритмів дії, сигналів і технічних параметрів, будемо розуміти врахування в задачах оптимізації ***всіх головних показників якості*** функціонування систем, ***усіх функціональних елементів*** (ФЕ) системи, які забезпечують технічні параметри показників системи.

Якщо з якоїсь причини невраховано показники якості або які-небудь параметри системи, що є показниками ФЕ, то ці обставини назвемо моделлю якості інформаційно-вимірювальних систем (ІВС), тому що ***модель – це спрощене подання дійсності***, або задачі оптимізації.

Розв'язання задач оптимізації за певними показниками якості ІВС – це основа для прийняття більш об'єктивних і точних рішень, ніж без розв'язання задач. Правда, вплив інтуїції експертів, хоч і меншою мірою, але все одно є найкращим за умов відсутності інформації, особливо при постановці задач.

## **2.2. Сучасний стан досягнень теорії телекомунікаційних систем та мереж.**

Відомі сучасні досягнення в теорії ТСМ у загальному плані виглядають так:

1) більш ефективними за показниками достовірності, надійності, гнучкості за алгоритмом, програмами, багатофункціональності вважаються цифрові ТСМ як відображення тенденції цифровізації діяльності суспільства;

2) цифрові ТСМ найбільшою мірою відповідають вимогам і потребам користувачів і суспільства в цілому за універсалізацією послуг і систем і за якістю зв'язку;

3) системи стають більш інтегрованими та економічними;

4) використовуються суттєві досягнення в галузі оптоелектроніки;

5) серед сигналів найбільш прийнятною є ІКМ;

6) удосконалюються системи синхронізації;

7) оскільки кожний вид режиму синхронізації має свої переваги та недоліки, то використовуються різні види синхронізації, які відповідають складній мережевій ситуації;

8) велика увага приділяється питанням стандартизації виконання, суміщеності та функціонування ТСМ і їх підсистем;

9) не дивлячись на сучасні досягнення, є тенденція підтримки за необхідністю систем усіх стандартів;

10) стандартизація вимагає виконання функціональних елементів ТСМ у вигляді модулів;

11) інтеграція ТСМ потребує підвищувати показник надійності елементів і зв'язку.

Вирішені та невирішені проблеми систем і мереж зв'язку можна класифікувати так:

- проблеми, притаманні рівням ієрархії мереж, систем передачі та функціональних елементів;

- проблеми, відповідні всім етапам життя систем: створення, експлуатація та утилізація.

Найсуттєвішими є проблеми створення або оптимізації систем і мереж з урахуванням умов експлуатації і статистики відомих функціональних елементів, які у свою чергу теж потребують підвищення ефективності. Оптимізація є

найсуттєвішею проблемою підвищення якості систем, функціональних елементів і мереж.

### **2.3. Вирішені або частково вирішені проблеми телекомунікаційних систем та мереж.**

Існує можливість підвищити ефективність ТСМ за рахунок вирішення таких проблем:

1) розробити основи теорії глобальної оптимізації інформаційно-вимірювальних систем (ІВС) і вибору її оптимальних функціональних елементів (ФЕ) за умовним критерієм якості зі списку показників тактико-технічних вимог (ТТВ) і затратних показників на множинах структур, параметрів сигналів і технічних параметрів;

2) запропонувати теоретичні основи синтезу, класифікації, побудови та оптимізації вимірювальних радіоелектронних систем або каналів ІВС на множинах алгоритмів, структур, сигналів і параметрів;

3) запропонувати теоретичні основи оптимального структурного та сигнального синтезу одно- та багатофункціональних систем;

4) запропонувати теоретичні основи глобального оптимального синтезу ІВС за умовним критерієм якості на множинах структур, сигналів і параметрів;

5) запропонувати оптимальний параметричний синтез динамічної інформаційної системи космічного базування з вирішенням проблеми пошуку сигналів;

6) запропонувати в питанні використання синхронізації сигналів оптимальний синтез ТСМ при розподілі енергії сигналу за критерієм завдостійкості при обмеженнях за вартістю;

7) запропонувати новий метод сепарбельного математичного програмування для вирішення проблем багатомірності, універсальності та збігання ітерацій;

8) запропонувати глобальну оптимізацію одно- та багатофункціональних ІВС з можливістю врахування всіх технічних параметрів і їх оптимального вибору на базі маркетингової статистики;

9) запропонувати нову лінійну фільтрацію, яка контрастує

зображення та сигнали з метою підвищення якості розпізнавання та корекції сигналів;

10) запропонувати оптимізацію стандартів функціональних елементів ІВС;

11) дослідити проблему використання некоректного функціонала правдоподібності та неадекватності теорій оптимізації ІВС, її структур, сигналів і параметрів відносно реальних систем;

12) вирішити проблему впливу багатомірності в задачах оптимізації ІВС;

13) запропонувати метод перетворення нечіткої множини вартості у випадкову величину;

14) запропонувати метод спрощення задачі дискретного програмування для оптимального вибору модулів ФЕ за умовним критерієм якості;

15) запропонувати метод малого параметра для врахування одночасного впливу на якість роботи ІВС усіх можливих негативних явищ збурення, розстроювань і неідеальностей;

16) запропонувати метод вибору кращої задачі для оптимізації ІВС за кривими обміну;

17) запропонувати метод синтезу оптимальних сигналів за обмеженими енергією, тривалістю за часом і за обмеженою енергією;

18) запропонувати методи підвищення ефективності застосування широкосмугових шумоподібних сигналів для ІВС;

19) запропонувати теоретичні основи зовнішньої електромагнітної суміщеності (ЕМС) ІВС;

20) визначити енергетичні втрати слідкувальних кутових каналів ІВС від діаграм спрямованості і точності систем наведення;

21) визначити втрати завадостійкості від джитера та систем синхронізації;

22) запропонувати метод оптимального структурного резервування телекомунікаційної мережі.

Проблеми теорії ТСМ також відповідають їх рівням ієрархії і рівням розглядання та експлуатації, як це організовано в цифрових системах. Тому, щоб виявити відповідні проблеми розвитку систем, потрібно розглядати розвиток самої теорії



ТСМ. Відома теорія електричного зв'язку у фахівців не викликає сумнівів. Але є один з напрямів, який використовується в радіолокації та зв'язку, так званий «функціонал правдоподібності» (ФП), призначений для синтезу алгоритмів і структури систем, синтезу сигналів і параметрів.

Використання ФП, його «потенціальної» точності, призводить до великих помилок. Щоб не потрапити в цю пастку, потрібно детально розібратися в сутності ФП.

### **Тема 3. Моделювання систем.**

**Лекція 3.** Властивості моделей. Цілі моделювання. Класифікація видів моделей систем. Інші види моделювання. Математичне моделювання. Особливості системного моделювання.

При вивченні систем різної природи дослідник стикається з проблемою їх відображення, а також використання в пізнавальній практичній діяльності. Об'єкт фіксується термінами мови, відображається на папері кресленнями, графіками, фотографіями, рівняннями і формулами, а також макетами, механізмами, пристроями. Потім ці відображення застосовуються для наукового дослідження (наприклад, спостереження, експерименту ) або для практичної діяльності. Відображення об'єктів називаються - моделями, процес їх створення - моделюванням, а використання, відповідно, в науці називаються модельним дослідженням (модельним експериментом, модельним спостереженням) і модельною практикою в практичній діяльності. Способи побудови моделей отримали назву методи моделювання. Вони дуже різноманітні. Практично кожна наука має свій арсенал методів моделювання. Розрізняють геометричне, фізичне, хімічне, біологічне, економічне, соціальне, політичне, культурологічне та математичне моделювання .

Моделювання - дослідження об'єктів пізнання на їх моделях; побудова і вивчення моделей реально існуючих об'єктів, процесів або явищ з метою отримання пояснень цих явищ, а також для передбачення явищ, що цікавлять дослідника.

Необхідними і достатніми ознаками моделі є сформульовані В. А. Штоффом такі умови:

- між моделлю та оригіналом маєтсья відношення подібності, форма якого явно виражена і точно зафіксована (умови відбиття або уточненої аналогії);
- модель в процесі наукового пізнання є заступником досліджуваного об'єкта (умова репрезентації );

- вивчення моделі дозволяє отримати інформацію (відомості) про оригінал (умови екстраполяції).

### 3.1. Властивості моделей

При побудові моделі дослідник завжди виходить з поставлених цілей, враховує тільки найбільш істотні для їх досягнення фактори. Тому будь – яка модель нетотожна об'єкту - оригіналу і, отже, неповна, оскільки при її побудові дослідник враховував лише найважливіші з його точки зору чинники. Інші фактори, незважаючи на свій відносно малий вплив на поведінку об'єкта в порівнянні з вибраними факторами, у сукупності все може призводити до значних, розбіжностей між об'єктом і його моделлю.

Якщо результати моделювання задовольняють дослідника і можуть служити основою для прогнозування поведінки або властивостей досліджуваного об'єкта, то говорять, що модель адекватна (від лат. *adaequatus* - прирівняний) об'єкту. При цьому адекватність моделі залежить від цілей моделювання і прийнятих критеріїв.

В якості однієї з характеристик моделі може виступати простота (або складність) моделі. Очевидно, що з двох моделей, що дозволяють досягти бажаної мети та одержати необхідні результати з заданою точністю, перевага повинна бути віддана більш простій. При цьому адекватність і простота моделі далеко не завжди є суперечливими вимогами. Враховуючи безкінечну складність будь-якого об'єкта дослідження, можна припустити існування нескінченної послідовності його моделей, що розрізняються за ступенем повноти, адекватності та простоти.

В якості ще однієї властивості моделі можна розглядати потенційність моделі (від лат. *Potential* - міць, сила), або передбачувальний з позицій можливості отримання нових знань про досліджуваний об'єкт.

В наукових дослідженнях моделі, що не володіють визначеною «передбачуваністю», навряд чи можуть вважатися задовільними.

Відомо чимало випадків, коли вивчення або використання моделей дозволило зробити відкриття. Як приклад можна навести відкриття планети Нептун, положення якої було передбачене французьким астрономом Лаверов на підставі розрахунків, виконаних з використанням закону всесвітнього тяжіння (тобто моделі) і даних про рух планети Уран.

### 3.2. Цілі моделювання

Добре побудована модель, як правило, доступніша, інформативніша і зручніша для дослідника, ніж реальний об'єкт. Найважливішим і найбільш поширеним призначенням моделей є їх застосування при вивченні та прогнозуванні поведінки складних процесів і явищ. Потрібно враховувати, що деякі об'єкти і явища взагалі не можуть бути вивчені безпосереднім чином.

Інше, не менш важливе, призначення моделей полягає в тому, що з їх допомогою виявляються найбільш суттєві фактори, формують ті чи інші властивості об'єкта, оскільки сама модель відображає лише деякі основні характеристики вихідного об'єкта, облік яких необхідний при дослідженні того чи іншого процесу чи явища.

Модель дозволяє навчитися правильно управляти об'єктом шляхом апробування різних варіантів управління. Використовувати для цього реальний об'єкт часто буває ризиковано або просто неможливо. Наприклад, отримати перші навички в управлінні сучасним літаком безпечніше, швидше і дешевше на тренажері (тобто моделі), ніж піддавати себе і дорогу машину ризику.

Отже, модель потрібна для того, щоб:

1) зрозуміти, як влаштований конкретний об'єкт: якою є його структура, внутрішні зв'язки, основні властивості, закони розвитку, саморозвитку і взаємодії з навколишнім середовищем;

2) навчитися управляти об'єктом або процесом, визначати найкращі способи управління при заданих цілях і критеріях;

3) прогнозувати прямі і непрямі наслідки реалізації заданих способів і форм впливу на об'єкт.

### **3.3 . Класифікація видів моделей систем**

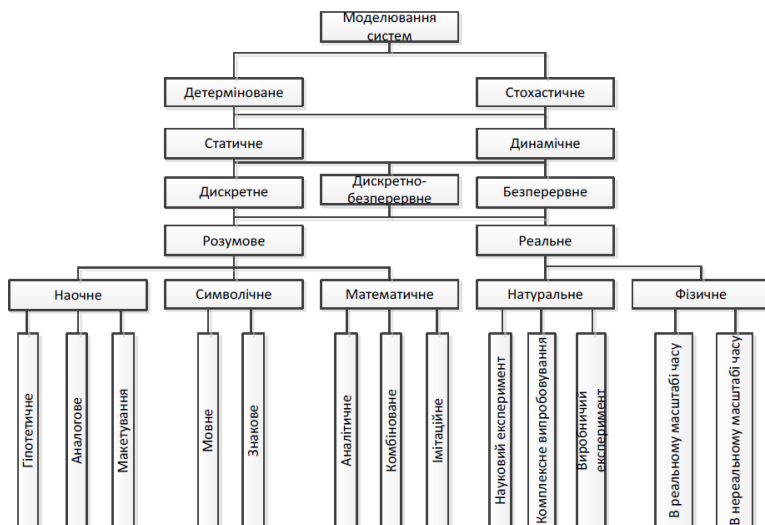
В основі моделювання лежить теорія подібності, яка стверджує, що абсолютна подібність може мати місце лише при заміні одного об'єкта іншим точно таким же. При моделюванні абсолютна подібність не має місця і прагне до того, щоб модель досить добре відображала досліджуваний бік функціонування об'єкта.

В якості одного з перших ознак класифікації видів моделювання можна вибрати ступінь повноти моделі і розділити моделі відповідно з цією ознакою на повні, неповні та наближені. В основі повного моделювання лежить повна подібність, яка проявляється як у часі, так і в просторі. Для неповного моделювання характерна неповна подібність моделі досліджуваного об'єкта. В основі наближеного моделювання лежить наближена подібність, при якій деякі сторони функціонування реального об'єкта не моделюються зовсім. Класифікація видів моделювання систем  $S$  наведена на рисунку. Залежно від характеру досліджуваних процесів у системі  $S$  всі види моделювання можуть бути розділені на детерміновані та стохастичні, статичні і динамічні, дискретні, безперервні і дискретно-безперервні. Детерміноване моделювання відображає детерміновані процеси, тобто процеси, в яких передбачається відсутність усяких випадкових впливів;

Стохастичне моделювання відображає імовірнісні процеси та події. У цьому випадку аналізується ряд реалізацій випадкового процесу й оцінюються середні характеристики, тобто набір однорідних реалізацій.

Статичне моделювання служить для опису поведінки об'єкта в який-небудь момент часу, а динамічне моделювання відображає поведінку об'єкта в часі . Дискретне моделювання служить для опису процесів, які передбачаються дискретними, відповідно безперервне моделювання дозволяє відобразити безперервні

процеси в системах, а дискретно-безперервне моделювання використовується для випадків, коли хочуть виділити наявність як дискретних, так і безперервних процесів.



### Класифікація видів моделей систем

Залежно від форми подання об'єкт можна виділити уявне і реальне моделювання. Уявне моделювання часто є єдиним способом моделювання об'єктів, які або практично не реалізуються в заданому інтервалі часу, або існують поза умовами, можливих для їх фізичного створення. Наприклад, на базі уявного моделювання можуть бути проаналізовані багато ситуацій мікросвіту, які не піддаються фізичному експерименту. Уявне моделювання може бути реалізовано у вигляді наочного, символічного і математичного.

При наочному моделюванні на базі уявлень людини про реальні об'єкти створюються різні наочні моделі, що відображають явища і процеси, що протікають в об'єкті .

В основу гіпотетичного моделювання дослідником

закладається деяка гіпотеза про закономірності протікання процесу в реальному об'єкті, яка відображає рівень знань дослідника про об'єкт і базується на причинно-наслідкових зв'язках між входом і виходом досліджуваного об'єкта.

Гіпотетичне моделювання використовується, коли знань про об'єкт недостатньо для побудови формальних моделей.

Аналогове моделювання ґрунтується на застосуванні аналогій різних рівнів. Найвищим рівнем є повна аналогія, що має місце тільки для досить простих об'єктів. З ускладненням об'єкта використовують аналогії наступних рівнів, коли аналогова модель відображає кілька або тільки одну сторону функціонування об'єкта. Істотне місце при уявному наочному моделюванні займає макетування. Уявний макет може застосовуватися у випадках, коли протікають в реальному об'єкті процеси не піддаються фізичному моделюванню, або може передувати проведенню інших видів моделювання. В основі побудови уявних макетів також лежать аналогії, проте зазвичай базуються на причинно-наслідкових зв'язках між явищами і процесами в об'єкті.

Якщо ввести умовне позначення окремих понять, тобто знаки, а також певні операції між цими знаками, то можна реалізувати знакове моделювання і за допомогою знаків відображати набір понять - скласти окремі ланцюжка з слів і пропозицій. Використовуючи операції об'єднання, перетину і доповнення теорії множин, можна в окремих символах дати опис якогось реального об'єкта. В основі мовного моделювання лежить деякий тезаурус.

Останній утворюється з набору вхідних понять, причому цей набір повинен бути фіксованим.

Слід зазначити, що між тезаурусом і звичайним словником є принципові відмінності. Тезаурус – словник, який очищений від неоднозначності, тобто в ньому кожному слову може відповідати лише єдине поняття, хоча в звичайному словнику одному слову можуть відповідати кілька понять.

Символічне моделювання являє собою штучний процес

створення логічного об'єкта, який заміщає реальний і виражає основні властивості його відносин з допомогою певної системи знаків або символів. Математичне моделювання. Для дослідження характеристик процесу функціонування будь-якої системи  $S$  математичними методами, включаючи і машинні, повинна бути проведена формалізація цього процесу, тобто побудовано математичну модель.

Під математичним моделюванням будемо розуміти процес встановлення відповідності даному реальному об'єкту деякого математичного об'єкта, званого математичною моделлю, і дослідження цієї моделі, що дозволяє отримувати характеристики розглянутого реального об'єкта. Вид математичної моделі залежить як від природи реального об'єкта, так і завдань дослідження об'єкта і необхідної достовірності і точності вирішення цього завдання.

Будь-яка математична модель, як і всяка інша, описує реальний об'єкт лише з деякою мірою наближення до дійсності. Математичне моделювання для дослідження характеристик процесу функціонування систем можна розділити на аналітичне, імітаційне і комбіноване. Для аналітичного моделювання характерно те, що процеси функціонування елементів системи записуються у вигляді деяких функціональних співвідношень (алгебраїчних, інтегро-дифференціальних, звичайно - різницевих тощо) або логічних умов.

Аналітична модель може бути досліджена такими методами:

- аналітичним, коли прагнуть отримати в загальному вигляді явні залежності для потрібних характеристик;

- чисельним, коли, не вміючи вирішувати рівнянь у загальному вигляді, прагнуть отримати числові результати при конкретних початкових даних;

- якісним, коли, не маючи рішення в явному вигляді, можна знайти деякі властивості рішення.

Найбільш повне дослідження процесу функціонування системи можна провести, якщо відомі явні залежності, що зв'язують потрібні характеристики з початковими умовами,



параметрами і змінними системи  $S$ . Однак такі залежності вдається отримати тільки для порівняно простих систем. При ускладненні систем дослідження їх аналітичним методом наштовхується на значні труднощі, які часто бувають непереборними. Тому, бажаючи використати аналітичний метод, в цьому випадку йдуть на істотне спрощення первинної моделі, щоб мати можливість вивчити хоча б загальні властивості системи. Таке дослідження на спрощеній моделі аналітичним методом допомагає отримати орієнтовні результати для визначення більш точних оцінок іншими методами. Чисельний метод дозволяє досліджувати порівняно з аналітичним методом більш широкий клас систем, але при цьому отримані рішення носять приватний характер. Чисельний метод особливо ефективний при використанні ЕОМ.

В окремих випадках дослідження системи можуть задовольнити і ті висновки, які можна зробити при використанні якісного методу аналізу математичної моделі. Такі якісні методи широко використовуються, наприклад, в теорії автоматичного управління для оцінки ефективності різних варіантів систем управління. В даний час поширені методи машинної реалізації дослідження характеристик процесу функціонування великих систем. Для реалізації математичної моделі на ЕОМ необхідно побудувати відповідний моделюючий алгоритм. При імітаційному моделюванні реалізує модель алгоритм відтворює процес функціонування системи  $S$  в часі, причому імітуються елементарні явища, що становлять процес, зі збереженням їх логічної структури і послідовності протікання в часі, що дозволяє за вихідними даними отримати відомості про стани процесу в певні моменти часу, що дають можливість оцінити характеристики системи  $S$ .

Основною перевагою імітаційного моделювання порівняно з аналітичним є можливість вирішення більш складних завдань. Імітаційні моделі дозволяють досить просто враховувати такі фактори, як наявність дискретних і безперервних елементів, нелінійні характеристики елементів системи, численні випадкові впливи та інші, які часто створюють труднощі при аналітичних дослідженнях. В даний час імітаційне моделювання - найбільш

ефективний метод дослідження великих систем, а часто і єдиний практично доступний метод отримання інформації про поведінку системи, особливо на етапі її проектування. Коли результати, отримані при відтворенні на імітаційній моделі процесу функціонування системи  $S$ , є реалізаціями випадкових величин і функцій, тоді для знаходження характеристик процесу потрібно його багаторазове відтворення з подальшою статистичною обробкою інформації і доцільно в якості методу машинної реалізації імітаційної моделі використовувати метод статистичного моделювання.

Спочатку був розроблений метод статистичних випробувань, що представляє собою чисельний метод, який застосовувався для моделювання випадкових величин і функцій, імовірнісні характеристики яких збігалися з рішеннями аналітичних завдань (така процедура отримала назву методу Монте -Карло ). Потім цей прийом стали застосовувати і для машинної імітації з метою дослідження характеристик процесів функціонування систем, схильних випадковим впливам , тобто з'явився метод статистичного моделювання. Таким чином, методом статистичного моделювання будемо надалі називати метод машинної реалізації імітаційної моделі, а методом статистичних випробувань (Монте -Карло) – чисельний метод рішення аналітичної задачі.

Метод імітаційного моделювання дозволяє вирішувати завдання аналізу великих систем  $S$ , включаючи завдання оцінки: варіантів структури системи, ефективності різних алгоритмів керування системою, впливу зміни різних параметрів системи.

Імітаційне моделювання може бути покладено також в основу структурного, алгоритмічного і параметричного синтезу великих систем, коли потрібно створити систему, із заданими характеристиками при певних обмеження, яка є оптимальною за деякими критеріями оцінки ефективності.

При вирішенні завдань машинного синтезу систем на основі їх імітаційних моделей крім розробки моделюючих алгоритмів для аналізу фіксованої системи необхідно також розробити алгоритми пошуку оптимального варіанту системи. Далі в

методології машинного моделювання будемо розрізняти два основні розділи: статику і динаміку, основним змістом яких є відповідно питання аналізу та синтезу систем, заданих моделюючими алгоритмами.

Комбіноване (аналітико - імітаційне) моделювання при аналізі та синтезі систем дозволяє об'єднати гідності аналітичного та імітаційного моделювання. При побудові комбінованих моделей проводиться попередня декомпозиція процесу функціонування об'єкта на складові під процеси і для тих з них, де це можливо, використовуються аналітичні моделі, а для решти під процесів будуються імітаційні моделі. Такий комбінований підхід дозволяє охопити якісно нові класи систем, які не можуть бути досліджені з використанням тільки аналітичного та імітаційного моделювання окремо.

### **3.4. Інші види моделювання**

При реальному моделюванні використовується можливість дослідження різних характеристик або на реальному цілком, або на її частині. Такі дослідження можуть проводитися як на об'єктах, що працюють в нормальних режимах, так і при організації спеціальних режимів для оцінки характеристик, які цікавлять дослідника (при інших значеннях змінних і параметрів, в іншому масштабі часу і т. д.). Реальне моделювання є найбільш адекватним, але при цьому його можливості з урахуванням особливостей реальних об'єктів обмежені.

Натурним моделюванням називають проведення дослідження на реальному об'єкті з подальшою обробкою результатів експерименту на основі теорії подібності. При функціонуванні об'єкта відповідно до поставленої мети вдається виявити закономірності перебігу реального процесу. Потрібно відзначити, що такі різновиди натурального експерименту, як виробничий експеримент і комплексні випробування, володіють високим ступенем вірогідності.

З розвитком техніки і проникненням в глиб процесів, що протікають в реальних системах, зростає технічна оснащеність

сучасного наукового експерименту. Він характеризується широким використанням засобів автоматизації проведення, застосуванням досить різноманітних засобів обробки інформації, можливістю втручання людини в процес проведення експерименту, та відповідно з цим з'явився новий науковий напрям - автоматизація наукових експериментів.

Відмінність експерименту від реального протікання процесу полягає в тому, що в ньому можуть з'явитися окремі критичні ситуації і визначатися межі стійкості процесу. У ході експерименту вводяться нові чинники і впливи в процесі функціонування об'єкта. Один з різновидів експерименту - комплексні випробування, які також можна віднести до натурального моделювання, коли внаслідок повторення випробувань виробів виявляються загальні закономірності про надійність цих виробів, про характеристики якості і т.д. У цьому випадку моделювання здійснюється шляхом обробки та узагальнення відомостей, що проходять в групі однорідних явищ.

Поряд із спеціально організованими випробуваннями можлива реалізація натурального моделювання шляхом узагальнення досвіду, накопиченого в ході виробничого процесу, тобто можна говорити про виробничий експеримент. Тут на базі теорії подібності обробляють статистичний матеріал по виробничому процесу і отримують його узагальнені характеристики.

Іншим видом реального моделювання є фізичне, відмінне від натурального тим, що дослідження проводиться на установках, які зберігають природу явищ і володіють фізичною подібністю. У процесі фізичного моделювання задаються деякі характеристики зовнішнього середовища і досліджується поведінка або реального об'єкта, або його моделі при заданих або створюваних штучно впливах зовнішнього середовища.

Фізичне моделювання може протікати в реальному і нереальному (псевдо реальному) масштабах часу, а також може розглядатися без урахування часу. В останньому випадку вивченню підлягають так звані "заморожені" процеси, які фіксуються в деякий момент часу. Найбільша складність і інтерес

з точки зору вірності одержуваних результатів являє фізичне моделювання в реальному масштабі часу. З точки зору математичного опису об'єкта і залежно від його характеру моделі можна розділити на моделі аналогові (безперервні), цифрові (дискретні) і аналого - цифрові (комбіновані).

Під аналоговою моделлю розуміється модель, яка описується рівняннями, що зв'язують безперервні величини. Під цифровою розуміють модель, яка описується рівняннями, що зв'язують дискретні величини, представлені в цифровому вигляді. Під аналого - цифровою розуміється модель, яка може бути описана рівняннями, що зв'язують безперервні і дискретні величини.

Особливе місце в моделюванні займає кібернетичне моделювання, в якому відсутня безпосередня подібність фізичних процесів, що відбуваються в моделях, реальним процесам. У цьому випадку прагнуть відобразити лише деяку функцію і розглядають реальний об'єкт як "чорний ящик", що має ряд входів і виходів, і моделюють деякі зв'язки між входами і виходами.

Найчастіше при використанні кібернетичних моделей проводять аналіз поведінкової сторони об'єкта при різних впливах зовнішнього середовища.

Таким чином, в основі кібернетичних моделей лежить відображення деяких інформаційних процесів управління, що дозволяє оцінити поведінку реального об'єкта. Для побудови імітаційної моделі в цьому випадку необхідно виділити досліджувану функцію реального об'єкта, спробувати формалізувати цю функцію у вигляді деяких операторів зв'язку між входом і виходом і відтворити на імітаційній моделі дану функцію, причому на базі зовсім інших математичних співвідношень і, природно, іншої фізичній реалізації процесу.

### **3.5 . Математичне моделювання**

Історія розвитку та застосування системного підходу пов'язана з методами опису систем. Вони класифікуються в порядку зростання формалізованості - від якісного опису на

початковому етапі до кількісного системного моделювання із застосуванням ЕОМ. Поділ методів на якісні та кількісні носить досить умовний характер. У якісних методах основна увага приділяється гіпотезам і аналогіям. Вони застосовуються тоді, коли відсутні описи закономірностей систем у вигляді аналітичних залежностей. Якісний аналіз ведеться, як правило, на природній мові.

*Гіпотеза* - певні передбачення, що ґрунтуються на певній кількості досвідчених даних, спостережень, здогадів і т.ін.

*Аналогією* називають судження про будь-яку приватну схожість двох об'єктів, яке не завжди може бути виражене в кількісних оцінках. Сучасна наукова гіпотеза створюється, як правило, за аналогією з перевіреними на практиці науковими положеннями. Таким чином, аналогія пов'язує гіпотезу з експериментом.

До якісних методів належать: методи типу мозкової атаки або колективної генерації ідей, методи типу сценарії, методи експертних оцінок, морфологічні методи, коли систематично знаходяться всі «мислимі» варіанти вирішення проблеми або реалізації системи шляхом комбінування виділених елементів і їх ознак.

Кількісні методи передбачають певні експериментальні дослідження, аналіз результатів з метою оцінки коректності прийнятих на першому етапі гіпотез. Таким чином здійснюється перехід від словесного опису системи до формального подання процесу та його функціонування у вигляді деякої математичної моделі. Якщо експерименти проводяться на ЕОМ, то їх називають машинними експериментами, а сам процес проведення експериментів імітаційним моделюванням. Якщо експерименти проводяться безпосередньо на реальному об'єкті, то такі експерименти називаються натурними експериментами. Численні дослідження і розрахунки пов'язані з вибором оптимальної структури системи і моделі, оптимальних значень параметрів. Виконання таких досліджень можливе лише за наявності математичного опису процесу функціонування системи, тобто її математичної моделі. У цьому випадку розглядають математику

не тільки як метод розрахунку, але і як метод мислення.

При побудові математичних моделей процесів функціонування систем існують такі основні підходи: безперервно-детермінований (наприклад, диференціальні рівняння, рівняння стану); дискретно-детермінований (кінцеві автомати); дискретно-стохастичний (імовірнісні автомати); безперервно-стохастичний (системи масового обслуговування); узагальнений або універсальний (агрегативна системи).

Класифікація моделей та видів моделювання об'єктів і систем у відповідності з теорією подібності повинна виділити в них найбільш загальні ознаки і властивості реальних систем. Нижче наведена одна з можливих класифікацій.

<i><b>Ознаки класифікації.</b></i>	<i><b>Види математичних моделей</b></i>
1. Приналежність до ієрархічного рівня:	Моделі мікрорівня Моделі макрорівня Моделі мета рівня
2. Характер взаємовідносин з середовищем:	Відкриті (неперервний обмін) Закриті (слабкий зв'язок)
3. Характер відображення властивостей об'єкта	Структурні Функціональні

4. Спосіб подання властивостей об'єкта

- Аналітичні
- Алгоритмічні
- Імітаційні

5. Спосіб отримання моделі

- Теоретичні
- Емпіричні

6. Причинна обумовленість

- Детерміновані
- Імовірнісні

7. По відношенню до часу

- Динамічні
- Статичні

- 8. За типом рівнянь
  - Лінійні
  - Нелінійні
- 9. За безліччю значень змінних
  - Безперервні
  - Дискретні
  - Дискретно-безперервні
- 10. За призначенням
  - Технічні
  - Економічні
  - Соціальні і т.п.

### **3.6 . Особливості системного моделювання**

Системне моделювання являє собою сукупність конкретних різновидів моделювання, найбільш важливі серед яких:

- атрибутивний, спрямоване на систематизацію інформації про властивості об'єктів. При цьому використовуються різного роду класифікації, матриці, таблиці, які дозволяють систематизувати властивості об'єктів, виділити головні і другорядні;

- структурний, що забезпечує подання структури об'єкта або процесу моделювання;

- організаційний, що припускає вивчення організації системи;

- функціональний, орієнтоване на побудову і дослідження функцій досліджуваного явища;

- структурно - функціональний , що ставить своєю ціллю дослідженню взаємозв'язку структури і функції досліджуваного об'єкта чи процесу;

- вітальний, спрямоване на представлення та вивчення тих чи інших етапів життєвого шляху системи.

Системне моделювання не обмежується задоволенням простої цікавості по відношенню до моделі. Воно дуже



прагматичне. Його найважливішим призначенням виступає не просто отримання знань про систему, а її оптимізація. Це пошук оптимуму характеристик системи відповідно з деякими критеріями оптимальності. Математика оперує поняттям "оптимуму функції". Оптимум функції  $f(x)$  на множині  $M$  приватне значення  $f(x_0)$  цієї функції, що задовольняє одному з співвідношень:  $f(x_0)$  більше і дорівнює  $f(x)$  для всіх  $x$  змін (глобальний максимум) або для всіх  $f(x_0)$  менше і дорівнює  $f(x)$  для всіх  $x$  з  $M$  (глобальний мінімум). Точка оптимума функції  $f(x)$  на безліч  $M$  однією з точок екстремуму цієї функції на множині  $M$ .

Системне моделювання орієнтоване на пошук в системній моделі оптимальних характеристик з метою перетворення за принципом оптимальності реальних об'єктів практичної діяльності людей.

**Лекція 4.** Властивості системи з точки зору моделювання. Етапи моделювання та загальні вимоги до моделей. Якість моделювання. Принцип подібності при математичному моделюванні. Модель чорного ящика. Труднощі побудови моделі чорного ящика. Внутрішня неоднорідність систем. Труднощі побудови моделі складу.

#### **4.1 . Властивості системи з точки зору моделювання**

**Стан системи** - це сукупність значень її показників . Всі можливі стани системи утворюють її безліч станів. Якщо в цій безлічі визначено поняття близькості елементів, то воно називається простором станів.

**Рух (поведінка ) системи** - це процес переходу системи з одного стану в інший, з нього в третє і т.д. Якщо перехід системи з одного стану в інший відбувається без проходження будь-яких проміжних станів, то система називається дискретною. Якщо при переході між будь-якими двома станами система обов'язково проходить через проміжний стан, то вона називається динамічною (безперервною).

Розрізняють такі режими руху системи :

- **рівноважний**, коли система знаходиться весь час в одному і тому ж стані;
- **періодичний**, коли система через рівні проміжки часу проходить одні й ті ж стани;
- **перехідний режим** - рух системи між двома періодами часу, в кожному з яких система перебувала в стаціонарному режимі;
- **аперіодичний режим** - система проходить безліч станів, однак закономірність проходження цих станів є більш складною, ніж періодичні, наприклад, змінний період ;
- **ергодичний** режим - система проходить весь простір станів таким чином, що з плином часу проходить скільки завгодно близько до будь-якого заданого стану.

Якщо система знаходиться в рівноважному або періодичному режимі, то говорять, що вона знаходиться в сталому або

стаціонарному режимі.

Підсумовуючи сказане вище, перерахуємо властивості систем:

- **Цілісність** - поява нової якості в об'єднанні саме цього набору елементів. Важливо довести цілісність втратою системних якостей при виключенні будь-якого з виділених елементів системи.

- **Різноманітність** - наявність якісно різних елементів системи, несучих різні функції.

- **Зв'язність** - здійснення обміну інформацією між елементами системи, неможливість включення в систему елементів без інформаційного обміну.

- **Цілеспрямованість** - можливість управління системою шляхом зміни параметрів в одному елементі для перетворення стану інших.

- **Стійкість** - (гомеостаз) здатність збереження властивостей системи при досить широкій зміні параметрів середовища.

## **4.2. Етапи моделювання та загальні вимоги до моделей**

Моделювання в цілому включає в себе ряд етапів, що базуються на системному підході :

### *1.Змістовна постановка задачі:*

- вироблення загального підходу до досліджуваної проблеми; визначення під задач;

- визначення основної мети і шляхів її досягнення.

### *2.Вивчення та збір інформації про об'єкт - оригінал:*

- аналіз або підбір відповідних гіпотез, аналогій, теорій;
- облік досвідчених даних, спостережень і т.д.; визначення вхідних і вихідних змінних, зв'язків, прийняття спрощуючих припущення.

### *3.Формалізація:*

- приймаються умовні позначення і з їх допомогою описуються

зв'язки між елементами об'єкта у вигляді математичних виразів. Намічується перехід до кількісного аналізу.

*4. Вибір методу рішення.* Для поставленої математичної задачі обґрунтовується метод її вирішення з урахуванням знань і уподобань користувача і розробника. При проектуванні доводиться вирішувати як лінійні, так і нелінійні задачі, використовувати ручні та машинні методи проектування, розрахунку і досліджень.

*5. Реалізація моделі.* Приймається критерій оцінки ефективності моделі, розробляється алгоритм, пишеться та налагоджується програма, щоб здійснити системний аналіз і синтез.

*6. Аналіз отриманих результатів.* Зіставляється передбачуване і отримане рішення, проводиться оцінка адекватності та похибки моделювання. Процес моделювання є ітеративним. У разі незадовільних результатів, отриманих на етапах 5 або 6, здійснюється повернення до одного з ранніх етапів, який міг призвести до розробки невдалої моделі. Уточнення моделі відбувається до тих пір, поки не будуть отримані прийнятні результати.

Таким чином, після проходження цих етапів найбільш повно можуть бути виконані вимоги, що пред'являються до моделей:

- **Універсальність** - характеризує повноту відображення моделлю досліджуваних властивостей реального об'єкта;

- **Адекватність** - здатність відображати потрібні властивості об'єкта з похибкою не вище допустимої;

- **Точність** - оцінюється ступенем збігу значень характеристик реального об'єкта зі значеннями цих характеристик, отриманих за допомогою моделей;

- **Економічність** - визначається витратами ресурсів ЕОМ (пам'яті і часу на її реалізацію та експлуатацію).

### 4.3. Якість моделювання

Якість моделювання може бути оцінена характеристикою його споживчих властивостей:

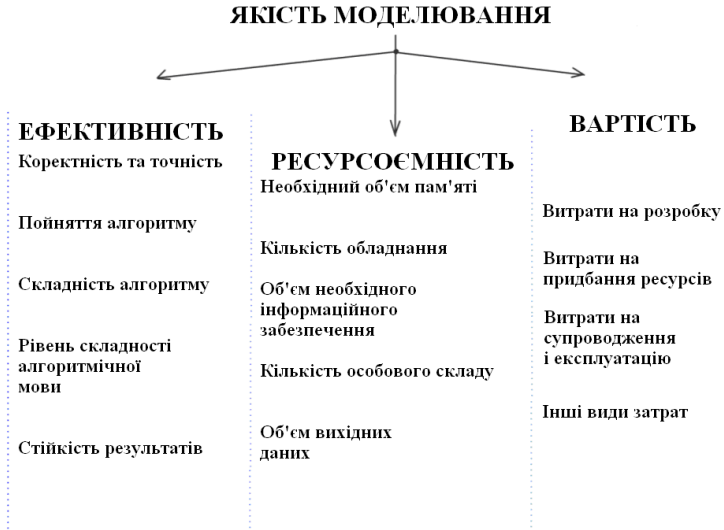
- *ефективність використання його за призначенням (мети) ;*
- *ресурсоемність;*
- *вартість .*

Ці характеристики (показники) у розгорнутому вигляді представлені на рисунку.

Математичний підхід до моделювання має ряд недоліків:

- *низька адекватність математичної моделі реальному об'єкту ;*
- *проблеми, пов'язані з вирішуванням математичних моделей через наявність у них розривних функцій;*
- *непридатність математичних моделей для більшості об'єктів із змінною структурою;*
- *наближені методи реалізацій моделей зі змінними коефіцієнтами вимагають значних витрат і не володіють достатньою точністю рішення.*

В даний час імітаційне моделювання в основному реалізується на ЕОМ. Оригінальний математичний опис будь-якої динамічної системи являє собою сукупність диференційних, алгебраїчних, логічних, різницевих рівнянь, що описують фізичні процеси в окремих функціональних елементах системи



Характеристики якості моделювання

#### 4.4. Принцип подібності при математичному моделюванні

Загальні положення теорії подібності сформулюємо наступним чином:

1. Необхідною умовою подібності двох систем є рівність відповідних критеріїв подібності цих систем;

2. Будь-яке повне рівняння того чи іншого явища, записане в певній системі одиниць, може бути представлено залежністю між критеріями подібності;

3. Умовою подібності явищ має бути існування рівностей найбільш важливих й незалежних критеріїв та подібність умов однозначності (початкові та граничні умови, вплив зовнішнього середовища та інш.).

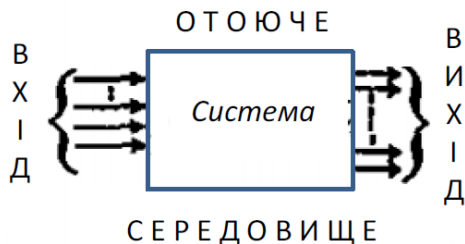
Крім перерахованих загальних положень теорії подібності, існує ряд додаткових положень, застосовуваних при розгляді складних систем з підсистемами, нелінійних і анізотропних систем, при імовірнісний характер досліджуваних явищ і т. п. У механіці для моделювання процесів використовують ряд критеріїв подібності.

## 4.5. Модель чорного ящика

Виділена, відмінна від усього іншого, система не ізольована від навколишнього середовища. Навпаки, вони пов'язані і обмінюються між собою будь-якими видами ресурсів (речовиною, енергією, інформацією та ін.). Позначимо цю особливість терміном " відкритість " системи і розглянемо цю властивість докладніше.

Відзначимо, що зв'язки системи з середовищем мають спрямований характер:

за однією середовище впливає на систему (їх називають **входами** системи), за іншими система здійснює вплив на середовище, щось робить в середовищі, щось видає в середовище (такі зв'язки називають **виходами** системи). Перелік входів і виходів системи називають **моделлю чорного ящика**. У цій моделі відсутня інформація про внутрішні особливості системи. Незважаючи на (уявну) простоту і бідність змісту моделі чорного ящика, ця модель часто цілком достатня для роботи з системою.



Узагальнене графічне представлення моделі «чорного ящика»

У багатьох випадках керування технікою (автомобілем, радіоапаратурою, комп'ютером, приладом) або людьми (наприклад, в менеджменті) інформація тільки про вхід та вихід керованої системи дозволяє успішно досягати мети. Однак для цього модель повинна відповідати певним вимогам. Ви можете відчувати труднощі, якщо не знаєте, що у деяких моделях телевізорів кнопку включення треба не натискати, а витягати, або що в деяких готелях вимикач в темному приміщенні суміщений з засувкою, і взагалі зустрівшись з приладом, не всі входи якого вам відомі.

Ясно, що для успішного управління системою модель чорного ящика повинна містити всю інформацію, необхідну для досягнення мети. При спробі задовольнити цю вимогу виконавець зустрінеться з труднощами, які слід мати на увазі.

#### **4.6. Труднощі побудови моделі чорного ящика**

Всі труднощі побудови моделі чорного ящика виникають з того, що модель завжди містить кінцевий список зв'язків, тоді як їх число у реальній системі не обмежена. Виникає питання: які з них включати в модель, а які - ні? Відповідь ми вже знаємо: в моделі повинні бути відображені всі зв'язки, суттєві для досягнення мети. Але слово "суттєві" - оціночне! Оцінку може дати тільки суб'єкт. Але крім здатності оцінювати, суб'єкт володіє ще однією властивістю - здатністю іноді помилятися у своїх оцінках. Помилка в оцінці призведе до того, що модель не цілком відповідатиме вимогу адекватності, а значить, її використання призведе до ускладнень в роботі з системою.

Можливі чотири типи помилок при побудові моделі чорного ящика:

*Помилка першого роду* відбувається, коли суб'єкт розцінює зв'язок як істотну і приймає рішення про включення її в модель, тоді як насправді по відношенню до поставленої мети вона несуттєва і могла б бути невраховуваною. Це призводить до появи в моделі "зайвих" елементів, по суті непотрібних.

*Помилка другого роду*, навпаки, відбувається суб'єктом, коли він приймає рішення, що даний зв'язок несуттєвий і не заслуговує бути включений в модель, тоді як насправді без нього наша мета не може бути досягнута в повній мірі або навіть зовсім.

Втрати, що наносяться помилкою першого роду, пов'язані з тим, що інформація, внесена нею, зайва. При роботі з такою моделлю доведеться витратити зайві ресурси на фіксацію та обробку зайвої інформації, наприклад, витратити на неї пам'ять машини і час обробки. На якості рішення це не позначиться, а на вартості та своєчасності - обов'язково.



Втрати від помилки другого роду - це втрата від того , що інформації для повного досягнення мети не вистачить, мета не може бути досягнута в повній мірі.

Гірше та помилка, втрати від якої більше. А це залежить від конкретних обставин. Наприклад, якщо час є критичним фактором, то помилка першого роду стає набагато більш небезпечною, ніж друга : вчасно прийняте , хай не найкраще, рішення переважніше оптимального, але запізненого.

**Помилка першого роду** та **помилка другого роду** в математичній статистиці — це ключеві поняття задач перевірки статичної гіпотези. Тим паче, данні поняття часто використовуються в інших областях, коли мова йде про прийняття «бінарного» рішення (так/ні) на основі деякого критерію (тесту, перевірки, вимірювання), який з деякою неймовірністю може дати неправдивий результат.

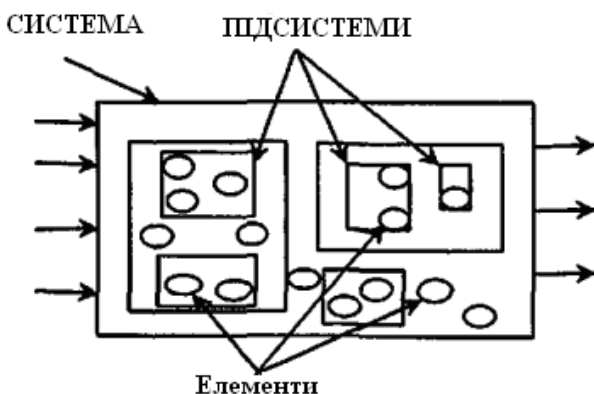
З урахуванням цього помилку першого роду часто називають **помилковою тривоگوю, помилковим спрацюванням** або **хибно позитивним спрацюванням** - наприклад, аналіз крові показав наявність захворювання, хоча насправді людина здорова, або метало детектор видав сигнал тривоги, спрацювавши на металеву пряжку ременя. Слово «позитивний» в даному випадку не має відношення до бажаності або небажаності самої події .

В інших областях зазвичай використовують словосполучення зі схожим змістом, наприклад, «**помилкове спрацювання**», «**помилкова тривога**» і т.п. В інформаційних технологіях часто використовують англійський термін falsepositive без перекладу.

Відповідно, помилку другого роду іноді називають **пропуском події** або **хибно негативним спрацюванням** - людина хвора, але аналіз крові цього не показав, або у пасажира є холодна зброя, але рамка метало детектора його не виявлено (наприклад, через те, що чутливість рамки відрегульована на виявлення тільки дуже масивних металевих предметів).

## 4.7. Внутрішня неоднорідність систем

Якщо заглянути всередину " чорного ящика", то з'ясується, що система не однорідна, не монолітна: можна виявити, що різні якості в різних місцях відрізняються. Опис внутрішньої неоднорідності системи зводиться до відокремлення щодо однорідних ділянок, проведення кордонів між ними. Так з'являється поняття про частини системи. При більш детальному розгляді виявляється, що виділені великі частини теж не однорідні, що вимагає виділяти ще більш дрібні частини. В результаті виходить *ієрархічний список* частин системи, який ми будемо називати моделлю складу системи.



Внутрішня неоднорідність систем

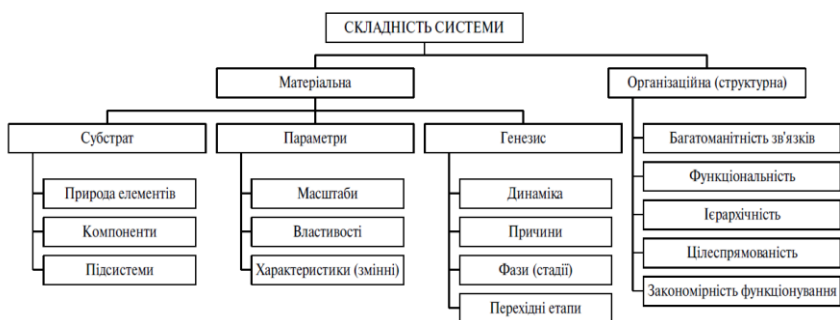
Інформація про склад системи може використовуватися для роботи з системою. Цілі взаємодії з системами можуть бути різними, у зв'язку з чим можуть різнитися і моделі складу однієї і тієї ж системи. Корисну, придатну для роботи модель створити непросто.

Поняття структури системи досить близьке до поняття її форми, але вони не тотожні. Структура - це лише один аспект поняття форми, внутрішньої організації змісту. Крім цього форма виступає і як вираження змісту, і як характеристика зовнішнього виду об'єкта (зовнішня форма).

Структуру системи можна характеризувати за такими загальними ознаками:

- кількість зв'язків та характер взаємодії елементів;
- інтенсивність зв'язків, частота (кількість зв'язків, що припадають на один елемент);
- кількість зовнішніх зв'язків, співвідношення між кількістю внутрішніх та зовнішніх зв'язків як характеристика відкритості системи.

Складність може бути: структурною, функціональною, динамічною, описовою (пізнавальною, гносеологічною)



Системне уявлення складності

#### 4.8. Труднощі побудови моделі складу.

Деякі системи диференціюються на частини мимовільно в процесі природного росту і розвитку ( організми, соціуми, планетні системи, молекули, родовища корисних копалин і т.д.).

Штучні системи завідомо збираються з раніше окремих частин (механізми, будівлі, тексти, мелодії та ін.). Є й змішані типи систем (заповідники, сільськогосподарські системи, природно охоронні організації, тягловий транспорт).

З іншого боку, запитаєте, з яких частин складається університет у ректора, студента, бухгалтера, господаря, - і кожен видасть свою, відмінну від інших модель складу. Так само по-різному визначають склад літака льотчик, стюардеса, пасажир. Можна сказати, що тіло складається з правої і лівої половинки, а можна - з верхньої і нижньої. Так з чого ж воно складається

"насправді"?

Труднощі побудови моделі складу, які кожному доводиться долати, можна представити трьома положеннями.

Перше. Ціле можна ділити на частини по-різному (як розрізати булку хліба на скибки різного розміру і форми). А як саме треба? Відповідь: так, як вам треба для досягнення вашої мети.

Тоді природно повернутися до питання: а чи існують частини "насправді"? Зверніть увагу на акуратну формулювання розглянутого властивості: розрізнення частин, а не роздільність на частини. Ми з ще однією сторони вийшли на проблему цілісності систем: можна розрізнити потрібні вам для вашої мети частини системи.

Друге . Кількість частин в моделі складу залежить і від того, на якому рівні зупинити дроблення системи. Частини на кінцевих гілках отриманого ієрархічного дерева називаються елементами. У різних обставинах припинення декомпозиції виробляється на різних рівнях. Наприклад, при описі майбутніх робіт доводиться давати досвідченому працівникові і новачкові інструкції різного ступеня подробиці. Таким чином, модель складу залежить від того, що вважати елементарним, а оскільки це слово оцінне, то це не абсолютне, а відносне поняття. Проте зустрічаються випадки, коли елемент носить природний, абсолютний характер (клітина – найпростіший елемент живого організму; індивід – останній елемент суспільства , фонема - найдрібніші частини усного мовлення) або визначається нашими можливостями (наприклад , можна припускати, що електрон теж з чогось складається, але поки фізики не змогли виявити його частини з дробовим зарядом).

Третє . Будь-яка система є частиною якоїсь більшої системи ( а нерідко частиною відразу декількох систем). А ця мета систему теж можна ділити на підсистеми по-різному. Це означає, що зовнішня межа системи має відносний, умовний характер. Навіть "очевидна" межа системи ( шкіра людини , огорожа підприємства тощо) за певних умов виявляється недостатньою для визначення кордону в цих умовах. Наприклад, під час трапези я беру виделкою з тарілки котлету, відкушую її, пережовую, ковтаю, переварюю. Де та межа, перетинаючи яку котлета стає моєю частиною? Інший приклад з

кордоном підприємства. Працівник впав на сходах і зламав ногу. Після лікування при оплаті бюлетеня виникає питання: яка це була травма - побутова або виробнича (вони оплачуються по-різному)? Немає сумніву, якщо це були сходи підприємства. Але якщо це були сходи будинку, де живе працівник, то все залежить від того, як він йшов додому. Якщо прямо з роботи і ще не дійшов до дверей квартири, травма вважається виробничою. Але якщо він по дорозі зайшов в магазин чи кінотеатр - травма побутова. Як бачимо, закон визначає межі підприємства умовно.

Умовність границь системи знову повертає нас до проблеми цілісності, тепер уже цілісності всього світу. Визначення межі системи виробляється з урахуванням цілей суб'єкта, який буде використовувати моделі системи.

### **Контрольні запитання.**

1. Охарактеризуйте динамічні властивості систем.
2. Дайте визначення поняття Помилка першого-третього роду при застосуванні моделі чорного ящика
3. Які критерії якості моделювання?
4. Імпульсна характеристика електронної системи

### **Література**

1. Комаров М.С. Основы научных исследований. – Львов: Вища школа. Изд-во при Львов. ун-те. 1982. – 128 с.
2. Сурмин Ю. П. Теория систем и системный анализ: Учеб.пособие. — К.: МАУП, 2003. — 368 с.
3. Т.Т. Газизов Моделирование систем. Учебное пособие. Томский государственный педагогический университет. - [http://koi.tspu.ru/koi\\_books/gazizov/](http://koi.tspu.ru/koi_books/gazizov/)

## Тема 4. Фрактали. Фрактальні антени

**Лекція 5.** Поняття «фрактал». Класифікація фракталів. Геометричні фрактали. Алгебраїчні фрактали. Стохастичні фрактали. Самоподібність і фрактальна розмірність.

### 5.1. Поняття «фрактал»

Поняття *фрактал* і *фрактальна геометрія* з'явилися в кінці 70-тих років минулого віку. Слово «фрактал» утворене від латинського *fractus* і в перекладі означає *зібраний з фрагментів*. Воно було запропоноване Бенуа Мандельбротом у 1975 році для позначення нерегулярних, але само подібних структур. Народження фрактальної геометрії прийнято пов'язувати з виходом в 1977 році книги Мандельброта «*The Fractal Geometry of Natur*». В його роботах використані наукові результати інших вчених, працюючих в період 1875-1925 років – Пуанкаре, Фату, Жюліа, Кантор, Хаусдорф. Але тільки в наш час вдалося об'єднати їх роботу в єдину систему.

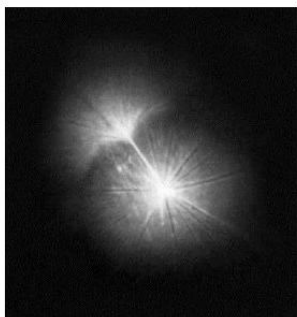
Визначення фрактала, яке дав Мандельброт, звучить так: «*Фракталом називається структура, яка складається з частин, які в деякому сенсі подібні цілому*».

Однією з основних властивостей фракталів є самоподібність. В самому простому випадку невелика частина фрактала містить інформацію про весь фрактал. Найбільш відомими фрактальними об'єктами, які з'явилися задовго до самого слова "фрактал", можна назвати криву Коха (аналог в природі – сніжинка), трикутну і універсальну криву Серпинського, фігуру Ліхтенберга, яка з'являється в вигляді узора на пластинці діелектрика після його пробою.

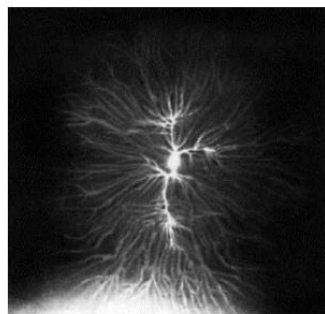
*Фігури Ліхтенберга* – картина розподілення іскрових каналів, розміщених на поверхні твердого діелектрика при так званому ковзкому іскровому розряді (рус. *скользящий искровой разряд*). Вперше подібні розряди спостерігались Г.К. Ліхтенбергом в 1777. В сильному розряді високі тиски і температури в іскрових каналах деформують поверхню діелектрика, утворюючи фігури Ліхтенберга. При малих розрядах

фігури Ліхтенберга відповідають вибірковій поляризації діелектрика, і їх можливо зробити помітними, посипаючи поверхню діелектрика спеціальним порошком або проявляючи фотопластинку, підкладену під час розряду під шар діелектрика.

Фігури Ліхтенберга біля аноду і катоду різко відрізняються за зовнішнім виглядом; тому за їх допомогою можливо встановити, від якого з цих електродів утворювались іскрові канали (т. з. полярність іскрового розряду).



*a*



*б*

Ліхтенберга фігури:

*a* – для від'ємного заряду; *б* – позитивного заряду

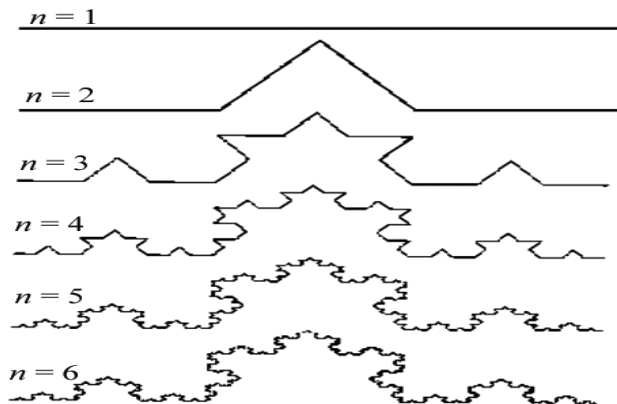
Велику роль фрактали відіграють в машинній графіці. Вони приходять на допомогу, наприклад, коли необхідно, за допомогою декількох коефіцієнтів, задати лінії і поверхні дуже складної форми. З точки зору машинної графіки, фрактальна геометрія незамінна при генерації штучних хмаринок, скель, поверхні моря.

## 5.2. Класифікація фракталів

### 5.2.1. Геометричні фрактали

Фрактали даного класу найбільш наочні. В двохвимірному випадку їх отримують за допомогою деякої ламаної (або поверхні в трьохвимірному випадку), яка називається *генератором*. За один крок алгоритма кожний із відрізків, які складають ламану,

замінюються на ламану-генератор, в відповідному масштабі. В результаті нескінченного повторення цієї операції, утворюється геометричний фрактал. Одним із стандартних прикладів фракталів цього класу є тріадна крива Коха. Побудова кривої Коха починається з прямолінійного відрізка одиничної довжини  $L(1) = 1$ . Цей вихідний відрізок називається *затравка* і може бути замінений будь-яким багатокутником, наприклад рівностороннім трикутником, квадратом.



### Побудова тріадної кривої Коха

Затравка – це нульове покоління кривої Коха. Побудова кривої Коха продовжується: кожна ланка затравки замінюється утворюючим елементом, який позначений на рисунку через  $n = 1$ . В результаті такої заміни ми отримуємо 1-е покоління – криву з чотирьох прямолінійних ланок, кожна довжиною по  $1/3$ . Довжина всієї кривої 1-го покоління складає величину  $L(1/3) = 4/3$ . Наступне покоління отримуємо при заміні кожної прямолінійної ланки зменшеним утворюючим елементом. В результаті ми отримуємо криву 2-го покоління, яка складається з  $N = 4^2 = 16$  ланок, кожна довжиною  $\delta = 3^{-2} = 1/9$ . Довжина кривої 2-го покоління складає  $L(1/9) = (4/3)^2 = 16/9$ . Замінюючи всі ланки попереднього покоління кривої зменшеним утворюючим елементом, отримуємо нове покоління кривої. При  $n$  спрямованому до нескінченності крива Коха стає фрактальним об'єктом.



### 5.2.2. Алгебраїчні фрактали

Це сама велика група фракталів. Отримують їх за допомогою нелінійних процесів в  $n$ -вимірних просторах.

Найбільш вивчені двовимірні процеси. Визначаючи нелінійний ітераційний процес, як дискретну динамічну систему, використовувати термінологію теорії нелінійної динаміки: *фазовий портрет, усталений, атрактор* та ін.

Відомо, що нелінійні динамічні системи мають декілька стійких станів.

Той стан, в якому опинилась динамічна система після деякого числа ітерацій, залежить від її початкового стану.

Тому кожний стійкий стан (або як говорять – атрактор) володіє деякою областю початкових станів, з яких система обов'язково опиниться в розглянутих кінцевих станах.

Таким чином фазовий простір системи ділиться на *області притягання* атракторів. Якщо фазовим є двовимірний простір, то розфарбовуючи області притягання різними кольорами, можливо отримати *кольоровий фазовий портрет* цієї системи (ітераційного процесу). Змінюючи алгоритм вибору кольору, можна отримати складні фрактальні картини з примхливими багатокольоровими візерунками.

Класичними прикладами алгебраїчних фракталів є множини Жюліа і Мандельброта, які отримують за допомогою простої ітераційної функції:

$$z_{n+1} = z_n + c,$$

де  $z$  – комплексна функція двох змінних  $x$  та  $y$ ;  $c$  – комплексне число ( $a$  і  $b$  – дійсні числа);  $n = 0, 1, 2, \dots$  – натуральні числа.

$$z = x + iy \quad c = a + ib$$

Поведінка послідовності залежить від параметра  $c$  і початкової точки  $Z(0)$ . Якщо зафіксувати  $c$  і змінювати  $z(0)$  в полі комплексних чисел, то одержимо множину Жюліа, а якщо зафіксувати  $z(0) = 0$  і змінювати параметр  $c$ , то одержимо

множину Мандельброта.

Якщо узяти  $z(0)$  далеко від нуля, то послідовність буде швидко прямувати до нескінченності. Це, вірно також і тоді, коли точка  $z(n)$  для деякого  $n$  знаходиться далеко від нуля.

Але існують і такі значення  $z(0)$ , для яких послідовність  $z_n$  ніколи не віддаляється, а завжди залишається обмеженою.

Чітке математичне визначення множини Жюліа формулюється наступним чином: множина Жюліа функції  $f$ , яка позначається  $J(f)$ , визначається як

$$J f = \partial z: f^n \rightarrow \infty \text{ при } n \rightarrow \infty .$$

Таким чином, множина Жюліа функції  $f$  є границя множини точок  $z$ , які прямують до нескінченності при ітеріруванні функції  $f(z)$ .

Для множини Мандельброта  $M$  для полінома  $f_c(z) = z^2 + c$  визначається як множина усіх  $c \in \mathbb{C}$ , для яких орбіта нульової точки обмежена:

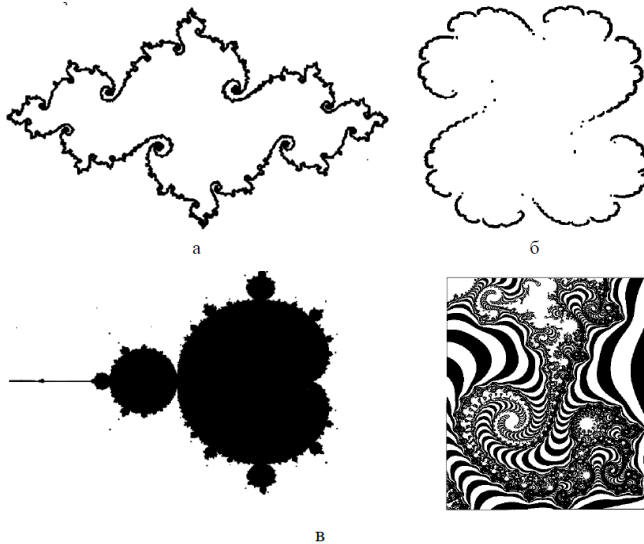
$$M = \left\{ c \in \mathbb{C} : \left\{ f_c^{(n)}(0) \right\}_{n=0}^{\infty} \text{ обмежена} \right\}$$

чи

$$M = \left\{ c \in \mathbb{C} : f_c^{(n)}(0) \neq \infty \text{ при } n \rightarrow \infty \right\}$$

Вид множини Жюліа і Мандельброта суттєво залежить від вибору параметра  $c$  чи початкової точки  $z(0)$ , відповідно. Змінюючи ці параметри, можна одержати неймовірну різноманітність цих множин.

Є два основні типи множини Жюліа: деякі з них є цілісними (зв'язані множини), а інші є хмарами з крапок (Канторови чи незв'язані множини). Приклади таких множин приведені на рисеуге.



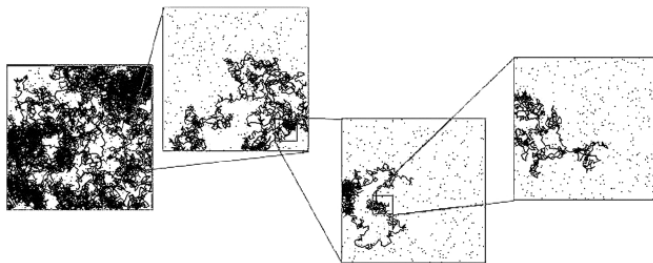
Множини Жюліа та Мандельброта:

$a$  – зв’язана множина Жюліа для  $z^2 - 0.7382 + 0.0827i$ ;  $б$  – незв’язана множина Жюліа для  $z^2 + 0.50$ ;  $в$  – множина Мандельброта для  $z^2 + c$ ;  $г$  – фрагмент множини Мандельброта для  $z^2 + c$  при кольоровому кодуванні значень точок  $z_n$

### 5.2.3. Стохастичні фрактали

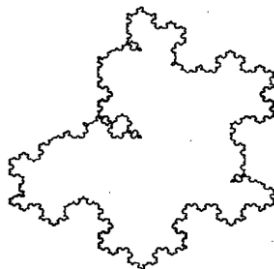
Ще одним відомим класом фракталів є стохастичні фрактали, які можливо отримати в тому випадку, коли в ітераційному процесі випадковим способом поміняти будь-які параметри. При цьому отримуємо об’єкти дуже схожі на природні несиметричні дерева, порізані берегові лінії та ін.

Двовимірні стохастичні фрактали використовують при моделюванні рельєфу місцевості і поверхні моря.



Особливий вид стохастичних фракталів складають так звані *фрактальні кластери*. Класична модель для дослідження цих видів структур: модель агрегації, обмеженої дифузиею (diffusion limited aggregation, DLA) описує агрегацію частинок в умовах їх випадкового руху.

Стохастичні фрактали часто отримують за допомогою додавання деякого випадкового параметру в детермінований фрактал, що і найчастіше зустрічається в природі.



Рандомізована крива Коха

Існують і інші класифікації фракталів, наприклад, ділення фракталів на детерміновані (алгебраїчні і геометричні) і не детерміновані (стохастичні).

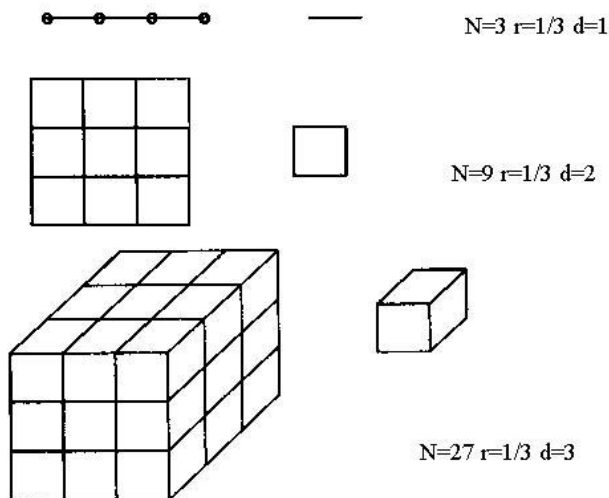
### 5.3. Самоподібність і фрактальна розмірність

Поділимо відрізок прямої на  $N$  рівних частин. Потім кожную частину можна вважати копією всього відрізка, зменшеною в  $1/r$  раз. Отже,  $N$  і  $r$  пов'язані співвідношенням  $Nr = 1$ . Якщо квадрат

розділити на  $N$  рівних квадратів ( з площею, в  $1/r^2$  раз менше площі вихідного ), то співвідношення матиме вигляд  $Nr^2 = 1$ . Якщо куб розділити на  $N$  рівних кубів (з об'ємом, в  $1/r^3$  раз менше об'єму вихідного ), то співвідношення матиме наступний вигляд:  $Nr^3 = 1$ . Помітно, що розмірність  $d$  об'єкту будь-то одномірний відрізок, двовимірний квадрат або трьохвимірний куб, з'являється як ступінь  $r$  в співвідношенні між  $N$ , числом рівних підоб'єктів, і коефіцієнтом подібності  $r$ . А саме:

$$Nr^d = 1$$

Множини, побудовані на рисунку, мають цілу розмірність.



### Розмірність простих геометричних фігур

Задамося питанням, чи можлива така побудова, при якій показник  $d$  в формулі не являється цілим, тобто таке, що при розбитті вихідної множини на  $N$  підмножин, що не перетинаються, отриманих масштабування оригіналу з коефіцієнтом  $r$ . Як ми переконаємося, відповідь – так! Таку множину називають *самоподібним фракталом*. Величину  $d$  називають *фрактальною (дробною) розмірністю* або *розмірністю подібності*. Явний вираз для  $d$  через  $N$  і  $r$  знаходиться логарифмуванням обох частин:

$$d = \log N / \log 1/r$$

Логарифм можна взяти по будь-якій додатній основі, відмінній від одиниці, наприклад, по основі 10 або по основі  $e=2,7183$ .

Але, в більш загальному випадку, коефіцієнти подібності не обов'язково одні й ті самі для всіх підмножин фрактала. В цьому випадку формула для розмірності не підходить.

Також необхідно відмітити, що деякі множини цілої розмірності також являються фракталами.

Для ілюстрації існування дрібної розмірності наведемо вже частково розглянуту сніжинку Коха та килим Серпинського.

**Сніжинка Коха.** Границя сніжинки, вигаданої Гельгогом фон Кохом в 1904 році, описується кривою, яка складається з трьох однакових фракталів розмірності  $d = 1,2618$ . Кожна третина сніжинки будується ітеративно, починаючи з одної із сторін рівностороннього трикутника. Нехай  $L_0$  — початковий відрізок. Заберемо середню частину і додамо два нових відрізка такої ж довжини, як показано на рисунку. Назвемо отриману множину  $L_2$ . Повторимо дану процедуру багаторазово, на кожному кроці замінюючи середню третину двома новими відрізками. Позначимо через  $L_n$  фігуру, отриману після  $n$ -го крока.

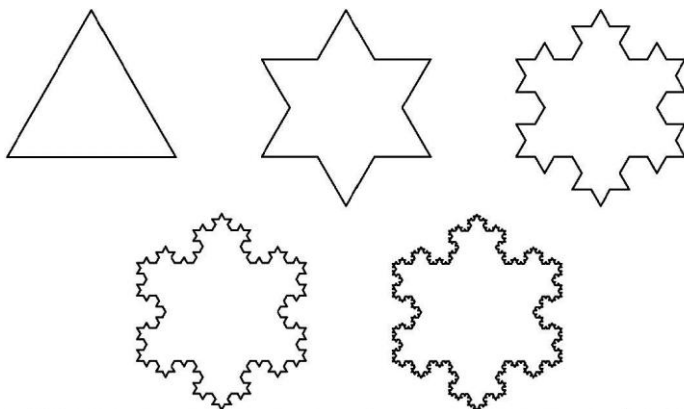
Інтуїтивно зрозуміло, що послідовність кривих  $\{L_n\}_{n=1}^{\infty}$  зводиться до деякої граничної кривої  $L$ . Розглянемо деякі її властивості. Якщо взяти копію  $L$ , зменшену в три рази ( $r = 1/3$ ), то всю множину  $L$  можна зібрати з  $N = 4$  таких копій. Отже, співвідношення самоподібності виконується при вказаних  $N$  і  $r$ , а розмірність фрактала буде:

$$d = \log(4) / \log(3) = 1,2618.$$

Також важливою властивістю, якою володіє границя сніжинки Коха – її нескінченна довжина. Звичайно гладкі або хоча б частково гладкі криві завжди мають кінцеву довжину (можна переконатися інтегруванням).

Мандельброт в цьому зв'язку опублікував ряд робіт, в яких досліджується питання про вимірювання довжини берегової лінії

Великобританії. В якості моделі він використовував фрактальну криву, яка нагадувала границю сніжинки за виключенням, що в неї ввели елемент випадковості, який враховував випадковість в природі. В результаті виявилось, що крива, яка описує берегову лінію, має нескінченну довжину.

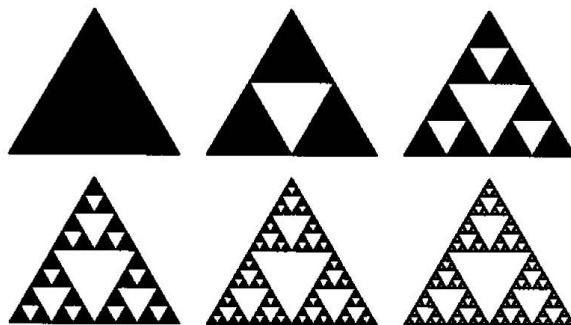


Сніжинка Коха

**Килим Серпинського.** Ще один приклад простого само подібного фрактала – килим Серпинського, вигаданий польським математиком Вацлавом Серпинським у 1915 році. Сам термін килим (gasket) належить Мандельброту. В способі побудови, який слідує нижче, ми розпочинаємо з деякої області і послідовно викидаємо внутрішні підобласті.

Нехай початкова множина  $S_0$ — рівносторонній трикутник разом з областю, яку він замикає. Розіб'ємо  $S_0$  на чотири менші трикутні області, з'єднавши відрізками середини сторін вихідного трикутника. Видалимо вміст маленької центральної трикутної області. Назвемо область, яка залишилась  $S_1$ . Потім повторимо процес для кожного із трьох маленьких трикутників, що залишилися, і отримаємо наступне наближення  $S_2$ .

Продовжуючи таким чином, отримаємо послідовність вкладених множин  $S_n$ , їхній перетин і утворює килим  $S$ .



### Побудова килима Серпинського

Із побудови видно, що весь килим являє собою об'єднання  $N=3$  зменшених в два рази копій, які не перетинаються; коефіцієнт подібності  $r = 1/2$  (як по горизонталі, так і по вертикалі). Отже,  $S$  — самоподібний фрактал з розмірністю :

$$d = \log(3) / \log(2) \approx 1,5850.$$

Очевидно, що сумарна площа частин, викинутих при побудові, в точності дорівнює площі вихідного трикутника. На першому кроці ми викинули  $1/4$  частину площі. На наступному кроці ми викинули три трикутника, причому площа кожного дорівнює  $1/42$  площі вихідного.

Розмірковуючи таким чином, ми переконаємось, що повна доля викинутої площі складає:

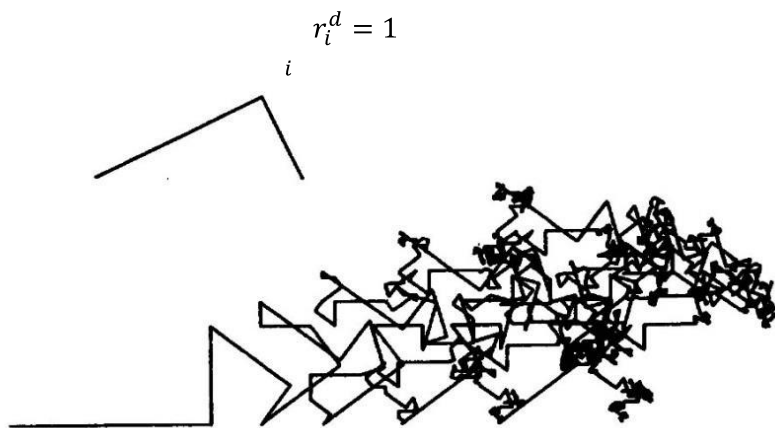
$$1/4 + 3(1/4^2) + 3^2(1/4^3) \dots 3^{n-1}(1/4^n) + \dots$$

При  $n \rightarrow \infty$  ця сума дорівнює 1. Отже, ми можемо стверджувати, що множина  $S$ , яка залишилась, тобто килим, має площу міри нуль.

**Фрактали з цілою розмірністю.** Як вже зазначалось, фрактальна розмірність не завжди дрібна. Таке явище може спостерігатися, коли для побудови фрактала використовується декілька коефіцієнтів подібності. В якості приклада наведемо фрактал – модифікований трикутний невід, де фрактальна



розмірність  $d = 2$ . Для побудови цієї фігури використовується утворений елемент, наведений в лівому верхньому куті, який покриває одиничний відрізок і перетворюється з двома коефіцієнтами подібності: тлінний катет змінюється з коефіцієнтом подібності  $r_1 = 2/5$ , короткий -  $r_2 = 1/5$   $r_2 = 1/\sqrt{5}$ . В цьому випадку вже не можна використовувати формулу. Мандельброт визначив розмірність подібності  $d$  як розмірність, для якої виконується співвідношення:



Модифікований трикутний невід. Фрактальна розмірність  $d=2$ .

Слід звернути увагу, що для розглянутого фракталу властиве утворення «кластерних» структур, подібних стохастичному фракталу для броунівського руху частинки.

**Лекція 6.** Довжина берегової лінії. Периметри фракталів. Мультифрактали. Фрактали та самоорганізація в природі. Фрактальний аналіз.

### **6.1. Довжина берегової лінії. Периметри фракталів**

На скільки велика довжина берегової лінії, наприклад, Норвегії? Перед тим як відповісти на питання, необхідно вирішити, чи варто враховувати в берегову лінію острови. Як бути з річками? В якому місці фіорд перестає бути фіордом і де саме він переходить в річку? Відповісти на це запитання іноді легко, іноді ні.

Але навіть якщо ми зможемо задовільно відповісти на всі запитання такого характеру, одна складність все ж залишається. Діло в тому, що якщо взяти курвіметр і надто малий масштаб карти, що не знадобилось би хвилюватись навіть за самі глибокі фіорди, і прийняти за довжину берегової лінії величину  $L$ . А можна вибрати більш великий масштаб карти. Цього разу в довжину берегової лінії ввійшли б найбільш глибокі фіорди. Для ще більш точного підрахунку довжини берегової лінії знадобились би такі карти, якими користуються сусіди при вирішенні питань про те, де повинна проходити огорожа між земельними ділянками. Зрозуміло, що уточнення можна вносити нескінченно. Кожного разу, коли ми будемо збільшувати роздільну здатність, довжина берегової лінії буде розростатися. Крім того, при визначенні довжини берегової лінії будуть виникати проблеми з островами і річками. Альтернативний спосіб вимірювання довжини берегової лінії складається з того, щоб нанести на карту сітку. Нехай квадратні комірки сітки мають розміри  $\delta \times \delta$ . Число  $N(\delta)$  таких комірок, необхідних, щоб покрити берегову лінію на карті, приблизно дорівнює числу кроків, за які можна пройти по карті вздовж берега лінійними відрізками довжиною  $\delta$ . Зменшення  $\delta$  призводить до збільшення числа комірок, необхідних для покриття берегової лінії. Якби берегова лінія Норвегії мала б визначену довжину  $L_n$ , то можна було б чекати, що число квадратних комірок  $N(\delta)$ , необхідних для покриття берегової лінії на карті, буде обернено пропорційне  $\delta$ , а

величина  $L(\delta) = N(\delta) \times \delta$  при зменшенні  $\delta$  буде прямувати до сталої  $L_n$ . Але, таким чином, очікування не здійсняться.

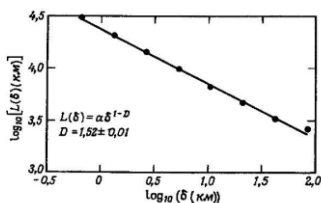
Як видно з рисунку, при зменшенні довжини  $\delta$  крока вимірювання довжини збільшується. Графік на цьому рисунку виконаний в двійковому логарифмічному масштабі і показує, що при зменшенні  $\delta$  виміряна довжина берегової лінії не прямує до сталої величини. Навпаки, виміряна довжина описується наближеною формулою

$$L(\delta) = a \delta^{1-d}$$

Для звичайної кривої можна було б очікувати, що  $a=L_n$  (по крайній мірі при досить малих  $\delta$ ) і показник  $d$  дорівнює одиниці. Але для берегової лінії Норвегії, як видно з графіку,  $d \approx 1,52$ . Берегова лінія - фрактал з фрактальною розмірністю  $d$ .



*a*



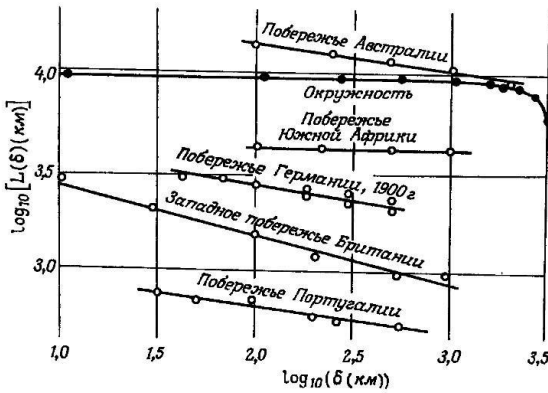
*б*

Визначення довжини берегової лінії:

*a* – берегова лінія Норвегії; *б* – виміряна довжина берегової лінії, як функція кроку  $\delta$  (км) – довжини сторони  $\delta$  x  $\delta$  квадратних комірок, що покривають берегову лінію по карті

Аналогічні залежності властиві і для інших країн.

Кутовий коефіцієнт цих прямих дорівнює  $1-d$ , де  $d$  – фрактальна розмірність.



Довжина берегової лінії як функція кроку  $\delta$  (км) – довжини сторони  $\delta \times \delta$  квадратних комірок, що покривають берегову лінію по карті

## 6.2. Мультифрактали

Фрактали наймовірно розширили наші можливості опису природи.

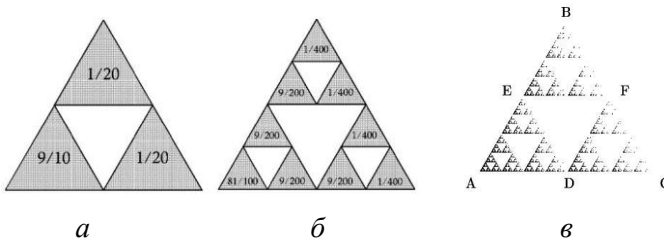
Абстрактні конструкції Кантора, Коха, Больцано забезпечили нас моделями реальності набагато реалістичнішими, ніж Евклідова геометрія. Проте у фізиці, хімії, геології (і в деяких інших науках) ми стикаємося з багатьма

явищами, що вимагають розширення поняття фрактала на складніші структури. Для повної характеристики цих неоднорідних об'єктів потрібна вже не одна, на відміну від регулярних фракталів, а цілий спектр фрактальних розмірностей, число яких в загальному випадку нескінченне.

Причина цього полягає у тому, що разом з чисто геометричними характеристиками, які визначаються розмірністю Хаусдорфа, такі фрактали володіють деякими статистичними властивостями.

Багато дивних аттракторів нелінійних динамічних систем також володіють яскраво вираженою мультифрактальною структурою.

Простіше всього пояснити, що мається на увазі під мультифракталом (неоднорідним фракталом) на прикладі трикутника Серпінського, одержаного за допомогою методу випадкових ітерацій. Система проітерованих функцій для цього фрактала складається з трьох рівноймовірних лінійних перетворень (імовірність =  $1/3$ ). Перерозподілимо імовірність таким чином: на одне перетворення хай доводиться 90%, на інші два по 5%. Таким чином, вийде трикутник Серпінського, точки якого розподілені нерівномірно. Велика частина точок зібрана у однієї вершини. Тоді як у інших вершин їх мало. Проте, фрактальна розмірність цього об'єкту дорівнює фрактальній розмірності класичного трикутника Серпінського (тобто з рівноймовірними перетвореннями) і дорівнює  $d = \ln 3 / \ln 2$ . Такий збіг і примушує займатися пошуком нових характеристик, які відрізняли б нерівномірний розподіл від рівномірного. Для цього на ряду з узагальненою фрактальною розмірністю часто доцільно використовувати інші - інформаційну фрактальну розмірність, кореляційну фрактальну розмірність, ентропію та багато інших характеристик.



Мультифрактальний трикутник Серпінського:

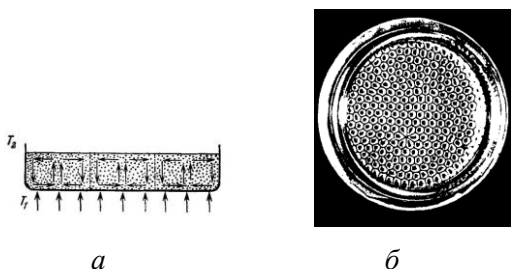
*a*, *б* – принцип побудови мультифрактального трикутника Серпінського й імовірність розподілення точок; *в* – результат побудови мультифрактального трикутника Серпінського за допомогою алгоритму «гра в хаос».

### 6.3. Фрактали та самоорганізація в природі

Теоретично можливість виникнення коливального, періодичного режиму в хімічних і біологічних системах було доведено у 1910 році А. Лотка. У 1937 році Колмогоров математично описав виникнення подібних неоднорідностей. Математичний доказ виникнення неоднорідності – структуризації, порушення просторової симетрії в початково однорідній системі – навів А. Т'юрінг (1952 році). Реакційно-дифузійний механізм виникнення неоднорідностей, теоретично описаний Т'юрінгом, послужив основою численного сімейства моделей біологічного морфогенезу.

*Морфогенез* – від грец. *morphe* - вигляд, форма, генез, морфогенія, формоутворення (біологічне), виникнення і розвиток органів, систем і частин тіла організмів як в індивідуальному, так і в історичному, або еволюційному, розвитку.

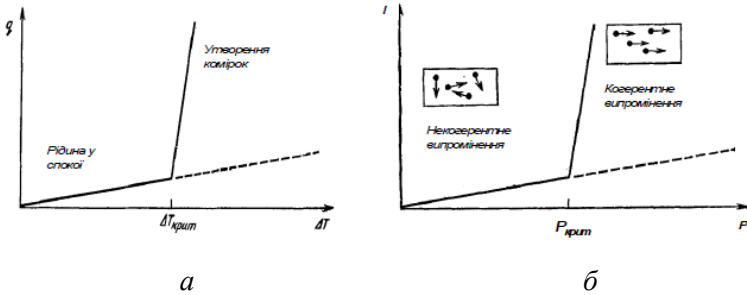
Класичним прикладом може слугувати поява *комірок Бенара* – поява складної просторової організації з узгодженим, когерентним переміщенням множини молекул і утворенням конвективних комірок в формі геометричних вельми правильних шестигранних структур в підігрітій знизу досить в'язкої рідини, наприклад, в шарі силіконового масла.



Комірки Бенара:

*a* – схематичне зображення виникнення конвекційних комірок ( $T$  – температура;  $T_2 < T_1$ ); *б* – фотографія (вид зверху) комірок Бенара. Виникнення комірок Бенара відбувається при умові, що градієнт температур  $\Delta T = T_1 - T_2$  перевищує деяке критичне значення для даної рідини  $\Delta T_{\text{крит}}$ . Наявність подібних

точок біфуркації загалі властиво для самоорганізації як біологічних структур та системам, так і фізичним.

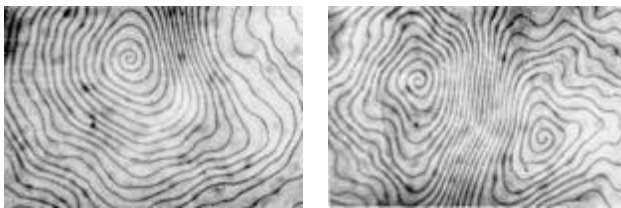


Наявність точок біфуркації при самоорганізації:

*а* – потік тепла ( $q$ ) при докритичних і надкритичних значеннях температури і умова виникнення комірок Бернара; *б* – генерація лазерного випромінювання ( $I$  – інтенсивність випромінювання) в залежності від потужності накачки ( $P$ )

Слід звернути увагу, що за сучасними уявленнями, організм людини чи будь-який інший біологічний об'єкт є фрактальною структурою, для якої образуючим елементом є материнська клітина. Всі клітини організму подібні одна до одної, змінюється чи «масштабуються», підлягають «афінним перетворюванням» лише деякі структурно-функціональні властивості, що приводить до спеціалізації клітин. Саме такий погляд на біологічні об'єкти пояснює, як одна молекула ДНК може закодувати розвиток та структуру всього організму. Завдяки цьому об'єм інформації, яка необхідна для відтворення хоча б однієї елементарної біологічної структури (наприклад, клітини) різко скорочується – ДНК необхідно лише запам'ятати деяку основоположну структуру та правило її перетворення. Такі перетворення потребують деякий час. Тому повне відтворення біологічного об'єкта з материнської клітини потребує години, дні, місяці та роки тощо, в залежності від складності повної структури. Саме тому, використання фрактальної геометрії в техніці, наприклад, при розробці комп'ютерних ігор, передачі інформації по каналам зв'язку та інші потребує відносно швидкісних обчислювальних можливостей на фоні суттєвого зменшення вихідної інформації.

Розглядаючи біологічні об'єкти чи інші реальні фізичні системи як фрактальні структури необхідно підкреслити, що в переважаючій більшості їх необхідно розглядати як динамічні системи, правила перетворення образуючого елемента фракталу кожен момент час змінюються за визначеними законами з урахуванням випадкових стохастичних зовнішніх процесів. В якості приклада наведемо еволюцію спіральної доменної структури в ультратонкому шару магніто-одноосьовому кристалі за одну хвилину під дією зовнішнього перемінного магнітного поля 300 Гц .



Динамічна фрактальна структура

#### **6. 4. Фрактальний аналіз**

Головним для фракталів в універсальному науковому плані є те, що при зовнішньому дуже складному вигляді вони, по суті, надзвичайно прості, оскільки є безліччю взаємозв'язаних елементів, однакових по структурі, але відмінних один від одного, головним чином, своїми розмірами. Про такі фігури часто говорять, що вони володіють «масштабною подібністю» або «масштабною інваріантністю», «самоподібні». Це означає, що якщо збільшити масштаб фрактала, щоб виявилися найдрібніші його деталі, то останні матимуть таку ж конфігурацію, що і найкрупніші елементи, які містяться в структурі фрактала.

Прості фрактали, такі, як канторовський пил, сніжинки і ламані Коха, килим Серпинського, криві дракона, криві Пеано і Гільберта і багато інших, володіють регулярною геометрично правильною структурою. Кожен фрагмент такого геометрично правильного фрактала в точності повторює всю конструкцію в цілому. При менш точній транслокації (самоафінності або



самоподібності) виникають інші, наприклад, випадкові фрактали.

Прикладами випадкових фракталів можуть служити прикордонні і берегові лінії, пори в хлібі, дірки в деяких сортах сиру, частинки в порошках і т.і.

Для фракталів, характерною ознакою є неціла розмірність, яка визначається співвідношенням:

$$N(\varepsilon)\varepsilon^d = c \Rightarrow d = \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(1/\varepsilon)} \Rightarrow d = -\frac{\log N(\varepsilon)}{\log(\varepsilon)}$$

де  $N(\varepsilon)$  - кількість рівних частин на які розбивається вихідне зображення, де кожен частину можна вважати копією всього зображення, що зменшено в  $1/\varepsilon$  разів;  $c$  - константа.

Структурні властивості біологічних тканин на медичних зображеннях також можуть бути оцінені за допомогою фрактальної геометрії. Найчастіше така оцінка проводиться саме за фрактальною розмірністю. Зазвичай, при такому аналізі медичне зображення переводять у бінарний формат, наприклад, за критерієм перевищення деякого порогу яскравості пікселів.

Комп'ютерні алгоритми обчислення розмірності Мінковського  $D$  найчастіше спираються на співвідношення аналогічне:

$$\log N(\varepsilon) = \log c - d \log \varepsilon.$$

Як видно, графік залежності  $\log N(\varepsilon)$  від  $\log \varepsilon$  – пряма з кутовим коефіцієнтом –  $d$ . В якості  $N(\varepsilon)$  можна використати мінімальне число кліток із стороною  $\varepsilon$ , необхідних для покриття фрактала. Для визначення невідомих параметрів  $c$  і  $d$  (хоча значення  $c$  звичайно не представляє інтересу) необхідно оцінити  $N(\varepsilon)$  для декількох значень  $\varepsilon$ .

**Лекція 7.** «Фрактальні антени». Заповнюючі простір криві. Випромінювачі на основі фрактала Коха. Диполі на основі фракталів Мінковського, Гільберта та їх модифікацій.

### **7.1. «Фрактальні антени».**

«Фрактальні антени» - принципово новий тип "ламаних" антен. Перші публікації з електродинаміки фрактальних структур відносяться до 80-х років минулого століття. У публікаціях з історії фрактальних антен зазвичай згадується робота вчених Університету штату Пенсільванія Я.Кіма і Д.Джаггарда (Y.Kim and DLJaggard).

Першість у теоретичних дослідженнях можливості застосування фрактальних форм для формування многополосних за частотою антен приписують вченому Технологічного університету Каталонії К.Пуенте (С.Puente). Початок же практичного застосування фрактальних антен в 1995 році поклав, як прийнято вважати, американський інженер Натан Коен (N.Cohen). Щоб обійти заборону бостонських влади встановлювати на будинках зовнішні антени, він замаскував антену своєї радіостанції під декоративну фігуру, виконану на основі фрактальної ламаної, описаної шведським математиком Хельге фон Кохом (Helge von Koch) в 1904 році.

Опубліковані Коеном результати досліджень характеристик новою антеною конструкції привернули увагу фахівців. Завдяки зусиллям багатьох дослідників сьогодні теорія фрактальних антен перетворилася на самостійний, досить розвинений апарат синтезу та аналізу ЕМА.

**Фрактальні антени** - відносно новий клас електрично малих антен (ЕМА), принципово відрізняється своєю геометрією від відомих рішень. По суті, традиційна еволюція антен базувалася на евклідовій геометрії, що оперує об'єктами цілочисленної розмірності (лінія, коло, еліпс, параболоїд і т. д.). Головна відмінність фрактальних геометричних форм - їх дробова розмірність, що зовні проявляється в рекурсивному повторенні в зростаючому або зменшуваному масштабах

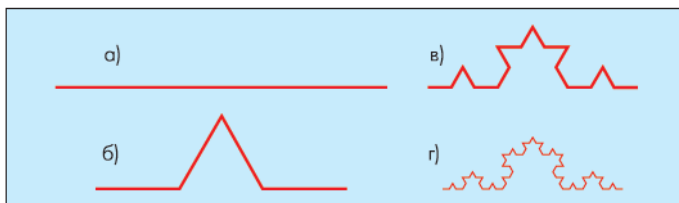
вихідних детермінованих або випадкових шаблонів.

Фрактальні технології набули поширення при формуванні засобів фільтрації сигналів, синтезі тривимірних комп'ютерних моделей природних ландшафтів, стисненні зображень. Цілком природно, що фрактальна "мода" не обійшла стороною і теорію антен. Тим більше, що прообразом сучасних фрактальних технологій в антенній техніці з'явилися запропоновані в середині 60-х років минулого століття логоперіодичні і спіральні конструкції. Правда, в строгому математичному математичному сенсі такі конструкції на момент розробки не мали відношення до фрактальної геометрії, будучи, по суті, лише фракталами першого роду. Зараз дослідники, в основному методом проб і помилок, намагаються використовувати відомі в геометрії фрактали в антенних рішеннях. В результаті імітаційного моделювання та експериментів встановлено, що фрактальні антени дозволяють отримати практично той же коефіцієнт посилення, що й звичайні, але при менших габаритах, що важливо для мобільних додатків. Розглянемо результати, отримані в галузі створення фрактальних антен самих різних типів.

## **7.2. Заповнюючі простір криві. Випромінювачі на основі фрактала Коха.**

Першою конструкцією фрактальної антени з найбільш повно вивченими електромагнітними і спрямованими властивостями стала антена на основі префрактальної кривої Коха. При побудові лінії Коха вихідний відрізок довжиною  $z$ , іменованій ініціатором фрактала, ділиться на три рівні частини.

Центральна ділянка замінюють рівностороннім трикутником зі стороною  $z/3$ . У результаті утворюється ламана, що складається з чотирьох ланок завдовжки  $z/3$  кожен. Цей процес повторюється для кожного окремого сегмента ламаній лінії: у другій ітерації на відрізках  $z/3$  будуються трикутники зі сторонами  $z/9$ , на них - трикутники зі сторонами  $z/27$  (третя ітерація) і т.д. Гранична крива і є крива Коха.



Побудова кривої Коха: а) перша, б) друга,  
в) третя і г) четверта ітерації

Кожен крок синтезу збільшує довжину результуючої кривої у відповідності з виразом:

$$L = z(4/3)^n$$

де  $n$  - число ітерацій,  $z$  - висота утворює шаблону (довжина вихідного відрізка).

Цей ефект мініатюризації антен є істотним лише при п'яти-шести перших ітераціях фрактала.

Строго кажучи, в антенних рішеннях використовуються не справжні фрактали, а лише кілька перших їх ітераційних форм, які отримали в геометрії назву кривих, що заповнюють простір (Space-Filling Curves, SFC) або площину (Plane-Filling Curves, PFC) [10]. Рідше використовується термін "префрактали". Всі ці поняття стосовно до антенних конструкціям можуть вживатися як синоніми. Така історично сформована термінологія теорії фрактальних антен, хоча вона і не відповідає прийнятим математичним визначенням.

SFC можуть застосовуватися як шаблони для виготовлення монополів і плечей диполів, формування топології друкованих антен, частотно-селективних поверхонь (Frequency Selection Surfaces, FSS) або обичайок дзеркальних рефлекторів, побудови контурів рамкових антен і профілів апертури рупорів, а також фрезерування пазів в щілинних антенах. В англійській літературі відповідні антени нерідко називають "space-filling antenna" (SFA) (антени, що заповнюють простір).

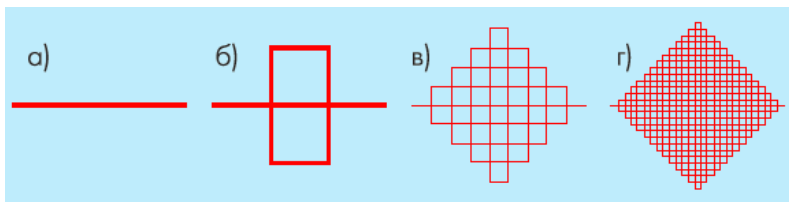
У разі дротяних антен самоперетинів SFC допускається тільки в початковому (або кінцевому) пункті [9]. Інакше кажучи, фрактальна лінія може мати вигляд замкнутого контуру, але жодна з її частин не може бути замкнутим фрагментом. Відсутність точок самоконтакта в SFC-об'єктах дозволяє говорити про них як про "самоунікаючих" кривих [11]. Звідси, до речі, походить ще одна назва цих ламаних ліній - FASS-криві (space-Filling self-Avoidance Simplicity Similarity - самоунікаючі криві подібних сегментів, що заповнюють простір).

Існує й інше обмеження всіх типів фрактальних антен: сегменти використовуваних в них SFC-ліній повинні бути коротше однієї десятої робочої довжини хвилі антени у вільному просторі. При цьому бажано, щоб загальна кількість пов'язаних SFC-сегментів в антенних топологіях перевищувало 10.

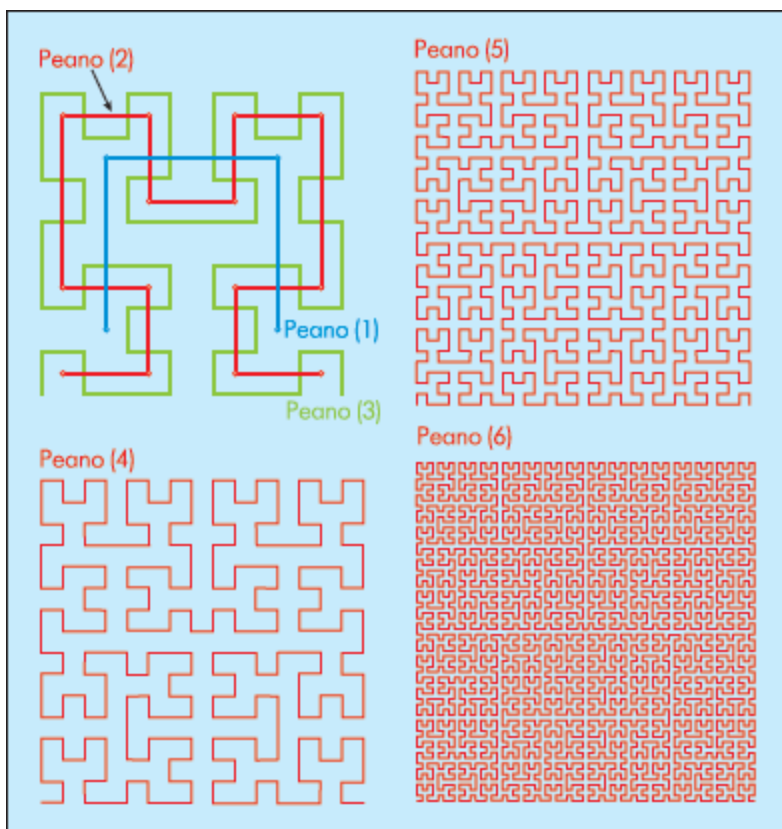
Експериментальні дані, отримані фахівцями компанії CushCraft: для кривої Коха, чотирьох ітерацій меандра і спіральної антени, дозволяють зіставити електричні властивості антени Коха з іншими випромінювачами з періодичною структурою. Всі зіставлені випромінювачі володіли багаточастотними властивостями, що проявилось в наявності періодичних резонансів на графіках імпедансов. Однак для багатодіапазонних додатків найбільше придатний фрактал Коха, у якого із зростанням частоти пікові значення реактивних і активних опорів зменшуються, тоді як у меандра і спіралі вони зростають.

Загалом слід зазначити, що теоретично уявити механізм взаємодії фрактальної прийомної антени і падаючих на неї електромагнітних хвиль складно через відсутність аналітичного опису хвильових процесів в провіднику зі складною топологією. У такій ситуації основні параметри фрактальних антен доцільно визначати шляхом математичного моделювання. Чисельне дослідження електромагнітних процесів, що протікають у фрактальних антенах і при їх взаємодії з предметами навколишнього середовища, присвячено досить багато робіт. Їх детальний огляд і аналіз виходить за рамки цієї статті. Загальний недолік всіх відомих публікацій за результатами досліджень фрактальних антен - відсутність вказівок на статистичну обробку

результатів експериментів.



Ітерації кривої Пеано: а) вихідна лінія, б) перше, в) друге і г) третя ітерації



Ітерації ламаної, запропонованої Гільбертом в 1891 році нерідко трактується як рекурсивна крива Пеано

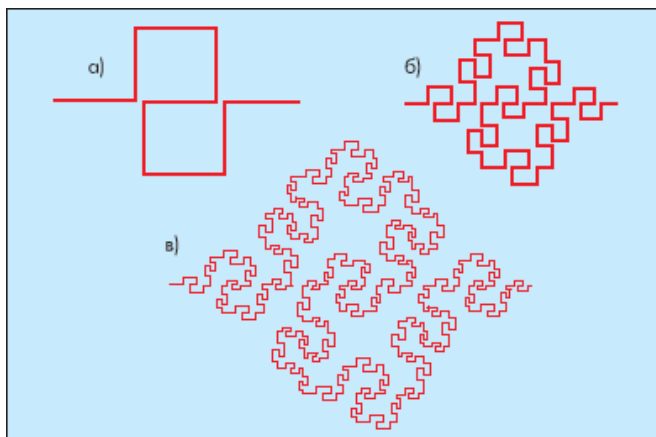
Зокрема, в них не наводяться відомості про недовірчі інтервали для вимірних параметрів, що не дозволяє судити про точність отриманих у результаті емпіричних співвідношень. В цілому ж, статистична теорія фрактальних антен при розрахунку їх чисельними методами поки ще чекає своїх розробників.

Приклад побудови першої самоподобної фрактальної кривої продемонстрував в 1890 році італійський математик Джузеппе Пеано (РСАП). Запропонована ним лінія в межі повністю заповнює квадрат, оббігаючи всі його точки. Надалі були знайдені й інші подібні об'єкти, що одержали по імені першовідкривача їх сімейства узагальнююча назва "криві Пеано". Правда, внаслідок чисто аналітичного опису кривої, запропонованого Пеано, виникла деяка плутанина в класифікації БРС-ліній. Насправді найменування "криві Пеано" варто було б давати лише оригінальним кривим, побудова яких відповідає аналітиці, опублікованій Пеано.

Тому для конкретизації розглянутих об'єктів антеною техніки при описі тієї чи іншої форми фрактальної антени слід, по можливості, згадувати та імена авторів, що запропонували відповідну модифікацію БРС. Це тим більше важливо, що згідно з підрахунками, число відомих різновидів БРС наближається до трьох сотень, причому ця цифра не є граничною.

Слід зазначити, що крива Пеано в початковому вигляді цілком придатна для виготовлення щілин в стінках хвилеводу, друкованих та інших апертурних фрактальних антен, але не прийнятна для побудови дротяної антени, оскільки має стикаються ділянки. Тому фахівцями компанії Fractus була запропонована її модифікація, що отримала назву "Peanodec".

Представлена на рисунку антена за фракталу Коха – лише один з варіантів, реалізований при використанні одностороннього ініціюючого трикутника рекурсії, тобто кут при його підставі (indentation angle або "кут поглиблення") дорівнює  $60^\circ$ .



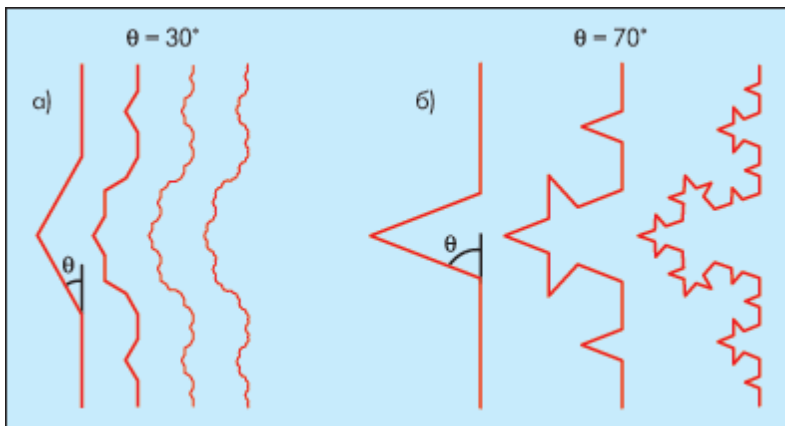
Варіант модифікації кривої Пеано ("Peanodec"): а) першого, б) другий в) третя ітерація [9]

Такий варіант фрактала Коха прийнято називати стандартним. Цілком природно задатися питанням, чи можна використовувати модифікації фрактала з іншими значеннями цього кута. Ствердну і ґрунтовну відповідь на дане питання міститься в роботі вченого Пенсільванського університету К.Дж.Віной (KJVinou). Виною запропонував розглядати кут при основі ініціюючого трикутника як параметр, що характеризує антенну конструкцію. Змінюючи цей кут, можна одержувати аналогічні рекурсивні криві різної розмірності. Криві зберігають властивість самоподібності, однак результуюча довжина лінії може бути різною, що впливає на характеристики антени. Виною першим досліджував кореляцію між властивостями антени і розмірністю узагальненого фрактала Коха  $D$ , яка визначається в загальному випадку залежністю

$$D = \frac{\log 4}{\log (2(1 + \cos\theta))}$$

Було показано, що в міру збільшення кута розмірність фрактала також збільшується, і при  $\rightarrow 90^\circ$  наближається до 2. Слід зазначити, що використане в теорії фрактальних антен поняття розмірності суперечить поняттям, прийнятим в геометрії, де ця міра застосовна тільки до нескінченно рекурсивних об'єктів.





Побудова кривої Коха з кутом а)  $30^\circ$  і б)  $70^\circ$  при основі трикутника в генераторі фрактала.

Із збільшенням розмірності нелінійно зростає і загальна довжина ламаної лінії, що визначається співвідношенням:

$$L_{n,\theta} = \left( \frac{2}{1 + \cos\theta} \right)^n L_0$$

де  $L_0$  - довжина лінійного диполя, відстань між кінцями якого та ж, що і у ламаної Коха,  $n$  - номер ітерації. Перехід від  $\theta = 60^\circ$  до  $\theta = 80^\circ$  на шостій ітерації дозволяє збільшити загальну довжину префрактала більш ніж у чотири рази.

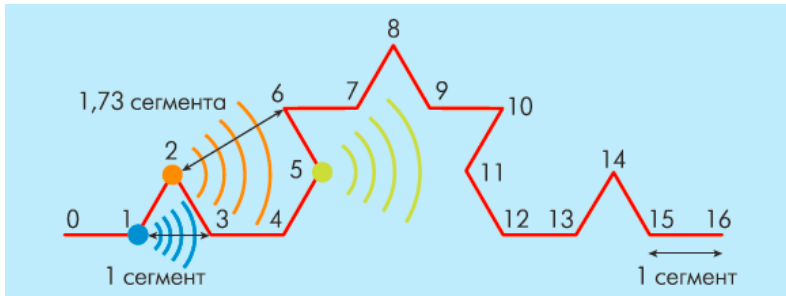
Як і слід було очікувати, між рекурсивною розмірністю і такими властивостями антени, як первинна резонансна частота, внутрішній опір на резонансі і багатодіапазонній характеристиці, існує прямий зв'язок. На основі комп'ютерних розрахунків Виною отримав залежність першої резонансної частоти диполя Коха від розмірності префрактала  $D$ , номера ітерації  $n$  і резонансної частоти прямолінійного диполя тієї ж висоти, що й ламана Коха (по крайніх точках):

$$f_k = f_D \cdot \left[ 1 - \exp\left(\frac{n-1}{n}\right) \frac{\ln D}{D} \right]$$

При розрахунках він використовував модель диполя з радіусом провідника 0,1 мм, сегментованого на прямолінійні відрізки довжиною 0,5 мм. Загальна висота диполя (інтервал між його кінцями) дорівнювала 10 см. З розрахунків випливає, що для реалізуються на практиці розглянутих параметрів диполя Коха резонансну частоту можна знизити до 30% від значення резонансної частоти 10-см прямолінійного диполя.

Залишається неясним, чи збережеться в силі залежність при інших значеннях діаметра провідника. У всякому разі, Виною стверджує, що нормування резонансної частоти диполя Коха щодо частоти прямолінійного диполя дозволяє нівелювати вплив радіуса провідника, яке, як він сподівається, однаково для обох диполів. Однак не виключено, що при ітераціях більшого порядку через взаємного впливу близько розташованих сегментів фрактала можуть виникнути паразитні електродинамічні ефекти, що звужують область застосування виразу. Це підтверджує і робота вчених Політехнічного університету Каталонії, які пояснили уповільнення ефекту зниження резонансної частоти із збільшенням числа ітерацій префрактала "просочуванням" електромагнітних хвиль між близько розташованими зламами лінії. За їхньою гіпотезою, поверхнева хвиля сегментів префрактала, розміри яких багато менше довжини хвилі, "відривається" від конфігурації провідника антени і досягає точки підключення фідера швидше, ніж якби вона поширювалася, суворо дотримуючись геометрії електропровідного матеріалу.

Одна з серйозних проблем, що обмежує практичне використання стандартного диполя Коха, - зменшення його внутрішнього опору зі збільшенням числа ітерацій. Згідно Виною, цей недолік можна подолати, варіюючи значення кута  $\theta$ .



Ефект "просочування" електромагнітної хвилі

У загальному випадку для внутрішнього опору диполя Коха на першому резонансній частоті справедливо наближене співвідношення, наведене в :

$$R_k = R_0 \cdot \left[ 1 - (1 + 0,9 \ln n) \frac{\ln D}{D} \right]^2$$

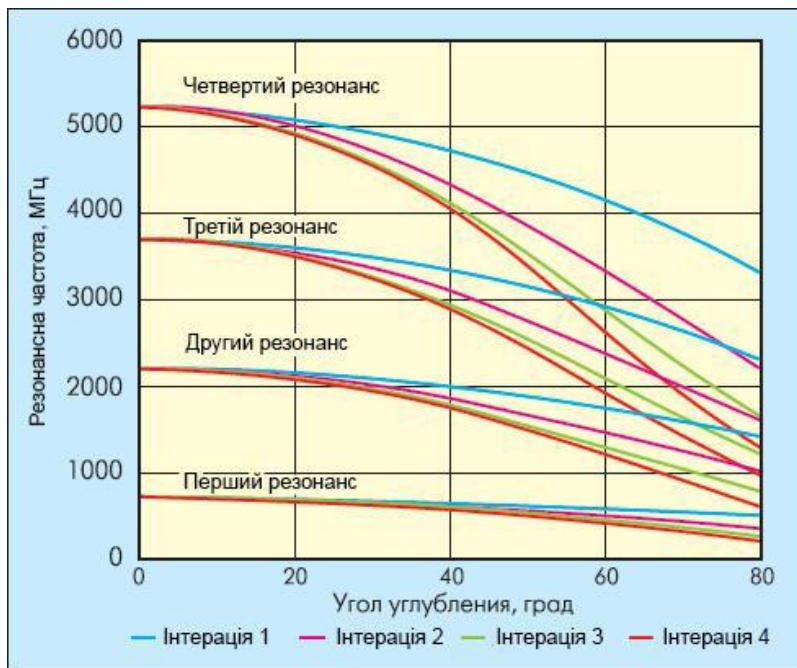
де  $R_0$  - внутрішній опір лінійного диполя ( $D = 1$ ), яке в розглянутому випадку дорівнює 72 Ом.

Вирази можна використовувати для визначення геометричних параметрів антени з необхідними значеннями резонансної частоти і внутрішнього опору.

Багатосмугові властивості диполя Коха також чутливі до значення кута. Із збільшенням номінали резонансних частот зближуються, а, отже, зростає їх число в заданому спектральному діапазоні . При цьому, чим вище номер ітерації, тим сильніше це зближення.

В Університеті штату Пенсільванія був досліджений ще один важливий аспект диполя Коха - вплив несиметричності його заживлення на ступінь наближення внутрішнього опору антени до 50 Ом . У лінійних диполях точка живлення часто розташовується асиметрично . Цей же підхід може бути використаний і для фрактальної антени у вигляді кривої Коха, внутрішній опір якої менше нормативних значень. Так, у третій ітерації внутрішній опір стандартного диполя Коха ( $\Theta = 60^\circ$ ) без урахування втрат при підключенні фідера в центрі становить 28

Ом. При підключенні фідера до одного з кінців антени можна отримати опір 50 Ом.



### Ефект звуження інтервалу між резонансними частотами

Всі розглянуті досі конфігурації ламаної Коха синтезувалися рекурсивно. Однак, згідно Виною, якщо порушити це правило, зокрема, задаючи різні кути на кожній новій ітерації, властивості антени можна змінювати з більшою гнучкістю. Для збереження подібності доцільно вибрати регулярну схему зміни кута  $\theta$ . Наприклад, змінювати його за лінійним законом  $\theta_n = \theta_{n-1} - \Delta\theta \cdot n$ , де  $n$  - номер ітерації,  $\Delta\theta$  - приріст кута в підставі трикутника. Варіантом такого принципу побудови ламаної є наступна послідовність кутів:  $\theta_1 = 20^\circ$  для першого ітерації,  $\theta_2 = 10^\circ$  для другого і т.д.

Конфігурація вібратора в цьому випадку не буде строго рекурсивної, проте всі його сегменти, синтезовані в одній ітерації, будуть мати однакові розміри і форму. Тому геометрія такої гібридної ламаної сприймається як самоподібна. При

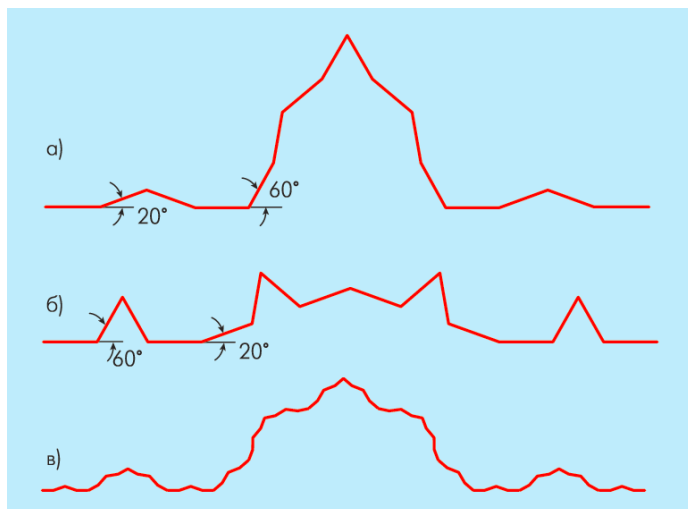
малому числі ітерацій поряд з негативним приростом може застосовуватися квадратична або інша нелінійна зміна кута  $\theta_n$ .

Розглянутий підхід дозволяє задавати розподіл резонансних частот антени і значення її внутрішнього опору.

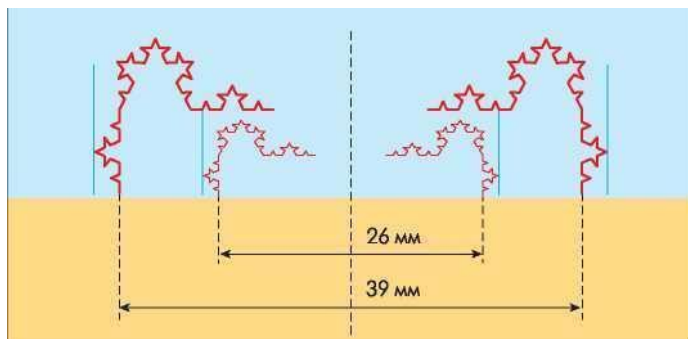
Однак перестановка порядку зміни значень кутів  $\theta$  в ітераціях не дає еквівалентного результату. Як зазначено в ряді робіт, для однієї і тієї ж висоти ламаної лінії різні комбінації однакових кутів, наприклад  $\theta_1 = 20^\circ$ ,  $\theta_2 = 60^\circ$ , дають однакову розгорнуту довжину префракталов. Але, проти очікування, повний збіг параметрів не забезпечує тотожності резонансних частот та ідентичність многополосних властивостей антен. Причина – зміна внутрішнього опору сегментів ламаної, тобто ключову роль грає конфігурація провідника, а не його розміри.

Перспективне застосування антен з топологією Коха - МІМО-системи зв'язку (системи зв'язку з багатьма входами і виходами).

Для мініатюризації антенних решіток абонентських терміналів в таких засобах комунікації фахівці Лабораторії електромагнетизму Університету Патрас (Греція) запропонували фрактальну подобу перевернутої L-антени (PLA). Суть ідеї зводиться до вигину вібратора Коха на  $90^\circ$  у точці, що ділить його на сегменти з співвідношенням довжин 2:1. Для мобільних засобів зв'язку з частотою несучої  $\sim 2,4$  Гц габарити такої антени в друкованому вигляді складають  $12,33 \times 10, 16$  мм ( $\sim \lambda/10 \times \lambda/12$ ), смуга пропускання -  $\sim 20\%$  і ККД -  $93\%$ .



Узагальнені префрактали Коха другої ітерації з негативним приростом  $\Delta$  (а), позитивним приростом  $\Delta$  (б) і третьої ітерації з негативним приростом  $\Delta = 40^\circ, 30^\circ, 20^\circ$  (в)



Приклад двухдиапазонної (2,45 і 5,25 ГГц) антеною решітки

Діаграма спрямованості по азимуту майже рівномірна, коефіцієнт посилення в перерахунку до входу фідера складася  $\sim 3,4$  дБ. Правда, як зазначено в статті, робота таких друкованих елементів у складі решітки супроводжується зниженням їх ККД в

порівнянні з одиничним елементом . Так, на частоті 2,4 ГГц ККД зігнутого на  $90^\circ$  монополя Коха знижується з 93 до 72%, а на частоті 5,2 ГГц- з 90 до 80%. Дещо краще йде справа з взаємним впливом антен височастотної смуги: на частоті 5,25 ГГц розв'язка між елементами, що утворюють центральну пару антен, становить 10 дБ. Що стосується взаємного впливу в парі сусідніх різнодіапазонних елементів, то залежно від частоти сигналу розв'язка змінюється від 11 дБ (на 2,45 ГГц) до 15 дБ (на частоті 5,25 ГГц. Причина погіршення ефективності роботи антен - взаємний вплив друкованих елементів.

Таким чином, можливість вибору безлічі різноманітних параметрів антеною системи на основі ламаної Коха дозволяє при проектуванні задовольняти різні вимоги, пропонувані до значення внутрішнього опору і розподілу резонансних частот.

Однак, оскільки взаємозалежність рекурсивної розмірності і характеристик антени може бути отримана тільки для певної геометрії, справедливість розглянутих властивостей для інших рекурсивних конфігурацій потребує додаткового дослідження.

### **7.3. Диполі на основі фракталів Мінковського,Гільберта та їх модифікацій**

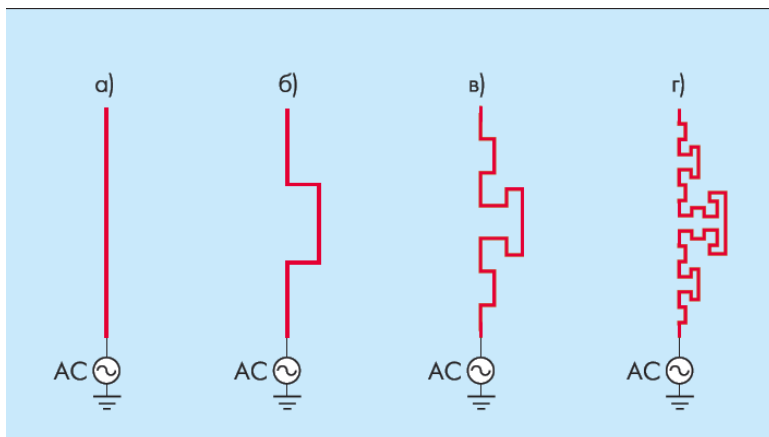
Досить близький за своїми властивостями до антени на основі фрактала Коха - диполь, сформований за законом ламаної Германа Мінковського. При побудові цієї антени замість системи трикутників на прямий формуються меандри убуваючих розмірів. В Університеті Патраса запропонована модифікація ламаної Мінковського, заснована не на квадратному, а на прямокутному шаблоні. Така модифікація названа авторами фрактальної прямокутної ламаної ( Fractal Rectangular Curve , FRC. При синтезі цієї ламаної використаний досить нетрадиційний для фракталів метод. Своєю появою FRC забов'язана так званою кривою квадратів ( Squares Curve ), ініціатором якої служить квадрат. На першому кроці рекурсії його вершини стають центрами чотирьох квадратів зі сторонами вдвічі меншої

довжини. Далі, в вершинах цих квадратів знову розташовуються центри ще менших чотирикутників, і процес рекурсивного синтезу повторюється. Примітно, що на кожному новому кроці периметр одержуваної фігури збільшується в два рази. Саме одну з чотирьох сторін цього геометричного об'єкта вчені Університету Патраса і запропонували використовувати як самостійну фрактальну конструкцію для побудови антен. Узагальнення полягало в переході від ініціюючого квадрата до довільного прямокутника. Антени на основі FRC - ламаної мають ряд переваг перед вібраторами Коха і Мінковського. Наприклад, згідно, при друкованому виконанні монополя у вигляді FRC - 3 на резонансну частоту 2,45 ГГц займає область, обмежену прямокутником площею 53,72 мм<sup>2</sup> зі сторонами 15,8 і 3,4 мм ( $\approx \lambda / 8 \times \lambda / 36$ ). Для тієї ж частоти висота звичайного лінійного вібратора дорівнює 23,5 мм. Габарити монополя Коха вписуються в прямокутник площею 125 мм<sup>2</sup>, а монополя Мінковського - 64 мм<sup>2</sup>. При цьому смуга пропускання FRC - 3 - антени становить 770 МГц, а вібраторів Коха і Мінковського - 490 і 280 МГц, відповідно. Інша перевага FRC - 3 - антени в друкованому виконанні - збільшене (до 84 Ом) внутрішній опір проти 50 Ом для друкованих монополів Коха і Мінковського. ККД монополя з геометрією FRC - 3 дорівнює  $\sim 94\%$ . Перераховані фактори, на думку авторів, роблять FRC - 3 - антени привабливими для реалізації на їх основі прийомних ґрат МІМО -терміналів в ноутбуках і кишенькових комп'ютерах.

В антенних додатках зустрічається, що найменше, три модифікації ще однієї топології SFC-кривої, приписуваною Мінковському, шаблоном якої служить "біполярний стрибок".

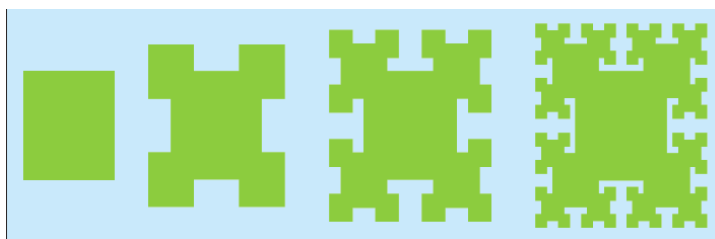
Дві з них відрізняються порядком заповнення найбільш протяжних прямолінійних сегментів шаблона на наступних ітераціях. При цьому у разі строгого проходження канонам фрактальної геометрії, ламана формується з різними по висоті "біполярними стрибками".



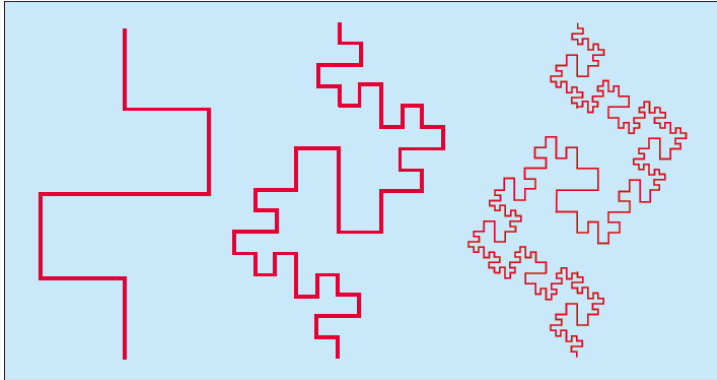


Формування фрактальної прямокутної ламаної антени: вихідний вібратор (а) і перші три ітерації монополя - FRC-1 (б), FRC-2 (в), FRC-3 (г)

Це закладає передумови для розширення смуги прийому антени. В альтернативному варіанті, запропонованом у дослідниками Університету Патраса, протяжні сегменти в центрі "стрибка" на наступній ітерації замінюються парою ідентичних сегментів, рівних за розмахом іншим "скачком" вздовж ламаної.



Ітерації прямокутної рекурсії, узагальнюючої Squares Curve



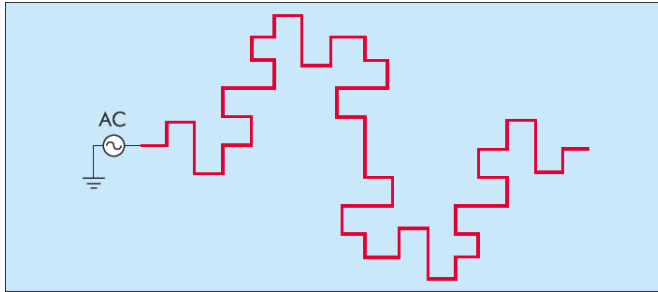
Застосування шаблону виду "біполярний стрибок" при формуванні топології SFC-кривої Мінковського

Ще одна модифікація полягає у відході від строгих правил побудови фракталів на користь комбінації "біполярних стрибків" Мінковського і модульованого ними меандра. На основі антен такої комбінованої геометрії запропоновано реалізувати на РСМСІА- карті чотирьохелементну антенну решітку поперечного прийому для роботи в системі МІМО на частотах  $\sim 2,4$  ГГц

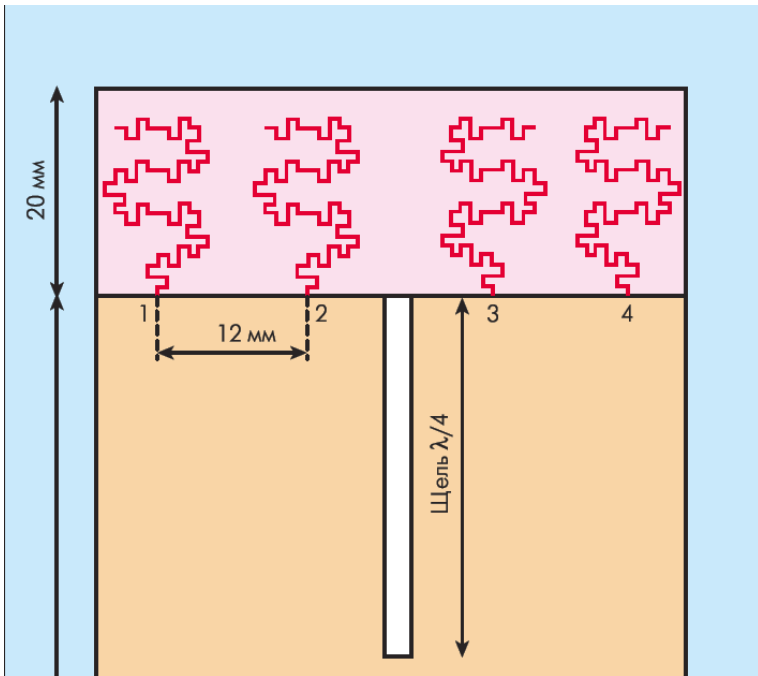
Як показали дослідження, проведені в Університеті Патраса , при такому конструктивному вирішенні взаємний вплив антен на деяких частотах більше, ніж у варіанту на основі елементів перевернутої F- антени (ІFA), розміщених на чотирьох сторонах РСМСІА –модуля.

Але порівняно з ІFA - ґратами висота антенних елементів у вигляді модифікованих " біполярних стрибків" Мінковського менше. До того ж вони більш широкосмугові.

Існують і варіанти спільного застосування в одній РСМСІА-карті ІFA і антен Мінковського . Пильна увага, що приділяється вібраторам Мінковського, свідчить про те, що цей тип антен, можливо, незабаром можна буде віднести до розряду найбільш досліджених.



Модифікація "стрибків" Мінковського



Чотирихелемна антенна решітка МІМО-терміналу

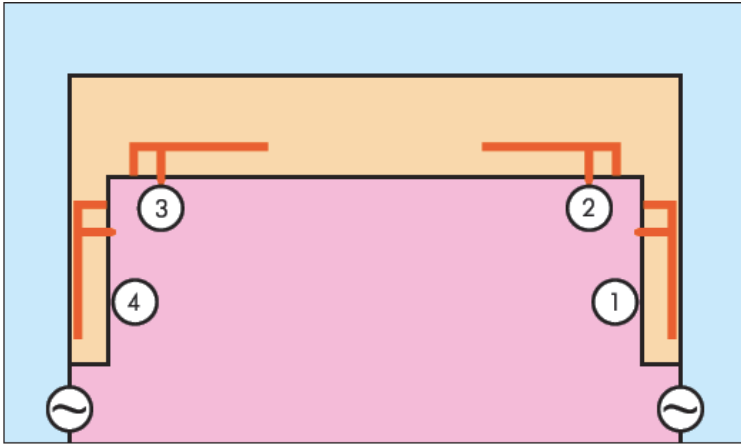
За формою утворюючого елемента досить схожа на фрактал Мінковського згадувана ламана Гільберта. Вперше мініатюрна антена, заснована на такій рекурсивній геометрії, була

представлена вченими Політехнічного університету Каталонії . Особливість найпростішого варіанта її побудови полягає в тому, що вихідний квадрат на першій ітерації розбивається на чотири симетричних підквадрата, центри яких з'єднуються П –подібною ламаною лінією. Процес декомпозиції підквадратів на нові квадранти повторюється, і П- сегменти, утворені при об'єднанні центрів квадрантів кривої, з'єднуються. Розміри квадранта на n-ій ітерації, за умови одиничної довжини сторін вихідної фігури, визначаються як  $2^{-n} \times 2^{-n}$ , а довжина L - монополя Гільберта збільшується за кожної ітерації n згідно рівнянню

$$L(n) = \frac{4^n - 1}{2^n - 1} h = (2^n + 1)h = (2^{2n} - 1)d,$$

де h – повна висота монополя (довжина сторони описаного навколо нього квадрата), d – протяжність мінімального прямолінійного сегмента.

Для п'ятої ітерації  $L(5) = 33h$ . Звідси напрашується висновок, що резонансна частота такого монополя Гільберта може бути в 33 рази менше основної резонансної частоти прямолінійного вібратора висотою h. Однак насправді таке зниження номіналу резонансних частот на практиці неможливо через наявність взаємного впливу близько розташованих сегментів фрактальної антени, що приводить до укорочення її електричної довжини. Особливо сильна взаємодія виникає між зламами провідника, в результаті якого шлях поширення електромагнітних хвиль від одного кінця монополя до іншого стає більш коротким. Проте, навіть з урахуванням ефекту взаємного впливу резонансна частота може знижуватися на порядок і більше. В останні роки антени на основі кривої Гільберта, завдяки їх простоті і технологічності, лідирують по числу присвячених їм публікацій, потіснивши досить довго утримувавших пальму першості антени на базі префрактала Коха.

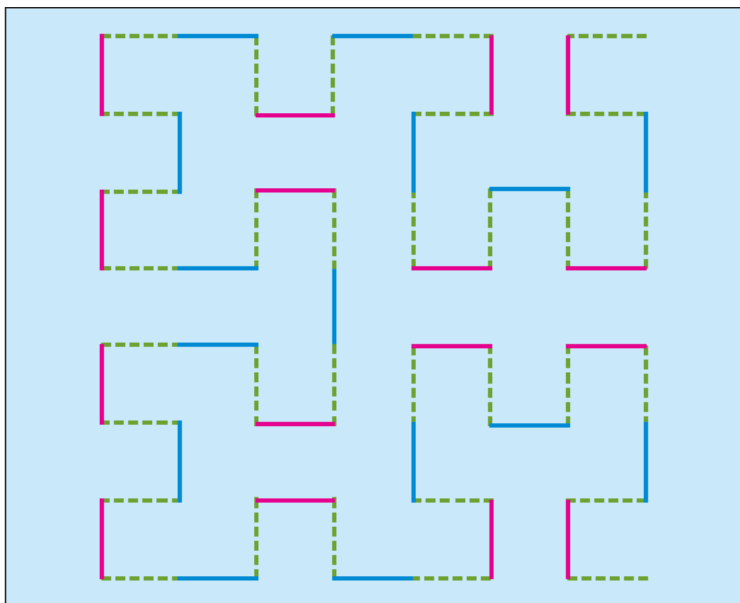


Четирьохелементна IFA-решітка МІМО-терміналу

Диполі на основі ламаної Гільберта відносяться до розряду тих нечисленних фракльних антен, для яких на сьогоднішній день отримані аналітичні співвідношення за розрахунком резонансних частот. У згадуваній вже роботі Виною для виведення таких співвідношень запропоновано структурувати ламану на ключові, з погляду електродинаміки, сегменти. Зокрема в лінії Гільберта слід розрізняти паралельні провідники, короткозамикаючі перемички і сполучні сегменти .

За допомогою методики Виною декілька перших резонансних частот можуть бути розраховані мінімізацією виразу

$$\left| m \frac{\eta}{4\pi f_r} \left[ \lg \left( \frac{2d}{b} \right) \right] \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{\pi f_r d}{c} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\mu_0}{2\pi} s \left[ \lg \left( \frac{4s}{b} \right) - 1 \right] - \frac{\mu_0}{\pi} \frac{rc}{4f_r} \left[ \lg \left( \frac{2rc}{bf_r} \right) - 1 \right] \right| \rightarrow \min,$$

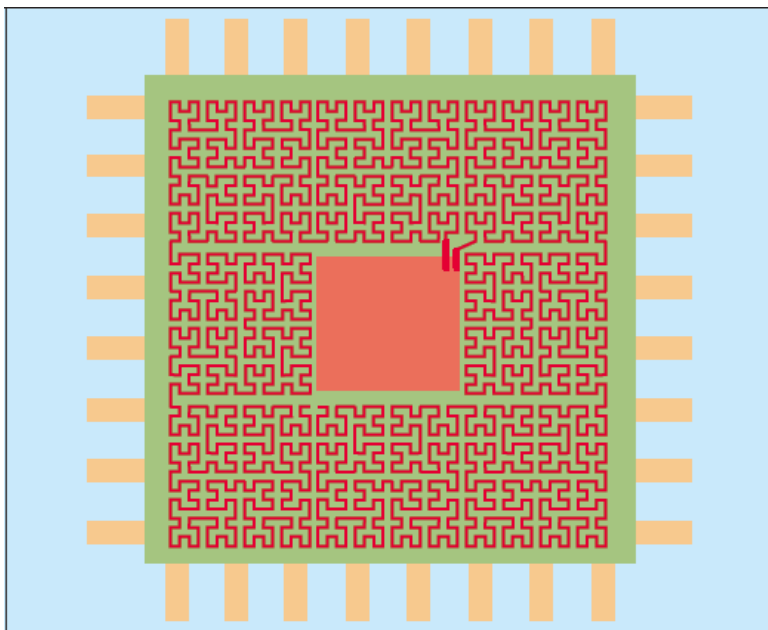


Сегментація ламаної Гільберта на електродинамічні значущі фрагменти

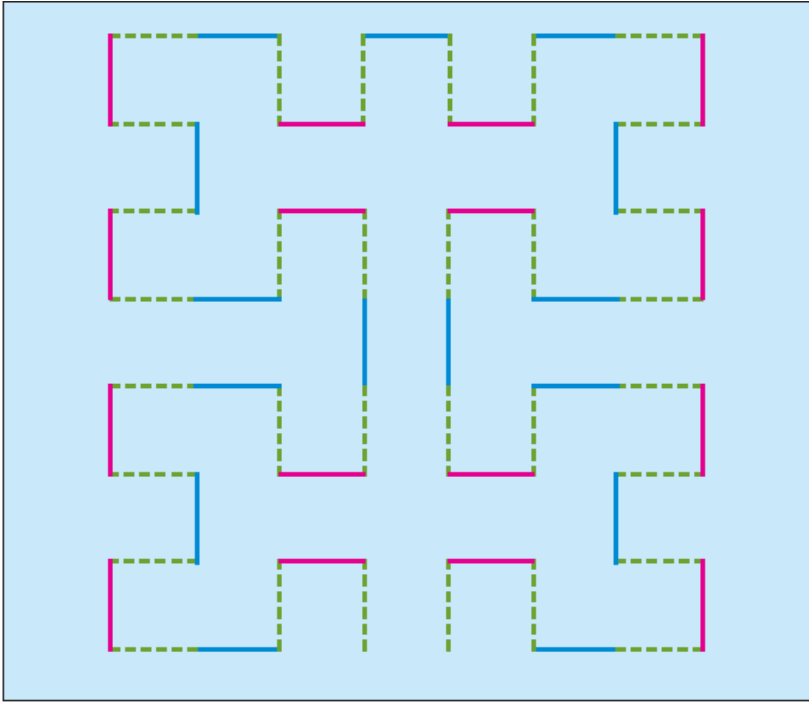
де  $r \geq$  - порядковий номер резонансної частоти,  $f_r$  – значення  $r$ -ої резонансної частоти. Формула уточнена автором статті по відношенню до опублікованого в висловом в результаті аналізу люб'язно наданого Виною тексту комп'ютерної програми, яка використовувалася для чисельного розрахунку резонансних частот. Формула застосовна для відокремленого диполя. Вона не враховує височастотні ефекти і, отже, не може дати точні результати для вищих резонансів.

Дослідження антен на основі фрактала Гільберта примітні тим, що вони породили перші серйозні сумніви в абсолютній перевазі фрактальних систем над евклідовими. Вчені Політехнічного університету Каталонії показали, що монополь Гільберта по ефективності програє антені, виконаній у вигляді серпантинної лінії або меандру. Геометрія останніх забезпечує кращий ККД, більший внутрішній опір і меншу добротність антени, а отже, більш широку смугу пропускання. Однак, як

з'ясувалося, відносно низький внутрішній опір притаманне лише варіанту монополя, запитанному по краю фрактала. Зовсім інший результат спостерігається, якщо змінити точку підключення фідера, змістивши її в глибину вздовж ламаної Гільберта. Як показали дослідники Університету штату Пенсільванія, при оптимальному виборі місця розташування контактної площадки фидерного з'єднання можна забезпечити приблизно 50 - Ом активний внутрішній опір антени на першій (фундаментальній) резонансній частоті, незалежно від номера інтеграції. Але платою за таку сталість значення внутрішнього опору антени є звуження смуги пропускання на низьких частотах (для перших ітерацій фрактала) порівняно зі смугою пропускання для ітерацій більшого порядку.



Варіант виконання фрактальної антени в складі системи на кристалі (SoC)



Ломана Мура

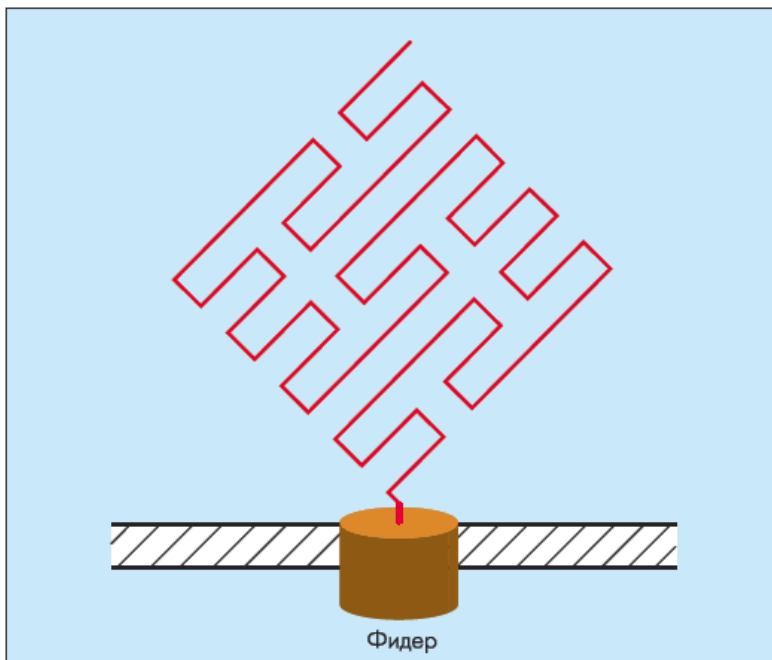
Анени на базі ламаної Гільберта рекомендується використовувати при створенні системи на кристалі (SoC).

У цьому випадку антенний модуль і радіотехнічні пристрої можуть бути розміщені в одному корпусі, а більша фізична довжина лінії дозволяє диполям працювати на довжинах хвиль, незрівнянно більших, ніж габарити SoC. На основі цієї та інших SFC-кривих можуть бути виконані плоскі спіральні антени для пристроїв радіочастотної ідентифікації (RFID-мітки). Це дозволяє істотно зменшити габарити RFID-міток.

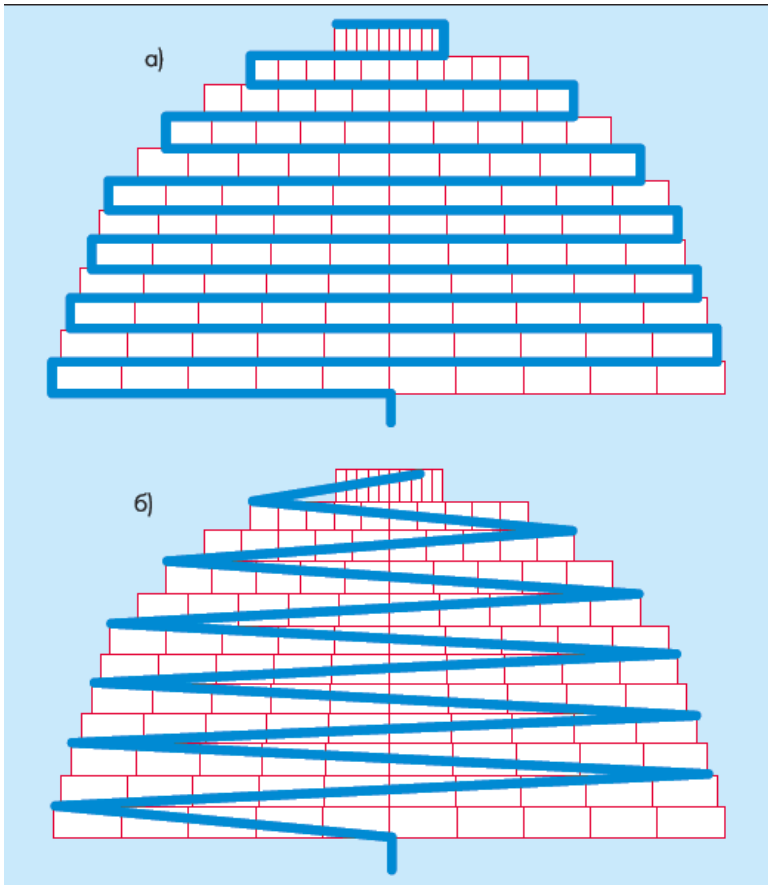
Серед інших фрактальних антен, перш за все, слід згадати SFA на базі варіанта кривої Гільберта, який в 1900 році запропонував американський математик Мур (Е.Н. Moore).



Вчені Політехнічного інституту Вустера (США) зіставили властивості цієї антени з друкованою антеною по рекурсії Гільберта . В результаті моделювання зроблено висновок про досить близьких значеннях резонансних частот обох типів антен, реалізованих однаковим числом ітерацій, і про подібність залежностей, характеризують зміну їх внутрішніх імпедансів. Для наближеного розрахунку резонансних частот антени, отриманої шляхом сегментації провідника за законом ламаної Мура, слід використовувати те ж співвідношення , що і для антени Гільберта.



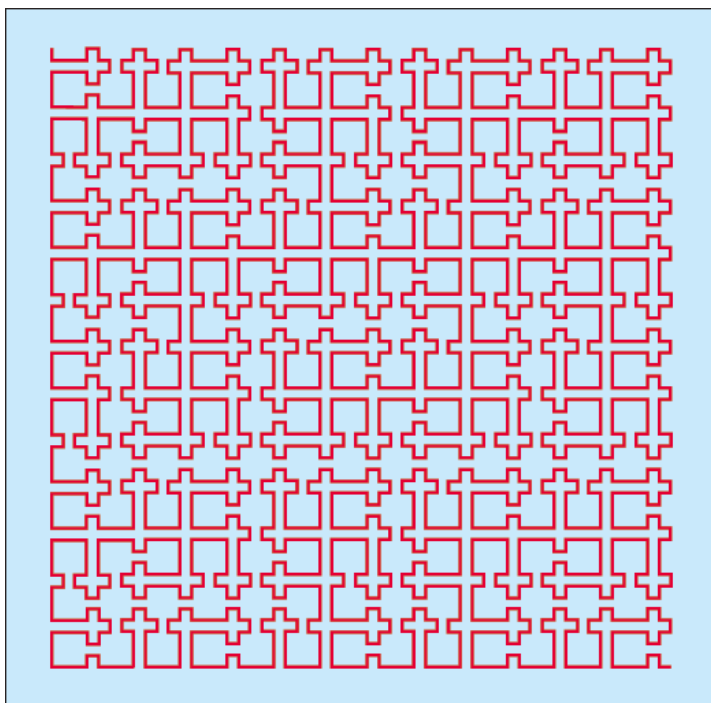
Варіант просторової орієнтації монополя Пеано



Монополі, виконані у вигляді серпантинних ліній евклідової геометрії: меандровий (а) і зигзагоподібний (б)

Збіг аналітичних співвідношень для розрахунку резонансних властивостей антен Мура і Гільберта – свідчення інваріантності аналітичного методу до особливостей геометрії антени. У цьому сенсі чисельне моделювання, наприклад в пакеті NEC, займає більш вигідні позиції, оскільки воно більш чутливо до відмінностей в топології фрактальних антен.

Серйозний недолік багатьох електрично малих резонансних антен, в тому числі і антени Гільберта, - відносно великі рівні крос- поляризації. Найменші крос- поляризаційні компоненти в наведених токах характерні для конструкції антени по фракталу Пеано. Зокрема, рівень придушення крос- поляризаційної перешкоди другої ітерації SFA - конструкції антени Пеано, вписаною в квадрат  $70 \times 70$  мм, перевищує 60 дБ в обох площинах поляризації. А рівень крос-поляризації антени Гільберта третього порядку майже тієї ж електричної площі і з аналогічною резонансною частотою становить близько -9,5 дБ .



Ломаная Осгуда

Така істотна різниця в крос- поляризаційних характеристиках двох типів антен - здебільшого наслідок дзеркальної симетрії Гільберт -геометрії уздовж однієї з осей, тоді як крива Пеано володіє діагональною центральною симетрією. Тому при прийомі

сигналів діагональ SFA – антени Пеано зазвичай орієнтують паралельно вектору електричної напруженості падаючих електромагнітних хвиль.

Основна відмінність лінії Пеано від кривих Гільберта і Мура - розбивка вихідного одиничного квадрата не на чотири, а на дев'ять частин з розмірами  $3^{-n} \times 3^{-n}$  кожна, де  $n$  - номер ітерації. При цьому довжина сполучних сегментів ламаної лінії Пеано дорівнює  $3 \cdot 2^n$ . Для довільної висоти описаного квадрата  $h$  протяженність мінімального прямолінійного сегмента лінії  $n$ -ої ітерації може бути розрахована за формулою :

$$d = \frac{h}{3^n - 1},$$

де  $h$  - повна висота монополя.

Повна довжина ламаної на  $n$ -ій ітерації, вписаною в квадрат зі стороною  $h$ , визначається залежністю

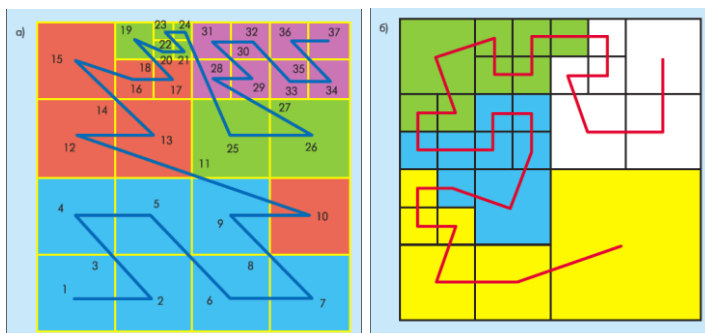
$$L(n) = (3^{2n} - 1)d = (3^n + 1)h.$$

Неординарні поляризаційні властивості дозволяють рекомендувати антену Пеано для формування сигналів подвійної поляризації з метою підвищення пропускну здатності каналів передачі засобів зв'язку. Комбінацію пари таких монопольних антен, орієнтованих в ортогональних площинах, можна розглядати в якості компактної альтернативи турнікетною антені. На базі цього прикладу можна зробити висновок, що для досягнення низького рівня крос- поляризаційної перешкоди доцільно використовувати фрактальні антени з центральносиметричною структурою.

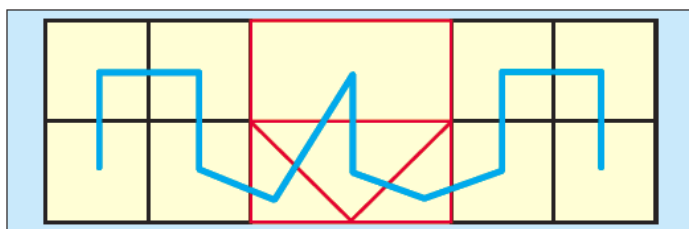
С точки зору ККД, розглянутий тип антени програє серпантинним вібраторам евклідової геометрії, варіанти яких показані на рисунку. Хоча цей програш при близьких електричних розмірах і не перевищує десятка відсотків, сам по собі цей факт позбавляє фрактальні антени ореолу переваги і винятковості, який їм спочатку приписувався.

Втім, серпантинні конструкції, подібно всім відомим

фрактальним антенам, також не дозволяють досягти розглянутого автором в фундаментальній межі добротності. Цей факт змушує з одного боку шукати нові антенні рішення, а з іншого - переглянути зазначені межі. Як наголошується дослідниками Каліфорнійського університету в Лос - Анджелесі, для наближення характеристик антени до граничних значень слід збільшувати діаметр її провідника, а також застосовувати в її топології тривимірні версії префракталов.



Модифіковані фрактали Лебега (а) і Гільберта (б), що поєднують фрагменти різних ітерацій



Комбінувальна рекурсія

В Політехнічному університеті Каталонії був проведений порівняльний аналіз уточненої фундаментальної межі і оцінок добротності реальних фрактальних ЕММ. При цьому для антен на основі префракталов Коха, Пеано, Гільберта та інших

отримано досить гарний збіг кордону добротності з результатами моделювання.

Відносно монополів, навантажених серпантинної (меандрової) лінією (MLLM, Meander Line Loaded Monopoles), по всій видимості, мають більш рівномірний розподіл струму, зазначена межа при  $ka < 0,8$  проходить трохи вище експериментальних значень.

Досить цікавою для антенних додатків є SFC-конструкція Осгуда . Лінії Осгуда мало відомі широкому колу дослідників, тому аналіз електродинамічних властивостей відповідних їм антен ще не проводився.

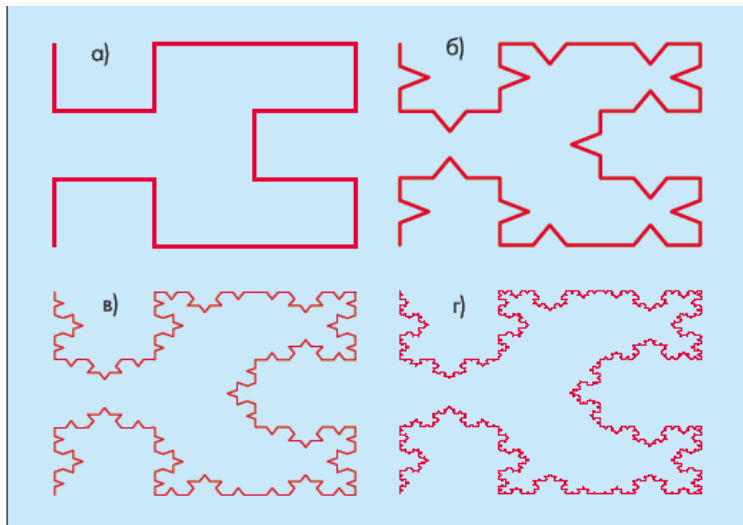
Не вивчені і електродинамічні властивості антен на основі змішаних ітерацій префракталов, окремі SFC - ділянки яких містять фрагменти різних рівнів рекурсії. На цій основі можуть будуватися адаптивно Реконфігуровані антени, в яких за допомогою MEMC - технології можна вибудовувати в єдину криву різні за формою ділянки вихідного фрактала вищого порядку. Про можливість подібної реконфігурації фрактальних антен свідчить опис патенту, де розглянуто спрямовані властивості монополя Гільберта при різних варіантах короткого замикання його фрагментів.

За допомогою MEMC - ключів в такій антені можна зміщувати резонансну частоту і напрямок максимуму діаграми спрямованості. У рамках такого підходу можливі адитивні комбінації декількох різних геометричних фрагментів у межах вихідної фігури. Наприклад, в Університеті Британської Колумбії ( Канада ) на цій основі запропонована комбінована рекурсивна лінія, окремі фрагменти якої відповідають кривій Гільберта.

Слід зазначити, що комбінація декількох фракталів в одній лінії може бути виконана не тільки адитивним способом, а й мультиплікативно.

Вперше електричні властивості фрактальних монополів, отриманих в результаті мультиплікативної комбінації кривих Коха і Гільберта, досліджував Виной . Як впливає з роботи, додаткова" модуляція " сегментів плоского префрактала

Гільберта за законом ламаної лінії Коха дозволяє, в кінцевому рахунку, збільшити загальну довжину лінії більш ніж у чотири рази. Однак набагато результативніше не замінювати прямолінійні сегменти ламаними Коха до другого ітерації включно, а підвищувати порядок рекурсії Гільберта, якщо це можливо.



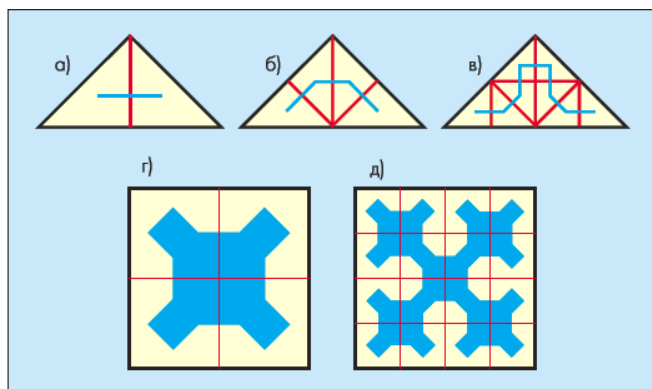
Симбіоз кривої Гільберта і Коха: а) базова геометрія кривої Гільберта; б) перша; в) друга; г) третя ітерації мультиплікативної комбінації кривих Коха і Гільберта

В цілому, гібридні антенні рішення, мультиплікативно поєднують кілька різних фракталів, заслуговують подальшого дослідження з метою розширення числа можливих рекурсивних комбінацій.

На завершення розгляду використовуваного в антенній техніці сімейства найпростіших фрактальних ліній, орієнтованих на заповнення квадратної або прямокутної площадки, слід зупинитися на ламаних Серпінського (Sierpinski). Варіант SFC-конструкції Серпінського передбачає ітеріровану

фрагментацію вихідного квадрата не тільки по горизонтальним і вертикальним лініях, а й по діагоналях. Суть цієї ідеї найпростіше пояснити на основі трикутного фрагмента квадрата. Поступовий поділ трикутників шляхом розбиття навпіл однієї зі сторін, дозволяє отримати кілька варіантів рекурсивних кривих, що з'єднують центри трикутних фрагментів. В роботі викладено результати дослідження вченими Політехнічного університету Каталонії властивостей декількох ітерацій друкованої антени у вигляді стрілоподібної петлі Серпінського.

Розглянутий перелік фрактальних об'єктів, використовуваних в якості геометричного прототипу антени конструкції, може бути доповнений плоскими фігурами у вигляді фрактальних дерев, серветок Коха, Мінковського, Серпінського і т.п., а також їх об'ємними версіями.



Варіанти побудови ламаних Серпінського: а, б, в - технологія побудови стрілоподібної ламаної на нульовій, першій, другій ітераціях; г, д - перша і друга ітерації стрілообразної петлі

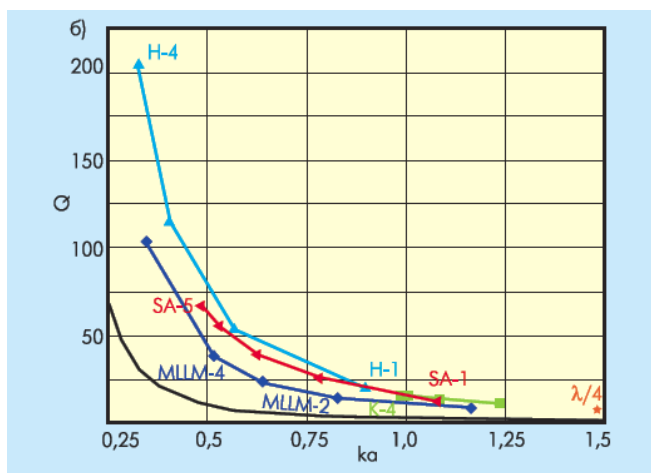
Для виготовлення тривимірних конструкцій можуть використовуватися фаббер-технології тривимірного прототипування, що дозволяють прецизійно сформувати мініатюрні антени будь-якої складності.

Серед відомих прикладів серійних моделей фрактальних антен слід згадати продукцію іспанської компанії Fractus. Їй належить більше 140 національних і міжнародних патентів в цій



області. Частина з них зареєстрована і в Російській Федерації (наприклад, патент № 2263378). Серед останніх розробок компанії – фрактальна антена Micro Reach Xtend™ на діапазон 2,4 ГГц (для систем стандартів Wi-Fi, Bluetooth і Zigbee). Її габарити складають всього  $3,7 \times 2$  мм, що відповідає розмірам рисового зерна. Інший напрям розробок Fractus – технологія створення "антени в корпусі", що отримала співзвучну назву AiP (Antenna - in - Package). При цьому реалізуються ідеї, аналогічні представленим на рисунку, коли вся радіосистема, включаючи антену, виконується в одній мікросхемі.

На закінчення слід зазначити, що зусиллями ентузіастів і компаній типу Fractus антени на основі фрактальних композицій поступово перестають бути екзотикою. Зрозуміло, вони не вирішують всі проблеми мініатюризації антенних пристроїв. Але безсумнівно це напрямок створення ЕМА досить ефективно і займає цілком авторитетні позиції в сучасній техніці.



Розрахункові значення КПД (а) і добротності (б) антен. MLLM - монополь, навантажений серпантинною лінією, K-n і H-n - монополі Коха і Гільберта n-й ітерації, SA-n – антена на основі n-й ітерації стрілоподібній ламаній Ссєрпінського. Нижня суцільна лінія в позиції (б) відповідає фундаментальній межі добротності  $Q_1 = 1 / (k^3 \cdot a^3) + 1 / (ka)$

## **Розділ 2. Синтез систем**

### **Тема 5. Синтез одно функціональних систем**

**Лекція 8.** Показники якості інформаційних і вимірювальних систем. Основні види систем передачі інформації. Вартість функціональних елементів у формі блоків або модулів системи.

#### **8.1. Показники якості інформаційних і вимірювальних систем.**

Найбільш об'єктивним критерієм оптимальності можна вважати умовний критерій, який враховує сукупність показників якості, поданих у тактико-технічних вимогах (ТТВ).

До сучасних інформаційно-вимірювальних систем висувають безліч таких тактико-технічних вимог, виконання яких забезпечує створеній системі успішне функціонування і вирішення поставлених завдань. Назвемо більш повний склад показників якості систем, що звичайно входять до складу ТТВ до системи:

1. Точність вимірювань параметрів руху об'єкта.
2. Діапазон вимірювань параметрів руху об'єкта.
3. Завадостійкість передачі інформації прямого і зворотного каналів.
4. Точність зв'язування часу і прив'язки шкал.
5. Час вимірювань і передачі інформації.
6. Надійність функціонування.
7. Електромагнітна суміщеність.
8. Швидкість передачі інформації.
9. Пропускна спроможність радіотехнічних систем.
10. Живучість.
11. Завадозахищеність.
12. Економічність.

13. Вага апаратури та її складових частин.

14. Об'єм апаратури та її складових частин.

15. Ергономічність.

Додаткові показники спеціальних систем зв'язку:

16. Якість зв'язку систем управління:

- своєчасність;
- достовірність;
- прихованість, або завадозахищеність.

17. Стійкість, надійність, живучість.

18. Пропускна спроможність, або швидкість передачі повідомлень.

19. Мобільність.

20. Безпека системи зв'язку.

## **8.2. Основні види систем передачі інформації.**

Системи передачі інформації розрізняються за призначенням, видом послуги зв'язку, видом лінії зв'язку, видом і характером передаваної інформації, за формою сигналів, принципом дії, методом і засобами передачі сигналів. Основні види систем передачі інформації:

- 1) системи телефонного зв'язку;
- 2) системи звукового мовлення;
- 3) системи факсимільного зв'язку;
- 4) системи телевізійного зв'язку;
- 5) системи телеграфного зв'язку;
- 6) системи передачі даних.

Спеціальні системи електрозв'язку:

- 1) системи телеметрії;
- 2) системи телесигналізації і телеуправління;

- 3) системи радіолокації;
- 4) системи радіонавігації;
- 5) супутникові системи зв'язку.

Допустимим показником якості будемо називати таке його числове значення, яке задовольняє замовника системи.

Сукупність допустимих показників якості являє собою потрібну узагальнену якість ІВС, або тактико-технічні вимоги (ТТВ) до системи.

При оптимізації ІВС на етапі проектування, а також для оцінки зазначених показників якості зручніше виражати їх у конкретній числовій формі у вигляді вектора, що досить повно описує якість майбутнього виконання основної задачі. Вектор наведених вище якісних показників можна використовувати для оптимізації будь-яких ІВС.

Для інформаційних звичайних систем потрібні показники 3, 5, 6, 7, 8, 12. Показники 5 і 8 взаємопов'язані і можуть бути враховані смугою передачі сигналу. Показники 6 і 7 будуть враховані в подальшому. А показники 3 і 12 враховані в наступній задачі оптимізації.

Показники 1, 2, 4, 5, 6, 12 для вимірювальних систем або каналів також будуть враховані в подальших підрозділах.

Показники якості ІВС є взаємозалежними і взаємообумовленими через ФЕ, які визначають відповідні технічні параметри. Взаємозалежність обумовлюється тим, що такі показники якості, як надійність і вартість, мають глобальний, майже всеохоплюючий характер. Більш повний облік показників приводить прийнятну модель якості системи в більшу відповідність з потрібною реальною ІВС. У цьому світлі розв'язок задачі оптимізації ІВС за показниками, або критеріями 1-16, рівноцінний глобальному розв'язку про оптимальні технічні параметри, а отже, про ФЕ при фіксованих значеннях вектора оптимальних ТТВ.

Сформулюємо і розв'яжемо в загальному вигляді задачу оптимізації однопараметричної вимірювальної системи за

критерієм мінімуму похибки вимірювання параметра руху абонента при обмежених асигнуваннях на систему. Вона повинна бути розв'язана на множинах технічних, сигнальних і структурних параметрів за вектором (списком) показників якості з ТТВ. Однак відповідно до гносеологічних принципів Декарта й У. Оккама спочатку задача ставиться по двох показниках, один з яких показник якості, другий – витратний показник, а потім узагальнюється за більшою кількістю показників якості. Причому варіюються тільки технічні параметри системи. Такі задачі оптимізації називають також задачами параметричного синтезу. Термін “синтез” використовується також для задач оптимізації алгоритму і структури систем із урахуванням основних критеріїв якості.

Одноканальні системи зв'язку мають тільки одну функцію – передачу потрібної інформації або інформаційних сигналів для вимірювань. Якість передачі інформації визначається для безперервних інформаційних і вимірювальних систем відношенням потужності сигналу до шуму  $q$ , а для цифрових систем – імовірністю помилки, яка теж залежить від цього відношення.

Для будь-яких інформаційних або вимірювальних систем загальний показник завадостійкості залежить від відношення потужності сигналу до шуму, яке визначається на виході системи обробки сигналу і на вході кінцевого приладу – терміналу. Але цього замало, тому що на вході терміналу ще потрібно мати певну вхідну потужність сигналу. Тому безперервний ланцюг функціональних елементів (ФЕ) системи передачі забезпечує не тільки показник відношення потужності сигналу до шуму на вході терміналу, але і показник потрібного підсилення.

Усі підсилювачі при врахуванні завадостійкості впливають на коефіцієнт шуму приймача, і цим впливають на завадостійкість системи, з іншого боку, вони забезпечують потрібну смугу пропускання, узгоджену фільтрацію, а отже, боротьбу з завадами і автоматичне регулювання підсилення. Але відношення потужностей сигналу до шуму не залежить від коефіцієнта підсилення приймача.

Тому результати дії всіх ФЕ, які беруть участь в обробці сигналу з метою забезпечення потрібного відношення потужностей сигналу до шуму, можуть бути враховані шляхом добутку функцій передачі елементів від передавача до терміналу, який може служити або цільовою функцією, або обмеженням задачі оптимізації. А результат передачі сигналу може бути записаний або у формі як для радіолокації, або у формі як для кабельного каналу зв'язку. У будь-якому разі відношення потужностей сигналу до шуму на вході кінцевого пристрою - телефон, факс, телекс і т. ін. – можна подати у вигляді добутку функцій від технічних параметрів ФЕ  $Y_j$ , а також параметрів розстроювань, збурень і неідеальностей системи  $Y_{ji}$ . Для спрощення задачі назвемо згадані функції  $X_j(Y_{ji})$  фазовими параметрами, тому що вони відображують стан системи в певний час.

Фазовими параметрами мають бути функції від технічних параметрів і параметрів впливу на енергію сигналу, а саме розстроювань, збурень і неідеальностей. Виявлення залежностей  $X_j(Y_{ji})$  і показників якості від них будемо називати системним аналізом. Якщо величини випадкові, то беруться середньостатистичні параметри. А використання відношення потужностей сигналу до шуму з випадковими параметрами в задачах оптимізації буде називатися стохастичним програмуванням.

У разі вимірювальних систем дисперсія похибки вимірювання за рахунок випадкової шумової складової похибки для дискримінаторів

$$\sigma_{\lambda}^2 = \frac{\Delta\lambda^2}{q} = \frac{1}{(\Delta\lambda)^{-2}q} = \frac{const}{\prod_{j=1}^{n1} X_j(Y_{ji})},$$

де  $\Delta\lambda$  - апертура, діапазон однозначності відліку, оцінки;  $q$  – відношення потужностей сигналу до шуму.

За рахунок розстроювань еталонів  $X_i$  і похибок розповсюдження  $D_c$  дисперсія похибок відповідно збільшується:

$$\sigma_{\lambda}^2 = \left( \frac{const}{\prod_{j=1}^{n_1} X_j} + \sum_{i=1}^{n_2} X_i^2 \right) + D_c.$$

У разі інформаційної цифрової системи з  $m_1$  ортогональними сигналами ймовірність помилки

$$P_{\text{ош ср}} = \sqrt{m_1 - 1} \exp\left(-\frac{q_n}{2} - 1,4\right),$$

де  $q_n$  - відношення сигнал/шум на виході приймача, а обернено пропорційне відношення потужностей сигнала до шуму дорівнює

$$\frac{1}{q_n} \leq \frac{1}{2 \ln \frac{\sqrt{m_1 - 1}}{P_{\text{ш оон}}} - 2,8} = \frac{1}{q_n} = \frac{const}{\prod_{j=1}^{n_1} X_j(Y_j)}.$$

Зрозуміло, що найбільшу завадостійкість і найбільшу точність повинні мати однофункціональні (одноканальні) системи з показниками формул (2.1), (2.3). Ці показники можуть служити цільовою функцією задач оптимізації. При цьому є певна залежність якості системи від технічних параметрів: чим більший параметр, тим краще система.

Але кожен фахівець розуміє, що завжди існує якийсь обмеження згори, тому що чим краще ФЕ, який реалізує технічний параметр, тим складніше та важче зробити ФЕ. Таким всеосяжним показником обмеження є вартість, з урахуванням якої з'являється можливість оптимізації.

Ідею оптимізації в спрощеному вигляді можна викласти так. Передбачається, наприклад, що є висока кореляція між основними технічними параметрами і вартістю ФЕ та системи, тобто при поліпшенні якості внутрішніх (технічних) параметрів або зовнішніх (показників якості системи) вартість системи монотонно збільшується. Наприклад, при збільшенні потужності

або при зменшенні нестабільності частоти вартість відповідних елементів і самої системи зростає.

Задані вимоги до показників якості системи є обмеженнями для тих технічних параметрів, від яких залежать ці показники.

Наприклад, похибка передачі інформації або похибка вимірювань параметрів руху залежить від відношення сигнал/шум на виході каналів. У свою чергу відношення сигнал/шум залежить від таких технічних параметрів, як потужність передавача, коефіцієнт підсилення антени, коефіцієнт шуму приймача, втрати енергії сигналу в тракці приймача і т. д. Наприклад, якщо асигнування, призначені для створення антени і передавача, вкласти тільки в антену, то на передавач асигнувань не вистачить, і енергетичний потенціал буде нульовим, і навпаки, якщо на передавач вкласти всі асигнування, а на антену майже нуль, то все одно добуток, або нульовий потенціал, буде нульовим. Максимальне відношення сигнал/шум буде при якихось певних асигнуваннях на ці ФЕ.

### **Контрольні питання**

1. Показники якості в однофункціональних системах.
2. Показник якості в системах передачі інформації.
3. Показник якості у вимірювальних системах.
4. Основна ідея оптимізації завадостійкості систем при обмеженнях за вартістю.



### **8.3. Вартість функціональних елементів у формі блоків або модулів системи.**

У теорії систем існують намагання наблизити її до реальних систем і реального їх проектування. А для цього необхідно:

1) детальніше розглядати процес дії систем і функціональних елементів (ФЕ);

2) враховувати на рівні ФЕ через їх параметри всі як суттєві явища, так і менш суттєві явища - розстроювання, збурення та неідеальності;

3) функціональні елементи розглядати та будувати у формі стандартних блоків або модулів;

4) враховувати вартість ФЕ, оскільки це дає можливість оптимізації систем і є єдиним способом врахувати якоюсь мірою технологічність і серійність ФЕ. Тому зрозуміле прагнення розробників використання вартості при побудові систем.

Вже існує ряд задач оптимізації систем з використанням вартісного показника. Головні недоліки таких реальних задач, як і в поняття вартості:

1) вартість – це нечітка множина, оскільки залежить від багатьох показників і факторів системи та ФЕ, від їх стандартів, розмірів живлення та ін.;

2) незрозуміло, звідки і з яких умов з'явилися залежності вартості від параметрів;

3) незрозуміло, у якому часі вони справедливі, чи можна їм довіряти;

4) не завжди зрозумілий сенс поняття вартості.

Тому відомі задачі з показником вартості непридатні для використання у проектуванні та розробленні реальних систем і мереж і є потреба в чіткому використанні вартості, яке буде представлено в методі перетворення нечіткої множини вартості у випадкову величину.

Тобто є потреба чітко сформулювати обмеження за вартістю для задачі синтезу ІВС, яку, на відміну від існуючих задач,

пропонується ставити у вигляді задач вибору. На відміну від інших задач, з урахуванням показника вартості задача оптимального вибору має справу з реальними ФЕ. Тому знаходження ФЕ з оптимальними параметрами надає впевненості в реалізації та технологічності самої системи. Якщо ФЕ виготовлений у вигляді готових модулів з універсальними портами, то система складається швидко і може навіть переформатуватись.

Спочатку такі задачі звичайно представлені техніко-економічними даними у вигляді нечіткої множини, що призводить до дискретного програмування. Такі задачі мають суттєві недоліки, головний з них – великий обсяг обчислень.

Тому таку задачу перетворюють у задачу нелінійного програмування з обмеженнями.

Недолік дискретного програмування - дуже великий обсяг розрахунків. При кількості реалізацій  $i$ -го параметра  $m_i$  (кількість однорідних елементів) і кількості різних параметрів  $N$  системи кількість обчислень  $M$  цільової функції при заданих значеннях параметрів і порівнянь за рівнем  $C$  дорівнює  $M = \sum_{i=1}^N m_i$

Наприклад, при  $m_i = m > 10$  і  $N > 20$  кількість обчислень цільової функції буде  $M > 10^{20}$ . Якщо час розрахунку цільової функції дорівнює 1 мкс, то потрібні роки безперервного рахування.

Відомий метод пошуку максимальної завадостійкості за методом перебору комбінацій ФЕ. Комбінація ФЕ – це їх необхідний набір для реалізації всіх їх функцій.

Тому перетворення дискретних некорельованих значень вартості ФЕ для представлення обмежень на кожний з параметрів у вигляді безперервних функцій середньоквадратичної регресії є кращим у цих умовах способом формалізації задачі.

Якщо задачу оптимального синтезу параметрів ІВС за умовним критерієм якості можна представити спочатку як задачу дискретного оптимального вибору елементів або як задачу

дискретного програмування, то така постановка задачі дозволяє при її розв'язанні за маркетинговими даними з використанням значних обчислювальних засобів визначити кращі для даної системи функціональні елементи. Однак для великої кількості технічних параметрів і багатой статистики задача стає громіздкою, потребує великої пам'яті персонального комп'ютера (ПК), великої кількості часу і викликає суттєві труднощі при аналізі проміжних результатів. Крім того, при цьому не використовуються переваги інших методів математичного програмування.

Як правило, і без оптимізації при проектуванні ІВС існує евристичний підхід у питаннях урахування техніко-економічних, масотехнічних та інших ресурсних даних. Такій підхід загрожує ще більш великими втратами або невикористаними можливостями у процесі створення основних якостей радіозасобів.

Але якщо відповідну статистику, техніко-економічні параметри комплектуючих функціональних елементів ІВС певним чином обробити, то можна при цьому перетворити нечітку множину вартості у випадкову величину і отримати такі переваги:

1) виявити кореляційні, навіть функціональні залежності між технічними параметрами ІВС і ресурсними показниками;

2) універсалізувати процеси відшукування зв'язків ресурсних показників з технічними параметрами;

3) ставити задачі прогнозу і навіть дальніх перспектив розвитку і стандартизації функціональних елементів (ФЕ);

4) створювати нові і швидкі методи загального синтезу ІВС;

5) отримувати обґрунтовані й оптимальні розв'язки для цілих класів ІВС і оцінювати ступінь їх якості;

6) отримувати можливість модернізувати ІВС, маючи оптимальний розв'язок у якості реперного простору, щось на кшталт групового еталона;

7) отримувати можливість порівняння ІВС одного класу і

призначення за одним вектором показників якості;

8) отримувати можливість оптимальної, більш об'єктивної стандартизації функціональних елементів і ІВС;

9) отримувати можливість враховувати при синтезі ІВС вплив нових результатів у теорії ІВС, появу нових ФЕ, появу нових технологій і фізичних принципів роботи ФЕ;

10) за «кривими обміну» оцінювати ефективність і технологічність як функціональних елементів, так і самих ІВС;

11) оцінювати перспективні напрямки в розробленні і виробництві нових ФЕ, тобто вказувати, які ФЕ є перспективними і як їх за необхідності модернізувати;

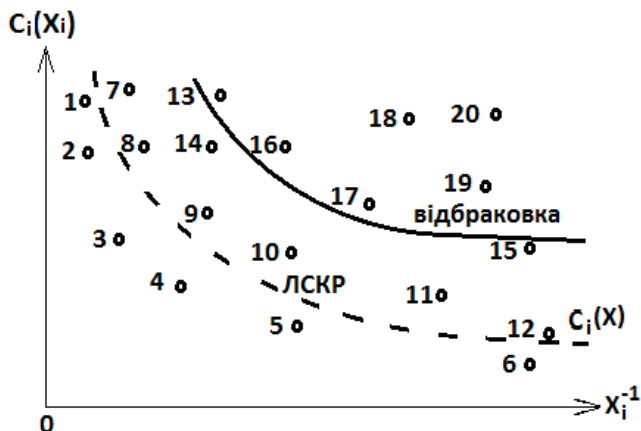
12) оцінювати стабільність оптимумів і діапазони оптимальності.

Тобто таких переваг можна досягнути, якщо певним чином обробляти техніко-ресурсну маркетингову статистику на етапі створення ІВС і якщо скористуватись більш надійними отриманими результатами для розв'язання задач оптимального синтезу ІВС з усіма показниками якості. На рисунку наведено приклад обробки техніко-економічної статистики за маркетинговими даними. За координатами вибирається вартість, або ресурс,  $C_i(X_i)$ , який має  $i$ -й ФЕ з технічним параметром  $X_i$  таким, що чим він менше, тим краще для системи. Якщо параметр, навпаки, більший, то використовуємо значення  $X_i^{-1}$ .

Тоді зрозуміло, які ФЕ можна відбракувати. Для інших ФЕ: чим вони ближче до осей, тим краще для системи. Оскільки оптимальне значення до розв'язання задачі невідоме, то методом МНК проводимо лінію середньоквадратичної регресії (ЛСКР) вартості на параметр. Такі лінії бажано мати для всіх ФЕ. Ті параметри, для яких відсутні ЛСКР, не беруть участі в оптимізації.

Якщо є ФЕ, для яких точки вищі ЛСКР, то це може бути або спекуляція, або залежність вартості ФЕ ще й від інших параметрів. Якщо вартості ФЕ нижче ЛСКР, то це можуть бути демпінгові ціни, нестача якості або розпродаж.

У будь-якому разі нечітку множину вартості ФЕ вдалося перетворити на випадкову величину. Відбракування і ЛСКР можна було б проводити і нижче за вартістю. Але це може призвести до втрати точності та впевненості в розрахунках.



Приклад техніко-економічної статистики

На рисунку позначено: 1-20 – номери виробів ФЕ певних фірм з вартістю, або ресурсом  $C_i(X_i)$ , і параметром  $X_i$ , який чим він більше, тим краще для системи.

Вартість будь-якого ФЕ завжди є нечіткою множиною, тому що, крім основного параметра, функціональний елемент залежить також від інших неосновних параметрів, від імов застосування та інших факторів. Таку вартість не можна використовувати.

Таким чином, для коректної обробки техніко-ресурсної статистики необхідно таке:

- 1) для кожної точки статистики в певній таблиці відображуються також інші другорядні параметри ФЕ;
- 2) відбраковуються явно не кращі ФЕ;
- 3) будується ЛСКР методом найменших квадратів (МНК);
- 4) в оптимізації беруть участь ті ФЕ, для яких є ЛСКР;
- 5) решта параметрів ФЕ, які не беруть участь в оптимізації,

фіксуються і за розміром беруться (по можливості) такими же, як у ФЕ реальної ІВС того самого призначення.

Необ'єктивність, нечіткість або велика дисперсія витратного чи іншого ресурсного показника закладає в методику досліджень певну похибку. Для вартісного показника вона може бути суттєво зменшена, якщо діяти з урахуванням докладеного:

1) для реального синтезу ІВС брати по можливості оптову ціну функціональних елементів;

2) підходити до визначення вартості чи ціни ФЕ однотипних ІВС з позицій рівноправності показників якості для умовного критерію переваги;

3) виробляти перерахунок вартості (ціни) до даного моменту;

4) відбракувати за методикою за допомогою МНК або факторного аналізу, або хоч би евристично, елементи з явно спекулятивними чи демпінговими значеннями ціни, якщо часу існування демпінгових цін достатньо для комплектування оптимізованої ІВС;

5) відбирати функціональні елементи засобів зв'язку з приблизно однаковими параметрами та для ІВС одного призначення.

У результаті обробки статистики обмеження на загальну вартість ІВС або на вартість частини системи можна записати так:

$$\sum_{i=1}^n C_i(X_i) \leq C_d,$$

де  $C_d$  - допустиме значення вартості;  $n$  – кількість елементів, що оптимізуються.

Отримані лінії середньоквадратичної регресії повинні бути монотонними. В іншому випадку можна шукати розв'язок на кусково-безперевних обмеженнях. Дану ділянку можна, наприклад, зшивати за методом штрафних функцій. Ці лінії можуть бути опуклими або вгнутими. Тому потрібні відповідні

дослідження одномодалності оптимума, збіжності розв'язків і так далі, як і в усіх задачах нелінійного програмування.

При оптимізації інформаційної системи можна скористатися цільовою функцією та обмеженням на загальну вартість системи для пошуку оптимальних значень параметрів, при яких завадостійкість буде найкращою при допустимих обмеженнях за вартістю.

Насамперед зауважимо, що можлива подвійна постановка задачі – мінімум вартості при обмеженнях на завадостійкість.

Розв'язання буде однаковим, якщо для обмеження другої задачі використовується максимум завадостійкості першої задачі.

Вартості  $C_i(X_i)$  ФЕ системи залежать не тільки від необхідних  $X_i$ , а також від інших критеріїв, наприклад надійності, довговічності, ваги і т. п. Тому  $C_i(X_i)$  повинні визначатися за можливо рівних умов і однакового призначення блоків.

Як і будь-яку безперервну і гладку функцію, що має похідні багатьох порядків, її можна представити у вигляді ряду Тейлора у межах точки  $(X_{i0}, \dots, X_{j0})$ :

$$C(X_1, \dots, X_n) = C(X_{i0}, \dots, X_{n0}) + \sum_{i=1}^n C'_{i0}(X_i - X_{i0}) + \\ + \sum_{ij}^{n-1} C''_{i0} \frac{1}{2} (X_i - X_{i0})(X_j - X_{j0}) + \dots,$$

$$C'_{i0} = \frac{\partial C}{\partial X_i}; \quad X_i = X_{i0}; \quad C''_{i0} = \frac{\partial^2 C}{\partial X_i \partial X_j}; \quad X_i = X_{i0}, X_j = X_{j0}.$$

де

Коефіцієнти розкладання можна знайти методом найменших квадратів. Чим більше вибіркового значень  $C_i(X_i)$  і краще їх групування навколо математичного очікування, тим менше невизначеності в об'єктивному законі залежності вартості від фазових параметрів.

Таким чином, як обмеження на параметри або як критерій економічної ефективності, вартість має такі переваги порівняно з

багатьма іншими показниками:

- вартість характеризує якість виробу;
- адитивність: вартість системи є сумою вартостей її окремих частин і блоків;
- "тотожність ефекту": за допомогою вартості можна порівняти внесок параметрів у показник якості системи;
- зв'язок з технологічністю: вартість характеризує виріб і технологію його виробництва.

Недоліки вартості: невизначеність, нечіткість, ринкова нестабільність.

Причинами є:

1) обмеження за вартістю все одно є і воно завжди, хоча й інтуїтивно, враховується конструкторами;

2) витратний показник має глобальний характер і стосується всіх елементів, вузлів і агрегатів;

3) без витратного показника розроблення системи носить напівфантастичний характер;

4) іншого підходу з боку теорії систем до технології виготовлення ІВС та їх ФЕ поки нема;

5) без витратного показника неможливе планування, маркетинг та оцінка загальної ефективності ІВС та ін.

Тим не менше вартість все частіше використовується для задач синтезу, тому що вона носить узагальнюючий характер.

### **Контрольні питання**

1. Переваги показника вартості.
2. Недоліки показника вартості.
3. Чому вартість завжди є нечіткою множиною?
4. Як перетворити нечітку множину вартості у випадкову величину?



**Лекція 9.** Структурно-параметричний синтез мереж передачі інформації.

### 9.1. Структурно-параметричний синтез мереж передачі інформації

При управлінні з центру галузі чи підприємства, як і для передачі достовірної траєкторної інформації з командно-вимірювальних засобів на обчислюваний центр, найчастіше використовується мережа зв'язку для передачі дискретної та аналогової інформації, яка має структуру, показану на рисунку у вигляді графів.



Структури мережі.

Сигнали поступають з центру (вершина 1) у периферійні вершини 2... N. Інформація про виконання команд і стан об'єктів поступає зворотними каналами.

Або навпаки, інформація поступає з вершин 2,..., N у вершину 1, а зворотно йдуть квитанції про отримання сигналу і стан об'єктів. Нескладно застосувати такі задачі також для випадків передачі будь-якої інформації. Імовірність достовірної передачі, або непередачі, сигналу будь-яким каналом залежить також від зв'язків між вершинами. Другий граф можна вважати структурним резервуванням мережі 1.

У повному обсязі ймовірність достовірної передачі інформації будь-якою лінією зв'язку залежить від імовірності різних факторів: входження у зв'язок прийомо-передавачів, помилка при передачі інформації, зіпсування каналу і відмова апаратури.

Спростимо задачу. Будемо враховувати тільки ймовірність помилки сигналу при передачі дискретної інформації з

використанням ансамбля ортогональних сигналів, наприклад ширококутових шумоподібних сигналів.

Ймовірність помилки сигналів при передачі з центру (вершина 1) у периферійні вершини через  $k$  вершини у простішому випадку будемо вважати однаковими, без пріоритету.

Будемо вважати, крім того, що вартість побудови кабельної лінії передачі менша від вартості систем зв'язку, як у містах, або вузли мережі рівновіддалені, або це – радіолінія зв'язку.

Порівняння структур може бути зроблено за критерієм мінімуму ймовірності помилки сигналу при однакових витратах на створення мережі. Але не завжди є очевидним, яка зі структур мережі краща. У 1-й структурі при тих самих загальних асигнуваннях може досягатись менша ймовірність помилки сигналу, тому що менша кількість самих ліній зв'язку  $i$ , отже, більші асигнування на кожен ліній. Однак, з іншого боку, за рахунок взаємних зв'язків у другій структурі мережі ймовірність помилки сигналу при тих самих асигнуваннях на мережу може виявитись менше за рахунок резервування гілками мережі.

Задача вибору структури за критерієм мінімуму ймовірності помилки сигналу є своєрідним структурно-параметричним синтезом мережі зв'язку. Для формалізації задачі визначають ймовірності помилки сигналу управління в  $j$ -му напрямку, тобто від пункту 1 до пункту  $j$  у другій структурі. Решта ліній між пунктами  $2, \dots, N$  – це для ліній  $1-j$  своєрідний резерв.

Можна показати, що залежність відношення сигнал/шум на виході приймача від вартості має такий самий вигляд, як і для простіших сигналів, якщо лінія зв'язку побудована оптимальним способом, тобто якщо параметричний синтез ліній зв'язку вироблений за критерієм мінімуму ймовірності помилки передачі сигналу при обмежених асигнуваннях на неї. Це дозволяє поставити цю задачу для ліній зв'язку з довільними сигналами і способами їх обробки. Задачу структурно-параметричного синтезу мережі зв'язку для вказаного класу ліній зв'язку можна сформулювати як задачу визначення структури, яка забезпечує

мінімум імовірності непередачі сигналів (задача вибору найменшої ймовірності)

## **9.2. Визначення залежності структури мережі від показників її якості.**

У такій задачі проявляється нове явищем в оптимізації систем. У розглянутих задачах синтез структури та сигналів був евристичний і не впливав із алгоритму розв'язання задач. Тобто він реалізувався з інтуїтивного порівняння структур і сигналів за призначенням і потрібними показниками якості.

А тепер для даної задачі структура мережі з системами зв'язку при цифровому сигналі визначається за згаданими оптимальними показниками якості мережі: максимум завадостійкості при обмеженій вартості мережі. Причому структура і сигнал залежать від показників якості мережі.

У цілому загальний алгоритм тепер виглядає так:

1) системний евристичний аналіз потреб у зв'язку для всіх і перспективних (по можливості) користувачів;

2) евристичне формулювання ранжованого списку ТТВ та обмежень, які задовольняють потреби користувачів;

3) евристичний вибір структур і сигналів за сталими опробованими даними сучасної теорії систем і мереж;

4) евристичний початковий вибір ТТВ та обмежень;

5) формулювання за вибраними ТТВ та обмеженнями задач оптимізації систем і мереж; ці задачі завжди є, якщо враховуються витратні обмеження;

6) розв'язання задач оптимізації на множині технічних параметрів за максимумом якості систем, тобто отримання більш об'єктивних оптимальних значень ТТВ та обмежень, визначення також оптимальних технічних параметрів, при яких досягаються оптимальні показники (із застосуванням при цьому нового методу математичного програмування з використанням можливостей результату при поданні цільової функції та обмежень у сепарабельному вигляді, відбракуванні кращих

функціональних елементів, застосуванні МНК і перетворюванні вартості як нечіткої величини у випадкову величину);

7) отримання більш об'єктивних кривих обміну за рахунок багатократного розв'язання задач оптимізації при поступовій зміні показників якості;

8) використання кривих обміну для визначення об'єктивних структур, сигналів і показників на певних діапазонах інших показників якості методом їх порівняння при однаковому будь-якому показнику.

При цьому:

1) порівнювати доцільно за однією ознакою: різниця, показники, сигнал, структура і т. ін.;

2) порівнювати доцільно тільки системи та мережі з оптимальними структурами, сигналами або показниками;

3) порівнювати доцільно неоптимальні системи та мережі з оптимальними системами та мережами, щоб оцінювати їх ефективність, або плату за оптимізацію;

4) порівнювати неоптимальні системи та мережі недоцільно, тому що в цьому випадку неможливо достовірно визначити кращу систему та мережу.

Це все по суті є глобальною оптимізацією систем і мереж на трьох множинах: структур, сигналів і технічних параметрів.

Таке явище вже зустрічалося у випадку оптимізації вимірювальних систем і каналів за векторним критерієм якості, що містить точність, апріорний діапазон, час вимірювання, достовірність і вартість. Це повний склад показників, за якими є можливість визначити кращу систему або вимірювач на множинах структур, або узагальнених методів вимірювання, вимірювальних сигналів і параметрів.

Для задачі біструктурного, або структурно-параметричного, синтезу достатньо визначити критичне значення вартості мережі, щоб вибрати оптимальну структуру для довільної вартості.

Розрахунок далі можна уточнити, якщо врахувати додаткові паралельні маршрути.

Користуючись методом Ньютона-Рафсона, який також називають методом дотичних, можна отримати ітераційну формулу в першому наближенні. Звідки можна побачити, що критичне значення асигнувань залежить від техніко-економічних показників, кількості ортогональних послідовностей, кількості абонентів, а також від того, наскільки удосконала лінія зв'язку або яка кількість технічних параметрів враховувалась при її оптимізації.

Можна стверджувати, що критичні асигнування зростають зі зростанням кількості абонентів  $N$ , зростанням коефіцієнта, залежного від техніко-економічних показників ліній зв'язку, і зменшується зі збільшенням кількості ортогональних послідовностей і коефіцієнта.

### **Контрольні питання**

1. За якими показниками якості обчислюється оптимальна структура мережі?
2. Що таке криві обміну?
3. На яких множинах визначається оптимальна структура мережі?
4. Як отримана залежність завадостійкості ліній мережі від її вартості?
5. Як залежить структура мережі від її вартості?
6. Чи прийнятна задача оптимізації для ліній зв'язку з безперервним сигналом?

## Тема 6. Синтез багатофункціональних систем

**Лекція 10.** Проблеми, що заважають оптимальному синтезу ІВС. Шляхи вирішення проблем синтезу ІВС. Загальна постановка задачі синтезу ІВС.

Оцінка якості інформаційно-вимірювальних систем (ІВС) є складною проблемою не тільки тому, що вони за своїм призначенням принципово повинні бути багатофункціональними та багатоканальними з однорідними і неоднорідними каналами, але і тому, що модель їх ефективності описується вектором показників якості великої розмірності і великої розмірності вектора технічних параметрів.

Цю модель доповнюють технічні та тактичні умови роботи систем, відомі кращі фізичні і технологічні методи, принципи і способи створення кращих систем на різних її ієрархічних рівнях. Усю сукупність вказаних вхідних даних необхідно використовувати для створення ІВС на трьох множинах: структур, сигналів і технічних параметрів.

Глобальна оптимізація ІВС з урахуванням вектора показників якості на трьох вказаних множинах вважається неможливою, хоч є ряд робіт у заданому напрямку, які наближають таку можливість. Однак, використовуючи відомі принципи У. Оккама, Декарта і Белмана, відомі методи і принципи оптимальності, результати досліджень фізичних явищ і факторів, можна вважати, що вже можлива практично глобальна оптимізація технічних параметрів багатоканальних ІВС за умовними критеріями переваги, оптимальний вибір вимірювальної структури і підстави для синтезу вимірювальних сигналів для багатоканальних і багатоступінчастих систем.

Інформаційно-вимірювальні системи є, за визначенням, багатофункціональними і багатоканальними з однорідними та неоднорідними каналами. Їх якість майже завжди описується вектором показників, які визначаються призначенням системи і умовами їх створення і функціонування.

Далі розглянемо метод загального вирішення проблеми

синтезу Парето-оптимальних ІВС з урахуванням вектора показників якості на множині технічних параметрів.

### **10.1. Проблеми, що заважають оптимальному синтезу ІВС.**

Для отримання оптимального розв'язку задачі оптимального синтезу заважають такі проблеми:

1) різноманітність і багатофункціональність потрібних ІВС і звичайна для них складність вибору єдиного адекватного критерію та повнота (адекватність) критерію;

2) велика розмірність вектора технічних параметрів – «закляття багатомірності»;

3) багаточисельність умов функціонування ІВС;

4) наявність випадкових і навіть нечітких параметрів і факторів;

5) оптимальний синтез ІВС повинен здійснюватись на множинах технічних параметрів, сигналів і структур;

6) відсутність єдиного методу оптимізації ІВС, оскільки алгоритм розв'язання суттєво залежить від методу, форми показників і постановки задач синтезу;

7) відсутність розв'язків багатьох задач системного аналізу для широкого парку багатофункціональних систем, тобто задач отримання залежностей показників якості ІВС від її технічних параметрів, необхідних для оптимального синтезу систем;

8) є потреба перевірки незалежності показників, щоб упевнитись, що множина допустимих розв'язків непуста, що є умовою одноmodalності, єдиного розв'язку, збіжності розв'язку та ін.;

9) відсутність ідей і пропозицій для розв'язання задач синтезу суміщених систем, у тому числі задачі оптимального апаратного та сигнального суміщення;

10) знаходження зв'язку задач оптимізації з технологічністю систем і функціональних елементів;

11) подвійність розв'язання задач;

12) оскільки один отриманий оптимальний розв'язок дає мало інформації про поведінку оптимальної системи, про критичність оптимуму, варіанти побудови і т. д., потрібен широкий діапазон розв'язків для побудови «кривих обміну», які дозволяють оцінювати якість систем даного класу.

## **10.2. Шляхи вирішення проблем синтезу ІВС.**

За першою проблемою різноманітність потрібних ІВС можна подолати індивідуальною постановкою та розв'язанням задач синтезу конкретних ІВС, а у якості єдиного критерію частіше вибирають зважений або відносний критерій якості, рідше – умовний критерій якості.

Показано, що при заданому векторі показників якості найбільш об'єктивним є умовний критерій якості (у вигляді математичного програмування). Причому ресурсні обмеження мають в ІВС рівноправний характер. Усі показники якості повинні бути представлені у вигляді екстенсивних фізичних величин.

Якщо остання умова не виконується, то рекомендується обмежувати розмірність вектора технічних параметрів за рахунок набору статистики лише для систем досить вузького класу, наприклад для бортових ІВС, для даного діапазону хвиль і т. д.

Багатофункціональність призводить до ускладнення проблеми відшукування власних чисел у методі множників Лагранжа.

Для синтезу багатофункціональних ІВС і вирішення другої проблеми можлива уніфікація форми представлення показників якості і розв'язання задач блочним методом або методом сепарабельного програмування.

Третя і четверта проблеми примушують використовувати відомі і відшукати нові закономірності впливу умов функціонування ІВС і характеру параметрів і факторів на критерій якості ІВС. Значною мірою це стосується різних понять вартості, яку скоріше можна віднести до нечітких множин, але без якої при системному підході обійтися неможливо.



П'ята проблема, як і перша, вирішується послідовно частинами. Відомий банк окремих задач оптимального синтезу сигналів, в основному для двох показників якості, алгоритмів, структур і параметрів або для трьох показників якості. Однак для більш повного складу вектора показників якості, який звичайно представлений у тактико-технічних вимогах до системи, потрібно розробити оптимальний синтез ІВС на трьох множинах: параметрів, сигналів і структур.

Шоста проблема може бути вирішена спеціальним методом, який узагальнює метод Вульфа і полягає в монотонному перетворюванні координат або перетворюванні технічних параметрів у фазові. Цей метод математичного програмування є розвитком методу Вульфа, зводить задачу до сепарабельної, отримує ітеративні співвідношення для пошуку розв'язків для локальних і глобальних оптимумів.

Сьома проблема вирішується розширенням парку відомих залежностей показників якості ІВС від технічних параметрів і застосуванням обмежувальної умови близькості моделі системи або процесу до ідеальної.

Восьма проблема звичайно вирішується за рахунок еволюційного шляху розвитку систем, який використовує наступність поколінь систем і спирається на відомий «базовий» варіант системи, на імітаційне моделювання і т. д.

Дев'ята проблема може бути вирішена лише в результаті системного аналізу вже отриманих оптимальних розв'язків. Для цього доцільно мати також сімейство оптимальних розв'язків задач оптимізації.

Десята проблема може бути вирішена застосуванням спеціального методу обробки статистичних техніко-економічних даних.

Одинадцята проблема може бути вирішена, якщо прийняти до уваги головні якості реальних систем.

Дванадцята проблема вирішується після багатократного розв'язання задач синтезу систем при варіюванні умов постановки задач.

Апаратурно суміщеними називають такі системи, які однією і тією самою частиною апаратури обробляють загальний сигнал, що дозволяє системі виконувати одночасно декілька різних функцій або призначень системи. Крім апаратурного, використовують також сигнальне суміщення.

Сигнальним називають таке суміщення, яке дозволяє в одному сигналі передавати і приймати різну інформацію, призначену для різних каналів, що виконують декілька функцій системи.

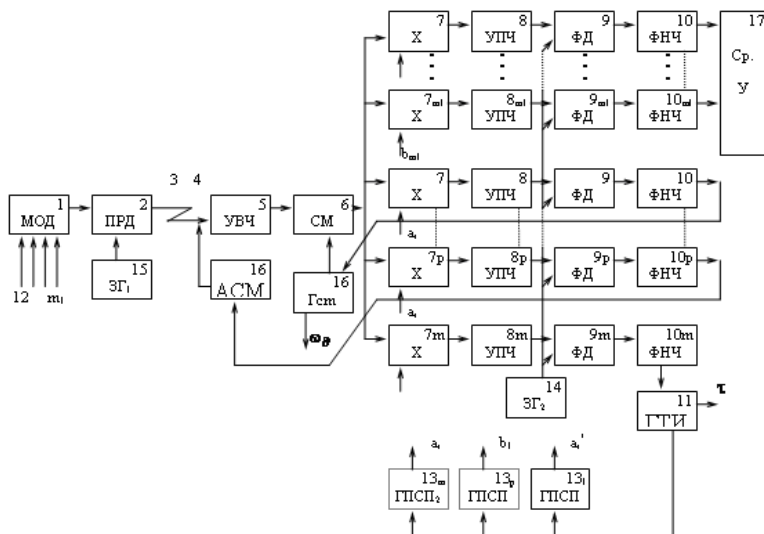
Суміщена апаратурно та (або) сигнально система може практично одночасно приймати, виявляти загальний сигнал, вимірювати один або декілька параметрів сигналу, передавати станційну чи бортову телекомунікаційну багатоканальну інформацію, виконувати передачу даних, у тому числі телеметричних даних.

Оскільки є дорогими лінії зв'язку та апаратура радіотехнічного діапазону, особливо антени, передавачі, фідери, преселектори, перетворювачі та радіопідсилювачі, тому дуже ефективно використовувати всю смугу в радіодіапазоні для одночасної передачі декількох каналів, завдяки чому суміщені системи ефективніші від декількох одноканальних систем. Тобто апаратурне суміщення особливо ефективно при достатньо широкій смузі ліній зв'язку і апаратури надвисокочастотного діапазону хвиль.

Сигнальне суміщення, створення групового сигналу та його обробка можуть бути значно складнішими через виникнення проблеми боротьби зі взаємними завадами і є проблемою з ЕМС.

Для суміщення та розподілу сигналів з заданою якістю використовуються такі параметри селекції: частота, час, структура сигналу або складові спектра, фаза та іноді параметри поляризації. Розподілені частини загального сигналу поступають у відповідні канали системи обробки. Перетин, де розподіляється сигнал за каналами, звичайно працює з більш низькими частотами навіть у радіотехнічному діапазоні. При цьому розподіл не обов'язково має бути в одному перетині системи.

Вирішення проблеми оптимальної побудови сумішених систем полягає в тому, щоб врахувати апаратурне і сигнальне суміщення при формалізації задач, сформулювати задачу, врахувати головні показники якості, розв'язати задачу і отримати рекомендації про вибір кращої структури системи, про технічні параметри та сигнали на відповідних множинах. Для цього необхідно по можливості використати всі показники, які входять до тактико-технічних вимог до системи, і всі обмежувальні умови, у тому числі ресурсні обмеження. У техніці ІВС технічні і ресурсні показники мають рівноправний характер.



Типова укрупнена структура однієї ІВС

## **Лекція 11. Загальна постановка задачі синтезу ІВС.**

### **11.1. Загальна постановка задачі синтезу ІВС.**

Якість системи може бути описана такими показниками:

1. Швидкість передачі інформації.
2. Час передачі інформації.
3. Завадостійкість передачі інформації.
4. Точність вимірювань параметрів руху об'єкта.
5. Точність зв'язування часу і прив'язки шкал.
6. Час входження у зв'язок, пошуку сигналу.
7. Надійність функціонування.
8. Таємність.
9. Криптографічний захист.
10. Економічність.
11. Пропускна спроможність радіотехнічної системи.
12. Живучість.
13. Вага, маса, об'єм апаратури, особливо бортової.
14. Ергономічність та інші показники якості.

Слід зауважити, що перші шість показників залежать від відношення сигнал/шум і<sub>q</sub> у своїх каналах, які визначаються за розміром заданих показників якості. Усі компоненти вектора показників якості системи протирічні, взаємопов'язані і залежать від вектора технічних параметрів, які є продуктом дії функціональних елементів системи. Усі ці показники визначають, крім того, якість каналів і безпосередньо пов'язані з їх вартістю та економічністю системи.

Без затратних показників постановка задачі синтезу була б не зовсім глобальною та адекватною. Використання поняття вартості вносить деяку невизначеність у задачі синтезу. Але

якщо його не враховувати, то тоді нема вибору і нема глобальної оптимізації. Вартість визначена на нечітких множинах. Отже, для неї нема розподілу ймовірності. Тому потрібний інший підхід до його використання. Це насамперед формалізація задач вибору оптимальних елементів серед рядів функціональних елементів за умовним критерієм якості. Це була б складна задача дискретного програмування, яка навіть при її ров'язанні не давала б відповіді на ряд питань: що являє собою вартість і ціна елементів у даний момент часу, що таке «якість» системи і елементів, як її оцінювати, як прогнозувати шляхи розвитку систем і елементів, наскільки критичний, стійкий оптимум, як прогнозувати його динаміку і т. д. Тому, щоб не втратити ці можливості, потрібне таке:

1) у якості вартості брати ціну елемента, перераховану до даного моменту часу;

2) технічний параметр (або його, наприклад, зворотна величина) має бути таким, щоб виконувалося співвідношення: чим параметр менше, тим краще для системи;

3) фіксувати за примірником прототипу всі інші параметри елементів, які не беруть участь в оптимізації системи;

4) на площині параметр-вартість розмістити всі можливі пронумеровані точки, відповідні конкретним функціональним елементам, взятих по можливості з систем того самого призначення;

5) кращі елементи розташовані ближче до осей координат, але при цьому потрібно забезпечити широкий діапазон параметрів, оскільки невідомо, який параметр буде оптимальним;

6) зразу відбраковуються завідомо спекулятивні та демпінгові ціни і елементи;

7) техніко-економічна статистика згладжується лініями середньквадратичної регресії вартості на параметр;

8) якщо лінії не монотонні, то виключаються наперед відомі неоптимальні дільниці чи зшиваються за методом штрафних функцій.

Після цього ставиться задача синтезу системи, де не беруть участь показники якості, вони фіксуються або беруться як сталі величини.

Для прикладу можна взяти складну багатоканальну ІВС з широкосмуговими сигналами і кореляційною їх обробкою.

ІВС використовує кореляційний метод обробки послідовних складових сигналів.

Можна показати, що метод параметричного синтезу справедливий для будь-якої структури та чисельності каналів обробки інформації.

### **Розділ 3. Оптимізація систем.**

#### **Тема 7. Оптимізація одно функціональних систем**

##### **Лекція 12. Задачі оптимізації одно функціональних систем.**

###### **12.1. Задачі оптимізації однофункціональних систем.**

Приклади оптимізації систем різного рівня наведені в наукових роботах мають деякі недоліки:

- 1) тип згаданого затратного показника;
- 2) недоліки методів розв'язання задач;
- 3) велика кількість показників якості;
- 4) велика розмірність задач.

Розглянемо задачу оптимізації інформаційно-вимірювальних систем за критерієм завадостійкості або максимуму відношення потужностей сигнал/шум при обмежених асигнуваннях на систему на множині технічних параметрів і параметрів розстроювань, збурень і неідеальностей. Задача усуває перелічені недоліки і легко вирішує проблему багатомірності. У формуванні показника якість–завадостійкість беруть участь практично всі ФЕ, які підвищують або послабляють енергетичний потенціал інформаційної системи. Але ряд необхідних для системи ФЕ, які виконують інші важливі функції, мало впливають на енергетичний потенціал. Тому виявилось можливим задачу оптимізації ІВС розкласти на декілька задач за іншими показниками та параметрами.

Крім того, у системі є числені розстроювання, збурення та неідеальності системи. Будемо шукати кращу систему. Тому вважатимемо малим вплив паразитних параметрів розстроювань, збурень і неідеальностей на відношення сигнал/шум, тому що факторів впливу багато, усі вони разом суттєво впливають на відношення сигнал/шум і їх усіх потрібно враховувати. Сумісний вплив факторів на вихідний ефект при їх малих значеннях факторизує функції параметрів впливу.

Наприклад, при кореляційному прийманні вихідний сигнал можна розкласти в ряд Маклорена та задовольнитися членами першого порядку:

$$\Psi(\tau, \bar{Y}) = \int_0^{\tau} S(t - \tau, \bar{Y}) S_{on}(t) dt \approx \psi(\tau, 0) + \sum_{i=1}^m \psi'_i(\tau, 0) Y_i + \sum_i \sum_j \psi'_i \psi'_j Y_i Y_j + \dots$$

Оскільки добуток  $(1+\varepsilon)(1+\nu) \sim 1+\varepsilon+\nu+\dots$ , то, і навпаки, перші складові можуть бути подані з тією самою точністю у факторизованому вигляді

$$\Psi(\tau, \bar{Y}) \approx \psi(\tau, 0) \prod_{i=1}^n \left[ 1 + \frac{\psi'_i(\tau, 0)}{\psi(\tau, 0)} Y_i \right] = \psi(\tau, 0) \prod_{i=1}^n X_i(Y_i)$$

З урахуванням впливу технічних параметрів і параметрів паразитних факторів відношення сигнал/шум на виході інформаційного або вимірювального каналу можна записати в загальному вигляді

$$q(\bar{X}(\bar{Y})) = k_1 \frac{1}{\prod_{j=1}^{n1} X_j(Y_j)}$$

Тобто показник якості інформаційної системи також може враховувати вплив негативних явищ.

Задача оптимізації ІВС за умовним критерієм завадостійкості при обмеженні подана як

$$q(\bar{X}(\bar{Y})) = k_1 \frac{1}{\prod_{j=1}^{n1} X_j}$$

При

$$\sum_{i=1}^n C_i(X_i) \leq C_\delta$$



**Лекція 13.** Методи оптимізації систем. Метод Вульфа Метод сепарабельного програмування. Метод множників Лагранжа.

### **13.1. Методи оптимізації систем.**

Розв'язання задач оптимізації можливо будь-яким методом математичного програмування. Але до цих методів висуваються вимоги, обумовлені нечіткістю вартості:

- 1) універсальність;
- 2) простота;
- 3) боротьба з багатовимірністю;
- 4) швидка збіжність;
- 5) достатня точність.

### **13.2. Метод Вульфа**

Відомий метод Вульфа задовольняє всім вимогам, окрім вимог 3, 4, 5. Метод Вульфа – лінеаризація цільової функції та обмежень (функцій зв'язку) в околі початкового плану, отримання розв'язку на першому кроці методом лінійного програмування, і далі ітеративно до визначення розв'язку. Такий метод задовольняв би тільки вимогу універсальності, але не інші вимоги. Тому розвиток методу Вульфа передбачає лінеаризацію тільки обмежень за вартістю і використання якості сепарабельності функцій, що дозволяє спростити розв'язання, тобто не розв'язувати систему нелінійних функцій, задовольняти усі згадані вимоги і навіть отримати розв'язок і оптимум в аналітичному вигляді, що потрібно для аналізу результату.

### **13.3. Метод сепарабельного програмування**

У методі сепарабельного програмування лінеаризується тільки обмеження за вартістю.

Оскільки в цільовій функції використано заміну технічних

параметрів фазовими параметрами, то і в обмеженні за вартістю теж потрібна така заміна і це суттєво спрощує задачу.

### 13.4. Метод множників Лагранжа

Для розв'язання задач оптимізації також застосовується метод множників Лагранжа.

Формується функція Лагранжа

$$L = \frac{k_1}{\prod_{j=1}^{n1} X_j} + \lambda \left[ \sum_1 C_j^1(X_{0j}) X_j - C_{e1} \right],$$

звідки

$$\frac{\partial L}{\partial X_k} = -\frac{a}{X_k} + \lambda C_k^1 = 0 \quad \text{для } \forall k \in (1, n1),$$

$$a = \frac{k_1}{\prod_{j=1}^{n1} X_j}.$$

Де

Підставивши множник Лагранжа в обмеження у формулу,

$$\sum_{j=1}^{n1} C_j^1(X_{0j}) X_j = C_e,$$

отримаємо розв'язок задачі

$$X_{i(p)} = \frac{C_{e1}(\bar{X}_{(p-1)})}{n1 C_i^1(X_{i(p-1)})}$$

де р – номер ітерації, та оптимум

$$q^{-1}(\bar{X}_{opt}) = \frac{k_1 \prod_{j=1}^{n1} C_j^1(X_{j(p)})}{[C_{e1}(\bar{X}_{(p)}) / n1]^{n1}}$$

Тоді відношення потужностей сигналу до шуму набуває вигляду

$$q(\bar{X}_{opt}) = k_2 [C_{el}(\bar{X}_{opt}) / n]^{m_1}, \quad \text{де} \quad k_2 = \frac{1}{k_1 \prod C'_j(X_{joop})}.$$

На відміну від методу Вульфа, тут відбувається:

1) розв'язання простішої задачі будь-якого розміру в аналітичному вигляді, користуючись сепарабельністю функцій;

2) використання досить простого розв'язання, отриманого в аналітичному вигляді (у вигляді формули) у якості ітеративного розв'язку;

3) її кінцевий розв'язок, якщо функція зв'язку була лінійною;

4) якщо ні, то розв'язок можна оцінити за критерієм близькості апроксимації до початкової функції за всіма параметрами;

5) для параметрів, які знаходяться поза областю задовільної апроксимації, - обмеження кроку до межі цієї області. Правилком зупинки може служити критерій точності розв'язку. Такий розв'язок має переваги перед відомими методами математичного програмування:

1) вирішується проблема багатомірності;

2) простіше розв'язуються задачі на умовний екстремум, але поки що при одній функції зв'язку;

3) програма стає універсальною відносно будь-яких функцій зв'язку, а при повному наборі розв'язаних простіших задач вона може бути універсальною і для різних класів цільових функцій;

4) характер вгнутості або опуклості впливає лише на наявність потрібного екстремуму;

5) значення в числах використовуються тільки при ітераціях;

6) результат отриманий у вигляді алгоритму та оптимуму в аналітичному вигляді та придатний для аналізу в області задовільної апроксимації, що особливо важливо при стохастичному програмуванні для визначення довірчих інтервалів;

7) технічні параметри відшукуються у вигляді зворотних функцій. Таким чином, головна ідея нового методу математичного програмування, яка усуває згадані недоліки існуючих методів - це ідея використання лінійної апроксимації складної, навіть несепарабельної, функції зв'язку, приведення цільової функції до стандартного, краще до сепарабельного, вигляду, для якого вже відомо аналітичний розв'язок типових задач, використання ітерації для нелінійних функцій зв'язку і правил зупинки та поетапне ускладнення задачі практично блочного програмування.

За збіжністю метод ітерацій близький до градієнтних методів першого порядку, а при регулюванні кроку ітерації – до градієнтних методів другого порядку.

Для поширення можливостей застосувань даного методу можна у вигляді таблиці підвищувати кількість форм і типів цільових функцій та обмежень, для яких відомі аналітичні розв'язки більш простих задач оптимізації.

Метод також дозволяє без суттєвих похибок за рахунок лінеаризації використати для оптимізації довільну несепарабельну функцію зв'язку. Однак крок ітерацій при цьому може бути відповідно меншим, щоб були достатньо малими одночлени другого порядку меншости.

Ітеративний процес являє собою перекочування гіперплощини по гіперповерхні обмежень до потрібної точності.

Сепарабельність цільової функції дозволяє вирішити проблему багатомірності, розпаралелити складні задачі на простіші, знайти готові стандартні аналітичні розв'язки з банку даних для простіших задач і зшити результати розв'язань за методом блочного програмування.

Результати розв'язання задач за таким методом будуть мати всі вказані переваги порівняно з відомими методами нелінійного програмування:

- 1) вирішення проблеми багатомірності;
- 2) універсальність програм за формою функцій, а також за

рахунок розширення бази відомих простіших задач;

3) проста програма і спрощений розв'язок;

4) підвищена оперативність;

5) спрощення підготовки задач, перевірка унімодальності, незалежності показників, умов існування функцій і т. ін.;

6) отриманий в аналітичному вигляді результат в околі оптимуму більш придатний для його математичного аналізу.

Для вимірювальних систем або окремих каналів можлива оптимізація за критерієм мінімуму дисперсії похибки вимірювань при обмежених асигнуваннях. При цьому для оптимізації параметрів використовуються показники якості 1, 12, а показники якості 2-5, 7 використовуються в якості параметрів при структурному синтезі.

Тому задача оптимізації частини системи, призначеної для боротьби з завадою і для підвищення відношення потужності сигналу до шуму при обмеженні на асигнування повинна мати вигляд такої, що враховує також похибку вимірювань за рахунок нестабільності еталонів:

### **Контрольні питання**

1. СENS методу оптимізації Вудворда.

2. Недоліки методу оптимізації Вудворда.

3. Який метод не має недоліків методу Вудворда?

4. Як вдається усунути недолік багатомірності задач оптимізації?

5. Що таке метод множників Лагранжа?

6. Як зшиваються результати локальних задач?

## **Тема 8. Оптимізація радіоелектронних систем.**

**Лекція 14.** Оптимізація параметрів радіоелектронних систем.  
Алгоритми оптимізації однофункціональних РЕС.

### **14.1. Оптимізація параметрів радіоелектронних систем.**

Розглянемо метод оптимального синтезу параметрів радіоелектронних систем за критерієм максимальної ефективності при заданій надійності та вартості.

Оптимізація призначена для реального проектування, суттєвого підвищення ефективності систем і для боротьби з багатомірністю задачі. Постановка задачі повинна використовувати реальну маркетингову статистику функціональних елементів. Це підвищує достовірність розв'язання.

Розглянуто метод оптимального вибору параметрів радіоелектронних систем за критерієм максимальної ефективності при заданій надійності. Оптимізація призначена для використання при реальному проектуванні параметрів систем при відомій структурі і заданому сигналі. Пошук оптимальних функціональних елементів з потрібними параметрами у широкій базі маркетингових даних або за відомою техніко-економічною статистикою дозволяє суттєво підвищити економічну ефективність такої оптимізації при заданій надійності системи.

Цільова функція в задачі оптимізації лінеаризується як у методі Вульфа. Це дозволяє перетворити задачу в сепарабельне програмування, яке дозволяє отримати розв'язок в аналітичному вигляді. Цей розв'язок можна використати як ітеративну формулу при будь-якій опуклій нелінійній цільовій функції. Він значно простіший і універсальніший відносно форми цільової функції, усуває проблему багатомірності, швидко збігається. Крім того, за аналітичною формою отриманого оптимуму можна оцінити залежність оптимальної ефективності або вартості системи від потрібної ймовірності безвідмовної роботи і навпаки, а також від статистики параметрів функціональних елементів.

Для спрощення задачі, коли нема залежності вартості ФЕ від параметра, пропонується попереднє відбраковування маркетингової техніко-економічної статистики для отримання ліній середньоквадратичних регресій вартості на параметр методом найменших квадратів. При цьому нечітка множина вартості перетворюється у випадкову величину.

Синтез параметрів призначений для оптимізації радіоелектронних систем на етапі їх проектування при виробництві, для підвищення їх ефективності при заданій надійності за рахунок запропонованої обробки маркетингової техніко-економічної статистики, використовуваної при постановці задачі.

Запропоновано новий метод розв'язання задачі вибору оптимальних параметрів і відповідних функціональних елементів з їх модульних рядів, який забезпечує максимум ефективності при заданій надійності системи. Новий метод, сформульований у вигляді сепарабельного програмування в розвиток методу Вульфа, який забезпечує універсальність, глобальність, тобто незалежність від розміру задачі, та інші переваги, припускає навіть автоматизацію проектування. Представлене рішення проблеми оптимального синтезу параметрів радіосистем за своєю новизною, корисністю і результативністю має всі ознаки актуальності.

Відомі елементи загальної теорії радіоелектронних систем світових класиків, починаючи з робіт Р. Вудворда та інших, неправомірно використовують інтегральну форму функціонала правдоподібності, який призвів до некоректного оцінювання потенціальної точності і до уявлення про оптимальність систем на множині сигналів, структур і параметрів.

Це позначилося на теорії систем і їх оптимізації. Тим не менше з часом стало зрозуміло, що початкові теорії систем мають багато некоректностей. Тому, і незалежно від цього, почали з'являтися роботи з оптимізації радіоелектронних систем, використовуючих математичні методи [11]. В основному це локальні задачі, які мають специфічний характер [21-23], та ін.

Деяке системне узагальнення було при розв'язанні задач оптимізації в роботах Л. С. Гуткіна, де важливим є системний

підхід і проблеми оптимізації за різними критеріями або векторами якості і необхідність отримання не просто розв'язку, а «кривих обміну». Поки про глобальність задач оптимізації систем ніхто не натякав, оскільки не було таких задач, методів і алгоритмів. Методи математичного програмування коректні, однак неуніверсальні, тобто прив'язані до форми функцій, до цифрового обчислення, критичні щодо розмірності, трудомісткі і мають свої особливості і збіжність.

Про витратні показники тривалий час було неповажно говорити поважним вченим. І хоча ринкова економіка брала своє, усе одно в якості вартості систем і їх ФЕ використовувався не завжди зрозумілий вигляд вартості, не було чіткого опису точності такої величини, тобто вона була задана на нечіткій множині. А без вартості не може бути адекватного опису якості систем.

У якості радіоелектронної системи будемо розуміти будь-яку, у тому числі навіть, наприклад, лазерну інформаційно-вимірювальну систему (ЛІВС) для випробувань літальних апаратів (ЛА), де відмовою підсистеми наведення може служити також процедура наведення променя.

Кращим (об'єктивним) критерієм якості системи є умовний критерій переваги, наприклад максимум ефективності або мінімум вартості ЛІВС при заданій надійності.

Задача призначена для будь-якої системи або її частини, у якій відмова будь-якого ФЕ призводить до повної її відмови.

Залежності вартості ФЕ від часу напрацювання на одну відмову іорт  $T$  іноді відомі. А якщо ні, то вже було викладено, як їх отримувати.

За заданою ймовірністю безвідмовної роботи  $p_0$  і отриманим оптимальним загальним часом напрацювання на одну відмову  $T_0$  системи, перерахованим з урахуванням циклічності роботи, визначається час експлуатації  $t_{0e}$  і економічна ефективність ЛІВС  $C_0(T)$ . Вартість ремонту ЛІВС і вартість втрат від простою в роботі також обмежує довірчу ймовірність  $p_0$ .

Якщо невідомі залежності  $C_k(T_k)$ , то, як згадувалося, їх можна отримати обробкою зібраної техніко-економічної статистики, наприклад за результатами опитування прайс-листів



фірм-виробників ФЕ для кожного функціонального елемента.

Видно, що ціна ФЕ є нечіткою множиною, тобто ніякої кореляції між ціною і параметром не простежується. Це і зрозуміло, статистика набиралася для ФЕ, які вироблялися на різних заводах-виробниках комплектуючих виробів, у різних умовах, з різними технологіями і призначеннями.

Оскільки чим менше параметри за осями, тим краще для системи, то відбраковуються неоптимальні верхні дані (суцільна лінія). Однак невідомо, де буде оптимальний розв'язок ( $X_{i(0)}$ ).

Тому потрібні дані за всім діапазоном. Оптимальні параметри можуть бути отримані тільки при оптимізації. Для цього методом МНК осереднюється статистика (пунктирна лінія). По суті нечітка множина вартості перетворюється у випадкову величину.

Технічні параметри ЛВС, для яких нема таких залежностей, фіксуються і не беруть участь в оптимізації.

Задача унікальна тим, що вже при побудові системи можна майже об'єктивно оцінити економічну доцільність її створення.

Евристично оцінюється лише середній прибуток  $C_e$  за рік за рахунок використання системи. Взагалі задача сама об'єктивно вирішує:

- 1) як оцінити надійність реальної системи в часі;
- 2) який термін експлуатації  $t_{0r}$  повинен бути при заданій довірчій імовірності;
- 3) як і які резервувати ФЕ;
- 4) при якому резерві виконується найкраща надійність системи;
- 5) де слабкі місця в системі.

Якості 3-5 легко отримати, якщо для кожного ФЕ подвійний і більше резерв закласти в статистичні дані. Наприклад, при подвійному резервуванні, крім даних для одного елемента, для двох елементів закладаються такі дані:  $2T_{ю}$  і їх вартість  $2C_k(T_k)$ . Ці дані разом з усіма спочатку відбраковуються, потім беруть участь у задачі МНК, а потім - в оптимізації. Причому кількість однотипних ФЕ може бути довільно великою. Розмірність не має значення. Розв'язання швидке.

Недолік – трудомісткий збір та обробка статистики. Але цей недолік усувається при багаточисельних замовленнях через те,

що знайдені залежності – лінії середньоквадратичної регресії (ЛСКР) вартості на параметр  $2C_k(T_k)$  - є оцінкою (еталоном) розвитку технології та виробництва ФЕ на даному відрізку часу, який дає інформацію про кращу технологію, використовувани фізичні закони, стан будь-якого ринку і т. д.

Викладені задачі оптимізації охоплюють майже всі показники якості і параметри, однак такі показники якості, як завадостійкість, надійність ФЕ і ІВС можуть бути суперечними через вартість ФЕ. Дійсно, чим більшим створюється рівень сигналу у ФЕ, що відповідає за завадостійкість, тим більше треба чекати гіршу надійність цього ФЕ. Таких елементів небагато. Це звичайно передавач і модулятор у радіотехніці. Крім звичайного резервування і багатократного резервування малопотужними синхронізованими передавачами, можливо також компромісне рішення цієї проблеми. Воно полягає в тому, що при зборі статистики про передавач слід вказувати, крім вартості, два параметри: його потужність і надійність. При визначенні ЛСКР за показниками потужність-вартість ФЕ з показниками доброї надійності скоріше за все буде забракований, і навпаки, те саме буде при визначенні ЛСКР за показниками надійність – вартість.

Тому потрібен компроміс: набирати статистику потужність-вартість там, де вже вище надійність при, на жаль, меншій потужності. Таким чином, у виборі ФЕ також є проблема, яку можна назвати «багатоборством» у техніці, як і аналогічне у спорті.

#### Висновки

1. Після звичайного проектування, коли вироблено рішення про структуру, сигнали та вибрано функціональні елементи з їх вартістю:

- 1) використовують результуючу вартість системи;
- 2) значення параметрів і вартостей ФЕ є початковим планом для подальшої оптимізації системи;
- 3) за згаданим алгоритмом використовують обробку статистики за підрозд. 2.2 для перетворення вартості ФЕ у випадкову величину, тому що вартість, отримана іншим шляхом, залишається нечіткою множиною і її не можна використовувати.

Нові методи математичного програмування не мають

недоліків, які є в інших методах і згадані раніше. Вони вирішують проблему багатомірності, збіжності, простоти, побудови кривих обміну та ін. Тобто новий метод оптимізації систем і мереж має такі переваги перед існуючими методами:

- багатомірність майже не впливає;
- універсальність алгоритму оптимізації для довільних сепарабельних функцій;
- ітеративний процес швидко збігається, як і у градієнтному методі;
- розв'язок отримано в загальному (аналітичному) вигляді, що дозволяє одразу отримати криві обміну;
- аналітичний вигляд розв'язку та оптимуму дозволяє одразу бачити та прогнозувати, які виробництва і якості ЛІВС і їх ФЕ потрібно розвивати.

3. Метод особливо зручний для розв'язання багатопараметричних задач з сепарабельними функціями цілі, де функціями зв'язку є асигнування на систему, оскільки ці асигнування завжди є глобальними обмеженнями.

4. Отримати розв'язок складних задач блочного програмування простіше, тому що вони зшиваються з розв'язків та оптимумів більш простих стандартних задач.

5. Навіть якщо отримані оптимуми складні для аналітичного системного аналізу, їх числений аналіз ефективності простіше і всі інші переваги методу зберігаються.

6. Отримані алгоритми рішень нескладно програмувати на ЕОМ.

7. Новий метод може використовуватись і для несепарабельних цільових функцій, якщо їх розкласти в поліноміальні ряди низьких порядків, але при цьому ефективність методу знижується до ефективності методу Вульфа.

8. На відміну від звичайних методів проектування ЛІВС або інших систем, де інтуїтивно призначають параметри іоТ ФЕ, пропонується використовувати всю можливу маркетингову статистику, що суттєво, майже на порядок, може підвищувати ефективність систем. Це пояснюється тим, що навіть гарному експерту важко точно вгадати, де може бути оптимум при нелінійному програмуванні.

### **Контрольні питання**

1. У чому сенс оптимізації системи за показниками економічної ефективності, надійності і вартості ФЕ?
2. Надійність ФЕ.
3. Що ми приймаємо за довірчу ймовірність?
4. Як розраховується термін експлуатації системи?

### **14.2. Алгоритми оптимізації однофункціональних РЕС.**

Оптимізація РЕС найбільш ефективна на такому етапі її життєвого циклу, як ескізне проектування. Сам процес проектування також доцільно розбити на певні етапи.

Простішим буде далі процес проектування систем будь-якого призначення, якість яких можна визначати за умовним критерієм максимуму надійності при обмеженій вартості.

Сенс таких задач у тому, що чим більший гарантований термін експлуатації системи, тобто чим більша надійність, тим більший від неї прибуток.

Етап 1. Аналіз потреб у послугах зв'язку. Формулювання призначення системи, її навантаження, перспектив розвитку, аналіз умов експлуатації. За призначенням системи визначаються потрібні показники якості системи. Формулювання ТТВ і вектора показників якості і витрат системи. Ранжування їх за значущістю. Спочатку залишаються тільки головний показник корисної якості та затратний показник, яким найчастіше є вартість або маса і т. ін. Вибір раціональних структури та сигналів системи, використовуючи існуючі поняття про кращі системи заданого призначення. Це звичайне проектування, або структурно-сигнальний евристичний (раціональний) синтез системи при проектуванні.

Етап 2. З метою отримання можливості оптимізації системи необхідний системний аналіз вибраних показників якості системи для визначення залежностей показників якості системи

від технічних параметрів, які характеризують функціональні елементи (ФЕ) та інші технічні параметри системи від різних ефектів обробки сигналів і впливу паразитних факторів.

Етап 3. Обробка техніко-економічної статистики - маркетингових даних ФЕ за прайс-аркушами: 1) відбраковування непридатних ФЕ; 2) отримання методом найменших квадратів (МНК) залежностей вартості ФЕ від його показників якості, що, з іншого боку, є також параметрами системи більшого ієрархічного рівня. Ці залежності, тобто лінії середньоквадратичної регресії (ЛСКР) вартості на параметр, є по суті характеристикою якості ФЕ його морального терміну служби. ФЕ беруться тільки ті, які можуть виконувати певне призначення РЕС. За критерієм максимуму надійності РЕС при обмеженій вартості беруться ті ФЕ, без роботи яких система не виконує своє призначення, або такі, що їх повна відмова рівнозначна втраті брэнда чи банкрутству. При цьому якщо потрібне резервування малонадійних ФЕ, то це враховується дуже просто – до статистичних даних включаються дані не одного ФЕ, а двох (за умови їх послідовного при відмові підключення) і подвійна вартість. І так для будь-якої кратності резервування з урахуванням можливості автоматизації. Задача сама знайде оптимальне резервування.

Етап 4. Постановка задач оптимізації РЕС за параметрами (майже за всіма розділами). Якщо призначення системи потрібно реалізувати з заданою працездатністю системи при обмеженій вартості, то задача має вигляд критерію максимуму з надійністю при заданій вартості. У задачі залишаються тільки ті ФЕ (параметри системи), для яких обчислено лінії середньоквадратичної регресії (ЛСКР), або залежності вартості від часу напрацювання ФЕ на одну відмову. Інші параметри фіксуються, тобто вибираються такими, як у реальних системах, і входять до сталих задач. Для параметрів, які є змінними задачі, вибирається початковий план програмування, також бажано такий, як в аналогічних системах. Якщо нема аналогів, то вибір – посередині діапазонів. Задача сама виведе на оптимальне значення, якщо цільова функція та обмеження задовольняють умови, наприклад потрібної опуклості.

Етап 5. Розв'язання задач оптимізації РЕС (за всіма розділами). У загальному випадку задача постає у вигляді нелінійного багатомірного програмування на умовний екстремум. Відомі методи розв'язання таких задач для спрощених функцій: 1) метод невизначених множників Лагранжа; 2) метод підстановки; 3) метод математичної індукції; 4) метод динамічного програмування. Для складних і багатомірних функцій є методи математичного програмування: 1) прямого пошуку (дихотомії, Фібоначчі та ін.); 2) лінійного програмування; 3) квадратичного програмування; 4) опуклого програмування, покоординатного спуску, градієнтні методи першого та другого порядку і т. ін. У будь-якому випадку при кількості параметрів більше 10 з'являється проблема багатомірності. Тому для інженерних розрахунків нам потрібно мати метод, який би був: 1) універсальним (для будь-яких функцій); 2) інваріантним до розмірності задачі (щоб вирішував проблему багатомірності); 3) простим для розрахунків; 4) швидким за збіжністю при ітеративному розв'язанні; 5) дозволяв би просто аналізувати отриманий оптимум та оптимальний розв'язок; 6) дозволяв би зшивати результати часткових задач оптимізації. Аналогом того, що треба за універсальністю, може бути метод Вульфа – лінеаризація цільової функції та обмежень (функцій зв'язку) в околі початкового плану, отримання розв'язку на першому кроці методом лінійного програмування, і далі ітеративно до визначення розв'язку. Такий метод задовольняв би тільки вимогу універсальності, але не інші вимоги. Тому пропонується для розвитку методу Вульфа лінеаризацію тільки обмежень за вартістю і використання якості сепарабельності функцій, що дозволяє спростити розв'язання, тобто не розв'язувати систему нелінійних функцій, задовольняти усі згадані вимоги і навіть отримати розв'язок і оптимум в аналітичному вигляді, що потрібно для аналізу результату.

Етап 6. Метод дозволяє також виявити діапазонність показників якості і отримати криві обміну за рахунок багатократного, але швидкого повторення задач при змінних показниках, тобто отримати залежність оптимальної надійності системи від фінансових асигнувань, або навпаки (за принципом подвійності). Задача унікальна не тільки тому, що це прямий

місток між теорією систем і їх реалізацією – побудова за результатами статистики. Саме використання статистики дає впевненість (і задану надійність) у тому, що систему можна майже одразу реалізувати. Унікальність такої задачі в тому, що якщо відомий також: 1) економічний ефект – прибуток від застосування системи в часі; 2) виявлений з розв’язання задачі за заданою надійністю гарантований термін експлуатації; 3) затратна вартість системи, то можна обгрунтовано прийняти рішення про економічну доцільність реалізації системи і ефективність відповідного бізнесу. Тепер інформації може бути стільки, щоб повернутися до результатів етапу 1 і прийняти обгрунтоване рішення про оптимальну структуру або сигнали. Для цього потрібний етап 7 і далі.

Етап 7. Спочатку незначно змінити структуру або сигнали, або тип системи зв’язку, або тип показника якості при тих самих інших показниках, тому що тільки тоді можна оцінити будь-яку плату за ресурс, коли змінили тільки один фактор.

Етап 8. Повернутися до етапу 4 і продовжити оптимізацію РЕС до етапу 6.

Етап 9. На площині або за багатозахідною таблицею порівнювати показники якості у всьому діапазоні вартостей РЕС. Виявити, на яких ділянках діапазону кращі (оптимальні) структури, сигнали, показники тощо. Це по суті вплив оптимальності системи на множині технічних параметрів на вибір оптимальної структури або сигналів систем за тими самими показниками з ТТВ. Повторити процедуру з етапу 7 за іншими даними.

Етап 10. З аналізу потреб у послугах зв’язку і з аналізу розв’язань усіх задач оптимального параметричного синтезу на всіх етапах, тобто після отримання оптимальних значень параметрів ФЕ систем, перейти до розрахунків оптимальних цехових, регіональних або державних стандартів параметрів ФЕ і систем для отримання надприбутку або економічної та якісної ефективності.

**Лекція 15.** Характеристики каналів інформаційно-вимірювальних систем. Особливості і умови радіоелектронних

вимірювань. Загальні погляди на методи і пристрої оцінювання параметрів сигналу. Доцільність використання дискримінаторів. Показники якості вимірювачів. Методи вимірювання параметрів сигналів. Оптимізація вимірювальних систем і каналів на множині структур і сигналів.

### **15.1. Характеристики каналів інформаційно-вимірювальних систем.**

Будь-яка інформаційно-вимірювальна система певною мірою оцінює параметри сигналу. Розглянемо сутність радіоелектронних вимірювань, загальні методи, ефективність, структуру та принципи дії вимірювальних систем, концепцію оптимізації та створення вимірювальних каналів інформаційно-вимірювальних систем (ІВС), що наближує подані основи теорії радіоелектронних вимірювачів до існуючих систем. Врахуємо протиріччя між показниками вимірювача:

- 1) точність оцінювання;
- 2) точність апріорних відомостей;
- 3) довірча ймовірність;
- 4) час вимірювань;
- 5) вартість вимірювача або відношення потужностей сигналу до шуму, наприклад протиріччя:
  - а) між точністю вимірювання та апріорним діапазоном;
  - б) функціями боротьби з завадою і підвищенням чутливості вимірювача;
  - в) часом спостереження та надійністю оцінювання і т. ін.

Цих показників вистачає для прийняття рішення про структуру вимірювача і загальний метод вимірювання, що фактично є глобальним структурним і параметричним оптимальним синтезом вимірювача.

Під оцінкою параметра сигналу звичайно розуміється його значення, отримане як за допомогою відповідного вимірювача,



так і при обробці отриманих результатів вимірювань. За положеннями метрології, статистики та інших теорій, якісне оцінювання параметрів має бути в повному обсязі: у вигляді точкової та інтервальної (довірчої) оцінки. Але якщо відома дисперсія вимірювача, то інтервальну оцінку розраховують за потрібною довірчою ймовірністю і тоді можна припустити тільки точкову оцінку.

## **15.2. Особливості і умови радіоелектронних вимірювань**

У радіотехнічному діапазоні хвиль вимірювання виконуються в умовах впливу заважаючих полів, а в підсилювачах – власних шумів. Спочатку для простоти врахуємо лише вплив випадкових флуктуаційних завад. Цього достатньо для отримання нових принципів для вимірювальних систем. Із загальних позицій розглянемо процес оцінювання параметрів сигналу.

Однією з особливостей оцінювання параметрів сигналу є те, що оцінюванню передують перетворювання сигналу, що включають заходи боротьби з завадами, які завжди присутні в тракці приймання сигналів. Боротьба з завадами звичайно реалізується фільтрацією сигналу на фоні завад або з використанням яких-небудь розбіжностей між сигналом і завадою. Якість роботи пристроїв оцінювання параметрів сигналу, як і інших радіосистем, залежить від результативності боротьби з завадами і характеризується відношенням сигнал/шум на виході систем.

Наступна особливість оцінювання параметрів сигналу - швидкоплинність вимірювального процесу, тобто обмеженість часу пред'явлення, або експозиції сигналу, для вимірювань його параметрів. Ця особливість радіотехнічних пристроїв оцінювання параметрів повинна бути відображена в показнику оперативності системи, на який накладено обмеження у вигляді тактико-технічних вимог (ТТВ) до часу спостереження параметрів сигналу.

Точність оцінювання параметрів сигналу залежить як від методу їх порівняння з параметрами еталона, так і від перетворювань сигналу. Тому наступна особливість

радіотехнічних вимірювань параметрів сигналу – це багатофакторність, тобто залежність показника точності радіотехнічних вимірювань від сукупності параметрів, що описують неідеальності, нестабільності і збурення різної природи в радіотехнічних системах.

Істотним обмеженням при оцінюванні параметрів радіосигналу, або її основною особливістю, є велике відношення апіорної невизначеності до апостеріорної невизначеності оцінюваного параметра сигналу, тобто відношення відомого діапазону значень вимірюваного параметра до довірчого інтервалу найбільш імовірних значень дійсного параметра після вимірювань. Великий вплив на вибір типу пристрою оцінювання параметрів сигналу також має обмеженість пікової потужності передавача, що змушує з метою підвищення коефіцієнта корисної дії передавача і відношення сигнал/шум на виході приймача використовувати квазібезперервні сигнали з незмінним рівнем, у тому числі широкосмугові шумоподібні сигнали.

Урахування зазначених особливостей оцінювання параметрів сигналу призводить до необхідності врахувати згадані особливості радіоелектронних вимірювань і відповідно будувати пристрої оцінювання параметрів сигналу. А для цього необхідно прийняти оптимальне рішення про структуру пристроїв, їх технічні параметри і про сигнали за сукупністю тактико-технічних вимог до системи, яка включає показники точності, вірогідності оцінювання, апіорний діапазон, час спостереження, необхідне відношення сигналу до шуму, вартість, затратні та інші показники і характеристики системи.

Аналіз розв'язання задач оптимізації і практика реалізації систем показали, що обробка сигналу з метою одержання вимірювальної інформації завжди можна розподілити на попередню (одиначне вимірювання) і остаточну (обробка масиву одиначних вимірювань), тобто на первинну і вторинну обробку результатів вимірювань. Така обробка сигналу рівноцінна фільтрації параметра, тобто боротьбі з завадою і порівнянню з еталоном або мірою будь-яким методом.

Найбільший внесок у підвищення точності вимірювань

робить первинна обробка. Наприклад, первинний вимірювач дальності радіосистем ближнього космосу зменшує апріорну невизначеність (середньоквадратичне відхилення), що дорівнює  $\sim 10$  км, до середньоквадратичної похибки  $\sim 10$  м, тобто в  $\sim 103$  разу, по швидкості – у  $3 \cdot 10^4$  рази, по кутах -  $\sim 102$  разу, а вторинний вимірювач при масиві, що дорівнює 100 вимірюванням, зменшує невизначеність за параметром звичайно на порядок.

Тому далі в першу чергу будуть розглянуті питання прийняття рішення про структуру саме первинного вимірювача.

Але з цього факту не випливає, що вторинна обробка менш важлива, адже вона дає можливість за рахунок накопичення енергії сигналу і накопичення інформації підвищити точність до такої міри, якої первинний вимірювач не може досягти при даній техніці за даний час. Первинні вимірювачі існуючих радіотехнічних систем за принципом своєї побудови і структурою можуть істотно відрізнятись.

На сьогодні методи порівняння ефективності вимірювальних РТС, що описуються багатьма показниками якості, і особливо з різною структурою і принципами дії, не розроблені. Зокрема в теорії радіотехнічних систем недостатньо враховується взаємозв'язок і суперечливість таких показників якості, як точність, апріорний діапазон, вірогідність оцінок, оперативність і вартість елементів системи. Такі показники вартості, що враховуються в сучасній літературі, є досить нечіткими множинами. Це породжує відповідне (справедливе) ставлення до них як до елементів деякої фантастики. Якоюсь мірою сказане стосується також масооб'ємотехнічних, ергономічних та інших характеристик, показників систем. Цю нішу якоюсь мірою заповнює даний підручник і роботи.

### **15.3. Загальні погляди на методи і пристрої оцінювання параметрів сигналу.**

Від відношення сигнал/шум, як відомо, залежить точність вимірювань. У роботах Колмогорова і Вінера показано, що найбільшого співвідношення енергій сигналу та білого флукуаційного шуму можна досягти на виході узгодженого

фільтра, частотна характеристика якого комплексно спряжена зі спектром сигналу та шуму. Тому у вимірювачах найчастіше використовують кореляційну обробку вхідного сигналу або узгоджену фільтрацію, при якій вихідний сигнал відповідає його функції автокореляції.

Отже, для найкращої селекції дискретних сигналів на фоні шумів потрібний узгоджений фільтр. Для аналогових сигналів більш прийнятною є фільтрація за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки. При цьому боротьба з завадою і боротьба за чутливість, як складові точності вимірювання, можуть бути розподіленими, а можуть бути суміщеними. Але для вимірювання необов'язково формувати сигнальну функцію, або автокореляційну функцію, тому що при цьому втрати енергії сигналу можуть бути невеликими. Часто простіше мати суміщену систему.

Сигнал при радіоелектронних вимірюваннях є швидко змінюваним процесом у шумах з малим рівнем сигналу, декількома вимірюваними параметрами, які звичайно бувають у широкому апріорному діапазоні. А при цьому потрібні високі точності, швидка реакція і вимірювання та оптимальні показники вимірювача. Тому вимірювачі повинні задовольняти свої вказані підвищені вимоги. Але точність вимірювань завжди на першому місці. Тому для оцінювання різних параметрів сигналу використовують найбільш чутливі явища природи і схеми. Наприклад, для вимірювань частоти можуть використовуватися резонансні схеми з чутливим дискримінатором, для вимірювань кутових координат – амплітудно-різницевої або фазо-різницевої схеми з діаграмами спрямованості, для вимірювань затримки сигналу – його автокореляційна функція, фронт сигналу чи зсув фаз або для всіх параметрів можуть використовуватись фазові, цифрові методи вимірювань і т. д.

Головна концепція в загальній теорії радіоелектронних вимірювань – це ніби постулат: вимірювач, оснащений засобами боротьби з завадами чи ні, є перетворювачем дійсного вимірюваного параметра в параметр відліку на відповідній шкалі. Залежність відліку від параметра сигналу є лінійною або нелінійною функцією. Тому такі вимірювачі називають

функціональними, а при високій чутливості – дискримінаторами.

За параметром відліку судять про параметр, що вимірюється. Тобто одержують точкову оцінку. А інтервальну оцінку звичайно одержують або з дисперсії, що може вимірюватись, або з класу точності відомого вимірювача. В автоматичних засобах вимірювань параметр відліку може не виводитись для індикації.

#### **15.4. Доцільність використання дискримінаторів.**

Можливе застосування для вимірювань параметра сигналу будь-яких кіл, де вихідний відгук залежить від вимірюваного параметра. Однак буде показано, що оскільки точність вимірювань залежить від крутості характеристики вимірювача, то в якості вимірювача варто брати тільки такі кола, у яких залежність напруги, цифрового або будь-якого відліку від параметра сигналу має найбільшу крутість. Саме такі властивості мають селектуючі пристрої за параметрами селекції: погоджений фільтр, резонансний контур, діаграма спрямованості, автокореляційна функція, характеристика фазового детектора, цифрові, фазові методи і т. д. Такі селектуючі пристрої називають дискримінаторами.

Якщо залежність вихідного параметра вимірювача від параметра сигналу - відомий закон (функція), то такий вимірювач називається функціональним або дискримінатором. Результуюча оцінка має складові похибки:

- 1) складова похибка дискримінатора за рахунок завади;
- 2) складова похибка настроювання дискримінатора;
- 3) складова похибка дискримінатора за рахунок нестабільності амплітуди та похибки системи автоматичного підстроювання;
- 4) складова статична похибка;
- 5) складові динамічні похибки;
- 6) похибка результуючого вимірювання.

## 15.5. Показники якості вимірювачів

Методи вимірювань і типи вимірювачів настільки різні, що тільки показниками точності або класом точності, як у метрології, для радіоелектронних вимірювачів вже не обійтись. Тому реальні інформаційні або вимірювальні системи характеризуються не одним, а декількома показниками якості. Навіть будь-який їх вимірювальний канал характеризується, як мінімум, такими показниками якості:

- 1) точність вимірювань;
- 2) діапазон вимірювань;
- 3) довіра до оцінки чи квантиль, або інтервальна оцінка – довірчий інтервал;
- 4) час оцінювання;
- 5) відношення сигнал/шум або вартість, яка його забезпечує; масотехнічні показники і т. ін.

Наведений склад і набір показників якості підібрано не випадково. Як вже згадувалось, це мінімальний набір показників, при якому вже можливе порівняння їх за загальною якістю або ефективністю.

Наприклад, функціональний вимірювач або дискримінатор має переваги в точності та найменшу вартість, якщо є достатній енергетичний потенціал. Але якщо потрібен ще великий діапазон, тоді при розтягуванні шкали постраждає точність. Але нам може бути потрібним і великий діапазон, і точність. Тоді треба чимось жертвувати. Вибираємо панорамний вимірювач з перестроюванням параметра. Він не набагато складніший і дорогий. Але в нього є свій недолік - час вимірювань може бути більшим, ніж треба, і можливе пропускання імпульсного сигналу. Тоді можна жертвувати або підвищенням енергетичного потенціалу, або складністю і вартістю і вибирати багатоканальний або багатошкальний, або багатоетапний вимірювач. Таким чином, усі показники якості, їх мінімальний склад потрібні при порівнянні якості вимірювачів.

До сучасних інформаційно-вимірювальних систем

висуваються високі і суперечливі тактико-технічні вимоги (ГТВ).

Наприклад, потрібно, щоб система працювала в широкому апіорному діапазоні якого-небудь вимірюваного параметра і здійснювала високоточні вимірювання, тобто з необхідною малою середньоквадратичною похибкою. Узагальнюючи вищесказане, для будь-яких апіорних розподілів під апіорним діапазоном вимірюваного параметра розуміють довірчий інтервал апіорної щільності ймовірності з відповідним математичним очікуванням.

Зазначені суперечливі вимоги до показників якості, а саме широкого апіорного діапазону вимірюваного параметра і високої точності вимірювань, дискримінаційні вимірювачі, що не стежать, задовольнити не можуть. Якщо апертуру дискримінаційного вимірювача збільшити і взяти рівною апіорному діапазону за параметром при тому самому рівні сигналу, то виявиться, що точність вимірювань буде досить низькою, тому що крутість дискримінаційного вимірювача буде малою. Цієї точності звичайно недостатньо. А для вимірювачів, що стежать, може не виконуватись інша умова – умова оперативності, якщо потрібен мінімум часу оцінювання. Звідси випливає, що радіотехнічні вимірювачі повинні будуватися на нових принципах, щоб врахувати всі ці обставини.

Кожен вимірювач у тому або іншому вигляді використовує поняття “канал”. Під каналом звичайно прийнято розуміти смугу частот або кутів, або будь-якого вимірюваного параметра, відведена для передачі і використання сигналу.

Під терміном «захисний канал» розуміють попереднє поняття в сукупності з пристроями захисту від завад. Тут специфіка викладу така, що надалі канал із широкою смугою (загальний канал) розбиваємо на окремі канали, стосовно яких використовуємо термін “канал”, враховуючи, що загальний канал параметра із широкою смугою завжди будемо погоджувати з апіорним діапазоном вимірювача цього параметра.

Можливі різні методи високоточного оцінювання параметра сигналу в широкому апіорному діапазоні з заданим часом оцінювання, довірою до оцінки, із заданим відношенням

сигнал/шум або з заданою вартістю. Кожному з них відповідає своя структура вимірювача параметра сигналу і його загальна ефективність.

Існуюча метрологія звичайно не займається вимірювачами, від яких одночасно потрібні точність вимірювань, широкий діапазон, малий час вимірювання, задана довіра до вимірювань і задана вартість або енергетичний потенціал. Це потрібно для радіоелектронних вимірювачів, особливо в галузі зв'язку. Ці вимірювачі повинні мати всі згадані показники, тобто вектор показників якості, і до того ж вони повинні бути оптимальними. Тим більше, що оскільки є між ними протиріччя, то повинна бути і оптимальність у якомусь сенсі.

### **15.6. Методи вимірювання параметрів сигналів.**

Методи вимірювання параметрів сигналів, які потребують для оцінювання ефективності мінімум п'ять згаданих показників, майже всі відомі, за винятком різноманіття багатоетапних систем.

Точніше, деякі багатоетапні методи відомі, але перший етап у них вважається лише пошуком, а не етапом, чи шкалою.

Дискримінаційні або функціональні вимірювачі – це вимірювачі з відомою принциповою характеристикою перетворювання вимірюваного параметра сигналу у відповідний відлік, тобто з відомою функцією відліку за наявності вимірюваного параметра. Їх фізичний діапазон визначається апертурою дискримінатора – зоною однозначного відліку. Вони теж потребують певного співвідношення з апіорним діапазоном вимірюваного параметра. Переваги – простота реалізації. Недоліки – погана точність у великому діапазоні.

Дискримінаційні вимірювачі, що не перебудовуються, порівняно прості і можуть бути високоточними, але тільки в дуже вузькому апіорному діапазоні, або широкодіапазонними, але з низькою точністю оцінювання через малу їх крутизну.

У метрології вважають, що поняття чутливості визначається крутизною дискримінаційної або функціональної характеристики вимірювача.



## Висновки.

1. Для розвитку теорії вимірювання з метрології подано більш загальні методи вимірювання і їх класифікації, які мають відповідну структуру та можливості для радіоелектронних систем.

2. На відміну від методів метрології, методи вимірювання в радіоелектронних системах в умовах завад повинні враховувати, крім точності та дисперсії, ще забезпечений фізично апріорний інтервал, довірчий інтервал оцінювання, час вимірювання та вартість або енергетичний потенціал.

3. Оптимальний багатоетапний метод можна вважати новим.

## Контрольні питання

1. Які загальні методи вимірювання існують у радіоелектроніці?

2. Які фактори впливають на вимірювання параметрів сигналу в радіоелектроніці?

3. Як структура вимірювача відповідає методу вимірювань?

## 15.7. Оптимізація вимірювальних систем і каналів на множині структур і сигналів

Розглянуті раніше результати повністю прийнятні для оптимізації систем і мереж передачі інформації на множині структур більш високого ієрархічного рівня, таких як космічні вимірювальні комплекси, багатопунктні мережі передачі траєкторної інформації, мережі зв'язку та управління, системи глобальної навігації та зв'язку і т. ін.

Крім критеріїв якості, при оптимізації таких макросистем обов'язково повинно мати місце обмеження за вартістю, тим більше, що асигнування на такі системи значно суттєвіші, тим більше, що кореляція між показниками якості систем і вартістю може бути досить високою.

Наведемо прості задачі оптимізації систем і мереж передачі інформації на множині структур, які придатні для застосування в подальших випадках структурного резервування мережі за критерієм мінімуму похибки передачі інформації між абонентами при обмеженнях за вартістю.

Навчальне видання  
Опорний конспект лекцій з навчальної дисципліни

**“Геометрична оптика”**

Укладачі: Фельде Христина Вікторівна

Городинська Ніна Василівна

Фесів Ігор Васильович

Кривецький Василь Іванович

Відповідальний редактор Максимяк Петро Петрович