DOI: 10.3842/nosc.v26i3.1418

УДК 517.98

НЕЛОКАЛЬНА ЗА ЧАСОМ ЗАДАЧА ДЛЯ ЕВОЛЮЦІЙНИХ РІВНЯНЬ ІЗ ПСЕВДОДИФЕРЕНЦІАЛЬНИМИ ОПЕРАТОРАМИ У ПРОСТОРАХ ТИПУ S

Василь Городецький, Ольга Мартинюк, Руслана Колісник

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці
вул. Коцюбинського, 2, Чернівці, 58012, Україна
e-mail: v.gorodetskiy@chnu.edu.ua,
o.martynyuk@chnu.edu.ua, відповідальна за листування,
r.kolisnyk@chnu.edu.ua

We consider evolutionary equations with fractional differentiation operators restrictions of which to certain spaces of S type coincide with pseudodifferential operators constructed on the basis of smooth symbols, which are multipliers in these spaces. The well-posedness of the time-nonlocal multipoint problem for these equations with initial function, which is an element of the space of generalized functions of the ultradistribution type, is established. We establish that the solutions of these problems stabilize to zero in the spaces of generalized functions of type S' (weak stabilization) and also stabilize to zero uniformly on $\mathbb{R}$ in the case where the initial generalized function has a bounded support.

Розглянуто еволюційні рівняння з операторами дробового диференціювання, звуження яких на певні простори типу S збігаються із псевдодиференціальними операторами, побудованими за гладкими символами, які є мультиплікаторами у таких просторах. Встановлено коректну розв'язність нелокальної багатоточкової за часом задачі для таких рівнянь з початковою функцією, яка є елементом простору узагальнених функцій типу ультрарозподілів. Встановлено, що розв'язки таких задач стабілізуються до нуля у просторах узагальнених функцій типу S' (слабка стабілізація), а також стабілізуються до нуля рівномірно на $\mathbb{R}$ у випадку, коли початкова узагальнена функція має обмежений носій.

У теорії дробового інтегро-диференціювання використовують оператор $A := \left(I - \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}\right)^{1/2}$, який у літературі прийнято називати оператором Бесселя дробового диференціювання порядку $\dfrac{1}{2}$ [1]. У цій статті розглядаємо сім'ю операторів $\{B_{p,\omega}\}$ вигляду

$$B_{p,\omega} = \left(I + \sum_{k=1}^{p} (-1)^k \frac{\partial^{2k}}{\partial x^{2k}}\right)^{\frac{\omega}{2p}},$$

де $\omega \in (0,1]$, $p \in \mathbb{N}$ — довільно фіксовані числа. До цього класу належить і оператор A; легко бачити, що $A = B_{1,1}$. Інші приклади операторів $B_{p,\omega}$:

$$B_{2,\frac{1}{2}} = \left(I - \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^4}{\partial x^4}\right)^{\frac{1}{8}},$$