Марина КАЛИНЧУК

Віра СІКОРА

ПРАВИЛЬНІ ТА НАПІВПРАВИЛЬНІ МНОГОГРАННИКИ

(факультативний курс для учнів 10-11 класів ЗЗСО)

Навчально-методичний посібник

УДК 373.5.091.322.016
П 514

Друкується за ухвалою:

Засідання кафедри алгебри та інформатики
(протокол № 1 від 30 серпня 2023 року)

Методичної ради факультету математики та інформатики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича
(протокол № 1 від 30 серпня 2023 року)

Укладачі: ***Калинчук Марина Григорівна***,
вчитель математики Старожадівської гімназії Сторожинецької ОТГ, спеціаліст першої категорії

Сікора Віра Степанівна,
кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри алгебри та інформатики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича,
вчитель вищої категорії.

П 514 Правильні та напівправильні многогранники (факультативний курс для учнів 10-11 класів ЗЗСО): Навчально-методичний посібник / М.Г. Калинчук., В.С.Сікора.— Чернівці: Технодрук, 2023. — 68 с.

Навчально-методичний посібник побудований у вигляді конспектів для факультативного курсу для учнів 10-11 класів ЗЗСО. У ньому вивчаються види, деякі загальні та специфічні властивості правильних та напівправильних многогранників, розглянуто цікаві приклади таких многогранників та їх застосування. Розробка спрямована допомогти поглибити знання зі стереометрії, розвивати логічне мислення та просторову уяву.

Для вчителів математики, учнів 10-11 класів ЗЗСО, студентів 1-2 курсів коледжів, здобувачів вищої освіти спеціальностей «Середня освіта (Математика)», «Середня освіта (Інформатика)», «Математика» та всіх, хто цікавиться цією тематикою.

© Калинчук М.Г., 2023
© Сікора В.С., 2023

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА 4
Зауваження щодо викладання стереометрії в старших класах ЗЗСО 7
Тематичне планування факультативного курсу «Елементи теорії многогранників» 11
КОНСПЕКТИ ФАКУЛЬТАТИВНИХ ЗАНЯТЬ 13
Заняття 1-2. Основні означення з топології. Поняття многогранника 13
Заняття 3. Теорема Ейлера 17
Заняття 4. Абстрактний многогранник 21
Заняття 5-6. Опуклі множини. Опуклі фігури на площині та в просторі 24
Заняття 7-8 . Опуклі многокутники. Многогранний кут. Опуклий многогранник 27
Заняття 9-10. Теорема Коші. Розгортка многогранника 30
Заняття 11-12. Правильні многокутники. Правильні многогранники 33
Заняття 13. Напівправильні многогранники 38
Заняття 14. Підсумкове заняття 44
Література 60
Додаток. Приклади напіправильних многогранників 61

ПЕРЕДМОВА

Математика володіє не тільки істиною, але й вищою, відточеною, суворою, піднесено чистою красою і прагне до справжньої досконалості, що притаманна лише найбільшим зразкам мистецтва.

Бертран Рассел

Теорія многогранників, зокрема опуклих многогранників, — один із найбільш захоплюючих розділів геометрії.

Л.О. Люстернік

Людина проявляє цікавість до многогранників протягом всього свого життя — від дворічної дитини, яка грається дерев'яними кубиками, до дорослого будівельника, вченого тощо.

Зі стародавніх часів у технічній творчості людини переважають найпростіші просторові форми у вигляді многогранників, прикладами цього є єгипетські піраміди, багато башт і будинків.

Деякі з правильних та напівправильних многогранників зустрічаються в природі у вигляді кристалів, інші — у виді вірусів (які можна розглянути лише за допомогою мікроскопа). Бджоли будували шестикутні соти ще до появи людини, а в історії цивілізації будова многогранних тіл (пощось на кшталт Єгипетських пірамід) відбувалася ще в глибині віків.

П'ять відомих правильних многогранників (тіл) вивчали ще давньогрецькі філософи Теєтет, Платон та Евклід.

Платон давньогрецький філософ (справжнє ім'я — Арістокл, син Аристона і Перектіони), народився в 428 році до н. е. — помер у 347 році до н.е.. Родом він був з Афін, із родини афінського царя Кодра. У спадок від Сократа отримав прізвисько Платон (з грецької *platus* — товстий, широкоплечий). Платон отримав декілька освіт: гімнастика, граматика, музика, математика. Він швидко ознайомився з філософіями Геракліта, Перменіда, Зенона, піфагорійців, а в 407 році до н. е. познайомився з Сократом та до самої смерті Сократа був серед його найближчих учнів. Платон

досить правдоподібно систематизував картину світу. Це була одна із перших спроб ввести в науку саму ідею систематизації, яка виявилась дуже плідною. Вона допомогла відділити одні області знань від інших, зробивши наукові дослідження більш цілеспрямованими та зіграла важливу роль майже у всіх науках.

Дослідженнями з теорії многогранників займався також Іоганн Кеплер. Кеплер народився 27 грудня 1571 року в місті Вейль-дер-Штадт (в окрузі Вюртемберг, Німеччина) у сім'ї бідняка. У 1588 році він закінчив монастирську школу з дипломом бакалавра і в 1589 році вступив до Тюбингенського університету. Після закінчення університету в 1593 році Кеплер получив диплом магістра, а в 1594 році вже читав лекції з математики і астрономії у вищій школі Граці де й написав свій перший твір «Таємниця Всесвіту». Однією з частин цього твору був етюд «Сніжинка», у якому Кеплер писав, що батьком правильних тіл є куб, його дружиною — октаедр, оскільки у октаедра стільки кутів, скільки у куба граней. Кеплер перший опублікував повний список 13 архімедових тіл та дав їм ті назви, під якими вони відомі й нині. Кеплер зробив величезний вклад саме в теорію многогранників, де він розглядав неопуклі многогранники з зірчастими гранями.

У курсі математики сучасної школи неможливим є цілком строгий аксіоматичний виклад геометрії. І це, мабуть, не потрібно. Предмет вивчається не тільки як розділ математики, але і як розділ природознавства. Проте він повинен давати хоча б деяке загальне уявлення про основні поняття і методи елементарної геометрії як науки. Курс стереометрії в цьому сенсі займає особливе місце: по-перше, він викладається так, що вже готує учнів до більш ґрунтовного вивчення геометрії, а по-друге, при побудовах у просторі означення, аксіоми та теореми не тільки замінюють інтуїцію, але й дійсно відіграють конструктивну роль, оскільки їх суттєво використовують при просторових побудовах.

У ЗЗСО вивчають загальне означення простого многогранника, традиційно описують властивості призми й піраміди, вимірюють об’єми многогранників і площ їх поверхонь тощо. Розділ про многогранні кути в шкільному курсі є дещо відокремленим, тому не виникає загального поняття многогранної поверхні. Крім того, немає єдиної точки зору на піраміду, конус, конічну поверхню тощо як на фігури, що виникають в сенсі зв’язки прямих та деякої точки (вершини). Аналогічно, призма, циліндр, циліндрова поверхня не розглядаються як фігури пов’язані з паралельними прямими. Отже, вивчення многогранників приводить до думки, що многогранник — це тривимірний многокутник. Думка ця якоюсь мірою є правильною і вельми корисною в методичному відношенні, як і кожна вдала аналогія. Але це лише, так би мовити, надводна частина айсберга. Іншу, підводну, складають ті властивості многогранників, які не мають двовимірних аналогій.

Даний посібник присвячено вивченню деяких загальних та специфічних властивостей многогранників та напівмногогранників, в ньому ми розглядаємо відому теорему Ейлера та її застосування до многогранників. Такі теми можна глибше вивчати на факультативних заняттях з математики в 10-11 класах, коли учні мають деякі базові знання про многогранники, про тіла та поверхні в просторі. Ці заняття мають на меті розвинути в учнів логічне мислення та просторову уяву, зацікавити їх математикою, підготувати до подальшого її вивчення у старшій школі

Посібник розрахований на вчителів математики, учнів 10-11 класів ЗЗСО та студентів математичних спеціальностей, котрі цікавляться темою.